

$$|u_i| = |u_f| = u \quad \dots \textcircled{1}$$

エネルギー積分

$$\frac{1}{2}(u^*)^2 - \frac{\mu}{r^*} = E = \frac{\mu}{2a^*} \quad \dots (3.67) \quad (\because 2.120)$$

f_0^* の定義は書いじなかつた。
よびく上図のように、作用圏の境界に入
ったときの真近点距離角のこと。

この(3.67)を作用圏の境界上に適用すると、(この近似では作用圏の径は無量大)

$$\frac{1}{2} u^2 = \frac{\mu}{2a^*}$$

$$\therefore u^2 = \frac{\mu}{a^*} \quad \dots (3.68)$$

また、双曲線の極座標表示は、(2.113)より、

$$r^* = \frac{a^*(e^{*2} - 1)}{1 + e^* \cos f^*} \quad \dots (3.69)$$

上図より、 $f_0^* \simeq -\theta_0$ のとき (上図の作用圏を十分大きくしたとき)、 r^* は ∞ と
なるから、

$$\infty \simeq \frac{a^*(e^{*2} - 1)}{1 + e^* \cos(-\theta_0)}$$

$$1 + e^* \cos(-\theta_0) \simeq 0$$

$$e \cos \theta_0 \simeq -\frac{1}{e^*} \quad \dots (3.70)$$

$$\begin{aligned}
 b &= OH \\
 &= OJ \cdot \sin(\pi - \theta_0) \\
 &= a^* e^* \cdot \sin \theta_0 \\
 &= a^* e^* \cdot \sqrt{1 - a^2 \theta_0^2} \\
 &= a^* e^* \sqrt{1 - \frac{1}{e^{*2}}} \quad (\because 3.70) \\
 &= a^* \sqrt{e^{*2} - 1} \quad \dots (3.71)
 \end{aligned}$$

∴ (3.71) より

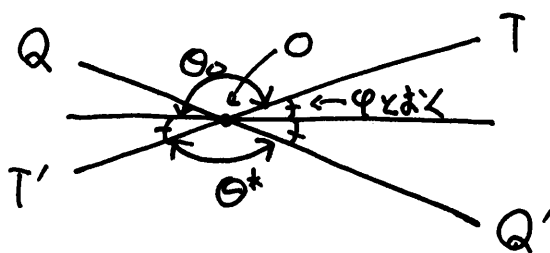
$$\begin{aligned}
 e^{*2} - 1 &= \left(\frac{b}{a^*} \right)^2 \\
 \therefore e^* &= \sqrt{\left(\frac{b}{a^*} \right)^2 + 1} \quad \dots (3.72)
 \end{aligned}$$

散角 θ^* ($\angle Q'OT'$) と θ_0 の関係は、下図より

$$\begin{cases} \theta_0 + \varphi = \pi \\ \theta^* + 2\varphi = \pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \theta^* + 2(\pi - \theta_0) = \pi$$

$$\therefore \theta^* = 2\theta_0 - \pi \quad \dots (3.73)$$



$$|u_i| = u_i - V_J \quad (\angle)$$

$$\therefore u_i^2 = u_i^2 + V_J^2 - 2u_i V_J \cos \theta \quad \dots (3.74) \quad (\because |u_i| = |u_f| = u)$$

$$|u_f| = u_f - V_J \quad (\angle)$$

$$u_f = |u_f| + V_J$$

$$u_f^2 = u_f^2 + V_J^2 + 2u_f V_J \cos(\theta^* + \alpha)$$

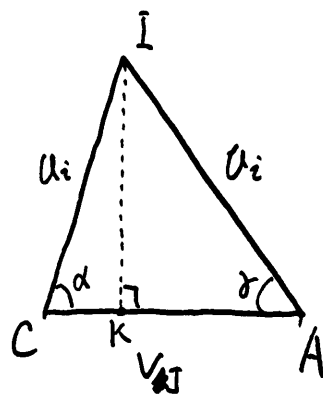
$$\therefore u_f^2 = u^2 + V_J^2 + 2u V_J \cos(\theta^* + \alpha) \quad \dots (3.75)$$

$\triangle AIC$ に於いて.

