



**Stellungnahme zur Kompatibilität der Online-Kurse  
OMB+ und VE&MINT  
mit dem Mindestanforderungskatalog Mathematik**

**15.10.2015**

**Autoren**

Prof. Rolf Dürr

Prof. Dr. Klaus Dürrschnabel

Prof. Dr. Wolfgang Erben

StD Dr. Jörg Heuß

StRin Ulrike Kopizenski

Prof. Dr. Frank Loose

Prof. Dr. Karin Lunde

Prof. Dr. Cornelia Niederdrenk-Felgner

Dipl.-Math. Jochen Schröder

StD Bruno Weber

StD Dr. Thomas Weber

StDin Rita Wurth

Es ist zu beachten, dass die Begutachtung nur eine Momentaufnahme darstellt. Zum jetzigen Zeitpunkt ist OMB+ deutlich weiter entwickelt als VE&MINT. Das im MiAnKa geforderte Anforderungsniveau wird von VE&MINT besser getroffen.

**Beide Kurse haben einen großen Deckungsgrad mit dem MiAnKa, benötigen aber noch Anpassungen, um vollständig zu diesem kompatibel zu sein.**

Nachstehend erfolgt eine zusammenfassende Bewertung der gestellten Fragen. Weitere Details dazu finden sich kapitelweise im Anhang.

### **Eignung der Kurse, die MiAnKa-Kompetenzen zu realisieren**

In beiden Kursen sind die im Mindestanforderungskatalog beschriebenen Kompetenzen im Großen und Ganzen abgebildet. Beide Kurse überschreiten jedoch an einigen Stellen den erwarteten Stoffbereich (z.B. allgemeine Logarithmusfunktion, Höhen- und Kathetensatz), auch das Abstraktionsniveau der Darstellungen ist teilweise zu hoch, während andererseits Lücken (z.B. überschlägiges Rechnen) zu verzeichnen sind.

Bei OMB+ beziehen sich die Lücken fast ausschließlich auf die elementaren Einführungen (z.B. Aussagen), dafür geht der Kurs an vielen Stellen deutlich über den Themenhorizont des MiAnKa hinaus (z.B. Schnitte von Kreisen berechnen). Die Fachsprache ist teilweise deutlich über dem Verständnishorizont der Schüler (z.B. formale Definition lokaler Extrema). Positiv fällt die häufig verwendete grafische Veranschaulichung, zum Teil mit interaktiven Elementen, auf.

VE&MINT geht umgekehrt an weniger Stellen über das Themenfeld des MiAnKa hinaus, dafür fehlen hier zum aktuellen Zeitpunkt ganze Themenbereiche (z.B. Lösen von Gleichungen durch Faktorisieren). Das Niveau der Sprache unterscheidet sich in den Kapiteln extrem. Positiv ist die Beschränkung auf das Wesentliche und die Einbindung geeigneter Übungen innerhalb der erklärenden Texte.

Bei beiden Kursen sollte mehr Wert auf eine einheitliche und verständliche Fachsprache gelegt werden. Bezugspunkt müssen die in der Schule üblichen Bezeichnungen und Schreibweisen sein. Insbesondere sollte die DIN-Schreibweise in beiden Kursen durchgängig beachtet werden.

**Wir empfehlen, die einzelnen Lehr- und Aufgabentexte noch einmal auf Verständlichkeit zu überprüfen. Hierbei sollten Vertreter der Schulseite maßgeblich einbezogen werden.**

### **Vielfalt und Schwierigkeitsgrad der Aufgaben und der Schlusstests**

OMB+ enthält eine große Anzahl an Aufgaben und es können neue Aufgaben generiert werden. Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben steigt in den meisten Kapiteln (z.B.

Differentialrechnung und Geometrie) zu schnell auf ein zu hohes Niveau. Es gibt wenige Aufgaben, die schwache Studieninteressierte abholen. In einzelnen Kapiteln (z.B. Ungleichungen mit einer Variablen) sind die Aufgaben mit Bedacht gewählt und bieten ausgezeichnete Übungsmöglichkeiten. Der Abschlusstest der Kapitel ist im Großen und Ganzen gut, vereinzelt werden aber Aufgaben gebracht, die vorher kein Thema waren (z.B. Aufstellen eines Betragsterms).

