

СССР



## ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К АВТОРСКОМУ СВИДЕТЕЛЬСТВУ

В. М. Шанников

### ВНЕЦЕНТРОИДНОЕ ГИПОЦИКЛОИДАЛЬНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ С ВНУТРЕННИМИ ПРОФИЛЯМИ

Заявлено 3 августа 1950 г. за № 432501 в Гостехнику СССР

При конструировании планетарных редукторов, обладающих высоким коэффициентом полезного действия при значительных передаточных отношениях, существенное значение имеет продолжительность зацепления, определяющая величину контактных напряжений на поверхностях элементов внутреннего зацепления.

Предлагаемое внецентроидное гипоциклоидальное зацепление по сравнению с известными зацеплениями — эвольвентным, внецентроидным циклоидальным, внецентроидным цевочным эпициклоидальным и внецентроидным цевочным гипоциклоидальным — позволяет увеличить продолжительность зацепления и уменьшить контактные напряжения на поверхностях элементов внутреннего зацепления. Это достигается тем, что в качестве исходной кривой зубьев внешнего колеса принята растянутая гипоциклоида, а в качестве кривой зубьев внутреннего колеса принята сопряженная огибающая гипоциклоид при внешнем качении двух центроид.

На фиг. 1 и 2 изображено графическое построение внецентроидного гипоциклоидального зацепления с внутренними профилями.

Это построение и его теоретическое обоснование заключаются в следующем.

Если в качестве исходной кривой профиля зубьев внешнего колеса примем растянутую гипоциклоиду  $P_0F_2E_2$ , то для получения этой гипоциклоиды следует воспользоваться двумя окружностями: большой  $A$  и малой  $B$  (фиг. 1). При качении окружности  $B$  по окружности  $A$  точка  $P_0$ , связанная с  $B$ , но лежащая вне ее, будет описывать кривую  $P_0F_2E_2$ .

При полном цикле обкатывания, меняя значение переменного параметра  $\tau$  до  $360n \frac{Z_1}{Z_2}$  (где:  $Z_1$  — число зубьев внутреннего колеса,  $Z_2$  — число зубьев внешнего колеса), получим полную растянутую гипоциклоиду. Ее эквидистанта при образующей окружности  $R_{\text{ц}}$  служит профилем зубьев внешнего колеса.

Условием замкнутости кривой  $P_0F_2E_2$  является равенство:  $b = Z_1 h$ ;

$$a = b + h \text{ и } Z_2 = Z_1 + 1$$

где:  $b$  — радиус центроиды внутреннего колеса,  $a$  — радиус центроиды внешнего колеса,  $h$  — эксцентриситет окружностей  $A$  и  $B$ .

Уравнение растянутой гипоциклоиды:

$$x_1 = h \cdot \cos \tau + R_1 \frac{h}{b} \cdot \cos \tau.$$

$$y_1 = h \cdot \sin \tau + R_1 \frac{h}{b} \sin \tau,$$

где:  $\tau$  — переменный параметр в градусах;

$R_1$  — радиус делительной окружности внутреннего колеса. Соответственно уравнение кривой  $P_0F_2^1E_2^1$  эквидистантного профиля будет:

$$\xi = x_1 + \frac{R_{\text{ц}} y_1^1}{\sqrt{x_1^{12} + y_1^{12}}} : \eta = y_1 - \frac{R_{\text{ц}} x_1^1}{\sqrt{x_1^{12} + y_1^{12}}}$$

Для образования профиля зубьев внутреннего колеса примем способ построения сопряженной огибающей, когда даны две центроиды  $A$  и  $B$  и кривая  $P_0^1F_2^1E_2^1$  профиля зуба колеса  $A$ .

Для получения сопряженного профиля внутреннего колеса  $B$  (фиг. 2) поворачивают внешнюю окружность  $A$  в различные положения по отношению к внутренней окружности  $B$  и для каждого положения вычерчивают кривую  $P_0^1F_2^1E_2^1$ . Огибающая этих кривых дает сопряженный профиль зубьев внутреннего колеса  $B$ .

Для упрощения решения задачи по отысканию уравнений профиля зубьев внутреннего колеса предварительно найдем уравнение огибающей к растянутой гипоциклоиде  $P_0F_2E_2$ , после чего найдем уравнение кривой  $P_0^1F_2^1E_2^1$  профиля внутреннего колеса.

