



Onlinekurs Mathematik - Orientierung im zweidimensionalen Koordinatensystem - Kreise

Einführung

Info 9.2.1

Ein Kreis ist die Menge aller Punkte, die einen festen Abstand zu einem gemeinsamen Mittelpunkt besitzen. Diesen Abstand nennt man **Radius** und notiert ihn mit einem kleinen r. Die Angabe des Radius r > 0 und des Mittelpunkts $P = (x_0; y_0)$ legt einen Kreis eindeutig fest.

Anwendung des Satz des Pythagoras nicht anschaulich genug erklärt

Der geometrische Abstand zwischen zwei Punkten ist die Länge der Verbindungsstrecke zwischen den Punkten. Fasst man diese als Eckpunkte eines rechtwinkligen Dreiecks auf, so ergibt Auflösung des Satzes des Pythagoras nach der Länge c diese Formel für den Abstand:

Info 9.2.2

Der geometrische **Abstand** zwischen zwei Punkten $P = (x_0; y_0)$ und $Q = (x_1; y_1)$ wird durch den Ausdruck

$$\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$$

gegeben.

Wie bei Koordinaten verwenden wir keine Längeneinheit für den Abstand, er ist eine absolute Zahl. Zwei Punkte haben den Abstand Null genau dann, wenn sie gleich sind.

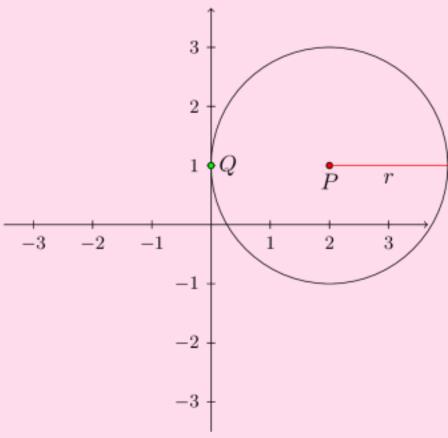
Beispiel 9.2.3

Die Punkte P = (1, 2) und Q = (3, 3) haben den Abstand

$$\sqrt{(3-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5} \approx 2,236$$
.

Beispiel 9.2.4

Der Kreis mit Mittelpunkt P=(2;1) und Radius r=2 besteht aus allen Punkten, deren Verbindungslinie zu P die Länge 2 besitzt. Beispielsweise ist Q=(0;1) ein Punkt auf dem Kreis:



Dagegen ist beispielsweise R=(5;2) kein Punkt auf dem Kreis, denn er besitzt den Abstand

$$\sqrt{(5-2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10} \neq 2$$

vom Mittelpunkt.

Aufgabe 9.2.5

Prüfen Sie durch eine Abstandsberechnung, ob der Punkt (5;6) auf dem Kreis um den Mittelpunkt P=(2;2) mit Radius r=5 liegt.

Lösung

Der Abstand der beiden Punkte ist

$$\sqrt{(5-2)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

womit (5; 6) tatsächlich auf dem Kreis mit Radius 5 um P

liegt.

Wie bei der Zwei-Punkte-Form für Geraden ist die Beschreibung eines Kreises durch Mittelpunkt und Radius erstmal nicht geeignet, um direkte Rechnungen mit dem Kreis auszuführen.