Der Aufgabenpool von VE&MINT muss noch überarbeitet und erweitert werden. Dies gilt auch für die Abschlusstests in vielen Kapiteln (z.B. Geometrie). Die Abschlusstests repräsentieren oftmals nicht die Lerninhalte der Kapitel (z.B. Ungleichungen) und werden auch nicht immer durch entsprechende Übungsaufgaben vorbereitet. Das Schwierigkeitsniveau der vorhandenen Aufgaben, insbesondere auch derer in den einleitenden Texten, ist größtenteils bodenständig und angebracht.

### **Adäquate Vorbereitung, Zeitaufwand**

Viele Kompetenzen des Katalogs sind in beiden Kursen abgedeckt.

Durch das ambitionierte Zielniveau des OMB+ ist der erforderliche Zeitaufwand des gesamten Kurses sehr hoch. Eine vollständige Bearbeitung aller Materialien ist in den angestrebten 60 Stunden nicht ansatzweise möglich. In unseren Augen eignet sich der OMB+ als Vorbereitungskurs für bessere Studieninteressierte, um punktuelle Schwächen zu beheben. Für schwächere Studieninteressierte ist der Kurs in der jetzigen Form als reiner E-Learning-Kurs nicht zu empfehlen, jedoch durchaus mit entsprechender individueller Anleitung vor Ort, z.B. durch Tutoren. Der Kurs eignet sich auch gut als Begleitmaterial zu einer vorbereitenden oder einführenden Vorlesung.

Bei VE&MINT ist der Zeitaufwand durch den Umfang des Kurses und das angemessenere Anforderungsniveau geringer. Es ist zu erwarten, dass der Kurs auch nach Ergänzen der fehlenden Inhalte und Aufstocken der Übungsaufgaben in akzeptabler Zeit bearbeitet werden kann. Auch schwächere Studieninteressierte können von dem Kurs profitieren, aber eine adäquate Vorbereitung wird ohne tutorielle Begleitung nicht möglich sein.

## Anhang: Kommentare zu den einzelnen Kapiteln

Die Kommentare gehen explizit nur auf die Abweichungen vom MiAnKa oder in unseren Augen besonders gut gelungene Eigenschaften der Kurse ein. Originalzitate aus dem MiAnKa sind kursiv geschrieben.

## I Elementares Rechnen

*Die StudienanfängerInnen verfügen über grundlegende Vorstellungen von Zahlen ( $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ). Sie*

- *können zur Kontrolle ihrer Arbeit überschlägig mit Zahlen rechnen;*  
Das Thema wird weder bei OMB+ noch bei VE&MINT im Sinne des MiAnKa behandelt. Generell fehlt die allgemeine mathematische Kompetenz, Plausibilitätsüberlegungen anzustellen (1.3 im MiAnKa).
- *können die Regeln zur Kommaverschiebung anwenden;*
- *beherrschen die Vorzeichen- und Klammerregeln, können ausmultiplizieren und ausklammern;*
- *können Terme zielgerichtet umformen mithilfe von Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz;*
- *(\*\*) beherrschen die binomischen Formeln mit beliebigen Variablen;*
- *verstehen Proportionalitäten und können mit dem Dreisatz rechnen;*  
VE&MINT: Das Thema wird nicht behandelt, aber im Abschlusstest 2.3.3 vorausgesetzt.
- *können die Regeln der Bruchrechnung zielgerichtet anwenden (erweitern und kürzen, Brüche multiplizieren, dividieren, addieren und subtrahieren);*  
OMB+: Der Begriff Hauptnenner fehlt.
- *können mit Prozentangaben gut und sicher umgehen. Sie beherrschen die Zins- und Zinseszinsrechnung;*  
VE&MINT: Das Thema wird nicht behandelt.
- *können die Potenz- und Wurzelgesetze zielgerichtet anwenden; sie wissen, wie Wurzeln auf Potenzen zurückgeführt werden und können damit rechnen;*

