

## 第 4 章

# 最適制御理論を用いた姿勢制御および速度制御

### 4.1 緒言

第 3 章で、非平面マルチロータヘリコプタの実現可能性が示された。本章では、ねじり型の回転運動および並進運動のそれぞれに独立に制御系を構築し、実機実験によって、制御系の有効性を確認するとともに、実現可能性および非平面マルチロータヘリコプタの有効性を実証する。

一般に、マルチロータヘリコプタの運動制御では、PID 制御 [26] や、バックステッピング法 [27] がある。PID 制御はフィードバック制御の最も一般的な手法であるが、パラメータチューニングにおいて、経験や試行錯誤的な要素が大きい。バックステッピング法は非線形制御手法の一種であり、制御対象のダイナミクスを数学モデルで表現し、制御を行うが、運動のモデル化や線形化が困難な場合がある。これらの手法の特徴を踏まえて、計算量が少ないと、ある程度安定性が保証されていること、モデル化誤差に対してロバストであることといった性質をもつ制御手法が望ましい。そこで、本研究では、モデルベースト制御の一種である最適制御を用いる。最適制御手法は制御系設計において重みの設定が必要ではあるが、制約条件がなく、積分器を含むことでモデル化誤差をある程度許容できる性質をもつ。この積分器を有する最適制御である LQI 制御を用いて、姿勢制御系および速度制御系を構築する [30]。

### 4.2 最適制御理論

最適制御理論とは、評価関数を最小とする最適制御入力を状態フィードバックの形で求める制御理論であり、レギュレータ問題を解く最適制御である [29]。

制御対象として多変数系などを扱うとき、安定性や応答の速さなどの応答特性という形で制御の目的が設定できない場合がある。そのとき、制御系の挙動に対する評価関数を設定し、それを最小化または最大化するような入力によって制御を行うことが考えられる。この制御入力を決定することが最適制御における設計思想である。したがって、最適制御において、目的関数をどのように設定するかが、もっとも重要な要因である。

評価関数を最小化する最適制御入力を状態フィードバックの形で求めるサーボ系に対する制御理論である LQI 制御系を設計する。LQI 制御は位相余裕 60 deg、ゲイン余裕が無限大という優れたロバスト性を有している。評価関数の重みの設定が一意でないが、制御が自由

度をもつことでもある.

いま,  $n$  次元 1 入力の可制御かつ可観測なシステムを考える.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \quad \mathbf{x} \in R^n, \quad u \in R \\ y &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad y \in R\end{aligned}\tag{4.1}$$

このシステムに対し, 目標値  $r$  と出力の偏差の積分  $e$  を定義する.

$$e(t) = \int_0^t \{r - y(\tau)\} d\tau\tag{4.2}$$

式 (4.2) を状態辺数に含んだサーボ拡大系状態方程式を式 (4.3) で表す.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r\tag{4.3}$$

式 (4.3) について状態量  $\mathbf{x}_s = [ \mathbf{x}^T, e ]^T$  と定義し, 係数をまとめると, 式 (4.4) が得られる.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \mathbf{x}_s &= \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{B}_s u + \mathbf{E} r \\ \mathbf{A}_s &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{4.4}$$

このサーボ拡大系に対して, 式 (4.5) に示す 2 次形式評価関数を最小にする状態フィードバックゲインを求める.

$$J = \int_0^\infty \left[ \mathbf{x}_s^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}_s(t) + u^T(t) \mathbf{R} u(t) \right] dt\tag{4.5}$$

ただし,  $\mathbf{Q}$  は非負定対象行列であり,  $\mathbf{R}$  は正定対象行列である. 評価関数の第 1 項は目標値からの誤差を表し, 第 2 項はエネルギーを表す.  $Q, R$  をスカラとすると,  $Q$  を大きくすると応答性が高くなるが制御入力が大きくなり,  $R$  を大きくすると制御入力が小さくなるが応答性が悪くなる. つまり,  $Q$  と  $R$  はトレードオフの関係にある.  $Q$  と  $R$  を決めることで評価関数を最小にする制御入力が一意に決まる.

ここでは, Brockett の方法で制御入力を導出する. まず,  $(\mathbf{A}_s, \mathbf{B}_s)$  が可制御で, 式 (4.5) の最小値が存在するには  $t \rightarrow \infty$  のとき  $\mathbf{x}_s(t) \rightarrow 0$  でなければならない. そこで, 正定対象行列  $\mathbf{P}$  について,

$$\begin{aligned}\int_0^\infty \frac{d}{dt} (\mathbf{x}_s^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(t)) dt &= \left[ \mathbf{x}_s^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(t) \right]_0^\infty \\ &= \mathbf{x}_s^T(\infty) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(\infty) - \mathbf{x}_s^T(0) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(0) \\ &= -\mathbf{x}_s^T(0) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(0)\end{aligned}\tag{4.6}$$

また,

$$\begin{aligned}\int_0^\infty \frac{d}{dt} (\mathbf{x}_s^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(t)) dt &= \int_0^\infty (\dot{\mathbf{x}}_s^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{x}_s^T(t) \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}}_s(t)) dt \\ &= \int_0^\infty \{(\mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{B} u)^T \mathbf{P} \mathbf{x}_s + \mathbf{x}_s^T \mathbf{P} (\mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{B} u)\} dt \\ &= \int_0^\infty \{ \mathbf{x}^T (\mathbf{A}_s^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_s) \mathbf{x}_s + u^T \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} \mathbf{x}_s + \mathbf{x}_s^T \mathbf{P} \mathbf{B}_s u \} dt\end{aligned}\tag{4.7}$$

式 (4.6), (4.7) から,

$$\int_0^\infty \{\mathbf{x}_s^T(t)(\mathbf{A}_s^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_s) \mathbf{x}_s(t) + u^T(t) \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{x}_s^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B}_s u(t)\} dt + \mathbf{x}_s^T(0) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(0) = 0 \quad (4.8)$$

式 (4.8) を式 (4.5) に加えると, 式 (4.9) が得られる.

$$\begin{aligned} J &= \mathbf{x}_s^T(0) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(0) \\ &\quad + \int_0^\infty [\mathbf{x}_s^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}_s(t) + u^T(t) \mathbf{R} u(t) \\ &\quad \quad + \mathbf{x}_s^T(t) \{(\mathbf{A}_s^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_s) \mathbf{x}_s(t) + u^T(t) \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{x}_s^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B}_s u(t)\}] dt \\ &= \mathbf{x}_s^T(0) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(0) \\ &\quad + \int_0^\infty [(u(t) + \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} \mathbf{x}_s(t))^T \mathbf{R} (u(t) + \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} \mathbf{x}_s(t)) \\ &\quad \quad + \mathbf{x}_s^T(t) \{(\mathbf{A}_s^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_s + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B}_s \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}) \mathbf{x}_s(t)\}] dt \end{aligned} \quad (4.9)$$

いま, 式 (4.10), (4.11) を満たすとき, 式 (4.9) の右辺第 2 項が 0 となり,  $J$  が最小となる.

$$u(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} \mathbf{x}_s(t) \quad (4.10)$$

$$\mathbf{A}_s^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_s + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B}_s \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} = 0 \quad (4.11)$$

つまり, 評価関数を最小にする制御入力は式 (4.12) となり, このときの, 評価関数の最小値は式 (4.13) となる. ただし,  $\mathbf{P}$  は式 (4.11) の Riccati 方程式の解である.

$$u(t) = -\mathbf{K} \mathbf{x}_s(t) = -[\mathbf{K}_1 \quad \mathbf{K}_2] \mathbf{x}_s(t), \quad \mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} \quad (4.12)$$

$$\min J = \mathbf{x}_s(0) \mathbf{P} \mathbf{x}_s(0) \quad (4.13)$$

式 (4.10) を式 (4.1) に用いた最適な閉ループ系は以下で得られる.

$$\dot{\mathbf{x}}_s(t) = (\mathbf{A}_s - \mathbf{B}_s \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P}) \mathbf{x}_s(t) \quad (4.14)$$

また, 式 (4.14) の閉ループ系の安定性について考える. 式 (4.11) を式 (4.10) を用いて書き直すと, 式 (4.15) が得られる.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_s^T \mathbf{P} - \mathbf{P}^T \mathbf{B}_s \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_s - \mathbf{P} \mathbf{B}_s \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} &= -\mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B}_s \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} \\ \mathbf{A}_s^T \mathbf{P} - \mathbf{K}^T \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_s - \mathbf{P} \mathbf{B}_s \mathbf{K} &= -\mathbf{Q} - \mathbf{P}^T \mathbf{B}_s \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_s^T \mathbf{P} \\ \mathbf{A}_s^T \mathbf{P} - (\mathbf{B}_s \mathbf{K})^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_s - \mathbf{P} (\mathbf{B}_s \mathbf{K}) &= -\mathbf{Q} - \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K} \\ (\mathbf{A}_s - \mathbf{B}_s \mathbf{K})^T \mathbf{P} + \mathbf{P} (\mathbf{A}_s - \mathbf{B}_s \mathbf{K}) &= -(\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K}) \end{aligned} \quad (4.15)$$

いま,  $\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K} > 0$ ,  $\mathbf{P} > 0$  であるため, Lyapunov の定理から  $\mathbf{A}_s - \mathbf{B}_s \mathbf{K}$  の固有値は漸近安定である [31]. つまり,  $\mathbf{Q} \geq 0$ ,  $\mathbf{R} > 0$  とすることで, 閉ループ系の安定性が保証される.

### 4.3 オブザーバ

最適制御入力を求めるとき、閉ループ制御においては、状態フィードバックによって、制御対象の出力や内部状態に基づいて制御則が決定されるが、実際の制御系では内部状態が直接観測できるとは限らない。また、センサノイズを低減するために、状態推定問題として、オブザーバによって観測可能な入力や出力から内部状態を推定しなければならない。制御系設計は、同定および推定結果に基づいて行われるので、制御理論と同定および推定理論を合わせて考える必要がある。

式(4.1)のシステムを考える。状態量の推定値を  $\hat{\mathbf{x}}$  とすると、以下の式が得られる。

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (4.16)$$

また、オブザーバの推定誤差は式(4.17)で定義され、式(4.18)が得られる。

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) &= \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ &= (\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)) - (\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t)) \\ &= \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}(t) \end{aligned} \quad (4.18)$$

ここでは、制御入力  $u(t)$  だけでなく、出力信号  $y(t)$  も利用し、出力信号とその推定値  $\hat{y}(t)$  の誤差を利用して推定誤差  $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$  を補正する同一次元オブザーバを構成する。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}_{obs}(y(t) - \hat{y}(t)) \\ &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}_{obs}(y(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)) \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) &= \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ &= (\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)) - \{\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}_{obs}(y(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t))\} \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{L}_{obs}\mathbf{C})\boldsymbol{\varepsilon}(t) \end{aligned} \quad (4.20)$$

可検出であれば、オブザーバゲイン  $\mathbf{L}_{obs}$  を選ぶことで推定値を状態に一致させることができる [32]。

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = e^{(\mathbf{A} - \mathbf{L}_{obs}\mathbf{C})t}\boldsymbol{\varepsilon}(t) \rightarrow 0 \implies \hat{\mathbf{x}}(t) \rightarrow \mathbf{x}(t) \quad (4.21)$$

つづいて、以上の同一次元オブザーバによる推定値を用いたコントローラを導出する [28]。式(4.20), (4.12)から、式(4.22)が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}_{obs}(y(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)) \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_1 - \mathbf{L}_{obs}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{L}_{obs}y(t) \end{aligned} \quad (4.22)$$

以上から、式(4.23)のオブザーバつきコントローラが導出できる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ e \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_1 - \mathbf{L}_{obs}\mathbf{C} & -\mathbf{B}\mathbf{K}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{obs} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} u \\ e \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_1 & -\mathbf{K}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.23)$$

このとき,  $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}$  であれば, 各モデルパラメータを式 (4.24) のように変換することで, 式 (4.25) となり, サーボ系に対するコントローラであることがわかる.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{obs} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_1 - \mathbf{L}_{obs}\mathbf{C} & -\mathbf{B}\mathbf{K}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{obs} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{obs} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{obs} = \begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix}, \\ \mathbf{y}_{obs} &= \begin{bmatrix} u \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{obs} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_1 & -\mathbf{K}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.24)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\mathbf{x}_s &= \mathbf{A}_{obs}\mathbf{x}_s + \mathbf{B}_{obs}\mathbf{u}_{obs} \\ \mathbf{y}_{obs} &= \mathbf{C}_{obs}\mathbf{x}_s\end{aligned}\quad (4.25)$$

以降, ここで導出したオブザーバつきコントローラを用いて制御系を構築する.

