

Homework 3

รหัสนิสิต:..... ชื่อ:.....

บริษัทแห่งหนึ่งมีเครื่อง super computer อยู่ 1 เครื่อง และ personal computer อยู่จำนวนมาก ในวันหนึ่ง บริษัทรับงานมา n งาน สมมติให้ $J = \{j_1, \dots, j_n\}$ เป็นเซตของงานทั้งหมดที่รับมา แต่ละงาน j_i ใด ๆ นั้นจำเป็นต้องทำการ preprocess บนเครื่อง super computer ติดต่อกันเป็นเวลา s_i หลังจากนั้นนำไปรันต่อบน personal computer เครื่องใดก็ได้ติดต่อกันเป็นเวลา f_i จึงจะถือว่าเสร็จสิ้นการทำงาน (ทุกงานจะต้องทำ preprocess บน super computer ก่อนรันบน personal computer)

เนื่องจากบริษัทมี personal computer จำนวนมาก (อย่างน้อย n เครื่อง) การทำงานส่วนท้ายที่ต้องรันบน personal computer จะสามารถทำขนานกันได้ทุกงาน กล่าวคือ การรันส่วนท้ายของทุกงานสามารถดำเนินการในเวลาเดียวกันได้ อย่างไรก็ดี เครื่อง super computer นั้นสามารถทำงานได้ทีละงานเท่านั้น

ทางบริษัทวางแผนในการจัดตารางดังนี้ สมมติว่าบริษัทเลือกทำงานตามลำดับ j_1, j_2, \dots, j_n บริษัทจะให้ j_1 เริ่มงานบนเครื่อง super computer ที่เวลา $t = 0$ ซึ่งจะทำงานเสร็จที่เวลา $t = s_1$ จากนั้นจะนำงานดังกล่าวไปรันต่อที่ personal computer ทันที ซึ่งจะทำให้งาน j_1 เสร็จสิ้นการทำงานทั้งสองส่วนที่เวลา $t = s_1 + f_1$ ในขณะที่ j_1 ย้ายออกจาก super computer ที่เวลา $t = s_1$ นั้น งาน j_2 จะถูกส่งเข้าทำงานบน super computer ที่เวลา $t = s_1$ เช่นเดียวกัน เมื่อ j_2 ทำงานบน super computer เสร็จสิ้นที่เวลา $s_1 + s_2$ ก็จะถูกนำออกไปรันต่อบน personal computer เครื่องใหม่ทันที และงาน j_3 จะมารันแทนที่บน super computer ต่อ เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ

บริษัทต้องการอัลกอริทึมในการจัดลำดับงานที่จะถูกส่งเข้าเครื่อง super computer ที่ทำให้เวลารวมในการทำงานทั้งหมด (เวลาที่ทุกงานเสร็จสิ้นการทำงานบน personal computer) มีค่าน้อยที่สุด

1. พิจารณาการจัดลำดับการทำงานโดยเรียงจากเวลาที่ต้องใช้บนเครื่อง super computer จากน้อยไปมาก กล่าวคือ เลือกทำงาน j_i ตามลำดับของเวลา preprocess s_i จากน้อยไปมาก จงแสดงตัวอย่างปัญหาที่การจัดลำดับดังกล่าวไม่ได้เวลาทำงานรวมน้อยที่สุดตามต้องการ (อธิบายด้วยว่าผลของการจัดลำดับดังกล่าวเป็นอย่างไร และการจัดลำดับที่ดีที่สุดเป็นอย่างไร)

2. จงออกแบบอัลกอริทึมในการจัดลำดับการทำงาน ที่ทำให้ได้เวลาทำงานรวมน้อยที่สุดเสมอ และพิสูจน์ความถูกต้องของอัลกอริทึมดังกล่าว
(คำแนะนำ: exchange argument)