

Introducción

Los modelos de contagio complejo, popularizados por Granovetter (1978) y Watts (2002), han sido una herramienta fundamental para entender la difusión de comportamientos que requieren la adopción de ideas y, por ende, refuerzo social. Su pilar central es el concepto de umbral de adopción (*threshold*), una regla determinista que postula que un individuo adopta una innovación si la fracción de sus vecinos que ya lo han hecho (m/k) supera un valor predefinido (θ). Sin embargo, este formalismo se basa en una premisa de información perfecta al asumir que los agentes pueden conocer inequívocamente el estado de todos sus vecinos.

Kobayashi (2023) afirma que esta premisa es poco realista en la mayoría de los contextos sociales, donde la información es incompleta y parcial, para proponer un modelo que incorpora el “ruido” en la información recibida. En este sentido, Kobayashi propone que es la incertidumbre respecto a la evidencia lo que insta un proceso de inferencia estadística en los agentes, por lo que la reacción del agente no depende de la cantidad real de adoptantes (m/k) sino que de la percepción subjetiva de la misma (\tilde{m}/k)

Formalmente, la distinción entre ambos modelos se puede definir de la siguiente manera:

1. En el modelo clásico, la adopción del agente i (A_i) ocurre si se cumple la **regla de umbral determinista**, donde la exposición real supera el umbral del agente θ_i :

$$A_i = 1 \Leftrightarrow m/k > \theta_i$$

2. En el modelo de Kobayashi, el agente no observa $q = m/k$, sino una señal ruidosa \tilde{m} , modelada como una variable aleatoria de una distribución Binomial: $\tilde{m} \sim B(k, q)$. A partir de esta señal, el agente realiza una inferencia Bayesiana para obtener su creencia actualizada sobre q , la distribución a posteriori $f(q|\tilde{m})$. La decisión de adoptar obedece entonces a una **regla de umbral probabilístico**:

$$A_i = 1 \Leftrightarrow \text{Prob}(q > \theta_i | \tilde{m}) > 1 - \lambda$$

donde λ es un "umbral de acomodación" que representa la tolerancia del agente a la incertidumbre. Un λ bajo implica que el agente es más conservador y requiere un alto grado de certeza para adoptar.

El ejercicio que se describe para los fines de esta tarea académica busca explorar una posible explicación más realista del contagio complejo a través de un mecanismo basado en la incertidumbre que los agentes poseen respecto a la información, a diferencia de la perspectiva típica que utiliza umbrales teóricos. Esto implica la pregunta: ¿una regla de adopción probabilística permite predecir el contagio social de igual forma que una regla determinista?

A partir de este marco teórico, se formula la siguiente hipótesis principal:

- H1: Las curvas de difusión agregadas, generadas por un modelo de contagio complejo estándar basado en umbrales deterministas, son estadísticamente equivalentes a las generadas por un modelo alternativo donde la decisión de adopción se basa en la percepción ruidosa (incierto) que los agentes tienen respecto a sus vecinos.

Esta hipótesis se sustenta en la idea de que un mecanismo de decisión a nivel micro (la regla de adopción) puede ser reemplazado por otro más realista sin alterar significativamente el resultado macroscópico (la curva de contagio). Kobayashi (2023) demuestra analíticamente que la incertidumbre, formalizada como una señal binomial ruidosa sobre la fracción de adoptantes, puede inducir cascadas de contagio.

Metodología

De acuerdo con las bases teóricas previamente discutidas, las hipótesis serán puestas a prueba mediante la comparación de modelos de contagio. Se contrastarán redes simuladas, formulando el punto de referencia a partir de un modelo clásico con regla de adopción determinista contra una red que utiliza una regla de adopción probabilística.

El diseño experimental consiste en la simulación y comparación de estos dos modelos mediante un enfoque de Modelado Basado en Agentes. El análisis se implementará en el lenguaje de programación R (v4.4.3), utilizando principalmente el paquete `netdiffuseR` (Vega Yon & Valente, 2023) por su capacidad para simular procesos de difusión en redes y permitir la personalización de las reglas de contagio. Se simularán 1000 redes deterministas y 1000 redes probabilísticas.