## II Gleichung in einer Unbekannten

*Die StudienanfängerInnen können eine Gleichung mithilfe von Äquivalenzumformungen und Termumformungen lösen. Sie können*

- *lineare und quadratische Gleichungen lösen;*  
Bei beiden Kursen gibt es eine zu starre Fixierung auf die p-q-Formel. Bei OMB+ geht dies bis hin zur expliziten Frage nach p und q (Training zu 2, Aufgabe 2).
- *einfache Exponentialgleichungen lösen;*  
OMB+: Die Lösung einfacher Exponentialgleichungen erfolgt nur beim Thema Substitution (in Übungen und im Training).  
Bei VE&MINT wird das Thema nur ansatzweise bei elementaren Funktionen behandelt.
- *Gleichungen durch Faktorisieren lösen;*  
OMB+: Die Übungen sind teils zu komplex bzw. ohne Vorbereitung im Lehrtext.  
VE&MINT: Das Thema wird nicht behandelt.
- *(\*\*) Wurzelgleichungen lösen und kennen dabei den Unterschied zwischen einer Äquivalenzumformung und einer Implikation;*  
Bei OMB+ gibt es zu wenig einfache und zu viele deutlich zu komplexe Übungen.  
VE&MINT: Das Thema wird nicht behandelt.
- *(\*) einfache Betragsgleichungen lösen und dabei den Betrag als Abstand auf dem Zahlenstrahl interpretieren;*  
OMB+: Die Interpretation des Betrages als Abstand fehlt. Die Gleichungen sind komplizierter als im MiAnKa verlangt. Die Schlussprüfung verlangt das Aufstellen eines Betragsterms – das wurde vorher nicht thematisiert.  
VE&MINT: Die Interpretation des Betrages als Abstand fehlt. Später werden Ungleichungen so interpretiert. Der Abschlusstest verlangt das Aufstellen eines Betragsterms – das wurde vorher nicht thematisiert.
- *Gleichungen durch Substitution lösen (biquadratisch, exponentiell, ...).*  
OMB+: Im Lehrtext werden nur polynomiale Gleichungen aufgeführt. Die Terme in Training Aufgabe 3 sind „abschreckend“ komplex.  
VE&MINT: Das Thema wird nicht behandelt.

### III Ungleichungen mit einer Unbekannten

*Die StudienanfängerInnen können die Lösungsmengen von einfachen Ungleichungen bestimmen. Sie können*

- *Lineare Ungleichungen lösen*

VE&MINT: Die Einführung (auch hinsichtlich der Fachsprache) ist systematisch, Beispiele angemessen.

OMB+: Die Einführung ist gut, hervorzuheben ist die verschiedenartige Visualisierung (Zahlenstrahl oder Schnitte von Geraden).

- *Quadratische Ungleichungen graphisch lösen*

VE&MINT: Hier wird der rechnerische Weg ausführlich hergeleitet mit Hilfe von Betragsungleichungen, die zuvor erläutert wurden. Das Ganze ist jedoch sehr abstrakt und deutlich über dem MiAnKa-Standard.

OMB+ entspricht MiAnKa (keine Betragsungleichungen, stattdessen Interpretation als nach oben/unten geöffnete Parabel).

- *Einfache Betragsungleichungen lösen und dabei den Betrag als Abstand auf dem Zahlenstrahl interpretieren*

VE&MINT: Betragsungleichungen sind nur Handwerkszeug für die Bruchungleichungen und quadratischen Ungleichungen. Interpretation als Abstand wird nicht thematisiert.

OMB+ bietet verschiedene Interpretationsmöglichkeiten an (als Betragsfunktion und als Abstand auf dem Zahlenstrahl), jeweils mit interaktiver Visualisierung.

- *(\*\*) Ungleichungen mit Brüchen lösen*

VE&MINT: Das Niveau ist deutlich höher als im MiAnKa (mehrere variable Terme in einer Ungleichung), aber es gibt kaum Übungsaufgaben.

