



第8-9章 栈和队列

——后进先出/先进先出：操作受限的线性表



计算机学院

主要内容

- 堆栈的定义
- 堆栈的描述
 - 公式化描述
 - 链表描述
- 堆栈的应用
 - 括号匹配、火车车厢重排
- 队列的定义
- 队列的描述
 - 公式化描述
 - 链表描述
- 队列的应用
 - 火车车厢重排

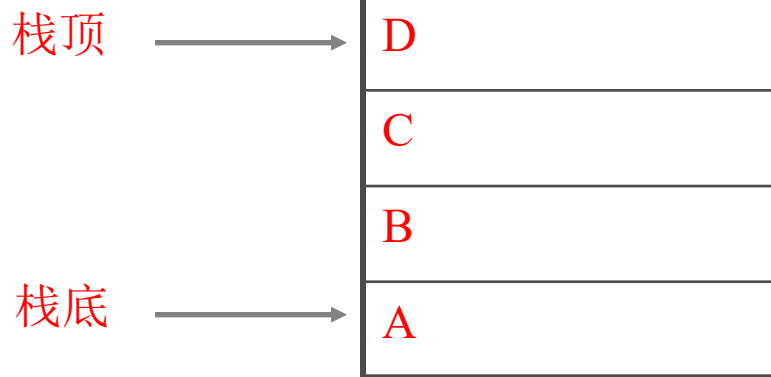


堆栈定义

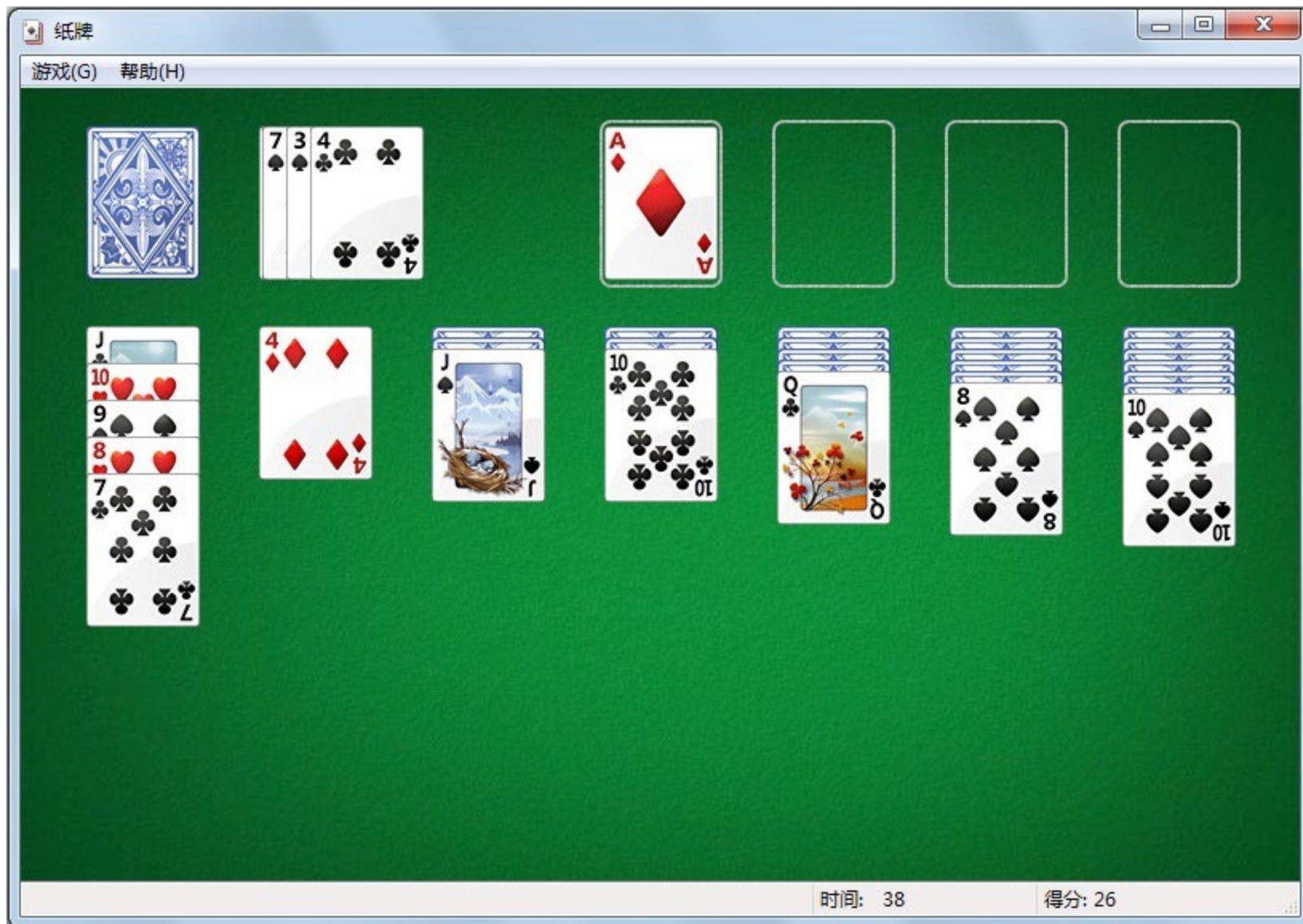
- **堆栈**（stack）是一个**线性表**，其**插入**和**删除**操作都在表的**同一端**进行，这端被称为**栈顶**（top），另一端被称为**栈底**（bottom）

- **LIFO**

Last in, First out







抽象数据类型

抽象数据类型 *Stack* {

实例

元素线性表，栈底，栈顶

操作

Create()：创建一个空的堆栈

IsEmpty()：如果堆栈为空，则返回true，否则返回false

IsFull()：如果堆栈满，则返回true，否则返回false

Top()：返回栈顶元素

Push(x)：向堆栈中添加元素 x

Pop(x)：删除栈顶元素，并将它传递给 x



主要内容

- 堆栈的定义
- 堆栈的描述
 - 公式化描述
 - 链表描述
- 堆栈的应用
 - 括号匹配、火车车厢重排
 - 汉诺塔、迷宫、开关盒布线、离线等价类



公式化描述： 继承线性表

template<class T>

线性表尾部作为栈顶

class Stack : private LinearList <T> {

// LIFO objects

public:

Stack(int MaxStackSize = 10)

: LinearList<T> (MaxStackSize) {}

bool IsEmpty() const

{return LinearList<T>::IsEmpty();}

bool IsFull() const

{return (Length() == GetMaxSize());}



公式化描述（续）

```
T Top() const  
  {if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();  
    T x; Find(Length(), x); return x;}  
Stack<T>& Push(const T& x)      压栈——添加到表尾  
  {Insert(Length(), x); return *this;}  
Stack<T>& Pop(T& x)  
  {Delete(Length(), x);  
    return *this;}  
};      出栈——提取最后一个元素
```

取栈顶——提取最后一个元素



实现方法分析

- `IsFull` 需要获取数组大小
 - 方法一
将类 `LinearList` 的成员 `MaxSize` 变为 `protected` 类型
 - 方法二: `LinearList` 类增加函数
`protected:`
`int GetMaxSize() const {return MaxSize;}`
`LinearList` 类的变化不会影响 `Stack` 类, 更好!



实现方法分析

- 继承方式为什么是private?
 - private继承会把基类的所有成员变为派生类的私有成员
 - 栈虽可看作线性表的特例，但毕竟不是
 - 用户使用Stack类，我们希望他们使用Push、Pop...，而不是Insert、Delete
 - 而private继承恰好可使Insert、Delete成为Stack的私有成员，用户无法看到



Stack的效率

- 构造函数、析构函数与LinearList相同
 - T: 基本类型, $\Theta(1)$
 - T: 用户自定义类, $\Theta(\text{MaxStackSize})$
- 其他函数: $\Theta(1)$



H1. 自定义的Stack类

```
template<class T>
class Stack {
public:
    Stack(int MaxStackSize = 10);
    ~Stack() {delete [] stack;}
    bool IsEmpty() const {return top == -1;}
    bool IsFull() const {return top == MaxTop;}
    T Top() const;
    Stack<T>& Push(const T& x);
    Stack<T>& Pop(T& x);
private:
    int top;    // current top of stack
    int MaxTop; // max value for top
    T *stack;   // element array
};
```



构造函数

```
template<class T>
```

```
Stack<T>::Stack(int MaxStackSize)
```

```
{// Stack constructor.
```

```
    MaxTop = MaxStackSize - 1;
```

```
    stack = new T[MaxStackSize];
```

```
    top = -1;
```

```
}
```

空栈



Top函数

```
template<class T>
```

```
T Stack<T>::Top() const
```

```
{// Return top element.
```

```
    if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();
```

```
    return stack[top];
```

```
}
```



Push函数

```
template<class T>
```

```
Stack<T>& Stack<T>::Push(const T& x)
```

```
{ // Push x to stack.
```

```
    if (IsFull()) throw NoMem(); // Push fails
```

```
    stack[++top] = x;
```

```
    return *this;
```

```
}
```