$$(IK) = u \sin \alpha = u_i \sin \theta \quad \dots (3.76)$$

$$(CA) = V_J = u_i \cos \alpha + u_i \cos \theta$$

$$\therefore u \cos \alpha = V_J - u_i \cos \theta \quad \dots (3.77)$$

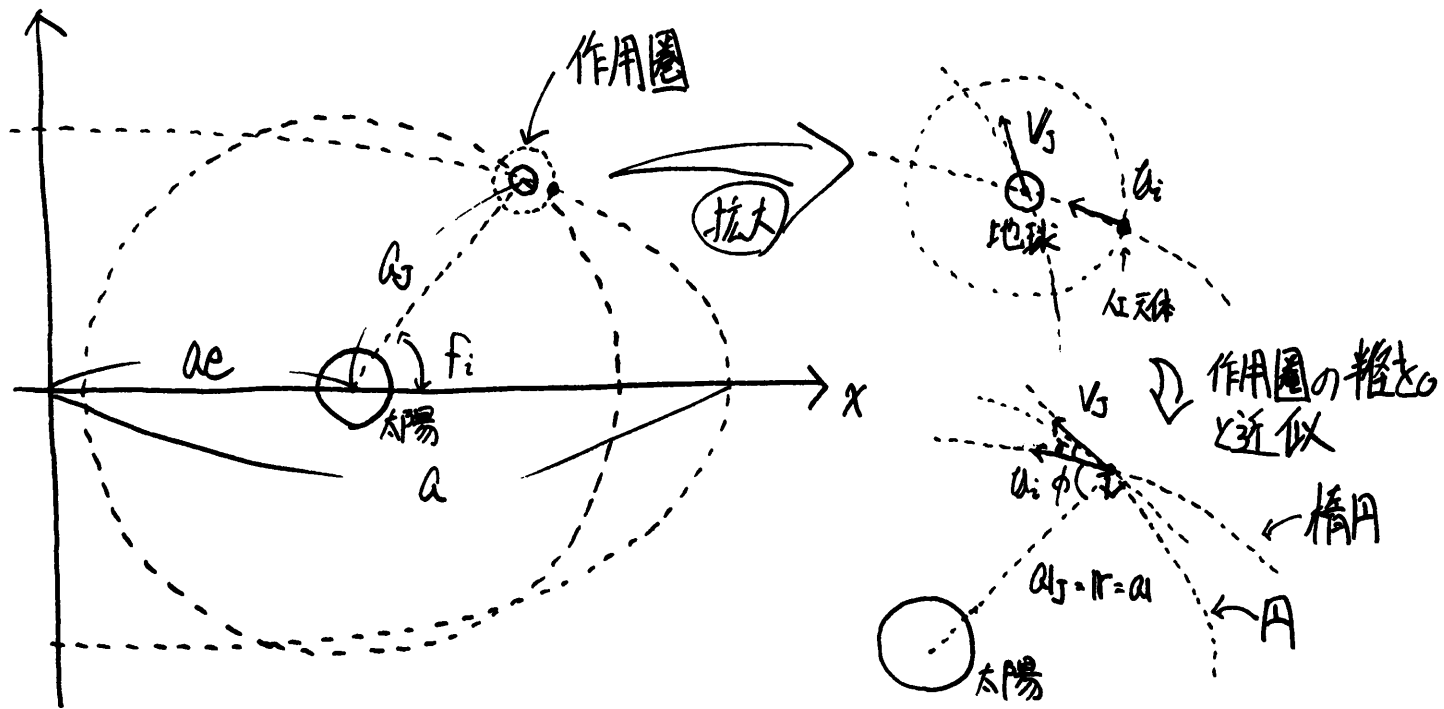


(3.74)(3.76)(3.77) を (3.75) に代入

$$u_f^2 = \underbrace{(u_i^2 + V_J^2 - 2u_i V_J \cos \theta)}_{(\because 3.74)} + V_J^2 - 2V_J (u \cos \alpha \cos \theta^* - u \sin \alpha \sin \theta^*)$$

$$= \dots - 2V_J \left\{ \underbrace{(V_J - u_i \cos \theta)}_{(\because 3.77)} \cos \theta^* - \underbrace{u_i \sin \theta \sin \theta^*}_{(\because 3.76)} \right\}$$

$$= u_i^2 + 2V_J^2(1 - \cos \theta^*) + 2u_i V_J \{ \cos(\theta - \theta^*) - \cos \theta \} \quad \dots (3.78)$$



人工天体が作用圏に飛到達したときの速度 u_i は、エネルギー積分から求められ

$$(E =) \frac{1}{2} u_i^2 - \frac{GM_S}{a_J} = - \frac{GM_S}{2a} \quad \dots (3.79)$$

エネルギーを楕円の幾何学的量を用いて表現 ($\because 2.68$)

ここで惑星の公転速度 V_J は

$$V_J = r\omega = a_J \cdot \sqrt{\frac{GM_S}{a_J^3}} = \sqrt{\frac{GM_S}{a_J}} \quad (\because 2.244)$$