## 4.4 姿勢制御

最適制御理論によって, マルチロータヘリコプタの姿勢制御系を構築する.  $x, y, z$  軸まわりの Roll, Pitch, Yaw について独立に制御系を設計する. 最適制御理論に基づいたオブザーバつきコントローラを用いた姿勢制御系を設計する. はじめに, 制御系設計に用いる姿勢モデルを導出し, 続いて, そのモデルに対して最適制御器を設計する.

### 4.4.1 モデリング

3 章の変換行列  $T_{twisted}$  の形から, 各軸のトルクはそれぞれ独立に生成できるため, 操縦者の入力から角速度までのダイナミクスは Roll, Pitch, Yaw についてそれぞれ独立な 1 入力 1 出力システムとなり, それぞれ以下に示す伝達関数で近似することができる. いま, Roll, Pitch, Yaw について角速度指令値から機体角速度  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  までのダイナミクスを式 (4.26) に示す 2 次の伝達関数で近似する.

$$G_{\omega_b}(s) = \frac{K}{T_{\omega_b}^2 s^2 + 2\zeta T_{\omega_b} s + 1} \quad (4.26)$$

ここで,  $K, T_{\omega_b}, \zeta$  はモデルパラメータである. つづいて, 機体姿勢が十分小さい場合, 角速度と姿勢の関係は単純な積分で近似できるため, 角速度指令値から  $x, y, z$  軸の機体姿勢  $\phi, \theta, \psi$  までの伝達関数は次式となる.

$$G_\phi(s) = \frac{K}{s(T_{\omega_b}^2 s^2 + 2\zeta T_{\omega_b} s + 1)} \quad (4.27)$$

式中のモデルパラメータは, 角速度制御による飛行時の実験データを用いて同定する. Table 4.1 に同定されたパラメータを示す. また, Fig.4.1, 4.2, 4.3 はそれぞれ  $x, y, z$  軸方向のモデル出力と飛行実験で得られた実際の機体角速度の比較である. 各図中の青い破線が実験データ, 赤い実線がモデル出力をそれぞれ示している. 図より, モデル出力と実験データが精度よく一致しており, 導出したモデルが機体角速度のダイナミクスを正確に表現できていることがわかる. 図中, 高周波数帯のダイナミクスをモデルで再現しきれていないが, ここ

Table 4.1 Attitude model parameters of twisted non-planar multi-rotor helicopter

	Roll	Pitch	Yaw
$K$	1	1	1
$T_{\omega_b}$	0.083	0.083	0.083
$\zeta$	0.9	0.7	0.7

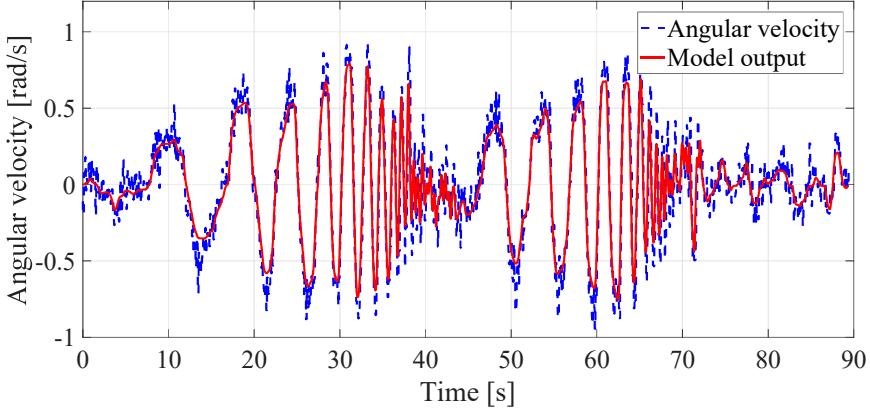


Fig. 4.1 Validation result of  $x$  angular velocity model

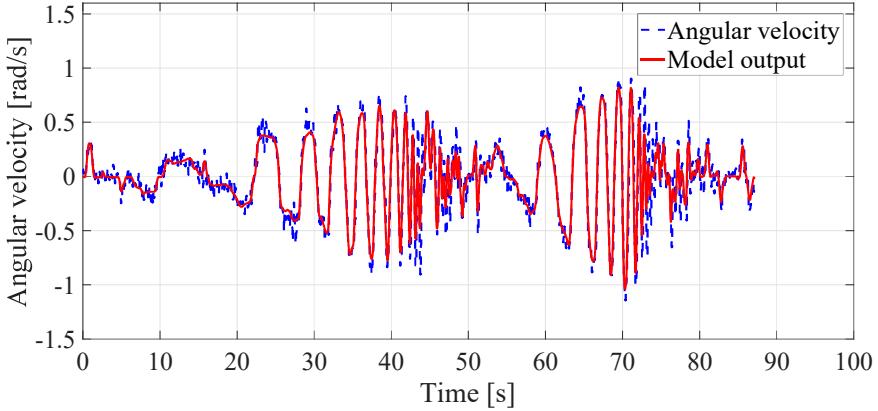


Fig. 4.2 Validation result of  $y$  angular velocity model

では、角速度制御系をインナーループとしてもつ姿勢制御系が角速度制御系に比べて挙動が緩やかになるように、より狭い帯域幅で制御系を設計しており、高周波数帯を切り捨てているためである。ただし、高次の伝達関数で近似することで、この高周波数帯を再現することが可能である。しかし、モデルの次数が大きくなってしまうことや、ノイズに対して敏感に反応してしまうという問題が生じてしまうため、本研究における設計指針が妥当であると考えられる。

以上で導出された伝達関数形式のモデルを状態空間モデルに変換する [29]。伝達関数を状態方程式に変換する問題を実現問題といい、複数存在するうち次数が最小の状態空間表現を最小実現という。Roll, Pitch, Yaw それぞれの状態空間実現のひとつはそれぞれ、式

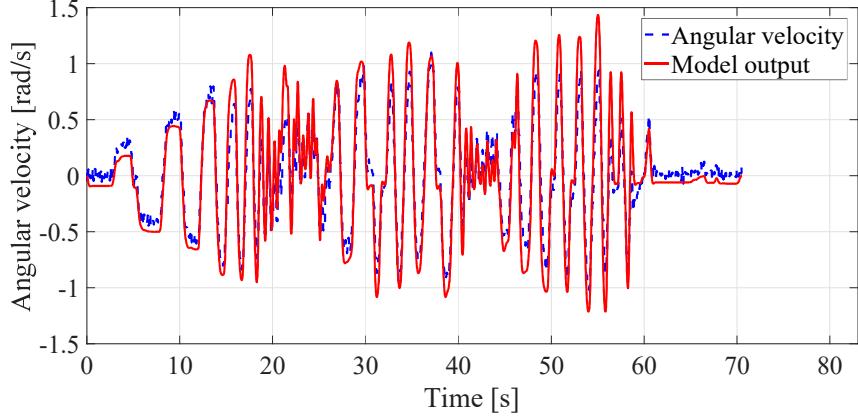


Fig. 4.3 Validation result of  $z$  angular velocity model

(4.28), (4.29), (4.30) で表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \dot{\phi} \\ \phi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -21.6 & -144.0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \dot{\phi} \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 144 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\phi}^* \\ y_\phi &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \dot{\phi} \\ \phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{\theta} \\ \theta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -16.8 & -144.0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{\theta} \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 144 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\theta}^* \\ y_\theta &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{\theta} \\ \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \dot{\psi} \\ \psi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -16.8 & -144.0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \dot{\psi} \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 144 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\psi}^* \\ y_\psi &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \dot{\psi} \\ \psi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.30)$$

#### 4.4.2 姿勢制御系設計

つづいて、姿勢制御系を設計する。設計パラメータは前述した式 (4.5) の評価関数の  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  である。この両パラメータを決定し、評価関数を評価する。その後、コントローラゲインを導出し、制御入力と応答のシミュレーションを行う。シミュレーション結果により、設計仕様が満足されるまで以上の手順を繰り返すことで所望の制御系が得られる。式 (4.31),

(4.32), (4.33) にそれぞれ示す  $x$ ,  $y$ ,  $z$  軸まわりの設計パラメータから導出したオブザーバつきコントローラを、それぞれ式 (4.34), (4.35), (4.36) に示す。姿勢制御器の出力として、各軸の角速度指令値  $\omega_x^*$ ,  $\omega_y^*$ ,  $\omega_z^*$  が得られ、これを角速度制御系に与えることで機体姿勢が制御される。

$$\mathbf{Q}_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6000000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6000 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_\phi = 7.0 \quad (4.31)$$

$$\mathbf{Q}_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6000000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6000 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_\theta = 7.0 \quad (4.32)$$

$$\mathbf{Q}_\psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6000000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6000 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_\psi = 7.0 \quad (4.33)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{s_\phi} = \begin{bmatrix} -0.0301 & -0.3622 & -1.9747 & 0.0293 \\ 0.0010 & 0 & -0.0005 & 0 \\ 0 & 0.0010 & -0.0010 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^3 \cdot \mathbf{x}_{s_\phi} + \begin{bmatrix} -0.0201 & 0 \\ 0.0031 & 0 \\ 0.0066 & 0 \\ -1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \phi^* \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}_\phi = \begin{bmatrix} P^* \\ e_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0085 & -0.2182 & -1.9776 & 0.0293 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0010 \end{bmatrix} \cdot 10^3 \cdot \mathbf{x}_{s_\phi} \quad (4.34)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{s_\theta} = \begin{bmatrix} -0.0257 & -0.3225 & -1.9095 & 0.0293 \\ 0.0010 & 0 & -0.0005 & 0 \\ 0 & 0.0010 & -0.0010 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^3 \cdot \mathbf{x}_{s_\theta} + \begin{bmatrix} -0.0265 & 0 \\ 0.0033 & 0 \\ 0.0067 & 0 \\ -1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \theta^* \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}_\theta = \begin{bmatrix} Q^* \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0089 & -0.1885 & -1.9134 & 0.0293 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0010 \end{bmatrix} \cdot 10^3 \cdot \mathbf{x}_{s_\theta} \quad (4.35)$$