Pop函数

```
template<class T>
```

```
Stack<T>& Stack<T>::Pop(T& x)
```

```
{// Delete top element and put in x.
```

```
    if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();
```

```
    x = stack[top--];
```

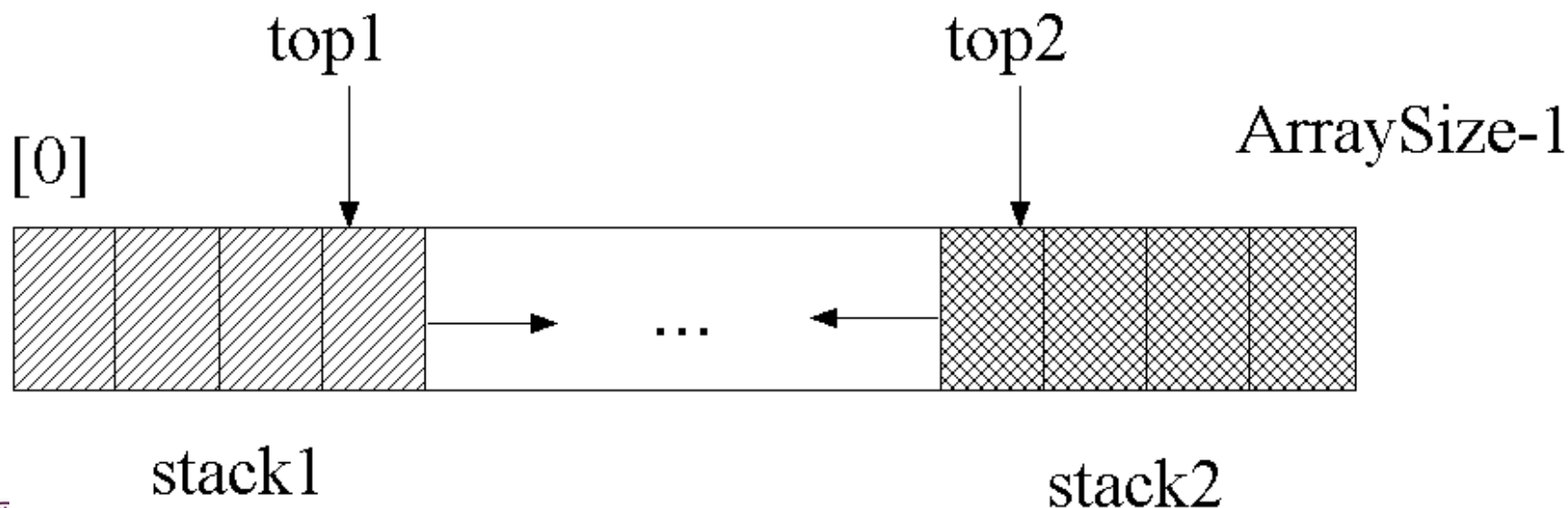
```
    return *this;
```

```
}
```



数组描述缺陷

- 与线性表数组描述类似，空间利用率低
- 两个堆栈特例，空间利用率较高
 - Push最坏情况（数组满）仍为 $O(\text{ArraySize})$
 - Pop $\Theta(1)$



主要内容

- 堆栈的定义
- 堆栈的描述
 - 公式化描述
 - 链表描述
- 堆栈的应用
 - 括号匹配、火车车厢重排
 - 汉诺塔、迷宫、开关盒布线、离线等价类



链表描述

- 栈顶在链表哪一端？

- 尾节点

- $\text{Push}(x) \text{ —— } \text{Insert}(n, x) : \Theta(n)$
 - $\text{Pop}(x) \text{ —— } \text{Delete}(n, x) : \Theta(n)$

- 首节点

- $\text{Push}(x) \text{ —— } \text{Insert}(0, x) : \Theta(1)$
 - $\text{Pop}(x) \text{ —— } \text{Delete}(1, x) : \Theta(1)$



LinkedList类

```
template<class T>
class LinkedList : private Chain<T> {
public:
    bool IsEmpty() const
        {return Chain<T>::IsEmpty();}
    bool IsFull() const;
    T Top() const
        {if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();
         T x; Find(1, x); return x;}
```



LinkedList类

LinkedList<T>& Push(const T& x)

{Insert(0, x); return *this;}

LinkedList<T>& Pop(T& x)

{Delete(1, x); return *this;}

};



IsFull 函数

```
template<class T>
```

```
bool LinkedStack<T>::IsFull() const
```

```
{//Is stack full?
```

```
    try {ChainNode<T> *p = new ChainNode<T>;
```

```
        delete p;
```

```
        return false;}  
    catch (NoMem) {return true;}
```

```
}
```



H2. 自定义的链表实现

```
template <class T>
class Node {
    friend LinkedStack<T>;
private:
    T data;
    Node<T> *link;
};
```



自定义的链表实现（续）

```
template<class T>
class LinkedStack {
public:
    LinkedStack() {top = 0;}
    ~LinkedStack();
    bool IsEmpty() const {return top == 0;}
    bool IsFull() const;
    T Top() const;
    LinkedStack<T>& Push(const T& x);
    LinkedStack<T>& Pop(T& x);
private:
    Node<T> *top; // pointer to top node
};
```



析构函数

```
template<class T>
```

```
LinkedList<T>::~~LinkedList()
```

```
{// Stack destructor..
```

```
    Node<T> *next;
```

```
    while (top) {
```

```
        next = top->link;
```

```
        delete top;
```

```
        top = next;
```

```
    }
```

```
}
```



IsFull 函数

```
template<class T>
```

```
bool LinkedStack<T>::IsFull() const
```

```
{// Is the stack full?
```

```
    try {Node<T> *p = new Node<T>;
```

```
        delete p;
```

```
        return false;}
```

```
    catch (NoMem) {return true;}
```

```
}
```



Top函数

```
template<class T>
```

```
T LinkedStack<T>::Top() const
```

```
{// Return top element.
```

```
    if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();
```

```
    return top->data;
```

```
}
```



Push

```
template<class T>
```

```
    LinkedStack<T>&
```

```
        LinkedStack<T>::Push(const T& x)
```

```
{ // Push x to stack.
```

```
    Node<T> *p = new Node<T>;
```

```
    p->data = x;
```

```
    p->link = top;
```

```
    top = p;
```

```
    return *this;
```

```
}
```



Pop

```
template<class T>
```

```
LinkedList<T>& LinkedList<T>::Pop(T& x)
```

```
{// Delete top element and put it in x.
```

```
    if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();
```

```
    x = top->data;
```

```
    Node<T> *p = top;
```

```
    top = top->link;
```

```
    delete p;
```

```
    return *this;
```

```
}
```



H1-2小结

- 堆栈的两种实现方式

	公式化	链表
Create()	$\Theta(1) / \Theta(\text{MaxSize})$	$\Theta(1)$
Destroy()	$\Theta(1) / \Theta(\text{MaxSize})$	$\Theta(n)$
IsEmpty()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
IsFull()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
Top()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
Push()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
Pop()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$



主要内容

- 堆栈的定义
- 堆栈的描述
 - 公式化描述
 - 链表描述
- 堆栈的应用
 - 括号匹配、火车车厢重排
 - 汉诺塔、迷宫、开关盒布线、离线等价类



括号匹配

- $(a * (b + c) + d) + (e - b)$ —— 符合语法
- $(a + b)) ($ —— 不符合语法
- 寻找匹配括号对 —— 正确处理
和未匹配括号 —— 错误报告
- 括号匹配是一个基础问题，可以引申到
 - C++编译器
 - 数学公式自动求解



算法设计思路

- $(a * (b + c) + d) + (e - b)$ ，匹配括号的规律？

嵌套或者并列

- 右括号与谁匹配（如果有的话）？

最近（右）未匹配左括号

- 由左至右处理符号的话，“右” \leftrightarrow “后”，靠后的先匹配——LIFO
 - 用一个栈保存未匹配的左括号
 - 由左至右扫描表达式串，遇左括号，push
 - 遇右括号，与栈顶左括号匹配，pop



匹配失败的情况

- $(a + b))$ (——失败情况的规律

右括号之前无与之匹配的左括号

左括号之后无与之匹配的右括号

- 两种情况对应栈中情况

遇到一个右括号时，无未匹配的左括号
——栈空

右括号都处理完时，还有未匹配的左括号
——表达式串处理完时，栈不空



括号匹配程序

```
#include <iostream.h>
```

```
#include <string.h>
```

```
#include <stdio.h>
```

```
#include "stack.h"
```

```
const int MaxLength = 100; // max expression  
length
```



括号匹配程序（续）

```
void PrintMatchedPairs(char *expr)
```

```
{// Parenthesis matching.
```

```
    Stack<int> s(MaxLength);
```

```
    int j, length = strlen(expr);
```

```
    // scan expression expr for ( and )
```

```
    for (int i = 1; i <= length; i++) {
```

```
        if (expr[i - 1] == '(') s.Push(i);
```