Для определения уравнения огибающей рассмотрим две близкие кривые семейства. Уравнение растянутой гипоциклоиды в системе  $x, y$  (фиг. 2) примет вид:

$$x = x_1 \cos \frac{h}{a} t - y_1 \sin \frac{h}{a} t - (a - b) \cdot \cos t = \psi(\tau_1 \cdot t)$$

$$y = x_1 \sin \frac{h}{a} t + y_1 \cos \frac{h}{a} t - (a - b) \sin t = \Psi(\tau_1 \cdot t).$$

где  $\tau$  — переменный параметр, определяющий положение точки на кривой  $P_0F_2E_2$  в системе  $x_1y_1$ ;  $t$  — переменный параметр, определяющий положение самой кривой в системе  $x, y$ .

Уравнение, связывающее  $\tau$  и  $t$ , как известно, имеет вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \frac{\partial \psi}{\partial t} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = 0$$

Тогда уравнение огибающей примет вид:

$$\begin{aligned}x &= \psi(\tau_1 t), \\y &= \varphi(\tau_1 t), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} - \frac{\partial \Psi}{\partial t} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial \tau} &= 0.\end{aligned}$$

В развернутом виде уравнение огибающей будет:

$$\begin{aligned}x &= (a-b) \cos \left( \tau - \frac{a-b}{a} \cdot t \right) + R_1 \cos \left( \frac{a-b}{b} \tau + \frac{a-b}{a} \cdot t \right) - \\ &\quad - (a-b) \cos t, \\ y &= -(a-b) \sin \left( \tau - \frac{a-b}{a} \cdot t \right) + R_1 \sin \left( \frac{a-b}{b} \tau + \frac{a-b}{a} \cdot t \right) - \\ &\quad - (a-b) \sin t, \\ \frac{R_1}{b} \sin \frac{a}{b} \tau - \sin \left( \tau + \frac{b}{a} t \right) + \frac{R}{b} \sin \left( \frac{b}{a} t - \frac{a-b}{b} t \right) &= 0.\end{aligned}$$

Точка соприкосновения огибающей с исходной растянутой гипоциклоидой находится при  $t=0$ .

Значение параметра  $\tau$  точек соприкосновения может быть найдено из уравнения связи, приведенного к виду

$$\begin{aligned}\frac{R}{b} \sin \frac{a}{b} \tau - \sin \tau - \frac{R_1}{b} \sin \frac{a-b}{b} \tau &= \sin \frac{\tau}{2} \left( \frac{R_1}{b} \cos \frac{2a-b}{2b} \tau - \right. \\ &\quad \left. - \cos \frac{\tau}{2} \right) = 0.\end{aligned}$$

При этом число касаний, равное числу зубьев  $Z_1$ , найдется из формул:

$$\sin \frac{\tau}{2} = 0 \text{ или } \tau = 2\pi n$$

где  $n$  — любое число 0, 1, 2, 3...  $Z_1$ .

Значение  $\tau$  для второй точки пары сопряженных зубьев (точки  $K_1, K_2, \dots, K_n$ ) (фиг. 2) получим из уравнения:

$$\frac{R_1}{b} \cos \frac{2a-b}{2b} \tau - \cos \frac{\tau}{2} = 0.$$

Это уравнение приводится к известной формуле:

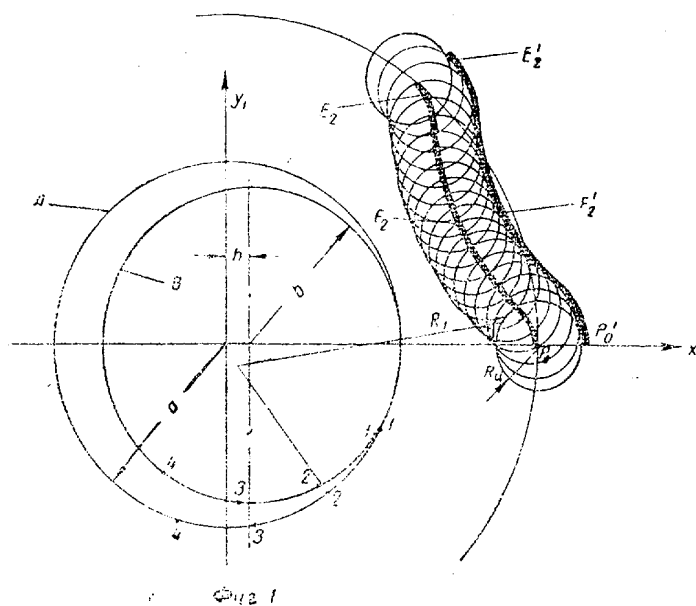
$$\begin{aligned}N \cos n \tau_1 - \cos m \tau_1 &= N \left[ \cos n \tau_1 - \left( \frac{n}{2} \right) \cdot \sin^2 \tau_1 \cos^{n-2} \tau_1 + \right. \\ &+ \left( \frac{n}{4} \right) \sin^4 \tau_1 \cos^{n-4} \tau_1 - \dots \left. \right] - \left[ \cos m \tau_1 - \frac{m}{2} \cdot \sin^2 \tau_1 \cos^{m-2} \tau_1 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{m}{4} \sin^4 \tau_1 \cdot \cos^{m-4} \tau_1 - \dots \right].\end{aligned}$$