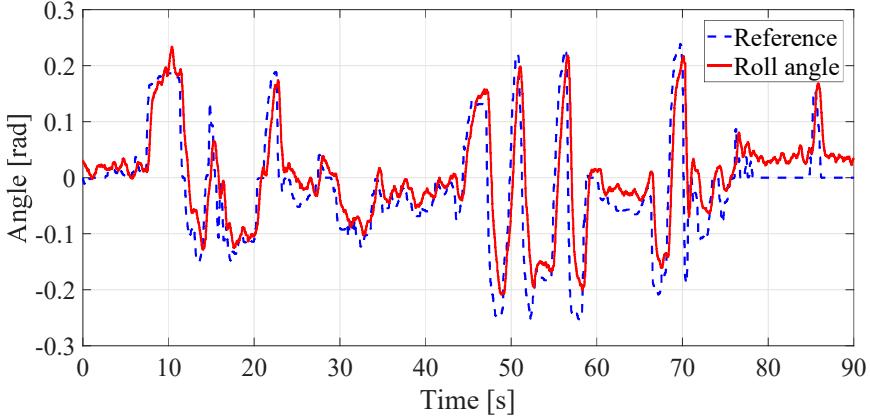


Fig. 4.4 Result of Roll angle control

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{s_\psi} &= \begin{bmatrix} -0.0257 & -0.3325 & -1.9095 & 0.0293 \\ 0.0010 & 0 & -0.0005 & 0 \\ 0 & 0.0010 & -0.0010 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^3 \cdot \mathbf{x}_{s_\psi} + \begin{bmatrix} -0.0265 & 0 \\ 0.0033 & 0 \\ 0.0067 & 0 \\ -1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \psi^* \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_\psi &= \begin{bmatrix} R^* \\ e_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0089 & -0.1885 & -1.9134 & 0.0293 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0010 \end{bmatrix} \cdot 10^3 \cdot \mathbf{x}_{s_\psi} \end{aligned} \quad (4.36)$$

以上で、 $x$ ,  $y$ ,  $z$  軸まわりの Roll, Pitch, Yaw それぞれに独立な姿勢制御系が設計された。以上で、機体姿勢を姿勢指令値に定常偏差なく追従させることができる最適制御器が構築された。

#### 4.4.3 姿勢制御実験

前節で構築した姿勢制御系を各軸に適用し、姿勢制御実験を行った。実験結果を Fig.4.4, 4.5, 4.6 に示す。図中、青い破線が姿勢指令値、赤い実線が機体姿勢をそれぞれ示す。姿勢指令値に機体姿勢が精密に追従していることがわかる。

以上で、姿勢制御系の有効性が確認された。また、3 軸の回転運動の独立制御可能性が実証された。

## 4.5 速度制御

続いて、速度制御系を構築する。姿勢制御系と同様にサーボ拡大系に最適制御理論を適用し、機体速度を制御する。

速度制御系の構築に向けて、座標系を定義する。Fig.4.7 に各座標系の構成を示す。グローバル座標系は原点  $O$  を緯度・経度  $(0^\circ, 0^\circ)$  にもち、 $X$ ,  $Y$  軸がそれぞれ真北、真東を向き、 $Z$  軸は鉛直下向きが正方向である。つぎに、水平座標系について述べる。水平座標系は原点  $O_H$  を機体重心にもち、 $Z_H$  軸は鉛直下向きが正方向である。また、 $X_H$ ,  $Y_H$  はそれぞれ  $x$ ,  $y$  軸を  $\theta$ ,  $\phi$  回転させた方向を向く。つまり、水平座標系は、グローバル座標系の原点を機体重心に移し、方位を機体方位に一致させた座標系である。

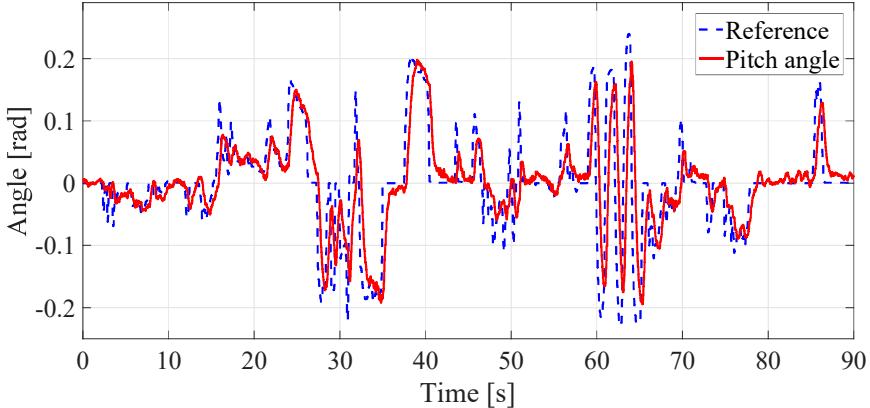


Fig. 4.5 Result of Pitch angle control

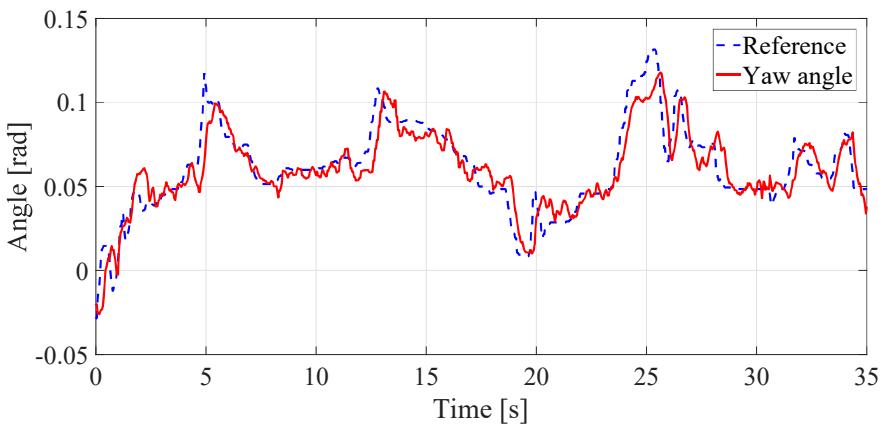


Fig. 4.6 Result of Yaw angle control

速度制御系は、 $X_H$ ,  $Y_H$ ,  $Z_H$  軸方向に独立に設計し、水平座標系における 3 軸の機体速度を制御する。

#### 4.5.1 モデリング

ねじり型非平面マルチロータヘリコプタの速度モデルを導出する。いま、力指令値  $F^*$  と加速度指令値  $a^*$  には式 (4.37) の関係がある。ただし、 $M$  は機体質量である。

$$Ma^* = F^* \quad (4.37)$$

ここで、加速度指令値から加速度までのダイナミクスを時定数  $T_a$  の一次遅れ系と近似し、また、加速度から速度  $v$  までのダイナミクスを時定数  $T_v$  の一次遅れ系と近似すると式 (4.38), (4.39) となる。

$$a(s) = \frac{1}{T_a s + 1} a^*(s) \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} v(s) &= \frac{1}{T_v s + 1} a(s) \\ &= \frac{1}{M(T_v s + 1)(T_a s + 1)} F^*(s) \end{aligned} \quad (4.39)$$

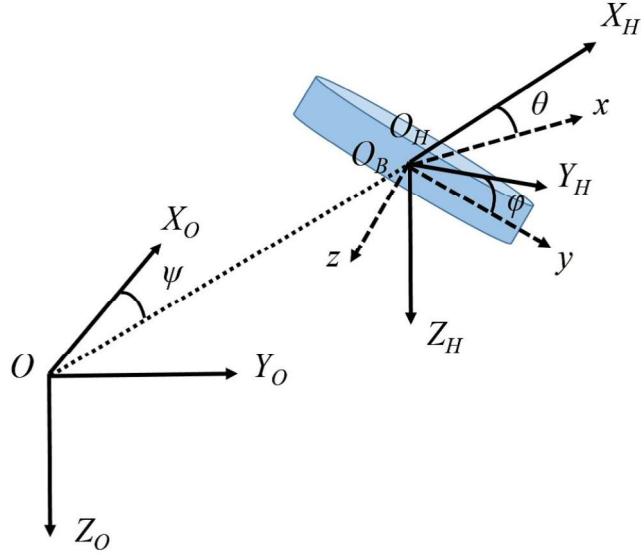


Fig. 4.7 Coordinate frame

Table 4.2 Velocity model parameters of twisted non-planar multi-rotor helicopter

	$X_H$	$Y_H$	$Z_H$
$T_a$	0.084	0.084	0.175
$T_v$	1.5	1.5	2.5

式 (4.38), (4.39) から以下の状態方程式が得られる.

$$\begin{aligned}\dot{a} &= -\frac{1}{T_a}a + \frac{1}{T_a}a^* \\ &= -\frac{1}{T_a}a + \frac{1}{MT_a}f^*\end{aligned}\quad (4.40)$$

$$\begin{aligned}\dot{v} &= -\frac{1}{T_v}v + \frac{1}{T_v}a \\ &= -\frac{1}{T_v}v + \frac{1}{T_v}a\end{aligned}\quad (4.41)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a \\ v \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & 0 \\ \frac{1}{T_v} & -\frac{1}{T_v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{MT_a} \\ 0 \end{bmatrix} f^* \\ \mathbf{y}_v &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ v \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.42)$$

ただし、速度制御系では姿勢制御系同様に同一次元オブザーバによって状態を推定するが、速度に加え加速度もオブザーバへの入力とするため、出力方程式の出力行列を  $2 \times 2$  行列としている。

Table 4.2 に同定したパラメータを示す。また、Fig.4.8, 4.9, 4.10 にそれぞれ  $X_H$ ,  $Y_H$ ,  $Z_H$  軸の同定結果を示す。図は同定されたモデルの出力と飛行実験によって得られた機体の加速度データの比較である。さらに、Fig.4.11, 4.12, 4.13 は速度モデルに関する図であ

る。いま、それぞれの図において、青い破線が実験データ、赤い実線がモデル出力を表す。Fig.4.8, 4.9, 4.10 の加速度モデルについては、実験データとモデル出力がほぼ精密に一致しており、ヘリコプタの力指令値から機体加速度までのダイナミクスをモデルが十分に再現できていることがわかる。つづいて、Fig.4.11, 4.12, 4.13 の速度モデルについて述べる。 $X_H$ ,  $Y_H$  軸方向については、機体速度までのダイナミクスを十分に再現できていることがわかる。 $Z_H$  軸については、Fig.4.13 中の 10~25 s の区間においてはダイナミクスを再現できている。25 s 以降については実験データとモデル出力の間に差がみられるが、実験データの誤差の累積による差であると考えられ、この区間においても両者の位相が一致していることから、モデル全体を通して十分にダイナミクスを再現できているといえる。以上で、水平座標系の各軸の速度モデルが得られた。