括号匹配程序（续）

```
else if (expr[i - 1] == ')')  
    try {s.Pop(j); // unstack match  
        cout << j << ' ' << i << endl;}  
    catch (OutOfBounds)  
        {cout << "No match for right  
parenthesis" << " at " << i << endl;}  
}
```



括号匹配程序（续）

// remaining (in stack are unmatched

while (!s.IsEmpty()) {

s.Pop(j);

cout << "No match for left parenthesis at "

<< j << endl;}

}



括号匹配程序（续）

```
void main(void)
```

```
{
```

```
    char expr[MaxLength];
```

```
    cout << "Type an expression of length at most "
```

```
        << MaxLength << endl;
```

```
    cin.getline(expr, MaxLength);
```

```
    cout << "The pairs of matching parentheses in" << endl;
```

```
    puts(expr);
```

```
    cout << "are" << endl;
```

```
    PrintMatchedPairs(expr);
```

```
}
```



运行实例

Type an expression of length at most 100

$(d+(a+b)*c*(d+e)-f))(($

The pairs of matching parentheses in

$(d+(a+b)*c*(d+e)-f))(($

are

4 8

12 16

1 19

No match for right parenthesis at 20

22 23

No match for left parenthesis at 21

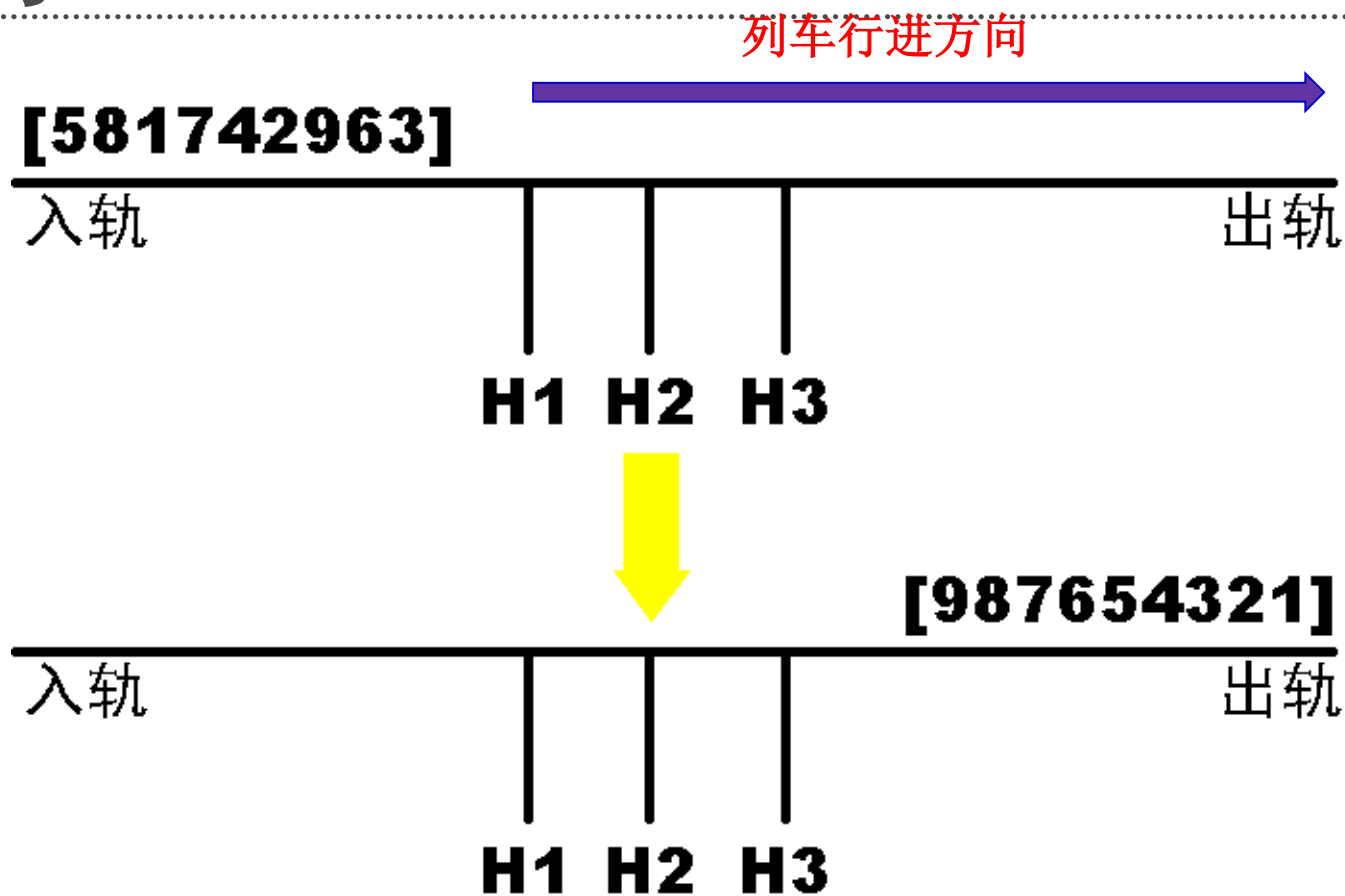


火车车厢重排问题

- 货运列车， n 节车厢，编号 $1 \sim n$
- 经过车站 $n \sim$ 车站 1 ，每站卸掉同号车厢
- 在始发站重新排列车厢，使得车厢按编号排列——每站卸掉最后一节车厢即可
- 转轨站——一个入轨、一个出轨、 k 个缓冲铁轨
→完成重排
 - 允许三种操作
 - 入轨→缓冲轨
 - 缓冲轨→出轨
 - 入轨→出轨



图示



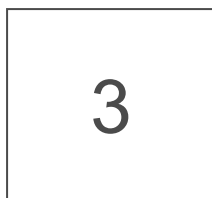
我们试着自己总结出算法

- 初始: 581742963

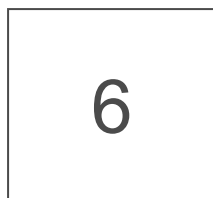
3: 不是排列次序下一个, \rightarrow H1

6: 次序不对, >3 , \rightarrow H2

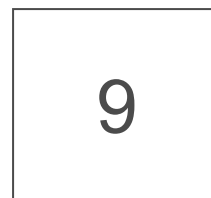
9: 次序不对, >3 , >6 , \rightarrow H3



H1



H2



H3



继续

• 入： 581742

出：

2： 次序不对， $2 < 3$ ， $2 \rightarrow H1$

4： 次序不对， $4 > 2$ ， $4 < 6$ ， $4 \rightarrow H2$

7： 次序不对， $7 > 2$ ， $7 > 4$ ， $7 < 9 \rightarrow H3$

2

3

H1

4

6

H2

7

9

H3



继续

- 入： 581 出： 1 2 3 4
- 1： 次序对 → 出轨
- H1： 2 → 出轨， 3 → 出轨
- H2： 4 → 出轨
- 8： 次序不对， → H1

8

H1

6

H2

7

9

H3



继续

● 入: 5 出: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

5: 次序对→出轨

H2: 6→出轨

H3: 7→出轨

H1: 8→出轨

H3: 9→出轨, OK!

H1

H2

H3



重排算法

- 缓冲轨后进先出，用堆栈保存车厢号
 - 考虑到出轨顺序，**必须栈底大，栈顶小**
- 依次检查入轨车厢编号
 - 如果 \neq 出轨所需要的下一车厢， \rightarrow 缓冲轨
 - 依次检查缓冲轨，若新来的 $<$ 栈顶，入栈
 - 如果 $=$ 出轨所需要的下一车厢， \rightarrow 出轨
 - 缓冲轨中车厢可能满足出轨需要，检查缓冲轨栈顶车厢，如有可能，出栈， \rightarrow 出轨，**不是一次**，要反复做，直至栈中无满足出轨需要的车厢



重排程序

k=?

```
bool Railroad(int p[], int n, int k)
{ // k track rearrangement of car order p[1:n].
  // Return true if successful, false if impossible.
  // Throw NoMem exception if inadequate space.
```

```
  // create stacks for holding tracks
```

```
  LinkedStack<int> *H;
```

```
  H = new LinkedStack<int> [k + 1];
```

```
  int NowOut = 1; // next car to output
```

```
  int minH = n+1; // smallest car in a track
```

```
  int minS;      // track with car minH
```

为什么不是Stack?