La comparación de los modelos se ejecutará bajo un conjunto de parámetros iniciales, es decir, a partir de una misma red de tipo Watts-Strogatz con $n = 250$, grado base de $k = 8$ y una probabilidad de re-enlace de 0,10. La estandarización en la topología de la red, sumado al uso de una red estática permite afirmar que cualquier cambio observado será debido a la modificación en el mecanismo de adopción y no a variaciones en la estructura de la red. Otros criterios relevantes para la simulación corresponden al horizonte temporal, definido en $T = 30$, el umbral de adopción θ , extraído de una distribución uniforme con valores entre 0,1 y 0,5. Por último, en ambas simulaciones se seleccionará a un 5% de la población total de nodos como adoptante iniciales, específicamente aquellos con mayor grado, para asegurar condiciones de partida equivalentes.

La implementación de la condición de tratamiento, el modelo probabilístico inspirado en Kobayashi, se realiza de forma manual a través de un bucle que busca replicar el proceso de inferencia bayesiana en cada T . El flujo opera de la siguiente forma:

- 1) Cálculo de exposición real (q_t): Se calcula la exposición real de cada nodo a los adoptantes del período t , utilizando la función `exposure()` de `netdiffuseR`.
- 2) Generación de señal ruidosa (m_{tilda}): Para cada nodo, se simula una percepción ruidosa m_{tilda} extrayendo un valor de una distribución binomial $B(k, q_t)$, donde k es el grado del nodo y q_t su exposición real.
- 3) Inferencia Bayesiana: Se calcula la distribución a posteriori Beta para cada nodo. Se utiliza un prior no sesgado, cuyos parámetros se actualizan en cada período en

función de la exposición real q_t y el parámetro de precisión $BETA = 20$. El posterior se obtiene combinando este prior con la señal ruidosa m_{tilde} .

- 4) Regla de decisión probabilística: Un nodo decide adoptar si la probabilidad acumulada de su posterior hasta su umbral θ es menor que el parámetro de tolerancia $LAMBDA = 0.20$ ($pbeta(theta, ...) < LAMBDA$).
- 5) Monotonía: Se asegura que los nodos que ya han adoptado permanezcan en ese estado.

La métrica principal para la comparación será la curva de adopción acumulada, obtenida para ambos modelos. Se generará un gráfico comparativo mostrando ambas curvas. Adicionalmente, se calculará y reportará el porcentaje de adopción final alcanzado por cada modelo al final del horizonte temporal, como una medida cuantitativa del alcance de la difusión.