$X_H$ ,  $Y_H$ ,  $Z_H$  方向の速度モデルをそれぞれ式 (4.43), (4.44), (4.45) に示す。ただし、 $F_{X_H}^*$ ,  $F_{Y_H}^*$ ,  $F_{Z_H}^*$  は水平座標系各軸方向の力指令値である。

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a_{X_H} \\ v_{X_H} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -11.9048 & 0 \\ 0.6667 & -0.6667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{X_H} \\ v_{X_H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.5329 \\ 0 \end{bmatrix} F_{X_H}^* \\ \mathbf{y}_{v_{X_H}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{X_H} \\ v_{X_H} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.43)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a_{Y_H} \\ v_{Y_H} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -11.9048 & 0 \\ 0.6667 & -0.6667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{Y_H} \\ v_{Y_H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.5329 \\ 0 \end{bmatrix} F_{Y_H}^* \\ \mathbf{y}_{v_{Y_H}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{Y_H} \\ v_{Y_H} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.44)$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} a_{Z_H} \\ v_{Z_H} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -5.7143 & 0 \\ 0.6 & -0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{Z_H} \\ v_{Z_H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.8105 \\ 0 \end{bmatrix} F_{Z_H}^* \\ \mathbf{y}_{v_{Z_H}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{Z_H} \\ v_{Z_H} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.45)$$

### 4.5.2 速度制御系設計

以上で導出した 3 軸の速度モデルについて、最適制御理論を適用し、それぞれ独立に速度制御系を設計する。いま、設計パラメータは式 (4.5) の  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  である。シミュレーションによって応答特性や制御入力の大きさなどを確認しながら、所望の制御性能を得るように各パラメータを調整する。式 (4.46), (4.47), (4.48) に決定した各軸の設計パラメータをそれぞれ示す。また、式 (4.49), (4.50), (4.51) にその設計パラメータから導出した各軸のオブザーバにつきコントローラをそれぞれ示す。

$$\mathbf{Q}_{X_H} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 270000 & 0 \\ 0 & 0 & 10000000 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{X_H} = 50.0 \quad (4.46)$$

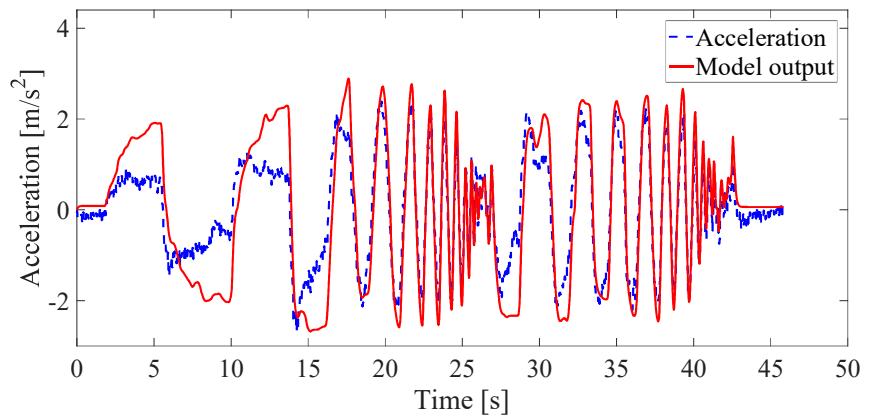


Fig. 4.8 Validation result of  $X_H$  acceleration model

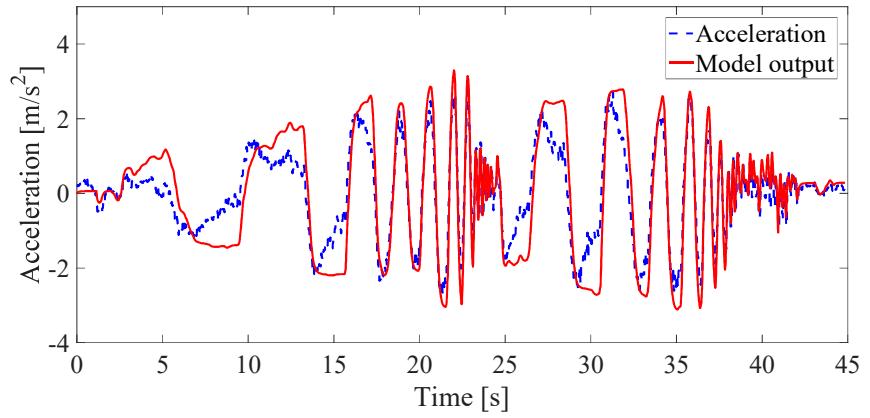


Fig. 4.9 Validation result of  $Y_H$  acceleration model

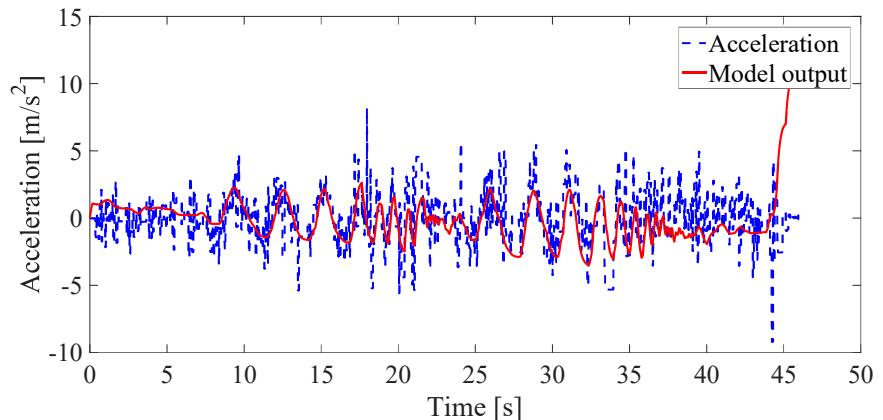


Fig. 4.10 Validation result of  $Z_H$  acceleration model

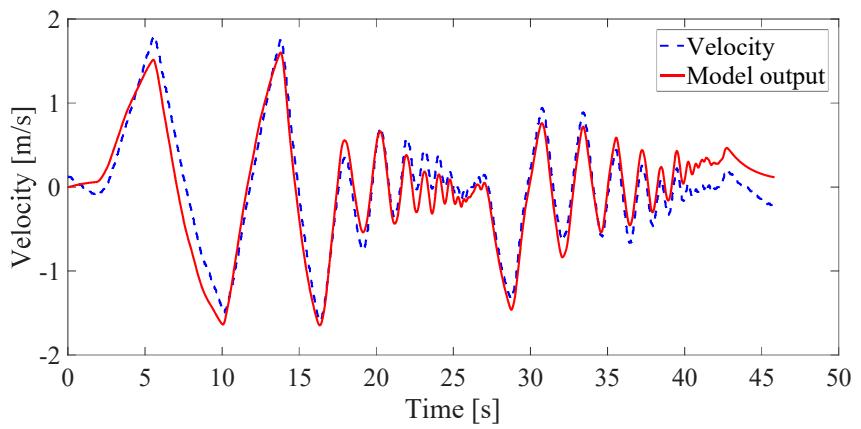


Fig. 4.11 Validation result of  $X_H$  Velocity model

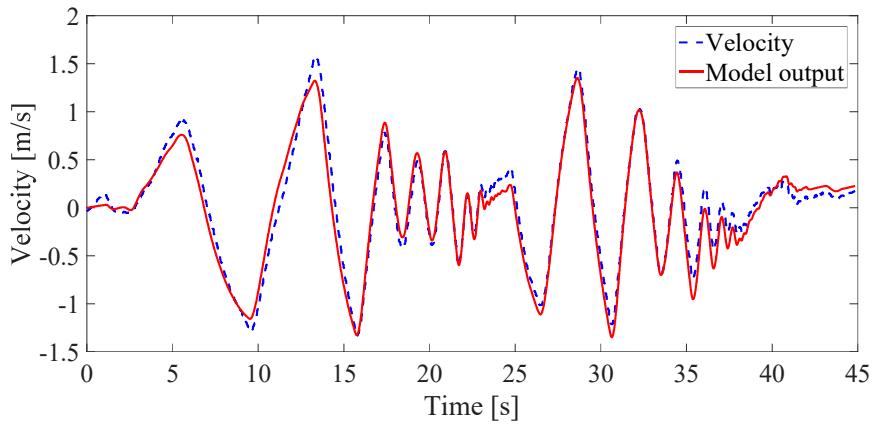


Fig. 4.12 Validation result of  $Y_H$  Velocity model

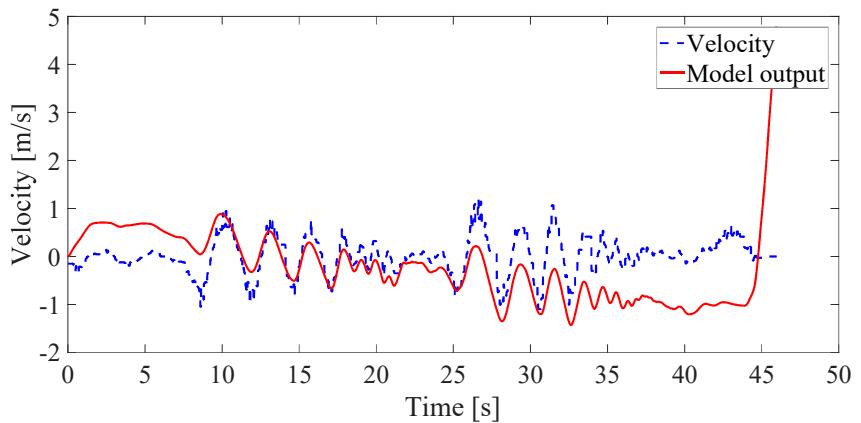


Fig. 4.13 Validation result of  $Z_H$  Velocity model

$$\mathbf{Q}_{Y_H} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 270000 & 0 \\ 0 & 0 & 10000000 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{Y_H} = 50.0 \quad (4.47)$$

$$\mathbf{Q}_{Z_H} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 270000 & 0 \\ 0 & 0 & 6500000 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{Z_H} = 50.0 \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{s_{X_H}} &= \begin{bmatrix} -0.0291 & -0.3399 & 1.1328 \\ 0.0006 & -0.0034 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^3 \cdot \mathbf{x}_{s_{X_H}} + \begin{bmatrix} 2.4151 & 9.0741 & 0 \\ 0.0907 & 2.7568 & 0 \\ 0 & -1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{X_H} \\ v_{X_H}^* \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_{X_H} &= \begin{bmatrix} F_{X_H}^* \\ e_{v_{X_H}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.8282 & -130.6111 & 447.2136 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{s_{X_H}} \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{s_{Y_H}} &= \begin{bmatrix} -0.0291 & -0.3399 & 1.1328 \\ 0.0006 & -0.0034 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^3 \cdot \mathbf{x}_{s_{Y_H}} + \begin{bmatrix} 2.4151 & 9.0741 & 0 \\ 0.0907 & 2.7568 & 0 \\ 0 & -1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{Y_H} \\ v_{Y_H}^* \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_{Y_H} &= \begin{bmatrix} F_{Y_H}^* \\ e_{v_{Y_H}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.8282 & -130.6111 & 447.2136 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{s_{Y_H}} \end{aligned} \quad (4.50)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{s_{Z_H}} &= \begin{bmatrix} -14.2582 & -122.5505 & 292.2433 \\ 0.5618 & -2.1895 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{s_{Z_H}} + \begin{bmatrix} 0.5369 & 3.8164 & 0 \\ 0.0382 & 1.5895 & 0 \\ 0 & -1.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{Z_H} \\ v_{Z_H}^* \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_{Z_H} &= \begin{bmatrix} F_{Z_H}^* \\ e_{v_{Z_H}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.8786 & -146.4882 & 360.5551 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_{s_{Z_H}} \end{aligned} \quad (4.51)$$