重排程序（续）

```
// rearrange cars
```

```
for (int i = 1; i <= n; i++)
```

```
if (p[i] == NowOut) // send straight out
```

```
{
```

```
    cout << "Move car " << p[i] << " from input to output";
```

```
    cout << endl;
```

```
    NowOut++;
```

```
    while (minH == NowOut)
```

```
    {
```

```
        Output(minH, minS, H, k, n);
```

```
        NowOut++;
```

```
    }
```

```
}
```



重排程序（续）

```
else { // put car p[i] in a holding track  
    if (!Hold(p[i], minH, minS, H, k, n))  
        return false;}
```

```
return true;  
}
```



Output: 缓冲铁轨→出轨

```
void Output(int& minH, int& minS,  
           LinkedStack<int> H[], int k, int n)  
{// Move from hold to output and update minH and  
  minS.  
  int c; // car index  
  
  // delete smallest car minH from stack minS  
  H[minS].Pop(c);  
  cout << "Move car " << minH << " from holding  
  track " << minS << " to output" << endl;
```



Output: 缓冲铁轨→出轨

// find new minH and minS

// by checking top of all stacks

minH = n + 2;

for (int i = 1; i <= k; i++)

if (!H[i].IsEmpty() &&(c = H[i].Top()) < minH) {

minH = c;

minS = i;}

}



Hold: 入轨→缓冲铁轨

```
bool Hold(int c, int& minH, int &minS,  
          LinkedStack<int> H[], int k, int n)  
{// Add car c to a holding track.  
  // find best holding track for car c  
  // initialize  
  int BestTrack = 0,  // best track so far  
      BestTop = n + 1, // top car in BestTrack  
      x;              // a car index
```



Hold: 入轨→缓冲铁轨（续）

```
for (int i = 1; i <= k; i++)  
    if (!H[i].IsEmpty()) {// track i not empty  
        x = H[i].Top();  
        if (c < x && x < BestTop) {  
            BestTop = x;  
            BestTrack = i;}  
    }  
    else // track i empty  
        if (!BestTrack) BestTrack = i;  
if (!BestTrack) return false; // no feasible track
```



Hold: 入轨→缓冲铁轨（续）

```
// add c to best track
```

```
H[BestTrack].Push(c);
```

```
cout << "Move car " << c << " from input "
```

```
<< "to holding track " << BestTrack << endl;
```

```
// update minH and minS if needed
```

```
if (c < minH) {minH = c;
```

```
    minS = BestTrack;}
```

```
return true;
```



复杂性

- Output: $\Theta(k)$
- Hold: $\Theta(k)$
- Railroad: $O(kn)$



课堂练习

- 元素a, b, c, d, e依次进入初始为空的栈中，所有元素进栈且只进入一次，允许进栈、退栈操作交替进行。栈空时，在所有的出栈序列中，以元素d开头的序列个数是_____。

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6



课堂练习

- 若元素a, b, c, d, e, f依次进栈，允许进栈、退栈操作交替进行。但不允许连续三次进行退栈工作，则不可能得到的出栈序列是_____。【2010考研真题】

A. dcebfa

B. cbdaef

C. abcdef

D. afedcb



课堂练习

- 用S表示进栈操作，用X表示出栈操作，若元素的进栈顺序是1234，为了得到出栈顺序1342，相应的S和X的操作序列为_____。

A. **SXSXSSXX**

B. **SSSXXSXX**

C. **SXSSXXSX**

D. **SXSSXSXX**



课堂练习

- 已知一个栈的进栈序列为 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ ，其输出序列是 $1, 2, 3, \dots, n$ 。若 $p_3=1$ ，则 p_1 的值_____。

- A. 一定是2
- B. 可能是2
- C. 不可能是2
- D. 一定是3



课堂练习

- 若一个栈的输入序列为 $1, 2, \dots, n$ ，输出序列的第一个元素是 n ，则第 i 个输出元素是什么？



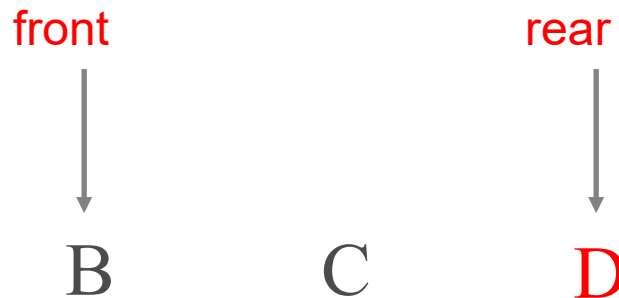
我们学习了：

- 堆栈的定义和操作系统
- 堆栈的两种存储形式
 - 顺序、链表
- 堆栈的典型应用
 - 括号匹配、车厢重排



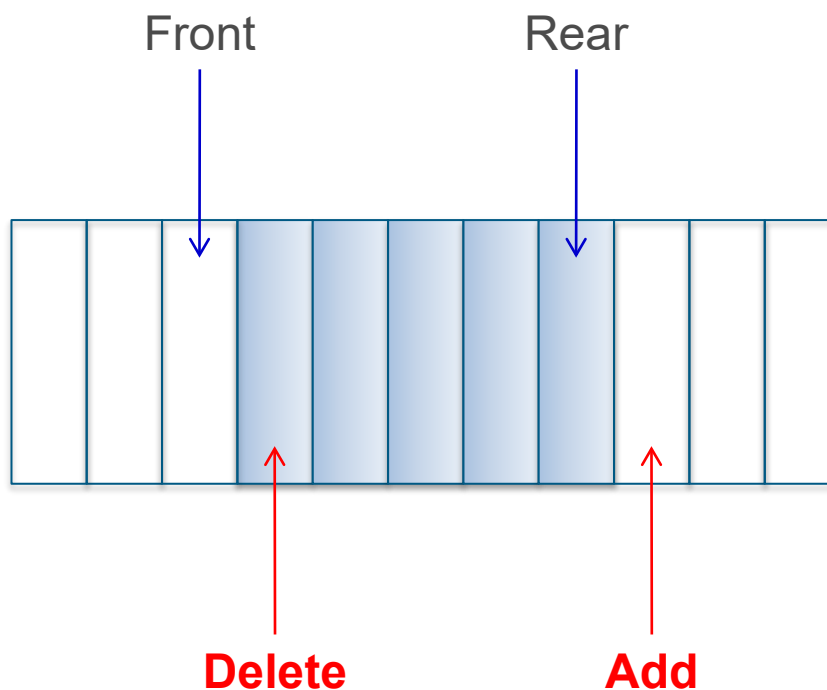
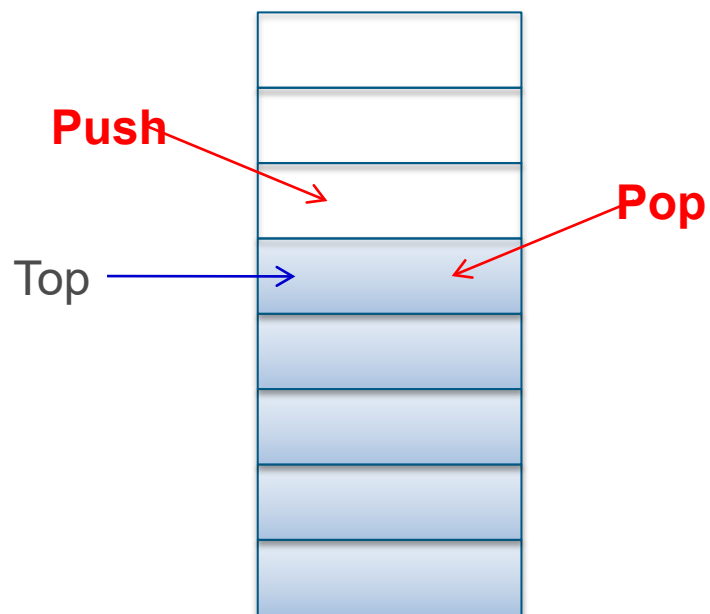
队列定义

- **队列** (queue) 是一个线性表，插入和删除操作分别在表的不同端进行。添加新元素的那一端被称为**队尾** (rear)，而删除元素的那一端被称为**队首** (front)
- **FIFO** First in, First out





堆栈 VS 队列



课堂练习

- 设栈S和队列Q的初始状态均为空，元素a, b, c, d, e, f依次进入栈S。若每个元素出栈后立即进入队列Q，且6个元素出队的顺序是b, d, c, f, e, a，则栈S的容量至少是_____。