OMB+: Das Endniveau ist etwas höher als der MiAnKa-Standard (Beträge unter Bruchstrich in Ungleichung), aber durch ausreichend einfachere Aufgaben gibt es eine gute Heranführung.

## IV Lineare Gleichungssysteme

*Die StudienanfängerInnen können*

- (\*) *lineare Gleichungssystem mit bis zu 3 Gleichungen und Unbekannten ohne Hilfsmittel lösen. Offensichtliche Lösungen werden ohne Gauß-Elimination erkannt*

VE&MINT:

- Der Bezug zu Geraden/Schnittproblemen im  $\mathbb{R}^2$  wird wie auch im MiAnKa angedeutet.
- Der Bezug zu Ebene/ Schnittproblemen im  $\mathbb{R}^3$  wird anschaulich erklärt; er geht über MiAnKA hinaus (setzt Schnitte von Ebenen voraus (\*)).
- Die Standardlösungsverfahren für 2x2 werden recht ausführlich und einfach erklärt.
- Bei 3x3-Systemen wird nur das Additionsverfahren behandelt. Das Gaußverfahren wird als Dreiecksform angedeutet, aber nicht konsequent behandelt und geübt.

OMB+:

- Zu jedem  $\mathbb{R}^2$ -Beispiel gibt es eine Veranschaulichung der Geraden/ Schnittprobleme mit interaktiven Beispielaufgaben.
  - Die Überschrift und die Unterüberschriften im Abschnitt „Das Additionsverfahren“ sind vielleicht etwas unglücklich strukturiert.
  - Drei Unbekannte werden nur im Zusammenhang mit Gauß-Verfahren eingeführt.
- (\*) *die Lösbarkeit derartiger Gleichungssysteme - in einfachen Fällen auch in Abhängigkeit von Parametern diskutieren*

VE&MINT:

- Die Diskussion der Lösbarkeit erfolgt rein rechnerisch anhand von Beispielen.
- Es gibt parametrische LGS mit zahlreichen Fallunterscheidungen.

OMB+:

- Die Diskussion mit sinnvollen Beispielen ist gut verständlich.
- *Ein lineares Gleichungssystem mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannten geometrisch im zweidimensionalen Koordinatensystem interpretieren*

In beiden Kursen wird das Thema umgesetzt, bei OMB+ mit sehr ansprechender Visualisierung.

Bei VE&MINT wird sogar ein 3x3-System durchgerechnet und als Schnittmenge von 3 Ebenen interpretiert. Eine Visualisierung wäre hier hilfreich, um diese Anschauung dem Anwender überhaupt zu erschließen. Schnitte von Ebenen gehen über den MiAnKa hinaus.



## V Geometrie

*Die StudienanfängerInnen können*

- *elementargeometrische Objekte anhand ihrer definierenden Eigenschaften identifizieren;*
- *Strecken und Winkel mithilfe grundlegender Sätze der Elementargeometrie (Stufen- und Wechselwinkel an Parallelen, Strahlensätze, Kongruenz von Dreiecken, Winkelsummen, Satz des Pythagoras) berechnen;*

Beide Kurse behandeln auch den Katheten- und Höhensatz. Diese Sätze sind nicht Bestandteil des Mindestanforderungskatalogs.

- *Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und einfachen Vielecken berechnen;*  
Bei VE&MINT fehlt der Umfang.
- *Oberfläche und Volumen einfacher Körper berechnen (Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel);*  
Bei VE&MINT tauchen keine Volumina auf.
- *Gradmaß und Bogenmaß unterscheiden und ineinander umrechnen;*
- *Sinus, Kosinus und Tangens als Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken interpretieren und damit fehlende Größen bestimmen;*  
Beide Kurse behandeln auch den Kotangens, der nicht Bestandteil des Mindestanforderungskatalogs ist.
- *Sinus und Kosinus als Koordinaten der Punkte des Einheitskreises identifizieren.*