Resultados

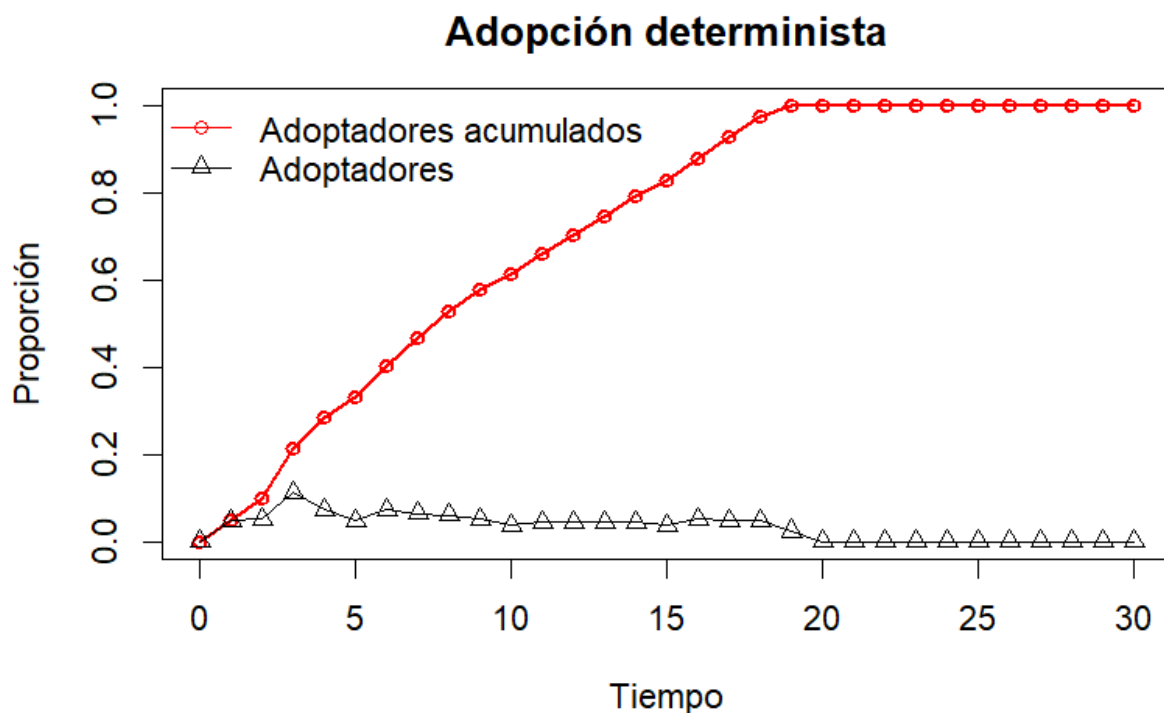


Fig 1. Curva de adopción de modelo clásico determinista. El gráfico ilustra la dinámica de contagio resultante de una simulación del modelo de umbral determinista. La simulación se ejecutó sobre una red Watts-Strogatz estática con 250 nodos. La línea roja con círculos (adoptadores acumulados) representa la curva de difusión, mostrando la proporción acumulada de la población que ha adoptado la innovación en cada período de tiempo. La línea negra con triángulos (adoptadores) muestra la tasa de adopción, es decir, la proporción de nuevos adoptantes en cada período. Para el tiempo 20 la totalidad de los nodos ya ha adoptado.

