問題3.12

ランデブーに必要な減速量 Δv を求める

S_1 が描く円軌道の半径を a、周期を P とする

S_2 〃 楕円軌道の長半径を a'、〃 P' とする

ケプラーの第3法則より

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{P'^2}{a'^3} \quad \cdots ①$$

また、S_1 が A から B まで移動するのにかかる時間と、
S_2 が B から B まで移動(1周)するのにかかる時間は等しいので、

$$\frac{2\pi-\theta}{2\pi}P = P' \quad \cdots ②$$

①,②より、

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{1}{a'^3}\left(\frac{2\pi-\theta}{2\pi}P\right)^2$$

$$\rightarrow a'^3 = a^3\left(\frac{2\pi-\theta}{2\pi}\right)^2$$

$$\therefore a' = a\left(\frac{2\pi-\theta}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \cdots ③$$

以上を(3.5)へ代入する $\left(\begin{array}{l} a_1 = a \\ \frac{1}{2}(a_1+a_2) = a' \end{array}\right.$ に対応$\Big)$

$\quad \hookrightarrow a_2 = 2a' - a$

$$\Delta v = \sqrt{\frac{\mu}{a}}\left(\sqrt{\frac{2(2a'-a)}{2a'}} - 1\right)$$

$$= \sqrt{\frac{\mu}{a}}\left(\sqrt{2-\frac{a}{a'}} - 1\right)$$

$$= \sqrt{\frac{\mu}{a}}\left(\sqrt{2-\left(\frac{2\pi}{2\pi-\theta}\right)^{\frac{2}{3}}} - 1\right)$$

$$= \underbrace{v}_{S_1\text{の速さ}\ (\because 3.3)}\left(\sqrt{2-\left(\frac{2\pi}{2\pi-\theta}\right)^{\frac{2}{3}}} - 1\right)$$