以上で、水平座標系  $X_H$ ,  $Y_H$ ,  $Z_H$  軸方向にそれぞれ独立な速度制御系が設計された。これにより、水平座標系における機体速度を速度指令値に定常偏差なく追従させることができる最適制御器が構築された。

### 4.5.3 速度制御実験

式 (4.49), (4.50), (4.51) のコントローラの妥当性を実験によって評価する。実験に際して、機体加速度は機載のモーションセンサ CSM-MG200 から取得し、機体速度は GPS またはモーションキャプチャによって取得する。いま、加速度および速度はそれぞれ、機体座標

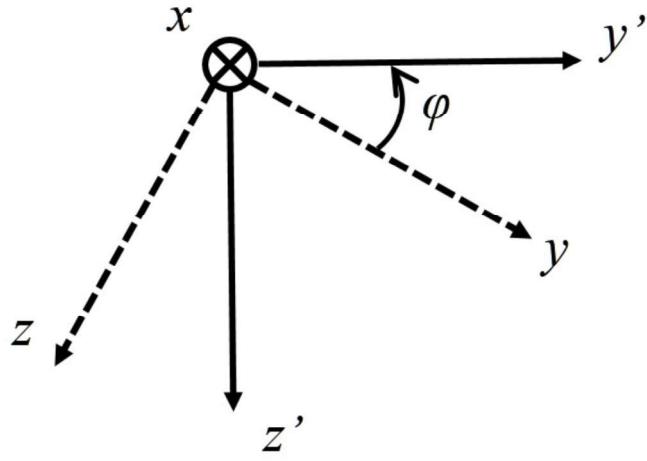


Fig. 4.14  $x$  rotation

系とグローバル座標系における値である。そのため、水平座標系において構築した速度制御系に適用するために各データを座標変換する必要がある。

はじめに、機体座標系各軸まわりの回転行列を定義する。Fig.4.14 に示す  $x$  軸まわりの回転行列は式 (4.52), Fig.4.15 に示す  $y$  軸まわりの回転行列は式 (4.53), Fig.4.16 に示す  $z$  軸まわりの回転行列は式 (4.54) でそれぞれ定義される。

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

$$\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

$$\mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

ここで、機体座標系の加速度  $a_x, a_y, a_z$  をそれぞれ、水平座標系の加速度  $a_{X_H}, a_{Y_H}, a_{Z_H}$  に座標変換するため、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_{X_H} \\ a_{Y_H} \\ a_{Z_H} \end{bmatrix} &= \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{R}_y \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.55)$$

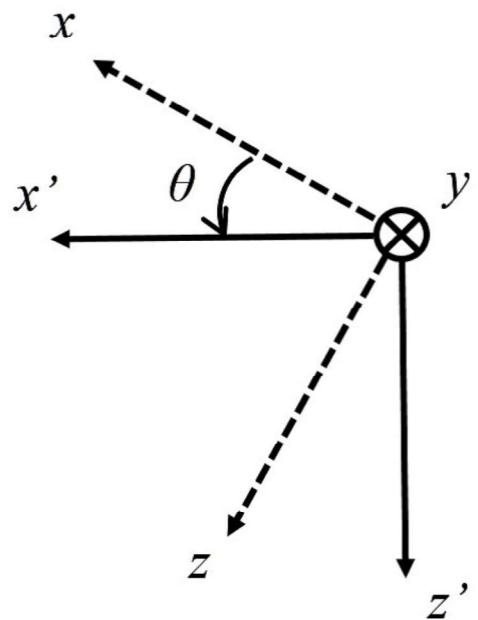


Fig. 4.15  $y$  rotation

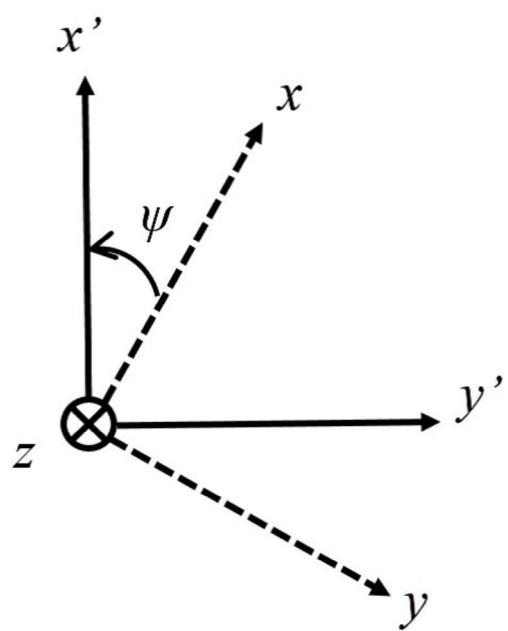


Fig. 4.16  $z$  rotation

つづいて、グローバル座標系  $X_O$ ,  $Y_O$ ,  $Z_O$  軸方向の機体速度  $V_N$ ,  $V_E$ ,  $V_D$  を水平座標系の速度  $v_{X_H}$ ,  $v_{Y_H}$ ,  $v_{Z_H}$  に座標変換するため、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_{X_H} \\ v_{Y_H} \\ v_{Z_H} \end{bmatrix} &= \mathbf{R}_z^T \cdot \begin{bmatrix} V_N \\ V_E \\ V_D \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} V_N \\ V_E \\ V_D \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_N \\ V_E \\ V_D \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.56)$$

式 (4.55), (4.56) から得られた水平座標系の加速度および速度を式 (4.49), (4.50), (4.51) の入力とすることで、機体速度指令値に追従するような、水平座標系の各軸方向の力指令値を得ることができる。ただし、式 (4.57) は機体座標系の力指令値およびトルク指令値からなるため、水平座標系の力指令値を機体座標系の力指令値に座標変換する必要がある。

$$\left[ \omega_{m1}^2 \ \omega_{m2}^2 \ \omega_{m3}^2 \ \omega_{m4}^2 \ \omega_{m5}^2 \ \omega_{m6}^2 \right]^T = T^{-1} \cdot \left[ f_x^* \ f_y^* \ f_z^* \ \tau_x^* \ \tau_y^* \ \tau_z^* \right]^T \quad (4.57)$$

力指令値の水平座標系から機体座標系への座標変換は以下で表される。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f_x^* \\ f_y^* \\ f_z^* \end{bmatrix} &= (\mathbf{R}_x \cdot \mathbf{R}_y)^T \cdot \begin{bmatrix} F_{X_H}^* \\ F_{Y_H}^* \\ F_{Z_H}^* \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{R}_y^T \cdot \mathbf{R}_x^T \cdot \begin{bmatrix} F_{X_H}^* \\ F_{Y_H}^* \\ F_{Z_H}^* \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} F_{X_H}^* \\ F_{Y_H}^* \\ F_{Z_H}^* \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{X_H}^* \\ F_{Y_H}^* \\ F_{Z_H}^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.58)$$

以上で、各種センサデータから水平座標系の機体速度を制御することができる。

速度制御系の検証実験の実験結果を示す。Fig.4.17, 4.18, 4.19 がそれぞれ、 $X_H$ ,  $Y_H$ ,  $Z_H$  方向の結果であり、図中、青い破線が速度指令値、赤い実線が GPS から取得した各軸方向の機体速度をそれぞれ示す。速度指令値に機体速度が追従しており、機体速度が制御できていることがわかる。

以上で、速度制御系の有効性が実証された。また、各軸の並進運動の独立制御可能性が実証された。

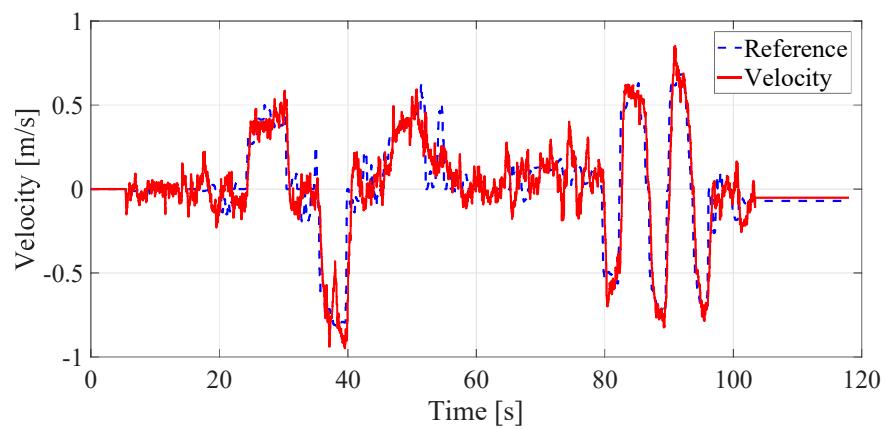


Fig. 4.17 Result of  $X_H$  velocity control

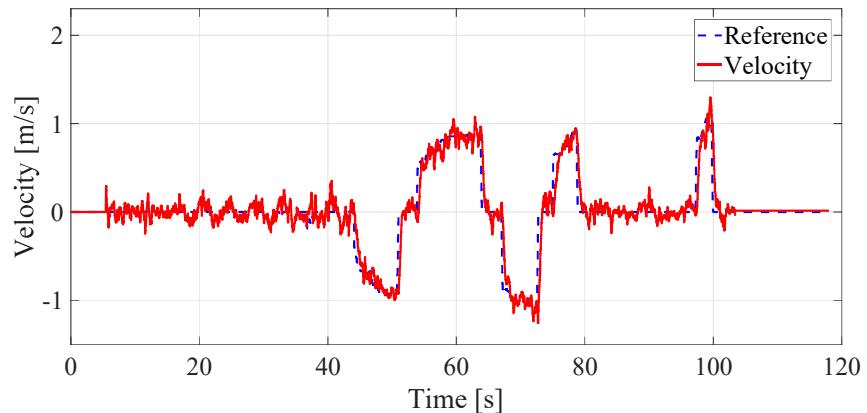


Fig. 4.18 Result of  $Y_H$  velocity control

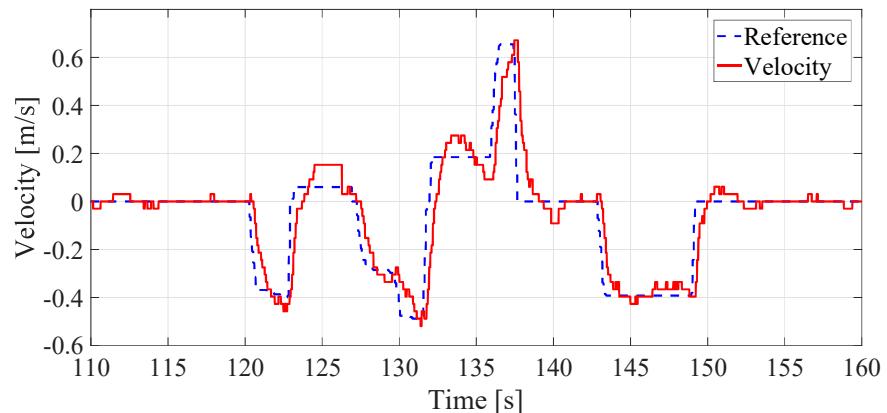


Fig. 4.19 Result of  $Z_H$  velocity control

Table 4.3 Control mode and transmitter command value

	Translational input	Rotational input
Manual mode	$z$ thrust	$x, y, z$ angular velocity
Translational mode	$X_H, Y_H, Z_H$ velocity	$z$ angle
Rotational mode	$Z_H$ velocity	$x, y, z$ angle

