1.

1.

$$\mu[n]=\sum_{l=0}^{+\infty}\delta(n-l)$$

2.

$$R_3[n]=[1,1,1]$$
$$R_3[n-2]=[1,1,1]$$
$$R_3[n]=\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)=\sum_{l=0}^{2}\delta(n-l)$$
$$R_3[n-2]=\sum_{l=2}^{4}\delta(n-l)$$
$$5R_5[n-2]=5\sum_{l=2}^{6}\delta(n-l)$$
$$R_3[n]+3R_5[n-2]=6\sum_{l=2}^{4}\delta(n-l)+5\sum_{l=5}^{6}\delta(n-l)=[6,6,6,5,5]$$
$$n=2:6$$

3.

$$x[n]=[1,2,1,4]=\delta(n+1)+2\delta(n)+\delta(n-1)+4\delta(n-2)$$

4.

$$\delta(n)=\mu(n)-\mu(n-1)$$
$$\delta(n-3)=\mu(n-3)-\mu(n-4)$$
$$\delta(n+1)=\mu(n+1)-\mu(n)$$
$$\delta(n-3)+2\delta(n+1)=\mu(n-3)-\mu(n-4)+2\mu(n+1)-2\mu(n)$$

5.

$$R_3[n]=\mu(n)-\mu(n-3)$$
$$R_5[n]=\mu(n)-\mu(n-5)$$
$$R_5[n-2]=\mu(n-2)-\mu(n-7)$$
$$R_3[n]+5R_5[n-2]=\mu(n)-\mu(n-3)+5\mu(n-2)-5\mu(n-7)$$

6.

$$[1,2,1,4]=\delta(n+1)+2\delta(n)+\delta(n-1)+4\delta(n-2)$$

a. 分别将 $\delta(n)=\mu(n)-\mu(n-1)$ 平移带入，可得，利用 $\delta(n)$

b.

$$\begin{aligned}[1,2,1,4]=&[1,1,1,1]+[1]+[0,0,4]\\=&\mu(n+1)-\mu(n-3)+\mu(n)-\mu(n-1)+4\mu(n-2)-4\mu(n-3)\\=&\mu(n+1)+\mu(n)-\mu(n-1)-4\mu(n-2)-5\mu(n-3)\end{aligned}$$

7.

a.

$$R_3[n]-R_2[n]=[0,0,1]=\delta(n-2)$$
$$\delta(n)=R_3[n+2]-R_2[n+2]$$

b.

$$R_2[n]=[1,1]\to R_2[n-1]=[0,1,1]$$
$$R_3[n]-R_2[n-1]=[1]=\delta(n)$$

8.

由 7 可知

$$\delta(n)=R_3[n]-R_2[n-1]$$
$$\mu(n)=\sum_{l=0}^{+\infty}\delta(n-l)$$
$$\mu(n)=\sum_{l=0}^{+\infty}(R_3[n-l]-R_2[n-l-1])$$

2.

1.

$$\mu N=2\pi r$$
$$\frac{2}{9}\pi N=2\pi r$$
$$N=9r$$
$$r=1\text{ 时},N=9$$

2.

0 是低频，π 是高频，故 $\frac{2}{9}\pi\to$ 低频

3.

$$\cos\left(\frac{16}{9}\pi n+0.3\pi\right)$$

4.

$$\cos\omega n=\frac{e^{j\omega n}+e^{-j\omega n}}{2}$$
$$\cos\left(\frac{2}{9}\pi n+0.3\pi\right)=\frac{1}{2}(e^{j(\frac{2}{9}\pi n+0.3\pi)}+e^{-j(\frac{2}{9}\pi n+0.3\pi)})$$

3.

见课件

4.