## VI Elementare Funktionen

Die StudienanfängerInnen verfügen über ein Verständnis für Funktionen, d. h. sie

- kennen wichtige Eigenschaften (Definitions- und Wertemenge, Symmetrie, Monotonie, Nullstellen, Extrem- und Wendestellen) folgender elementarer Funktionen:  
Polynomfunktionen (ganzrationale Funktionen), insbesondere lineare und quadratische Funktionen,

Potenzfunktionen,  $x \rightarrow \sqrt{x}$ ,  $x \rightarrow \frac{1}{x}$ ,  $x \rightarrow \frac{1}{x^2}$ ,

Exponentialfunktionen (auch  $x \rightarrow e^x$ ),

(\*)  $x \rightarrow \ln(x)$ ,

$x \rightarrow \sin(x)$ ,  $x \rightarrow \cos(x)$ ,

(\*)  $x \rightarrow \tan(x)$ ;

VE&MINT behandelt Betragsfunktion und gebrochenrationale Funktionen, die nicht Teil des Mindestanforderungskatalogs sind.

In beiden Kursen werden auch die allgemeine Logarithmusfunktion sowie die Kotangensfunktion besprochen, die nicht Bestandteil des Mindestanforderungskatalogs sind. Bei OMB+ erfolgt sogar eine sehr intensive Behandlung des allgemeinen Logarithmus und der Kotangensfunktion in Form von mehreren Aufgaben. Bei VE&MINT ist die Bedeutung von  $\log$  ( $\lg$  oder allgemein  $\log_a$ ) nicht klar. Zudem wird  $\log$  im angelsächsischen Raum üblicherweise mit  $\ln$  und keiner der beiden obigen Bedeutungen gleichgesetzt  $\rightarrow$  Symbol „ $\log$ “ besser komplett vermeiden.

- können den qualitativen Verlauf der Graphen dieser elementaren Funktionen beschreiben sowie Funktionsterme von elementaren Funktionen ihren Schaubildern zuordnen und umgekehrt;

Auch hier werden die zusätzlichen Funktionstypen behandelt.

- können elementare Funktionen transformieren und die entsprechende Abbildung (Verschiebung, Spiegelung an Koordinatenachsen, Streckung/Stauchung in x- und y-Richtung) durchführen;
- können durch Addition, Multiplikation und (\*) Verkettung von Funktionen neue Funktionen erzeugen;
- können Tabellen und Graphen auch für nichtelementare Funktionen (in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel) erstellen;

OMB+: Das Thema wird nicht behandelt.

- können aus gegebenen Bedingungen einen Funktionsterm mit vorgegebenem Typ bestimmen.

Wird in beiden Kursen kaum behandelt, zum Beispiel wird das Aufstellen einer Geradengleichung durch zwei gegebene Punkte nicht behandelt.

## VII Differentialrechnung

*Die StudienanfängerInnen verfügen über ein grundlegendes Verständnis des Ableitungsbegriffs und beherrschen die zentralen Techniken der Differenzialrechnung, d. h. sie*

- *haben ein propädeutisches Wissen über Grenzwerte*  
OMB+: Der Grenzwertbegriff wird weit über die im MiAnKa beschriebene Propädeutik hinaus eingeführt und veranschaulicht.
- *verstehen die Ableitung an einer Stelle als momentane Änderungsrate und als Tangentensteigung*  
OMB+: Der Aspekt Änderungsrate wird nur ganz kurz und nur in Bezug auf zeitabhängige Funktionen thematisiert. Der Aspekt „Lineare Approximation“ entspricht nicht den im MiAnKa beschriebenen Kompetenzen.
- *können den Zusammenhang zwischen einer Funktion und ihrer Ableitungsfunktion erläutern*
- *können aus dem Graphen einer Funktion den qualitativen Verlauf des Graphen der Ableitungsfunktion bestimmen und umgekehrt*
- *kennen die Ableitungsfunktionen elementarer Funktionen*  
OMB+: Die Herleitung der Ableitungen in den Übungsaufgaben passt nicht.  
VE&MINT: In den Übungsaufgaben werden trigonometrische Additionstheoreme und Logarithmenregeln benötigt.
- *kennen die Summen-, Faktor-, (\*)Produkt- und (\*)Kettenregel und können diese sowie einfache Kombinationen davon anwenden;*  
OMB+: Doppelte Verkettung und dreifaches Produkt sind keine einfachen Kombinationen im Sinne des MiAnKa. Dementsprechend sind auch viele der Übungsaufgaben abschreckend und übertrieben formal.  
VE&MINT: Die Übungsaufgaben erfordern trigonometrische Additionstheoreme.
- *können die Differenzialrechnung zur Bestimmung von Eigenschaften von Funktionen (insbesondere Monotonieverhalten und Extremstellen) nutzen*
- *können mithilfe der Differenzialrechnung Optimierungsprobleme lösen*