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4



抽象数据类型描述

抽象数据类型 *Queue* {

实例

有序线性表，一端称为front，另一端称为rear；

操作

Create()：创建一个空的队列；

IsEmpty()：如果队列为空，返回true，否则返回false；

IsFull()：如果队列满，则返回true；否则返回false；

First()：返回队列的第一个元素；

Last()：返回队列的最后一个元素；

Add(x)：向队列中添加元素x；

Delete(x)：删除队首元素，并送入x；

}



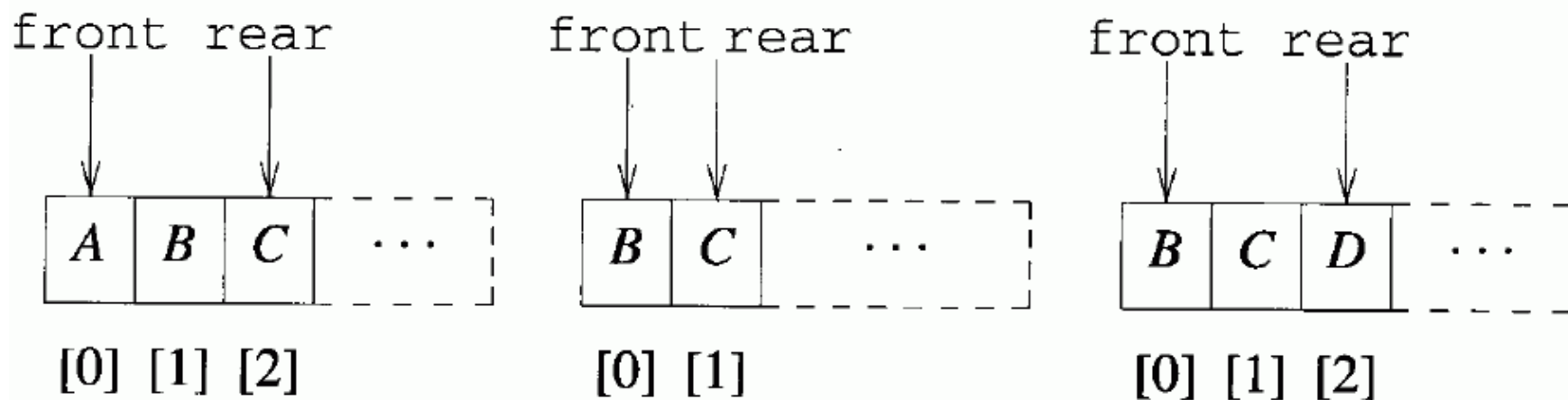
主要内容

- 队列的定义
- 队列的描述
 - 公式化描述
 - 链表描述
- 队列的应用
 - 火车车厢重排



公式化描述

- 思路1：在数组中从左至右依次存储



- 第一个元素保存在queue[0]
- 第二个在queue[1], ...,
- 第rear + 1个在queue[rear]



思路1（续）

- $\text{location}[i] = i - 1$
- $\text{front} \equiv 0$: 队首始终在数组第一个位置
- 队列长度: $\text{rear} + 1$
- 队列空: $\text{rear} == -1$



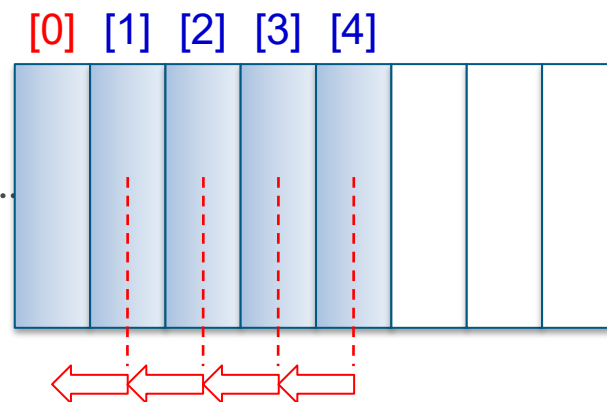
操作实现

- 添加元素

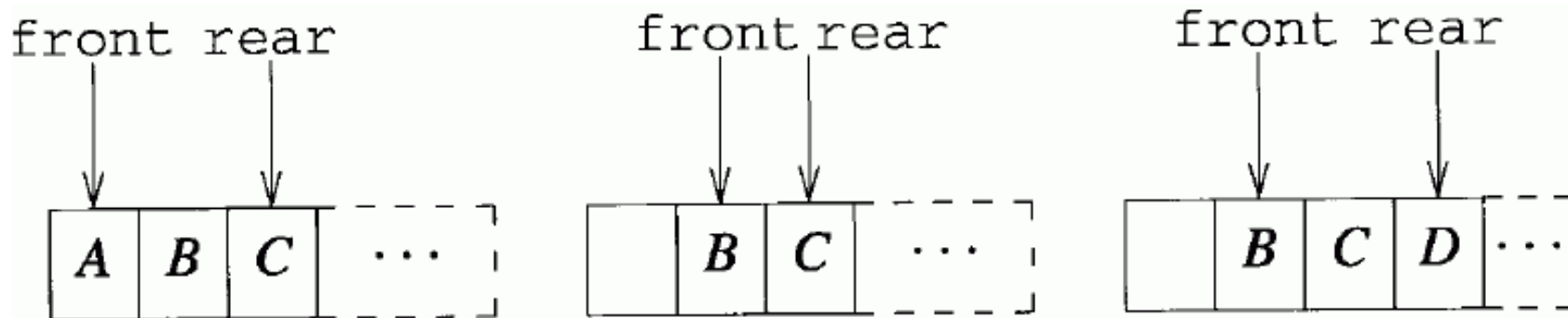
- $\text{rear}++$, 新元素 $\rightarrow \text{queue}[\text{rear}]$
- $O(1)$

- 删除元素

- $\text{queue}[1], \dots, \text{queue}[\text{rear}] \rightarrow \text{queue}[0], \dots, \text{queue}[\text{rear} - 1]$
- $\Theta(n)$
- 对比堆栈—— $\Theta(1)$



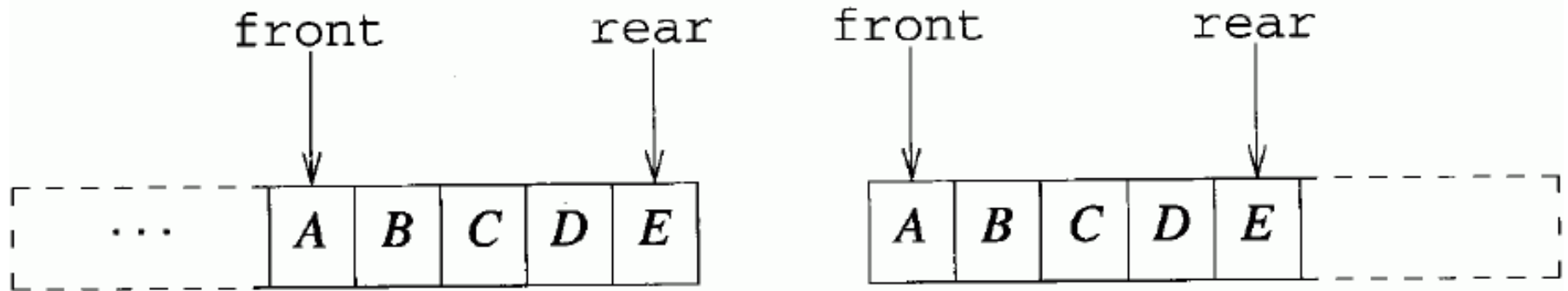
思路2：队列头也移动



- $\text{location}[i] = \text{front} + i - 1$
- 删除: $\text{front}++$, $\Theta(1)$
- 队列逐渐向数组尾部“移动”
- 队列空—— $\text{front} > \text{rear}$