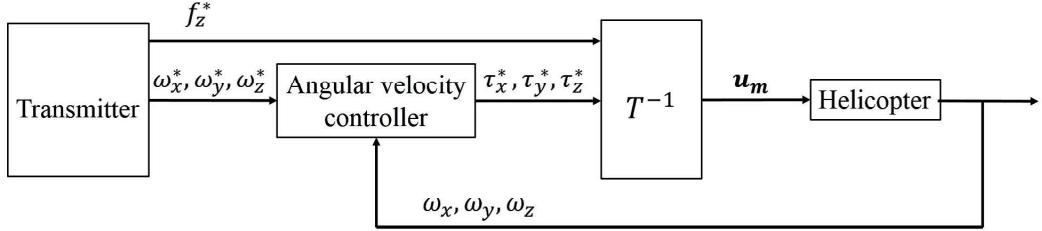


Fig. 4.20 Manual mode

## 4.6 回転・並進独立制御実験

前節までに、各軸の回転運動がそれぞれ独立に制御可能であること、各軸の並進運動がそれぞれ独立に制御可能であることが実証された。本節では、3軸の回転運動と3軸の並進運動を合わせた6軸のすべての運動がそれぞれ独立に制御可能であることを実証する。

いま、使用している Transmitter は、操舵入力として 2 自由度のスティックを 2 本もち、4 軸の入力を生成できる。しかし、本実験においては、回転運動と並進運動を合わせた 6 軸すべての運動を制御する必要がある。そこで、3 つの制御モードを定義する。Table 4.3 に各モードの名称と Transmitter からの入力量をまとめる。Manual mode の概要を Fig.4.20 に示す。1 つ目のモードは Manual Mode といい、マニュアル操縦のためのモードであり、3 軸の角速度指令値と機体座標系  $z$  軸方向の力指令値を入力としてもつ。つづいて、Translational mode について述べる。Translational mode の概要を Fig.4.21 に示す。Translational mode は、回転運動に対する並進運動の独立性の検証のためのモードであり、姿勢制御系で機体姿勢を一定に保ちながら速度制御系によって並進運動を制御する。指令値として、水平座標系の 3 軸の速度指令値および機体座標系  $z$  軸の角度指令値を入力としてもつ。最後に、Rotational mode について述べる。本モードは、回転運動の独立制御性の検証のためのモードである。速度制御系により、機体速度を 0 となるように、つまり、並進運動を抑制しながら、3 軸の姿勢指令値を与え、機体姿勢を制御する。指令値として、水平座標系  $Z_H$  軸速度指令値および 3 軸の姿勢指令値を入力としてもつ。Rotational mode の概要を Fig.4.22 に示す。

回転運動と並進運動の独立制御可能性を実証するために、以上の制御モードを用いて 2 つの実験を行う。実験は、Fig.4.23 に示す屋内のモーションキャプチャ環境下で行う。機体を取り囲むようにモーションキャプチャを配置しており、機体位置、速度および機体方位を計測する。

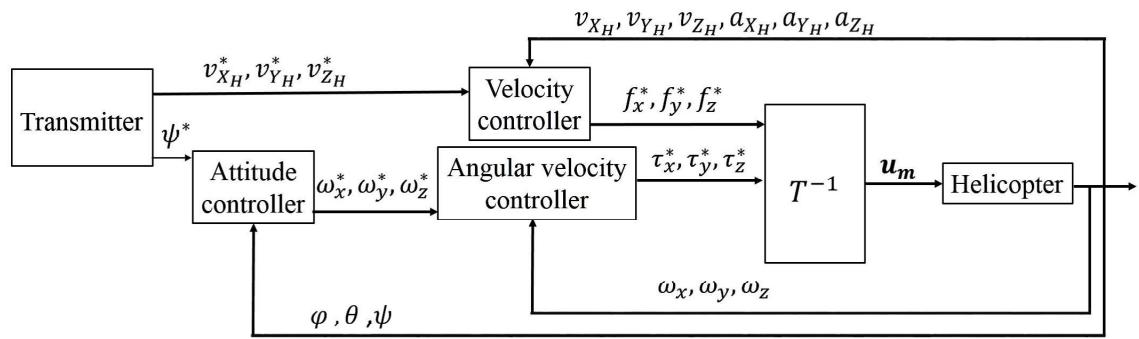


Fig. 4.21 Translational mode

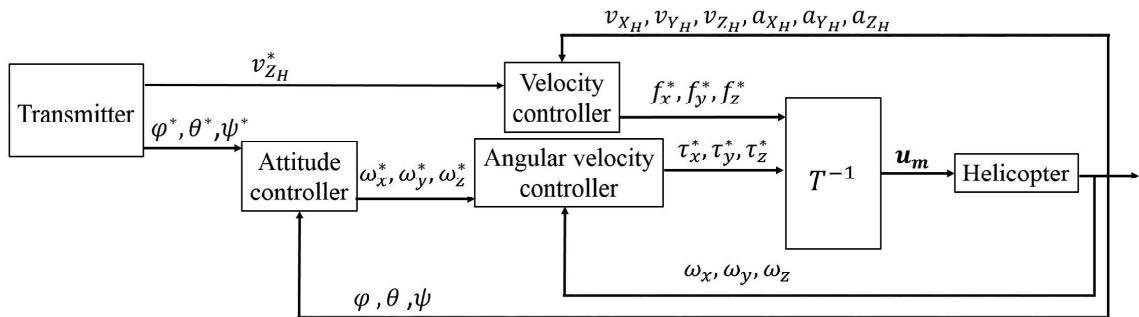


Fig. 4.22 Rotational mode

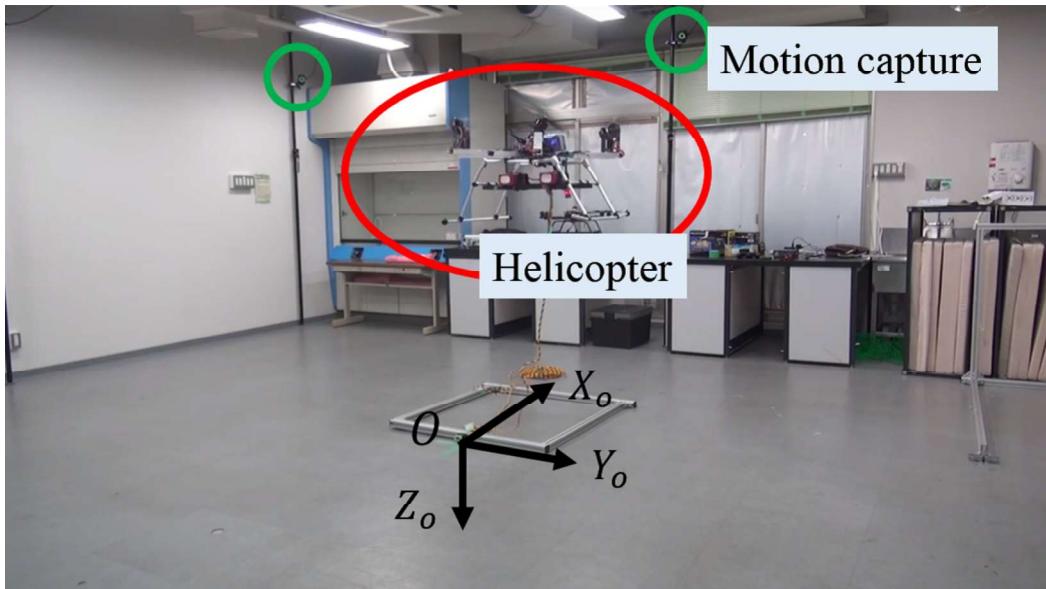


Fig. 4.23 Motion capture system

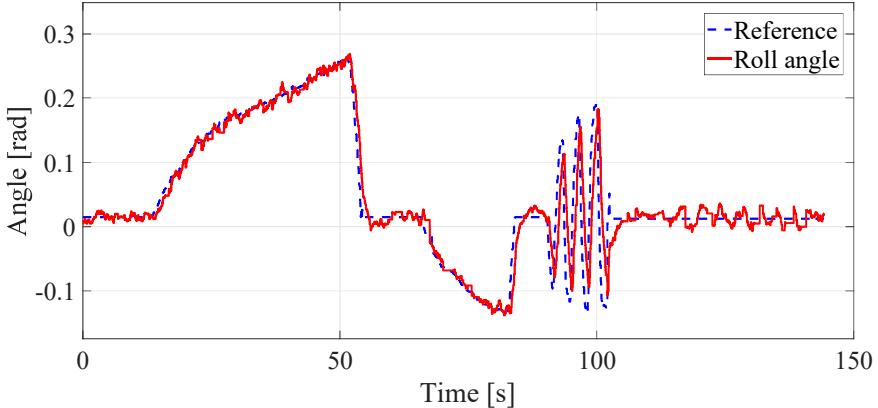


Fig. 4.24 Result of independently  $x$  attitude control

#### 4.6.1 回転運動の独立性の実証実験

1つ目の実験について述べる。従来のマルチロータヘリコプタでは、回転運動と並進運動が連成するため、機体姿勢が変動した際、ホバリング状態を維持することができない。それに対する非平面マルチロータヘリコプタの有効性を確認する。はじめに、Manual mode で離陸し、空中で Rotational mode に移行する。このとき、速度制御系の速度指令値を 0 とすることで、並進速度を抑制し、ホバリング状態を保持することができ、その状態で機体姿勢を変化することが可能であるかを検証する。ただし、本実験では、回転運動と並進運動が連成する水平方向の運動について検証する。