## VIII Integralrechnung

*Die StudienanfängerInnen verfügen über ein grundlegendes Verständnis des Integralbegriffs und beherrschen zentrale Techniken der Integralrechnung, d. h. sie*

- *verstehen das bestimmte Integral als Grenzwert von Summen*
- *können das bestimmte Integral als Rekonstruktion eines Bestandes aus der Änderungsrate und als orientierten Flächeninhalt interpretieren*

Rekonstruktion eines Bestandes kommt in beiden Kursen eher zu kurz.

OMB+: Das Thema gibt es nur im Zusammenhang mit zeitabhängigen Funktionen.

- *kennen den Begriff der Stammfunktion und kennen die Stammfunktionen der grundlegenden Funktionen  $x \rightarrow x^k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ),  $x \rightarrow e^x$ ,  $x \rightarrow \sin(x)$ ,  $x \rightarrow \cos(x)$*

Die Einführung des unbestimmten Integrals ist in beiden Kursen inkonsistent, verwirrend und nicht zielführend.

- *können die Faktor- und Summenregel zur Berechnung von Stammfunktionen anwenden*
- *können bestimmte Integrale mithilfe von Stammfunktionen berechnen*
- *können die Integralrechnung zur Berechnung der Fläche zwischen zwei Kurven anwenden*

## IX Orientierung im zweidimensionalen Koordinatensystem

*Die StudienanfängerInnen finden sich sicher im zweidimensionalen Koordinatensystem zurecht. Insbesondere können sie*

- *eine analytisch gegebene Gerade zeichnen*

Bei OMB+ gibt es unnötige Komplikationen (Punkt-Richtungsform).

- *Koordinatenbereiche skizzieren*

VE&MINT: Das Thema wird weder beim Kursinhalt noch in den Aufgaben thematisiert.

OMB+ geht über die Anforderungen des Mindestanforderungskatalogs hinaus: kompliziertere Betragsungleichungen, Kurven als Ränder.

- *(\*\*) einen durch eine Gleichung gegebenen Kreis zeichnen*

VE&MINT: Bestimmung von Mittelpunkt und Radius aus der allgemeinen Kreisgleichung (in ausmultiplizierter Form) fehlt.

OMB+ geht über die Anforderungen des Mindestanforderungskatalogs hinaus: Kreisdarstellung mittels zweier Funktionsgleichungen, Winkeldarstellung, Schnittpunkte zweier Kreise.

## X Grundlagen der anschaulichen Vektorgeometrie

*Die StudienanfängerInnen können mit Vektoren in Ebene und Raum umgehen. Insbesondere*

- *können sie Vektoren als Pfeilklassen interpretieren*
- *kennen sie die Komponentendarstellung von Vektoren*
- *können sie Punktmengen im Anschauungsraum mithilfe von Vektoren untersuchen*

Bei VE&MINT gibt es keine Aufgaben dazu.

- *beherrschen sie die Addition und S-Multiplikation von Vektoren*

Bei VE&MINT gibt es keine Aufgaben dazu.

- *können sie mithilfe von Vektoren Geraden und Ebenen im Raum darstellen*

Bei VE&MINT gibt es keine Aufgaben zum Thema Ebenen.