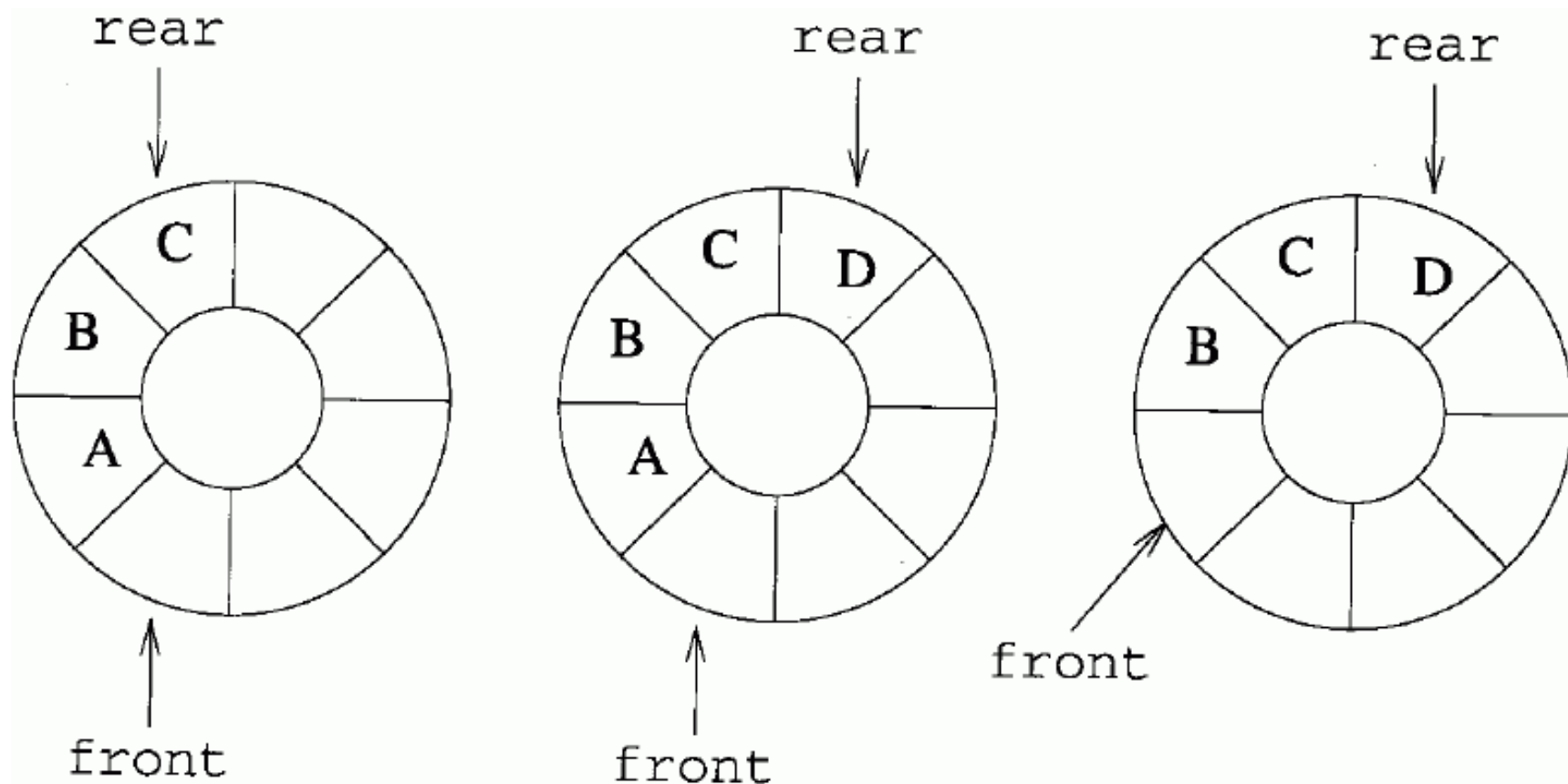
但是：队尾到达数组尾怎么办



- $\text{rear} == \text{MaxSize} - 1$ 时进行Add操作
 - $\text{front} > 0$
 - 队列移动到数组头部 ($\text{front} \leftarrow 0$)，再Add, $\Theta(n)$
 - $\text{front} == 0$, 失败
- 改进了Delete但Add变差，最坏情况仍为 $\Theta(n)$



思路3：循环数组描述方法



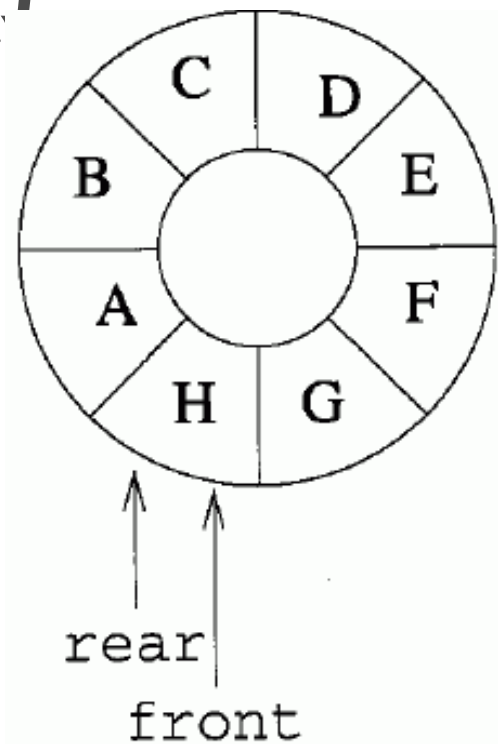
循环数组描述方法

- 把数组扭成环——首尾相连是关键
- 最后一个元素之后是第一个元素
- $\text{location}(i) = (\text{location}(1) + i - 1) \% \text{MaxSize}$
- $\text{front} = \text{location}(1) - 1$
- rear ——最后一个元素在数组中的位置
- 插入、删除均为 $\Theta(1)$



小问题：队列空和满的区分

- 队列空—— $\text{front} == \text{rear}$
- 队列满—— $\text{front} == \text{rear}$
- 混淆！
- 简单解决方法【最终方案】
 - 只允许最多 $\text{MaxSize}-1$ 个元素
 - 队列空： $\text{front} == \text{rear}$
 - 队列满： $\text{front} == (\text{rear} + 1) \% \text{MaxSize}$



队列的公式化描述

```
template<class T>
class Queue { // FIFO objects
public:
    Queue(int MaxQueueSize = 10);
    ~Queue() {delete [] queue;}
    bool IsEmpty() const {return front == rear;}
    bool IsFull() const {
        return (((rear + 1) % MaxSize == front) ? 1 : 0);}
    T First() const; // return front element
    T Last() const; // return last element
    Queue<T>& Add(const T& x);
    Queue<T>& Delete(T& x);
```



循环数组描述

private:

int front; //队首

int rear; // 队尾

int MaxSize; // 队列容量

T *queue; // element array

};



构造函数

```
template<class T>
```

```
Queue<T>::Queue(int MaxQueueSize)
```

```
{// Create an empty queue whose capacity
```

```
    MaxSize = MaxQueueSize + 1;
```

```
    queue = new T[MaxSize];
```

```
    front = rear = 0;
```

```
}
```

- T: 基本类型, $\Theta(1)$
T: 用户自定义类, $\Theta(\text{MaxSize})$

留出1个额外空间



First

```
template<class T>
T Queue<T>::First() const
{ // Return first element of queue. Throw
  // OutOfBounds exception if the queue is
  // empty.
  if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();
  return queue[(front + 1) % MaxSize];
}
```



Last

```
template<class T>
T Queue<T>::Last() const
{ // Return last element of queue. Throw
  // OutOfBounds exception if the queue is
  // empty.
  if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();
  return queue[rear];
}
```



插入操作

```
template<class T>
```

```
Queue<T>& Queue<T>::Add(const T& x)
```

```
{// Add x to the rear of the queue. Throw
```

```
// NoMem exception if the queue is full.
```

```
if (IsFull()) throw NoMem();
```

```
rear = (rear + 1) % MaxSize;
```

```
queue[rear] = x;
```

```
return *this;
```

```
}
```

请思考：当队列为空时，
插入的第一个元素在什么位置？



删除

```
template<class T>
```

```
Queue<T>& Queue<T>::Delete(T& x)
```

```
{// Delete first element and put in x. Throw
```

```
// OutOfBounds exception if the queue is  
empty.
```

```
if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();
```

```
front = (front + 1) % MaxSize;
```

```
x = queue[front];
```

```
return *this;
```

```
}
```



主要内容

- 队列的定义
- 队列的描述
 - 公式化描述
 - 链表描述
- 队列的应用
 - 火车车厢重排
 - 最短路径、识别图元

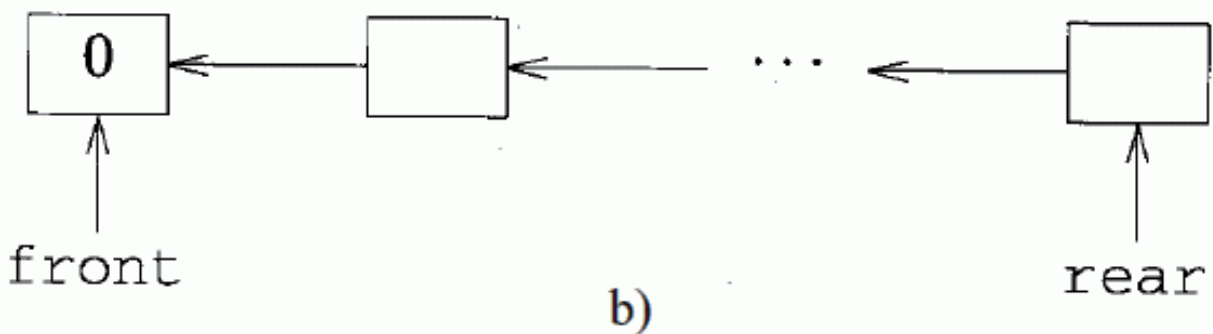
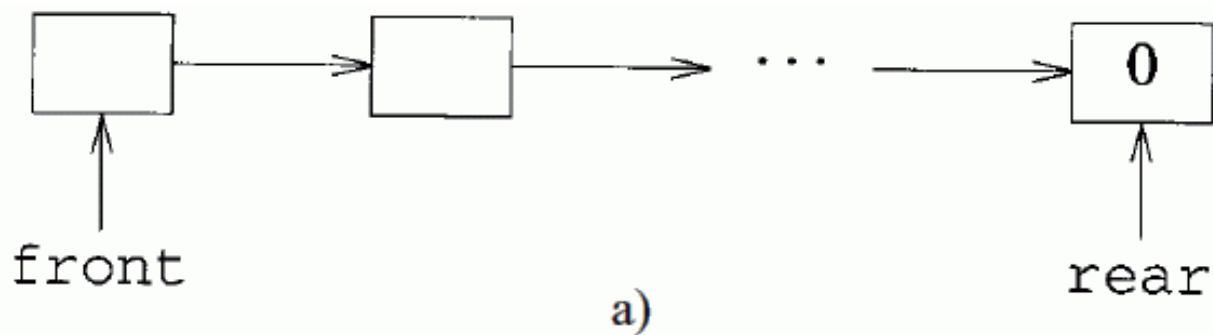


