

45

# 北京交通大学考试试题(A卷)

课程名称: 离散数学(A) II 学年学期: 2017-2018 学年第二学期  
 课程编号: 80L2070 开课学院: 计算机 出题教师: 课程组  
 学生姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 任课教师: \_\_\_\_\_  
 学生学院: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
阅卷人										

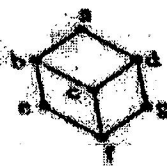
## 一、 选择题 (10 小题, 共 20 分)

- 下列关于循环群的命题不成立的是 ( )。
  - 循环群必是交换群
  - 循环群的子群是循环群
  - 素数阶群一定是循环群
  - 阶小于 5 的群一定是循环群
- 下列集合关于数的加法和乘法运算不能构成环的是 ( )。
  - 自然数集合
  - 整数集合
  - 有理数集合
  - 实数集合
- 设连通的简单平面图  $G$  中有 12 条边和 6 个面, 则  $G$  的顶点数为 ( )。
  - 6
  - 7
  - 8
  - 9
- 无向图  $G$  有 8 条边, 1 个 1 度顶点, 2 个 2 度顶点, 1 个 5 度顶点, 其余顶点的度数均为 3, 3 度顶点的个数是 ( )。
  - 1
  - 2
  - 3
  - 4
- 下面集合 ( ) 关于整除关系构成格。
  - $\{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$
  - $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$
  - $\{1, 2, 3, 5, 6, 15, 30\}$
  - $\{3, 6, 9, 12\}$



6. 如右图所示的哈斯图给出的偏序集中, 元素  $e$  和  $g$  的最小上界为 ( )。

A.  $b$       B.  $c$       C.  $a$       D. 不存在



7. 设无向图  $G$  与  $K_5$  同胚, 至少从  $G$  中删除 ( ) 条边才能使得所得到的图为平面图。

A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

8. 设  $\langle F, +, \times \rangle$  是整环, 则  $\langle F, +, \times \rangle$  不一定是 ( )。

A. 可交换环      B. 无零因子环      C. 含么环      D. 域

9. 下列数组中, 不能构成无向图的度数列的数组是 ( )。

A.  $(1, 1, 1, 2, 3)$       B.  $(1, 2, 3, 4, 5)$       C.  $(2, 2, 2, 2, 2)$       D.  $(1, 3, 3, 3)$

10. 设无向图  $G$  的点连通度  $\kappa=4$ , 最小度  $\delta=6$ , 则边联通度  $\lambda$  不可能是 ( )。

A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

## 二、 填空 (5 小题, 共 20 分)

11. 设  $S$  是非空有限集合, 代数系统  $(P(S), \cup, \cap)$  中,  $P(S)$  对  $\cup$  运算的零元是 \_\_\_\_\_,  $P(S)$  对  $\cap$  运算的单位元是 \_\_\_\_\_。

12. 设  $H = \{0, 6\}$ ,  $\langle H, +_{12} \rangle$  是群  $\langle \mathbb{Z}_{12}, +_{12} \rangle$  的子群, 其中  $\mathbb{Z}_{12} = \{0, 1, 2, \dots, 11\}$ ,  $+_{12}$  是模 12 加法, 则  $H$  的指数是 \_\_\_\_\_, 元素 4 的阶是 \_\_\_\_\_。

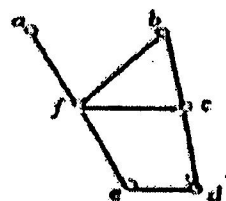
13. 在有补格  $\langle L, \wedge, \vee, 0, 1 \rangle$  中,  $a, b \in L$ , 如果  $a, b$  互为补元, 则  $a \wedge b =$  \_\_\_\_\_  
当且仅当  $a \vee b =$  \_\_\_\_\_。



14.  $n(n \geq 2)$  阶无向完全图  $K_n$  有 \_\_\_\_\_ 条边.

当 \_\_\_\_\_ 时,  $K_n$  中存在欧拉回路.

15. 设给定图  $G$  (如右图所示), 则图  $G$  的点割集是 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_.



### 三、综合题 (8 小题, 共 60 分)

16. (8 分) 设  $A, B$  是群  $G$  的两个子群, 证明  $AB$  是  $G$  的子群的充要条件是  $AB=BA$ . ( $AB=\{ab|a \in A, b \in B\}$ )

17. (8 分) 设  $G$  是一交换群,  $n$  是任一正整数,  $H=\{x|x \in G \wedge |x| \text{ 是 } n \text{ 的因子}\}$ . 试问:  $H$  是否是  $G$  的子群? 为什么?

18. (8 分) 设  $G=\langle a \rangle$  是 12 阶循环群.

(1) 求出  $G$  的所有的生成元.

(2) 求出  $G$  的所有子群, 并画出子群格.

(3) 求出该子群格所有的 5 元子格. 同时判断该子群格 (不是 5 元子格) 是否分配格.

19. (6 分) 若有  $n$  个人, 每个人都恰有三个朋友, 证明  $n$  必为偶数.

20. (6 分) 设在通信中字母 A、B、C、D、E、F 出现的频率依次为 36%、18%、16%、15%、10%、5%, 试求传输这些字母的最优前缀码. 要求写出求解过程.

21. (8 分) 设  $G$  为具有  $n$  个顶点  $m$  条边的连通平面图, 且  $\deg(R_i) \geq l$ ,  $l \geq 3$ , 则  $m \leq l(n-2)/(l-2)$ .

22. (8 分) 设  $G$  是具有  $n$  个顶点的无向简单图, 其边数  $m > \frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ , 则  $G$  是半哈密顿图.



23. (8分) 图  $G=\langle V, E \rangle$ , 其中  $V=\{a, b, c, d, e\}$ ,  $E=\{(a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (b, e), (c, e), (c, d), (d, e)\}$ , 对应边的权值依次为 2、1、2、3、6、1、4 及 5, 试

(1) 画出  $G$  的图形;

(2) 写出  $G$  的邻接矩阵;

(3) 求出  $G$  权最小的生成树及其权值。