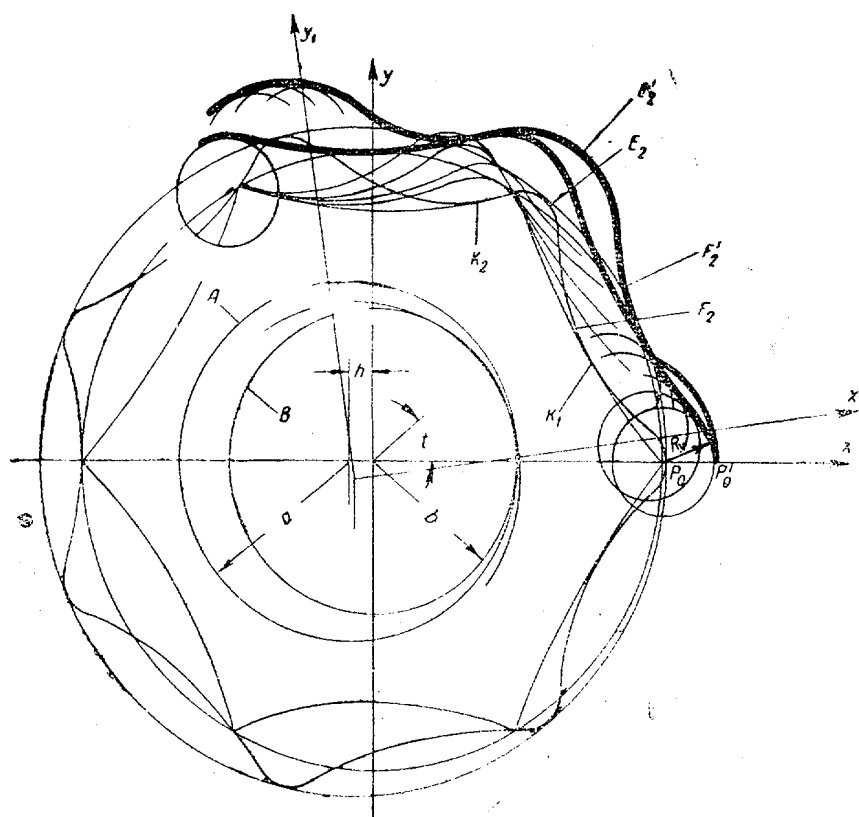
Значение  $\tau$  может быть также получено построением графиков:

$$\frac{R_1}{b} \sin \frac{a}{b} \tau; -\sin \tau; -\frac{R_1}{b} \cdot \sin \frac{a-b}{b} \tau.$$

#### Предмет изобретения

Внецентроидное гипоциклоидальное зацепление с внутренними профилями, отличающееся тем, что, с целью увеличения продолжительности зацепления в качестве исходной кривой зубьев внешнего колеса принята растянутая гипоциклоида, а в качестве кривой зубьев внутреннего колеса принята сопряженная огибающая гипоциклоид при внешнем качении одной центроиды по другой.





Фиг. 2

Редактор В. М. Парнес Техред А. А. Кудрявицкая Корректор Н. В. Щербакова

Подп. к печ. 21/III-62 г. Формат бум. 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>

Объем 0,44 изд. л.

Зак. № 9413

Тираж 200

Цена 5 коп.

ЦБТИ при Комитете по делам изобретений и открытий  
при Совете Министров СССР  
Москва, Центр. М. Черкасский пер., д. 2/6.

Орловская областная типография «Труд», г. Орел, ул. Ленина, 1.