链表描述

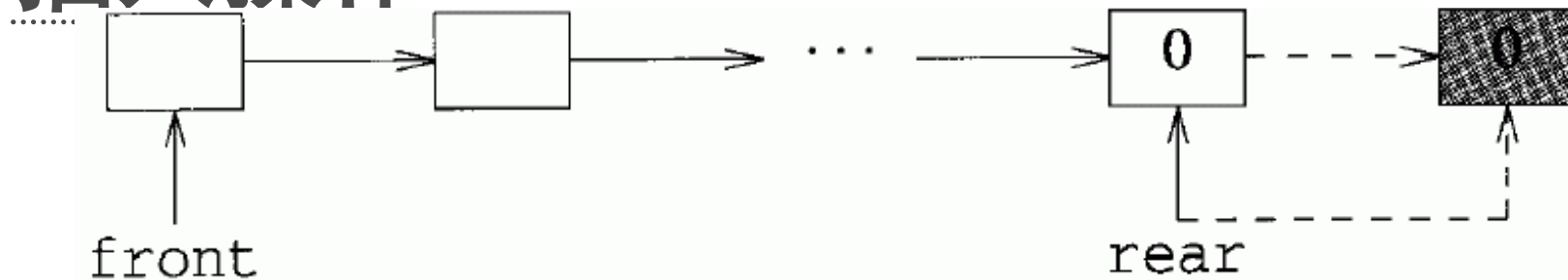
- 两种指针方向

- front \rightarrow rear

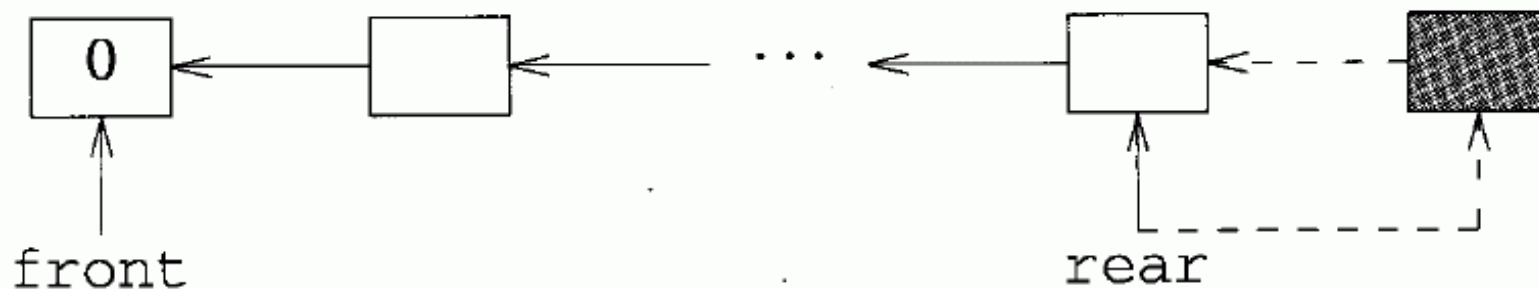
- rear \rightarrow front



插入操作



a)



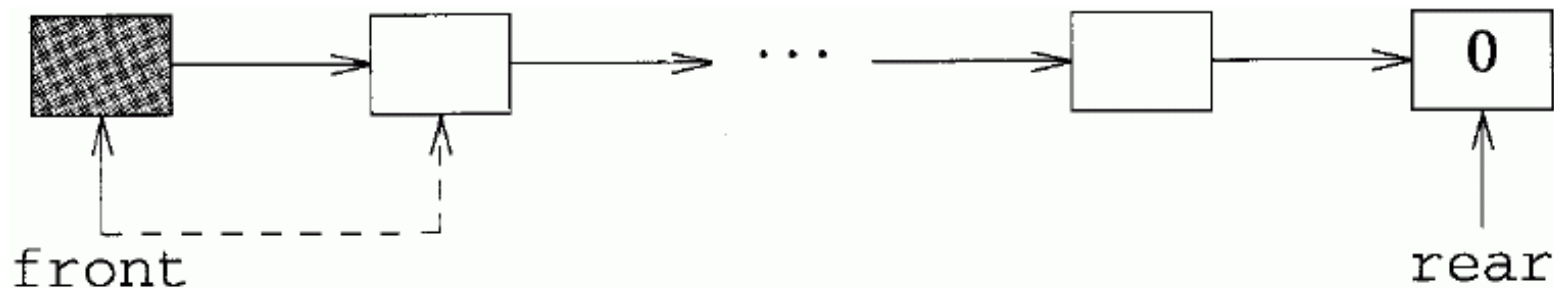
b)

- 同样高效, $\Theta(1)$

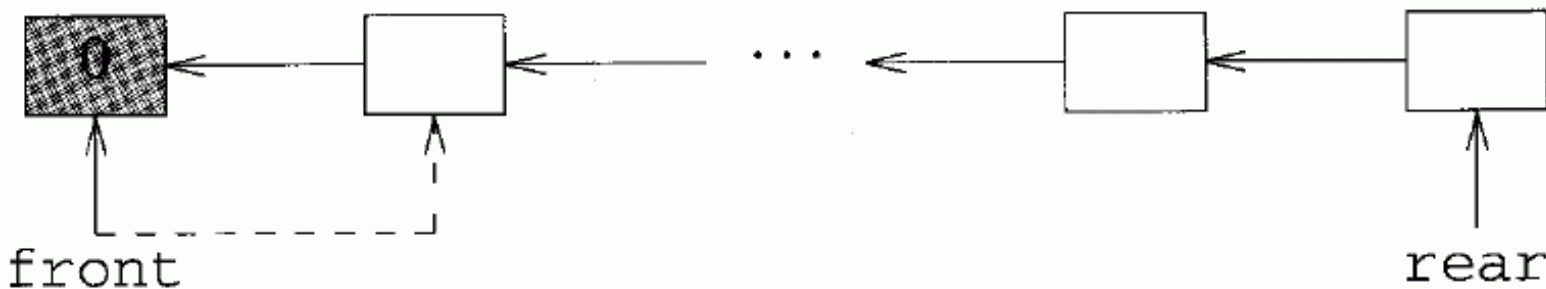


删除操作

因Delete操作的复杂性差异，
故选择front→rear的链接方式



a)



b)

- front→rear $\Theta(1)$, rear→front $\Theta(n)$



LinkedList类

```
template<class T>
class LinkedList {
// FIFO objects
public:
    LinkedList() {front = rear = 0;}
    ~LinkedList(); // destructor
    bool IsEmpty() const
        {return ((front) ? false : true);}
    bool IsFull() const;
    T First() const; // return first element
    T Last() const; // return last element
```



LinkedList类

```
LinkedList<T>& Add(const T& x);
```

```
LinkedList<T>& Delete(T& x);
```

```
private:
```

```
Node<T> *front; // pointer to first node
```

```
Node<T> *rear; // pointer to last node
```

```
};
```



与公式化队列相比，减少了两个数据成员：**MaxSize**和***queue**



析构函数

```
template<class T>
```

```
LinkedList<T>::~~LinkedList()
```

```
{// Queue destructor. Delete all nodes.
```

```
    Node<T> *next;
```

```
    while (front) {
```

```
        next = front->link;
```

```
        delete front;
```

```
        front = next;
```

```
    }
```

```
}
```

析构函数与许多基于链表的数据结构都相似



IsFull

```
template<class T>
bool LinkedListQueue<T>::IsFull() const
{ // Is the queue full?
    Node<T> *p;
    try {p = new Node<T>;
        delete p;
        return false;}
    catch (NoMem) {return true;}
}
```



First

```
template<class T>  
T LinkedListQueue<T>::First() const  
{// Return first element of queue. Throw  
// OutOfBounds exception if the queue is  
empty.  
  if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();  
  return front->data;  
}
```



Last

```
<class T>  
T LinkedListQueue<T>::Last() const  
{// Return last element of queue. Throw  
// OutOfBounds exception if the queue is  
empty.  
if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();  
return rear->data;  
}
```



插入操作

```
template<class T>
LinkedQueue<T>&
LinkedQueue<T>::Add(const T& x)
{
    Node<T> *p = new Node<T>;
    p->data = x;
    p->link = 0; //新建1节点并赋值
    if (front) rear->link = p;
    else front = p;
    rear = p;
    return *this;
}
```

两种情况:

队列不为空

队列为空



删除

```
template<class T>
LinkedQueue<T>&
LinkedQueue<T>::Delete(T& x)
{
    if (IsEmpty()) throw OutOfBounds();
    x = front->data; // 备份当前队首节点值
    Node<T> *p = front;
    front = front->link; // 确定新的队首
    delete p; // 释放原队首的空间
    return *this;
}
```



小结

- 队列的两种实现方式

	公式化	链表
Create()	$\Theta(1) / \Theta(\text{MaxSize})$	$\Theta(1)$
Destroy()	$\Theta(1) / \Theta(\text{MaxSize})$	$\Theta(n)$
IsEmpty()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
IsFull()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
First()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
Last()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
Add()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
Delete()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$