実験結果を Fig.4.24, 4.25, 4.26 に示す。Fig.4.24, 4.25 はそれぞれ、 $x$ ,  $y$  軸の機体姿勢のグラフであり、Fig.4.26 は水平座標系  $X_H$ ,  $Y_H$  軸の機体速度のグラフである。Fig.4.24, 4.25 中、青い破線が姿勢指令値、赤い実線が機体姿勢をそれぞれ示す。Fig.4.26 については、青い破線が  $X_H$  軸速度、赤い実線が  $Y_H$  軸速度を示す。Fig.4.24, 4.25 から姿勢指令値に機体姿勢が追従していることがわかる。ここで、Fig.4.26 をみると、機体姿勢が変化している時点においても、水平方向の機体速度が抑制されていることがわかる。以上から、姿勢変動によって並進運動が連成していないことがわかる。よって、並進運動に対して、回転運動が独立であることが確認された。

#### 4.6.2 並進運動の独立性の実証実験

つづいて、2つ目の実験について述べる。本実験では、Translational mode を使用する。Manual mode で離陸後、空中で Translational mode に切り替える。姿勢制御系によって、モード切り替え時の機体姿勢を維持しすることで、機体姿勢の変動による機体座標系  $z$  軸方向の推力による並進運動を抑制する。その状態で、Transmitter から水平座標系  $X_H$ ,  $Y_H$  軸速度指令値を与え、速度制御系で並進運動を制御し、並進運動可能であるかを検証する。

実験結果を Fig.4.27, 4.28, 4.29 に示す。Fig.4.27, 4.28 はそれぞれ、 $X_H$ ,  $Y_H$  軸の機体速度のグラフであり、Fig.4.29 は機体座標系  $x$ ,  $y$  軸の機体姿勢のグラフである。Fig.4.27, 4.28 中、青い破線が速度指令値、赤い実線が機体速度をそれぞれ示す。Fig.4.29 については、青い破線が  $x$  軸姿勢、赤い実線が  $y$  軸姿勢を示す。Fig.4.27, 4.28 から速度指令値に機

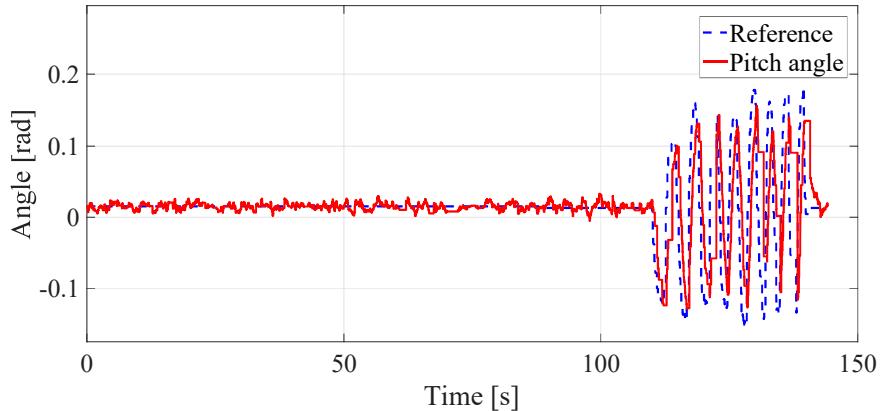


Fig. 4.25 Result of independently  $y$  attitude control

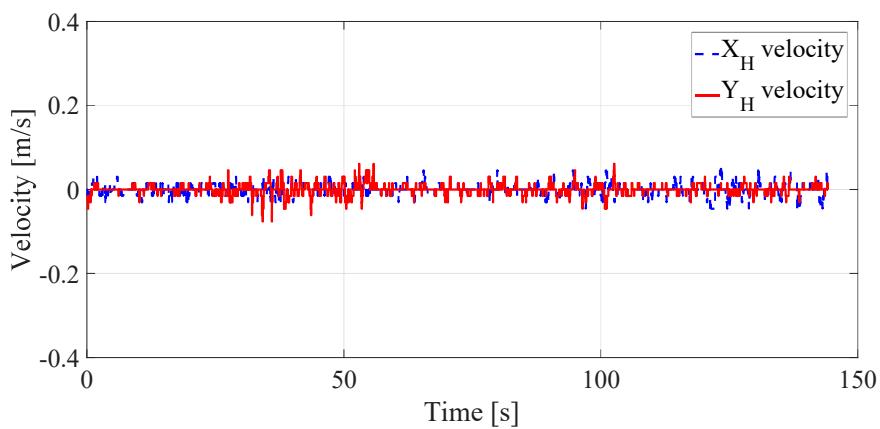


Fig. 4.26 Velocity in independently attitude control

体速度が追従していることがわかる。ここで、Fig.4.29 をみると、機体姿勢の変動が抑制されているが、Fig.4.27, 4.28 から、その間も機体が並進運動していることがわかる。以上から、姿勢変動をともなわずに並進運動が可能であることがわかる。よって、並進運動に対して、回転運動が独立であることが確認された。

以上の実験から、非平面マルチロータヘリコプタは各軸の回転運動がそれぞれ独立に制御可能であり、各軸の並進運動についてもそれぞれ独立に制御可能である。さらに、回転運動と並進運動もそれぞれ独立制御可能であることが示された。

## 4.7 位置制御

これまでに、非平面マルチロータヘリコプタが3軸の回転運動と3軸の並進運動を合わせた6軸の運動について、それぞれ独立に制御可能であることを実証した。本節では、位置制御実験を通して、平面型とねじり型の位置決め精度の比較を行う。

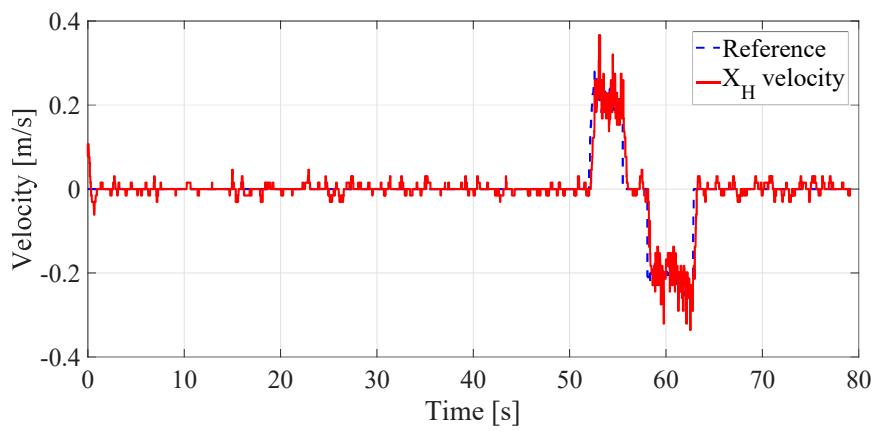


Fig. 4.27 Result of independently  $X_H$  velocity control

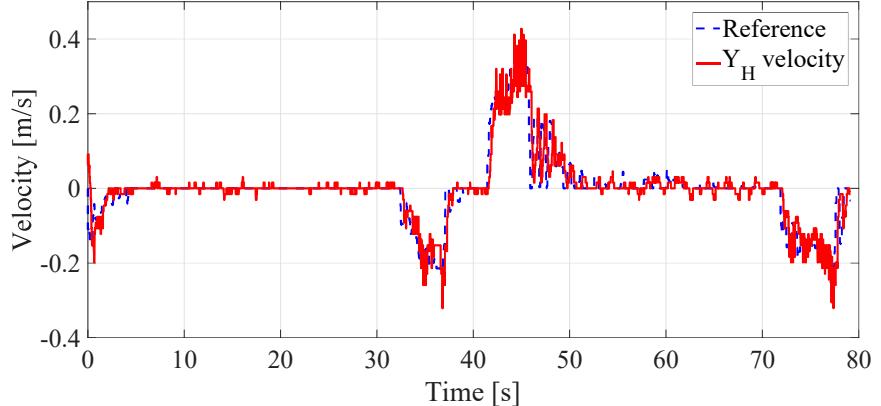


Fig. 4.28 Result of independently  $Y_H$  velocity control

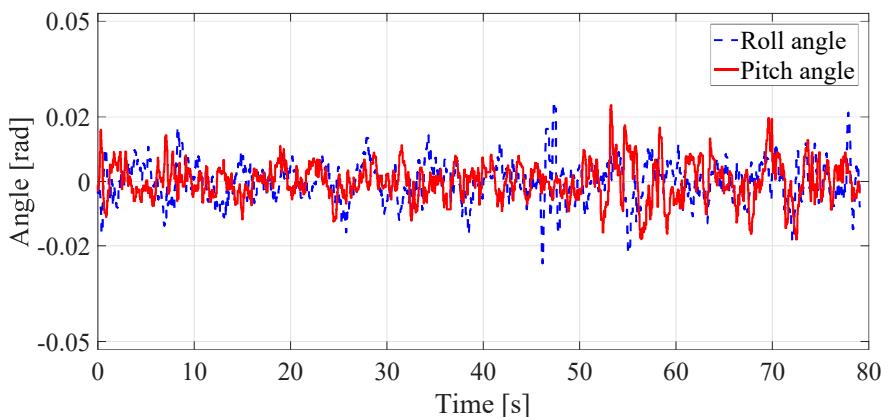


Fig. 4.29 Attitude in independently velocity control

### 4.7.1 位置制御系

P 制御を用いた位置制御系によって、グローバル制御系の機体位置を制御する。Transmitter からグローバル座標系の 3 軸の位置指令値  $X_O^*$ ,  $Y_O^*$ ,  $Z_O^*$  を与え、指令値と機体位置の誤差に比例ゲインをかける。

$$\begin{bmatrix} v_{X_O}^* \\ v_{Y_O}^* \\ v_{Z_O}^* \end{bmatrix} = K_{pos} \cdot \begin{bmatrix} X_O^* - X_O \\ Y_O^* - Y_O \\ Z_O^* - Z_O \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

式 (4.59) で得られた速度指令値  $v_{X_O}^*$ ,  $v_{Y_O}^*$ ,  $v_{Z_O}^*$  は、グローバル座標系における速度指令値である。いま、速度制御系は水平座標系で構築されているため、 $v_{X_O}^*$ ,  $v_{Y_O}^*$ ,  $v_{Z_O}^*$  を水平座標系に座標変換する。水平座標系からグローバル座標系への座標変換は式 (4.54) の座標変換行列を用いて以下の式で表される。

$$\begin{bmatrix} v_{X_H}^* \\ v_{Y_H}^* \\ v_{Z_H}^* \end{bmatrix} = \mathbf{R}_z^T \cdot \begin{bmatrix} v_{X_O}^* \\ v_{Y_O}^* \\ v_{Z_O}^* \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{pos} \cdot (X_O^* - X_O) \\ K_{pos} \cdot (Y_O^* - Y_O) \\ K_{pos} \cdot (Z_O^* - Z_O) \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

