2.8.3

エネルギー積分(2.16, 2.30)より

$$\frac{1}{2}\dot{\mathbf{r}}^2 - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}$$

$$\frac{1}{2}(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2) - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}$$

$$\Rightarrow \frac{\mu}{a} = \frac{2\mu}{r} - (\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2) \quad \cdots (2.249)$$

前項2.8.2で使った座標系(x^*, y^*, z^*)を再び使う

$$\mathbf{h} = \mathbf{r}\times\dot{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} y\dot{z}-z\dot{y} \\ z\dot{x}-x\dot{z} \\ x\dot{y}-y\dot{x} \end{pmatrix} \cdots ① \quad , \quad \mathbf{h}^* = \mathbf{r}^*\times\dot{\mathbf{r}}^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} \cdots ②$$

と表すことができ、(x^*, y^*, z^*)から(x, y, z)への回転は前項(2.8.2)で求めてあるので、以下のようになる

$$\mathbf{h} = A\mathbf{h}^*$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} y\dot{z}-z\dot{y} \\ z\dot{x}-x\dot{z} \\ x\dot{y}-y\dot{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} hA_{13} \\ hA_{23} \\ hA_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h\sin\Omega\sin I \\ -h\cos\Omega\sin I \\ h\cos I \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdots(2.250) \\ \cdots(2.251) \\ \cdots(2.252) \end{matrix}$$

$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$へは$(x, y, z)$をZ軸まわりでΩ回転させた後、X軸まわりでI回転させればよい

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} = R_1(I)R_3(\Omega)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos I & \sin I \\ 0 & -\sin I & \cos I \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\Omega & \sin\Omega & 0 \\ -\sin\Omega & \cos\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x\cos\Omega + y\sin\Omega \\ (-x\sin\Omega + y\cos\Omega)\cos I + z\sin I \\ x\sin I\sin\Omega - y\sin I\cos\Omega + z\cos I \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdots(2.253) \\ \cdots(2.256) \\ \end{matrix}$$

(2.53), (2.54) より

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \dot{x}\cos\Omega + \dot{y}\sin\Omega \quad \cdots (2.255)$$

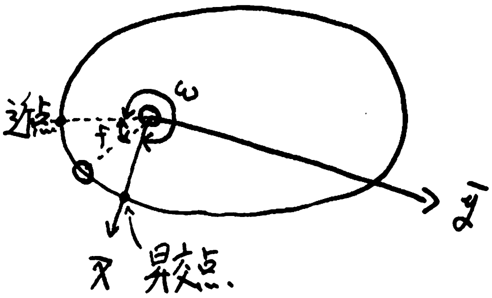
$$\frac{d\bar{y}}{dt} = (-\dot{x}\sin\Omega + \dot{y}\cos\Omega)\cos I + \dot{z}\sin I \quad \cdots (2.256)$$

この座標 ($\bar{x}$-$\bar{y}$) で離心積分を表現すると、

$$\mu\left(\mathbf{e} + \frac{\mathbf{r}}{r}\right) = \mathbf{v} \times \mathbf{h} \quad (\because 2.45)$$

$$\left(\mu\left(e\cos\omega + \frac{\bar{x}}{r}\right), \mu\left(e\sin\omega + \frac{\bar{y}}{r}\right), 0\right) = \left(\frac{d\bar{x}}{dt}, \frac{d\bar{y}}{dt}, 0\right) \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix}$$

$$= \left(h\frac{d\bar{y}}{dt}, -h\frac{d\bar{x}}{dt}, 0\right) \quad \cdots (2.57)\ (2.58)$$



← $\phi = \omega + f$ とすると、左図を参考にして、$\bar{x}, \bar{y}$ は、

$$\bar{x} = r\cos\phi \quad \cdots (2.259)$$

$$\bar{y} = r\sin\phi \quad \cdots (2.260)$$

と表せる

(2.59)(2.63)(2.64) より f と u の関係は、

$$r\cos f = a(\cos u - e), \quad r\sin f = a\sqrt{1-e^2}\sin u \quad \cdots (2.261)$$

と表すことができ、すでに求めてある f の値を使って u を求めることができる