また、人工天体の平均公転速度 u_0 は、

$$\begin{aligned} u_0 &= \langle \dot{r} \rangle_n \\ &= a \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right) \sqrt{\frac{GM_S}{a}} \quad (\because 2.212) \\ &= \sqrt{\frac{GM_S}{a}} \quad (\because e^2 \sim 0) \end{aligned}$$

V_J と u_0 を用い、(3.79)を書き換えると、

$$\frac{1}{2} u_i^2 - V_J^2 = -\frac{1}{2} u_0^2$$

$$\therefore u_i^2 = 2V_J^2 - u_0^2 \quad \dots (3.80)$$

角運動量保存より、

前ページの図参照

$$(h=) a_J u_i \sin(\pi - \phi) = \sqrt{GM_S a(1-e^2)}$$

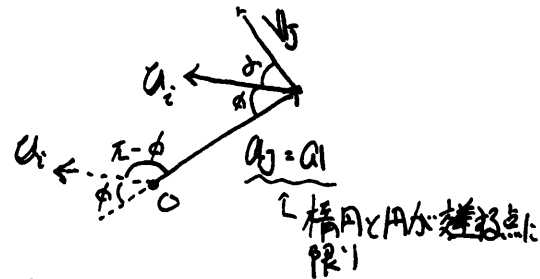
↑ 楕円の幾何学的量での表現 (∵ 2.69)

$$a_J u_i \sin \phi = \sqrt{GM_S a(1-e^2)}$$

$$\downarrow$$

$$a_J u_i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)$$

$$a_J u_i \cos \phi = \sqrt{GM_S a(1-e^2)} \quad \dots (3.81)$$



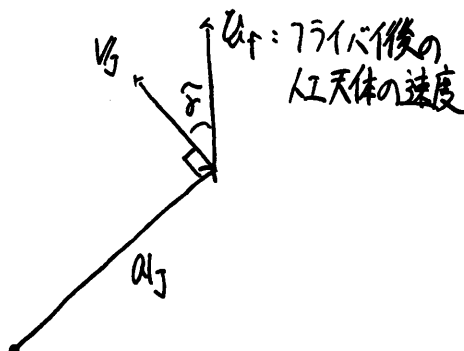
人工天体が惑星の作用圏に到達したときの真近点離角 f_i は以下の式から求まる

$$(r=) \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos f_i} = a_J \quad \dots (3.82)$$

人工天体の楕円軌道の
焦点からの距離

惑星の円軌道の半径

ここからは、フライバイ後の軌道要素について考える



エネルギー積分

$$\tilde{E} = \frac{1}{2} u_f^2 - \frac{GM_S}{a_J} \quad \dots (3.83)$$

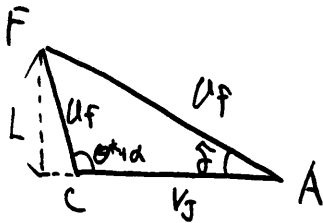
$E < 0$ のときは楕円軌道になるので、軌道長半径は、

$$\tilde{a} = -\frac{GM_s}{2E} \quad (\because 2.68) \quad \dots (3.84)$$

$E > 0$ のときは双曲線軌道になるので、

$$\tilde{a} = \frac{GM_s}{2E} \quad (\because 2.122) \quad \dots (3.84)$$

次に、離心率を求めるために、まず u_F と v_F のなす角 δ を $\triangle AFC$ に注目して求める



$$(L=) u_F \sin \delta = \tilde{u}_F \sin(\theta^* + \alpha)$$

\tilde{u} (惑星に対する天体の相対速度は
フライバイ前後で変化しない (前小節))

$$\therefore \frac{\sin \delta}{u} = \frac{\sin(\theta^* + \alpha)}{u_F} \quad \dots (3.85)$$

ここで求めた δ を角運動量保存 (2.90) に適用して、 \tilde{e} を求めることができる

$$(h=) h_F u_F \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = h_F u_F \cos \delta = \begin{cases} \sqrt{GM_s \tilde{a} (1 - \tilde{e}^2)} : (E < 0 \text{ のとき}) \\ \sqrt{GM_s \tilde{a} (\tilde{e}^2 - 1)} : (E > 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

(前セクションの図より) (2.64)