计算 $x_1[n] = \cos\frac{2}{9}\pi N$ 与 $x_2[n] = \sin\frac{11}{13}\pi N$ 的频率，并讨论各自的高低频。

$$x_1: \frac{2}{9}\pi N = 2\pi r, N = 9r \rightarrow N = 9$$
$$x_2: \frac{11}{13}\pi N = 2\pi r, N = \frac{26}{11}r \rightarrow N = 26$$
$$x_2\text{周期} > x_1\text{周期}, x_2\text{频率} < x_1\text{频率}$$
$$\text{但}x_2: \omega_1 = \frac{11}{13}\pi \text{ 比 } \omega_2 = \frac{2}{9}\pi \text{ 更接近 } \pi, \text{其振荡频率更高}$$
$$\text{即 } dsp \text{ 中 } x_2 \text{ 是高频信号}$$

5.

1.

$$\begin{aligned} x(n) &= \cos\left(\frac{175}{70}\pi n\right) + \cos\left(\frac{245}{70}\pi n\right) + \cos\left(\frac{315}{70}\pi n\right) \\ &= \cos\left(\frac{5}{2}\pi n\right) + \cos\left(\frac{7}{2}\pi n\right) + \cos\left(\frac{9}{2}\pi n\right) \\ &= \cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) + \cos\left(\frac{3}{2}\pi n\right) + \cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) \\ &= 3\cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) \end{aligned}$$

2.

$$\forall n, \cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) = 0, x(n) = 0, \text{无输出}$$

a. 混叠

b. 输出消失

3.

$$\color{red}{f_3}$$
$$f > (\frac{315\pi}{2\pi}) \times 2, f > 315$$
$$\text{例：} \color{red}{f_t} \color{black} = 350\text{Hz}, \cos\left(\frac{175}{350}\pi n\right) + \cos\left(\frac{245}{350}\pi n\right) + \cos\left(\frac{315}{350}\pi n\right)$$
$$= \cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right) + \cos\left(\frac{7}{10}\pi n\right) + \cos\left(\frac{9}{10}\pi n\right)$$

4.

采样越高，单位时间采点越多，则存储计算压力越大。

6.

1.

线性，非时变

2.

线性，非时变

3.

$$
\begin{gathered}
h[n] = \delta(n) + 2\delta(n-1) + 3\delta(n-2) \\
h_2[n] = \alpha\delta(n) + \alpha^2\delta(n-1) + \ldots \\
= \sum_{l=1}^{\infty} \alpha^l \delta(n-l+1) \text{ or } \sum_{l=0}^{\infty} \alpha^{l+1}\delta(n-l)
\end{gathered}
$$

4.

是 FIR，是 IIR

7.

1.

见课件

$$
\begin{gathered}
x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k) \\
\delta(n-k) \xrightarrow{\text{LTI}} h(n-k) \\
x(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y(n) \\
\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k) \to \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k) = x(n) * h(n)
\end{gathered}
$$

2.

一个 LTI 有且只有一个 $h(n)$

一个 $h(n)$ 对应且只对应复数个 LTI，如果对应对应多个且多个效果相同。

8.

$$
\begin{aligned}
h(n) &= \delta(n-1) + \delta(n) - \delta(n+1) \\
&= [1, 1, -1] \\
&= [1, 0, -1] + [0, 1, 0]
\end{aligned}
$$

[0,1,0] 不变，[1,0,-1] 求特定边缘，求后相加。

有 $\delta(n+1)$ 非因果

9.

暂略

10.

1.

$$
\begin{aligned}
h &= h_1 * h_2 \\
&= (\delta(n) - \delta(n-1)) * (\mu(n) - \delta(n)) \\
&= \mu(n) - \delta(n) - \mu(n-1) + \delta(n-1) \\
&= \delta(n) - \delta(n) + \delta(n-1) \\
&= \delta(n-1)
\end{aligned}
$$

2.

$$
\begin{aligned}
h &= h_1 + h_2 \\
&= \delta(n) - \delta(n-1) + \mu(n) - \delta(n) \\
&= \mu(n) - \delta(n-1)
\end{aligned}
$$