课堂练习

- 某队列允许在其两端进行入队操作，但仅允许在一端进行出队操作。设入队顺序是 abcde，则不可能得到的出队顺序是

_____。

A. bacde

B. dbace

C. dbcae

D. ecbad



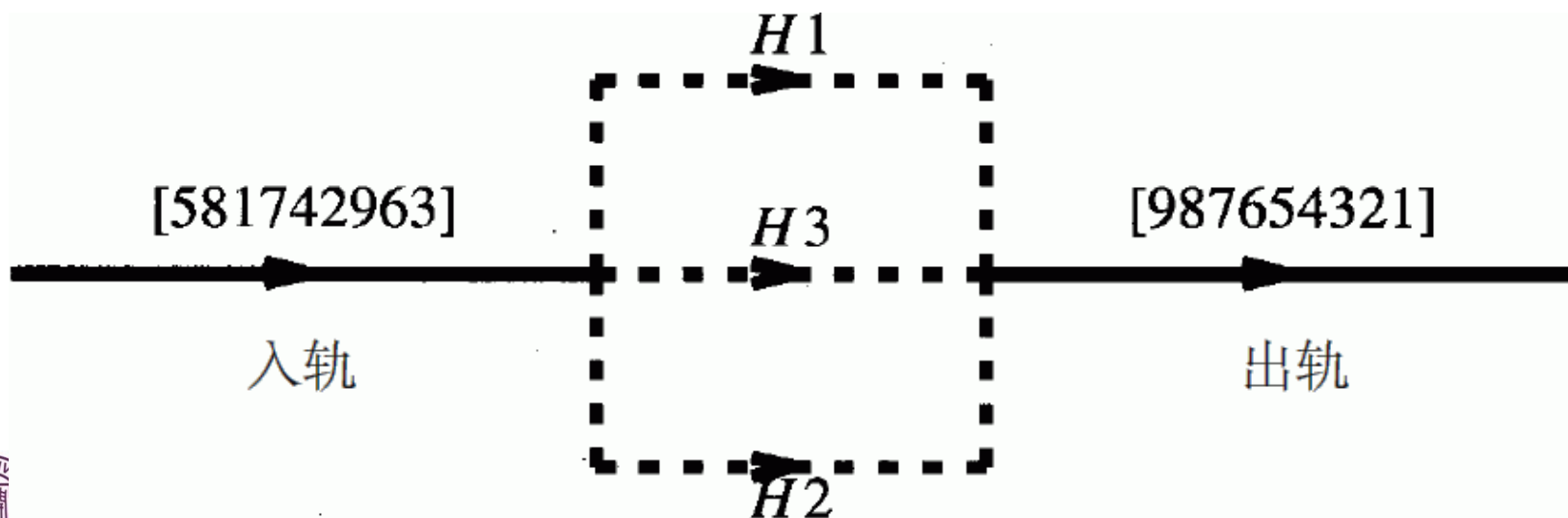
主要内容

- 队列的定义
- 队列的描述
 - 公式化描述
 - 链表描述
- 队列的应用
 - 火车车厢重排



火车车厢重排问题

- 缓冲铁轨按FIFO方式工作
- 也只允许：入轨→缓冲，缓冲→出轨
- H_k 为入轨→出轨的直通轨，可用来缓冲的为 $H_1 \sim H_{k-1}$



例子

3: 次序不对, \rightarrow H1

6: 次序不对, >3 , \rightarrow H1

9: 次序不对, >6 , \rightarrow H1

2: 次序不对, <9 , \rightarrow H2

4: 次序不对, >2 , \rightarrow H2

7: 次序不对, >4 , \rightarrow H2

H1

	9	6	3
--	---	---	---

5	8	1							H3								
---	---	---	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--

	7	4	2
--	---	---	---

H2



例子

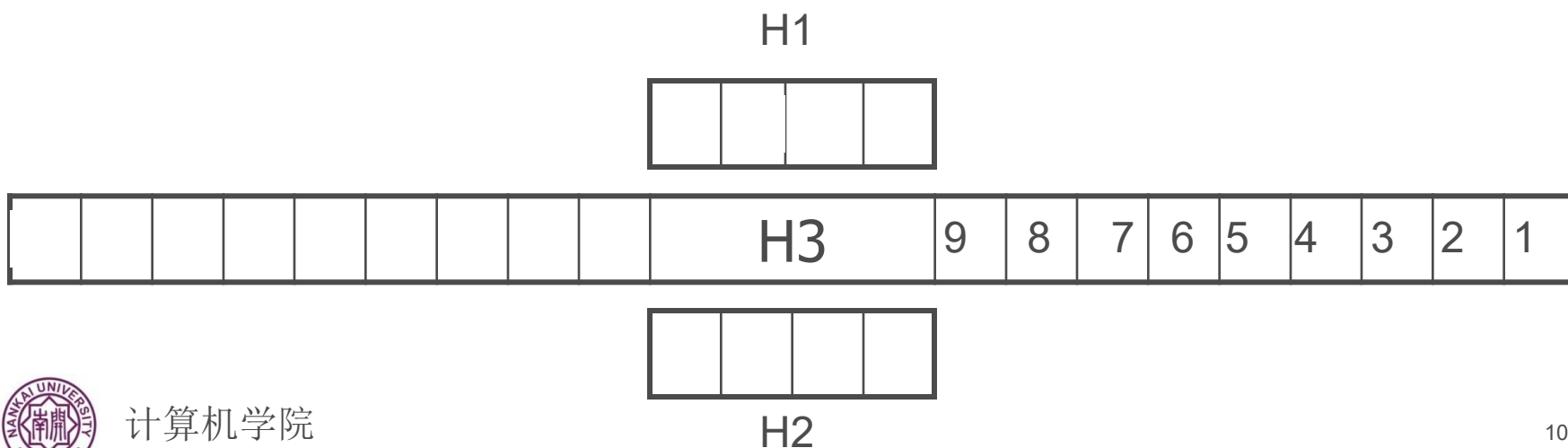
1: 次序对, → 出轨

2、3、4: → 出轨

8: 次序不对, $<9, >7$, → H2

5: 次序对, → 出轨

6、7、8、9: → 出轨



基于链表队列的重排函数

```
bool Railroad(int p[], int n, int k)
```

```
{
```

待排车厢

缓冲轨数

```
    LinkedQueue<int> *H; //链表队列数组，每个缓冲轨是  
                           一个基于链表的队列
```

```
    H = new LinkedQueue<int> [k];
```

```
    k--; //第k个缓冲轨不用
```

```
    int NowOut = 1; //当前应该出轨的车厢号
```

```
    int minH = n+1; //所有缓冲轨上最小的车厢号
```

```
    int minQ; //所有缓冲轨上最小的车厢号在哪个轨上?
```



基于链表队列的重排函数

```
for (int i = 1; i <= n; i++) //依次考查入轨上的每个车厢
{
    .....
    if (p[i] == NowOut) // 如果正好是要出轨的那节车厢
    { //首先令其出轨，然后从缓冲轨上出轨直至缓冲轨稳定
        cout << "Move car"<<p[i]<<" from input to output" << endl;
        NowOut++;
        while (minH == NowOut) { //该条件用于判断缓冲轨是否稳定
            Output(minH, minQ, H, k, n);
            NowOut++;
        }
    } //if结束时的状态：缓冲轨上的车厢均无法出轨
    else { //如果入轨上的当前车厢不能直接出轨，则将其放入缓冲轨
        if (!Hold(p[i], minH, minQ, H, k))
            return false;
    }
}
return true;
```



Output函数：一次缓冲轨→出轨

```
void Output(int& minH, int& minQ,  
    LinkedQueue<int> H[], int k, int n)  
{  
    int c;  
    H[minQ].Delete(c); //从缓冲轨上出列最小车厢  
    cout <<"Move car"<<minH<<"from holding track"<<minQ <<"to output"<<endl;  
    minH = n + 2;  
    for (int i = 1; i <= k; i++)  
    { //一次遍历，求取MIN( First() ), 从而更新minH和minQ  
        if (!H[i].IsEmpty())&&(c = H[i].First()) < minH) {  
            minH = c;  
            minQ = i;}  
    }  
}
```



Hold函数

要缓冲的车厢号

```
bool Hold(int c,int& minH, int &minQ,LinkedQueue<int> H[], int k)
{
    .....
    int BestTrack = 0,BestLast = 0, x;
    for (int i = 1; i <= k; i++) //通过循环确定最优缓冲轨
        if (!H[i].IsEmpty()) {
            x = H[i].Last();
            if (c > x && x > BestLast) {
                BestLast = x;  BestTrack = i;}
        }
        else if (!BestTrack) BestTrack = i;
    if (!BestTrack) return false; //如果所有缓冲轨都不能添加车厢c
    H[BestTrack].Add(c);
    cout<<"Move car " << c << " from input " << "to holding track " << BestTrack << endl;
    if (c < minH) //如果c添加到了一条空缓冲轨且c<minH
        {minH = c; minQ = BestTrack;}
    return true;
}
```

如果该缓冲轨上已有车厢:
观察其①可否添加? $c > x$
②是否最大? $x > \text{BestLast}$

只有非空缓冲轨都不行时,
才考虑当前为空的缓冲轨



我们学习了：

- 队列的定义和操作系统
- 队列的两种存储形式
 - 顺序、链表
- 队列的典型应用
 - 车厢重排



本章结束