以上で得られた水平座標系における速度指令値を速度制御系への入力とすることで、機体位置を制御する。

### 4.7.2 位置決め精度比較実験

前節で構築した位置制御系を用いて、位置制御実験を行い、ねじり型と平面型の両者の位置決め精度を比較し、非平面マルチロータヘリコプタの有効性を確認する。

実験はモーションキャプチャ環境で行う。ただし、式 (4.59) における比例ゲインは  $K_{pos} = 0.3$  とした。実験結果を Fig.4.30 ~ 4.35 に示す。Fig.4.30, 4.31, 4.32 はそれぞれねじり型の  $X_O$ ,  $Y_O$ ,  $Z_O$  軸の機体位置グラフである。図中青い破線が位置指令値、赤い実線が機体位置を示す。次に、Fig.4.33, 4.34, 4.35 はそれぞれ平面型の  $X_O$ ,  $Y_O$ ,  $Z_O$  軸の機体位置グラフである。図中青い破線が位置指令値、赤い実線が機体位置を示す。ここでは、比較のために、ねじり型と平面型の各軸のグラフの縦軸のスケールを合わせている。まず、ねじり型の実験結果について述べる。Fig.4.30, 4.31, 4.32 から、すべての軸について位置の誤差および揺動が 3 cm 以下という高い位置決め性能を有していることが確認された。つづいて、平面型の実験結果について述べる。Fig.4.33 から、 $Z_O$  軸については位置の揺動がほとんどなく、誤差についても 5 cm 以下の高い性能が確認された。Fig.4.34, 4.35 から、 $X_O$ ,  $Y_O$  については、位置の誤差が 10 cm 以下である。この点については、ねじり型には劣るもの、位置決め性能としては高性能であるといえる。しかし、揺動に注目すると、20 cm 程度であり、ねじり型に対して大きな値となっている。これは、平面型の性質に起因するものである。平面型は並進運動と回転運動が連成するため、 $X_O$ ,  $Y_O$  軸方向の並進運動のために、姿勢を変化させる予備動作が必要となる。そのため、並進運動のダイナミクスに含

まれる遅れがねじり型に対して大きくなり、機体位置の揺動が大きくなる。

以上の結果から、ねじり型は水平方向の力を予備動作なしで直接生成できるため、平面型に比べ位置決め精度が向上しており、位置の揺動も抑制できることがわかった。よって、位置決め性能の観点から、ねじり型の平面型に対する優位性を実証した。

## 4.8 結言

本章では、最適制御理論を用いた非平面マルチロータヘリコプタの姿勢制御および速度制御について述べた。

はじめに、サーボ拡大系に対する最低制御系の一種である LQI 制御について述べ、その最適性と最適な制御入力を導出した。非平面マルチロータヘリコプタの姿勢モデルを導出し、そのモデルに対して、LQI 制御による姿勢制御系を各軸に独立に設計し、実機実験によって有効性を実証した。同様に、速度モデルを導出し、LQI 制御によって速度制御系を構築し、実機実験によって有効性を実証した。これらの制御系によって、2 つの実証実験を行った。1 つ目の実験で、位置を保持しながら姿勢変化可能であることなどを示し、2 つ目の実験で、一定姿勢を保ちながら並進移動可能であることを示した。すなわち、非平面マルチロータヘリコプタが回転運動と並進運動が独立制御可能であることを実証した。

さらに、速度制御系に、P 制御を組み合わせた位置制御系を構築し、非平面マルチロータヘリコプタと従来のマルチロータヘリコプタの両方に適用し、位置制御実験を行った。位置制御実験により、非平面マルチロータヘリコプタが高い位置決め性能を有していることを実証した。また、並進運動に関する推力を直接生成できることから、従来のマルチロータヘリコプタに対する優位性を示した。

以上で、非平面マルチロータヘリコプタの有効性が実証された。

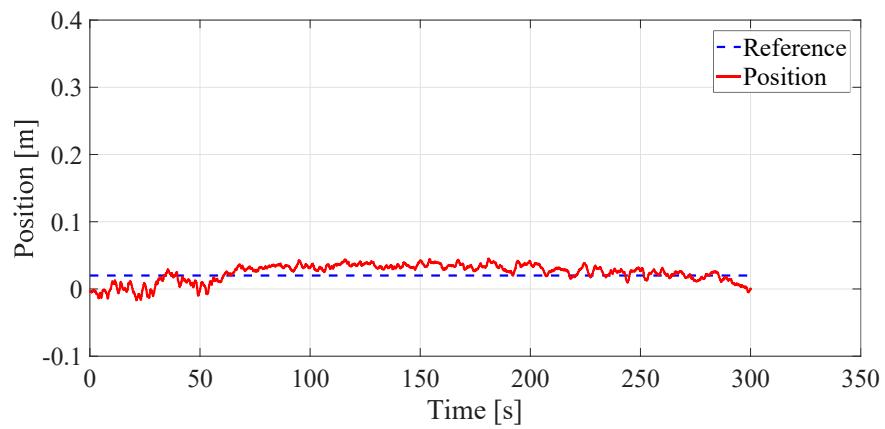


Fig. 4.30 Result of  $X_O$  position control (Twisted)

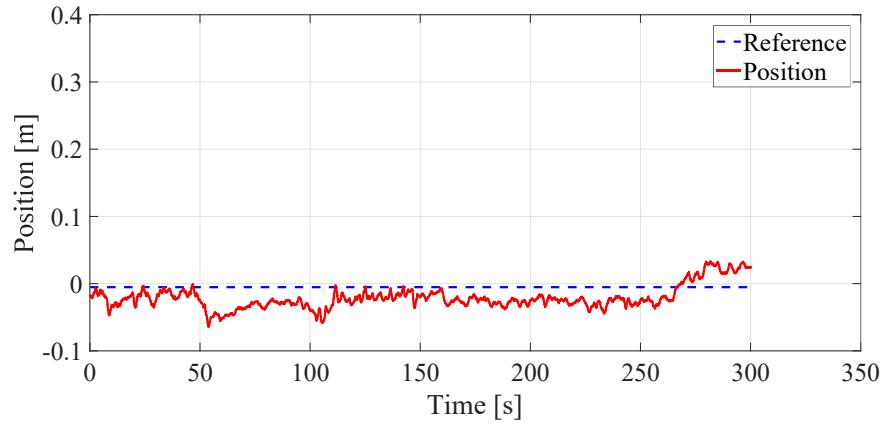


Fig. 4.31 Result of  $Y_O$  position control (Twisted)

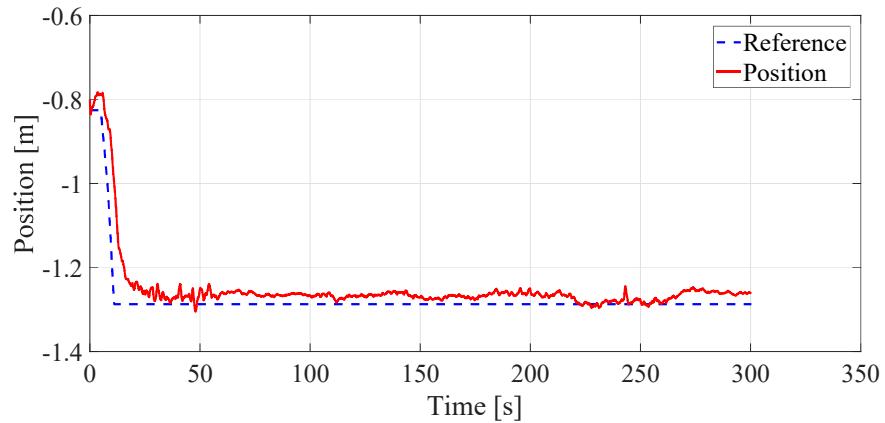


Fig. 4.32 Result of  $Z_O$  position control (Twisted)

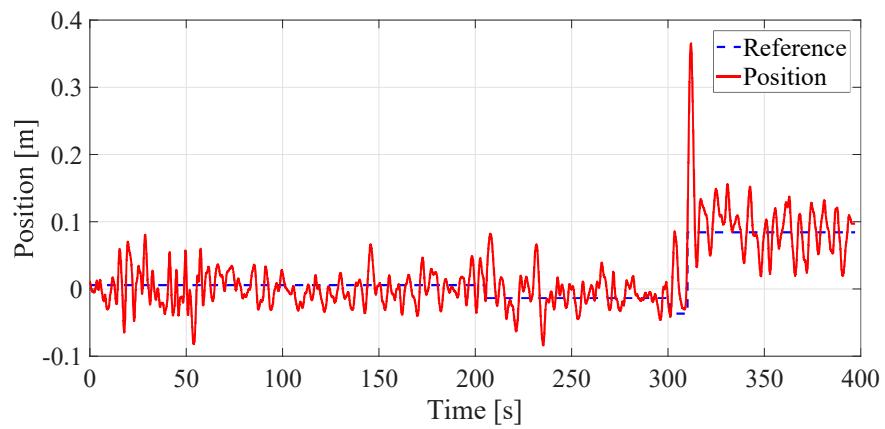


Fig. 4.33 Result of  $X_O$  position control (Planar)

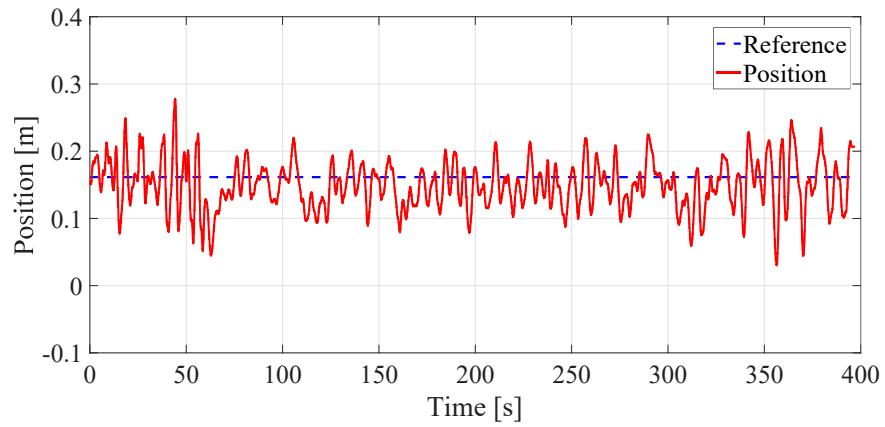


Fig. 4.34 Result of  $Y_O$  position control (Planar)

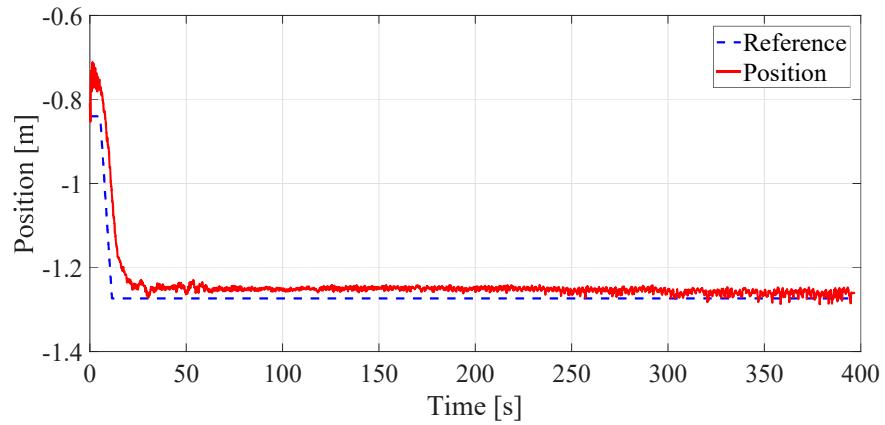


Fig. 4.35 Result of  $Z_O$  position control (Planar)