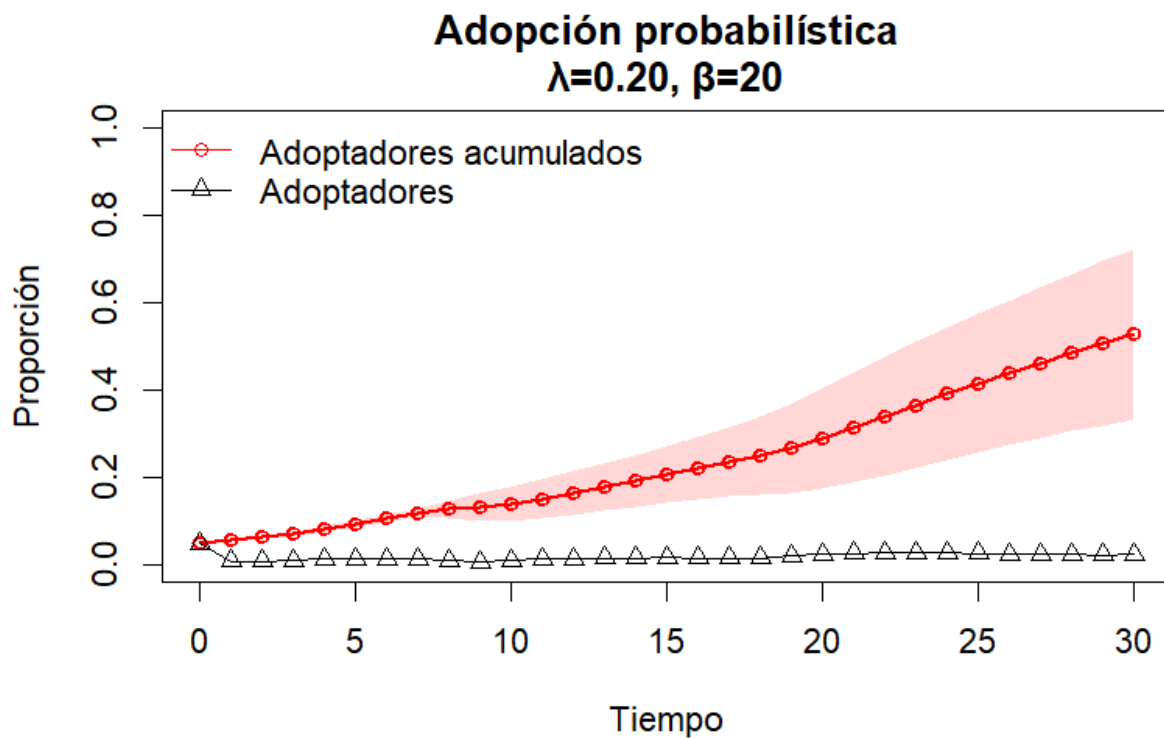


Fig 2. Curva de adopción de bajo modelo probabilístico de Kobayashi. El gráfico muestra la dinámica de difusión promedio resultante de 1000 simulaciones del modelo de umbral probabilístico, basado en el mecanismo de inferencia de Kobayashi (2023). Las simulaciones se ejecutaron sobre la misma topología de red Watts-Strogatz y con los mismos parámetros de agente que el modelo determinista. Los parámetros específicos del modelo de incertidumbre fueron una tolerancia a la incertidumbre $\lambda=0.20$ y un parámetro de precisión de la exposición $\beta=20$. La línea roja con círculos (adoptadores acumulados) representa la trayectoria promedio de la proporción de adoptantes a lo largo del tiempo. A diferencia del modelo determinista, la curva no alcanza la saturación total, llegando a poco más del 50% de la población al final del horizonte temporal. El área sombreada en rojo claro representa el intervalo de confianza del 95% para la curva de difusión, calculado a partir de las 1000 simulaciones. Esta área ilustra la variabilidad inherente al proceso estocástico. La tasa de adopción promedio (adoptadores, línea negra) se mantiene baja y relativamente constante, lo que indica un proceso de contagio mucho más lento y sostenido en el tiempo, en marcado contraste con el rápido despegue y agotamiento observado en el modelo determinista.

Estadístico	Umbrales - modelo determinista	Umbrales - modelo probabilístico
Mínimo	0.1038	0.1250
1er Cuartil	0.2042	0.3750
Mediana	0.2993	0.5000
Media	0.2978	0.4367
3er Cuartil	0.3968	0.5000
Máximo	0.4995	0.8750

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de las distribuciones de umbrales teóricos de los modelos determinista y probabilístico. La columna "Umbrales - modelo determinista" corresponde a los estadísticos de la distribución teórica Uniforme(0.1, 0.5) asignada a priori a los agentes. La columna "Umbrales - modelo probabilístico" resume los estadísticos de la distribución de umbrales efectivos, calculados a partir del comportamiento de los agentes en 1000 simulaciones del modelo de Kobayashi. El análisis de la tabla revela diferencias sistemáticas y significativas entre ambos conjuntos de umbrales. La media del umbral efectivo (0.4367) es considerablemente mayor que la del umbral teórico (0.2978), indicando que el modelo probabilístico induce un comportamiento promedio más conservador. Este efecto es aún más pronunciado en la mediana, que salta de 0.2993 a 0.5000, lo que significa que el 50% de los agentes en el modelo que incluye incertidumbre necesitaron una exposición real de al menos el 50% para adoptar. Adicionalmente, el rango de los umbrales efectivos (Min: 0.1250, Max: 0.8750) es mucho más amplio que el del modelo teórico, demostrando que la incertidumbre no solo desplaza el comportamiento promedio, sino que también aumenta su variabilidad.

