[問題1.1]

式(1.5)は、楕円のとき、($e<1$ のとき)
rが正 ⇒ 第2因子が常に正 → 第1因子 $=0$ になれば等式を満たす
rが負 ⇒ 第1因子が常に負 → 第2因子 $=0$ 〃

つまり、$r=-\dfrac{a(1-e^2)}{1-e\cos f}$ (第2因子 $=0$) は、$r<0$ のときの rの値を示している。

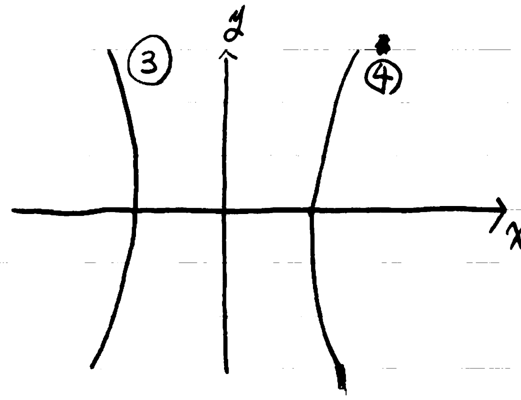
[問題1.2]

「2定点からの距離の差が一定」という条件から、
~~$|PF'-PF|=$~~
$PF'-PF=(一定)=2a$
となり、楕円のときと同様に計算すると、
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-c^2}=1 \quad \cdots ①$$
となり、これは楕円のときと同じ形である。

①を焦点と原点とする極座標表示に書き直すために、
$$\begin{cases} x=r\cos f+c=r\cos f+ae \\ y=r\sin f \end{cases}$$
を①へ代入する。これも楕円の場合とまったく同じ計算になるので、下の形に整理できる
$$\{r(1+e\cos f)-a(1-e^2)\}\{r(1-e\cos f)+a(1-e^2)\}=0 \quad \cdots ②$$
②より、
$$r=\frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f} \cdots ③ ,\quad \frac{-a(1-e^2)}{1-e\cos f} \cdots ④$$
と、rの値が2つの式で表現できる。
このように $f=\pi$ を代入すると、
$$r|_{f=\pi}=\frac{a(1-e^2)}{1-e},\quad \frac{-a(1-e^2)}{1+e}$$
$$=a(1+e) \qquad =-a(1-e)$$
$$=a+c \cdots ③' \qquad =c-a \cdots ④'$$

③', ④'より ③が双極線の左側、④が右側を表していることがわかる。
つまり、

$$r = \begin{cases} (x>0\text{のとき}) \\ \dfrac{-a(1-e^2)}{1-e\cos f} & \cdots ④ \\ (x<0\text{のとき}) \\ \dfrac{a(1-e^2)}{1+e\cos f} & \cdots ③ \end{cases}$$



[問題1.3]

([問題1.2])で求めた③に(1.7), ($\ell = a(1-e)$)を代入すると、

$$r = \frac{\ell(1+e)}{1+e\cos f}$$

となり、(1.8)と一致する。
同様にして、Fを原点とする極座標でH'A'K'を表現する④式に(1.7)を代入すると、

$$r = \frac{-\ell(1+e)}{1-e\cos f}$$

//

[問題1.4]

$\begin{cases} x = r\cos f - \ell \\ y = r\sin f \end{cases}$ とおいて、$y^2 = -4\ell x$ へ代入する

$$r^2\sin^2 f = -4\ell r\cos f + 4\ell^2$$
$$(1-\cos^2 f)r^2 + 4\ell\cos f\, r - 4\ell^2 = 0$$
$$\{(1-\cos f)r + 2\ell\}\{(1+\cos f)r - 2\ell\} = 0 \quad \cdots ④$$

rが正の値をとるためには、④の第2因子 $=0$ を求めて、

$$r = \frac{2\ell}{1+\cos f}$$ //