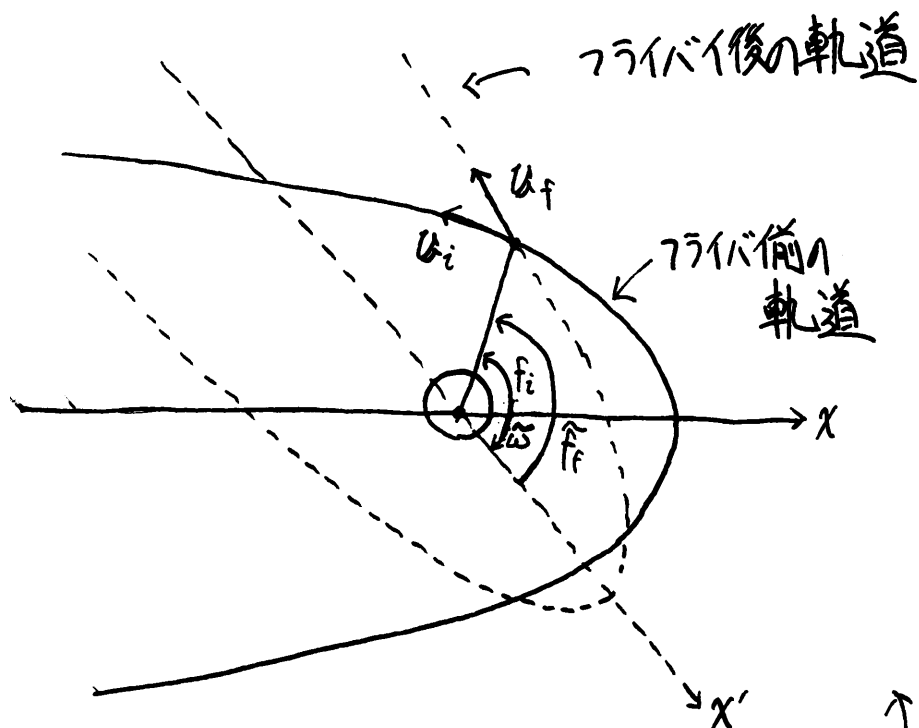
フライバイ後の軌道の真近点離角 \hat{r}_F は、真近点離角と δ の関係式 (2.86) より、

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = \frac{1 + \tilde{e} \cos \hat{r}_F}{\tilde{e} \sin \hat{r}_F}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)} = \frac{1 + \tilde{e} \cos \hat{r}_F}{\tilde{e} \sin \hat{r}_F}$$

$$\frac{\cos \delta}{\sin \delta} = \frac{\tilde{e} \sin \hat{r}_F}{1 + \tilde{e} \cos \hat{r}_F}$$

$$\therefore \tan \delta = \frac{\tilde{e} \sin \hat{r}_F}{1 + \tilde{e} \cos \hat{r}_F} \quad \dots (3.87)$$

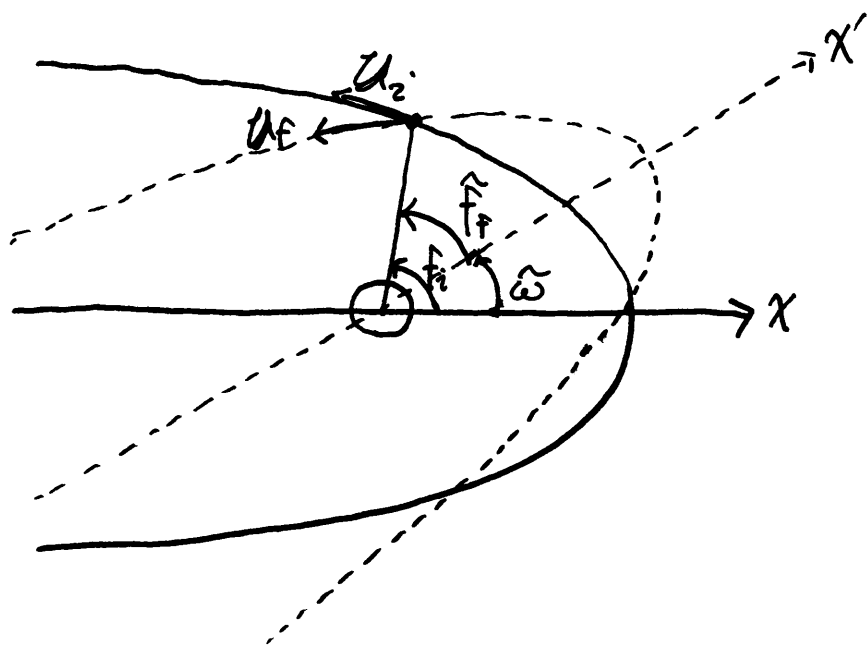


左図より、

$$\hat{f}_f = f_i - \omega$$

$$\omega = f_i - \hat{f}_f \dots (3.88)$$

両方とも同じことだから、
下の方が図がみやすいかも



左図より、

$$f_i = \hat{f}_f + \omega$$

$$\omega = f_i - \hat{f}_f \dots (3.88)$$