Comparación de Distribuciones de Umbrales

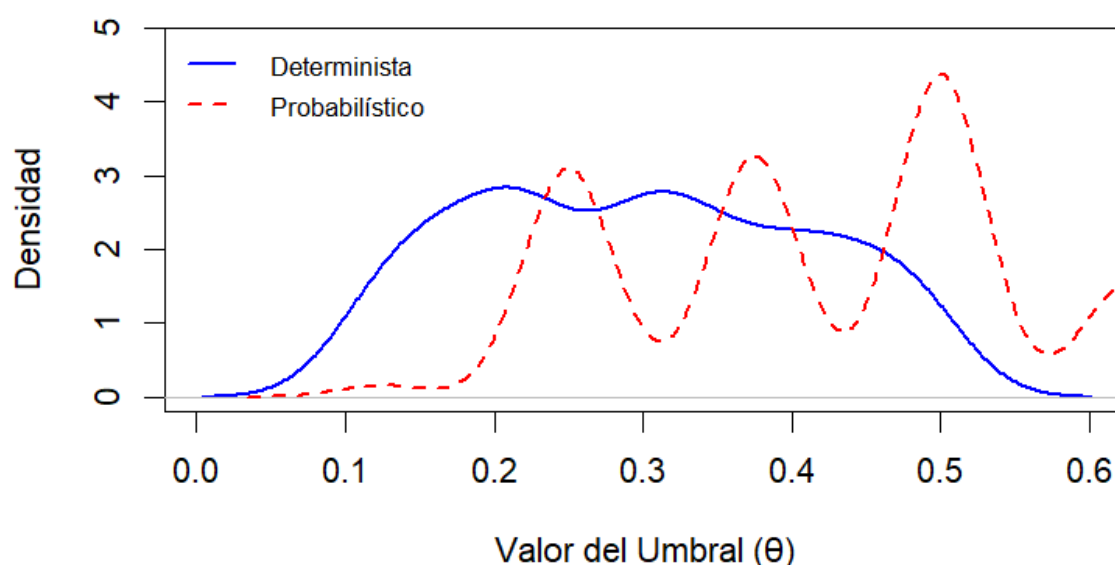


Figura 3. Comparación de distribuciones de umbrales. La línea azul continua ("Determinista") representa la densidad de la distribución de umbrales teóricos (θ) asignada a priori a los agentes. La línea roja discontinua ("Probabilístico") representa la densidad de la distribución de umbrales efectivos, derivados a partir del comportamiento de los agentes en 1000 simulaciones del modelo probabilístico.

Se observa un desplazamiento hacia la derecha de la distribución de umbrales efectivos, implicando valores más altos. Esto apuntaría a que la incertidumbre en la percepción genera un sesgo conservador, obligando a los agentes a requerir, en promedio, una mayor exposición real para adoptar de la que su umbral teórico sugeriría. Adicionalmente, mientras que la distribución teórica es unimodal, la distribución efectiva es marcadamente multimodal.

En conjunto, los análisis realizados demuestran y refuerzan que la regla de umbral probabilístico no es funcionalmente equivalente a la determinista bajo los mismos parámetros, sino que induce una dinámica de decisión fundamentalmente distinta y dependiente de la estructura de la red, favoreciendo la actitud conservadora de los agentes. De todas formas, este hallazgo empírico puede ser comprendido de igual forma bajo el marco teórico de Kobayashi (2023). El modelo probabilístico introduce un nuevo punto de fallo en la cadena de decisión del agente haciendo que no baste con que la exposición real sea alta, sino que la percepción subjetiva y la inferencia posterior deben generar un grado de certeza suficiente para superar el umbral de acomodación (λ). Como demostró el análisis de los umbrales efectivos, este mecanismo adicional se traduce en un comportamiento de adopción más exigente.

Sin embargo, es crucial matizar esta conclusión y comprender que los resultados se obtuvieron con un parámetro de precisión finito ($\beta = 20$). Siguiendo la propia argumentación de Kobayashi, el modelo determinista clásico puede ser entendido como el caso límite del modelo probabilístico cuando la incertidumbre tiende a cero ($\beta \rightarrow \infty$). En dicho límite, la

regla probabilística colapsa en la determinista. Por lo tanto, la conclusión no es que los modelos sean fundamentalmente irreconciliables, sino que la equivalencia sólo se alcanza en un escenario teórico de información perfecta. En cualquier contexto social realista, donde la información es inherentemente ruidosa (β es finito), se debe esperar una divergencia como la observada en nuestro estudio.

A manera de seguir explorando el comportamiento e implicancias de este modelo probabilísticos es posible proponer una profundización basada en un mapa de fase que explore sistemáticamente el espacio de parámetros (λ, β) , permitiendo cuantificar empíricamente la convergencia predicha por Kobayashi, determinando la velocidad a la que el modelo probabilístico se aproxima al determinista a medida que β aumenta. Adicionalmente, y considerando que este estudio se llevó a cabo simulando bajo una misma red, se plantea una posible exploración basada en la manipulación del grado medio de la red para revisar la magnitud de las variaciones en las dinámicas de adopción dependientes de la densidad y conectividad de la red.