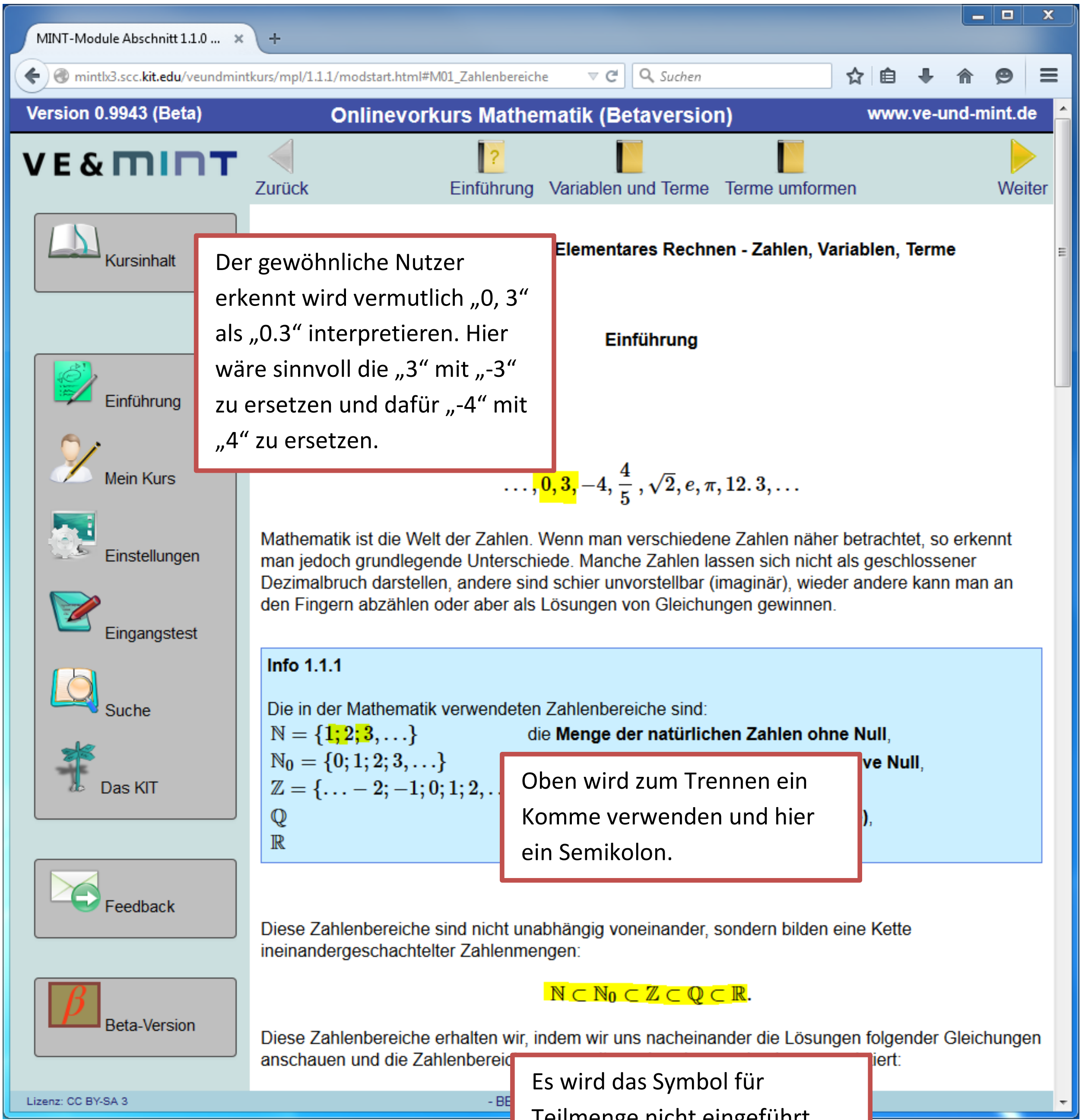


Der gewöhnliche Nutzer erkennt wird vermutlich „0, 3“ als „0.3“ interpretieren. Hier wäre sinnvoll die „3“ mit „-3“ zu ersetzen und dafür „-4“ mit „4“ zu ersetzen.

Oben wird zum Trennen ein Komme verwenden und hier ein Semikolon.

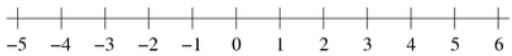
Es wird das Symbol für Teilmenge nicht eingeführt.

Dezimalsystem die Bas ... immte natürliche Zahlen, die Primzahlen, bilden d ... ken.

In der Menge der natürl ... stoßen an Grenzen, wenn wir zum Beispiel e ... ch um Plus- oder Minusgrade?) oder eine ... Daher müssen wir die Menge der natürlichen Z ... n und erhalten $\mathbb{Z}$. Die **Menge der ganzen Zal**

Die natürlichen zahlen sind bezüglich der Subtraktion nicht abgeschlossen, je nach Definition kann es jedoch trotzdem möglich sein eine entsprechende Rechenoperation durchzuführen.

bezeichnet. Ganze Zahlen werden immer dann benötigt, wenn das Vorzeichen der natürlichen Zahlen eine Rolle spielt. Außerdem können nun Zahlen subtrahiert werden, d.h. Gleichungssysteme der Form $a + x = b$ sind lösbar ($x = b + (-a)$.)



Auf den ganzen Zahlen lässt sich eindeutig ein Vergleichssymbol $<$ definieren, die ganzen Zahlen lassen sich damit zu einer Kette anordnen:

$$\ldots < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < \ldots$$

Eine rationale Zahl stellt das Verhältnis zweier ganzer Zahlen dar:

Info 1.1.2

Die Menge der **rationalen Zahlen** wird mit

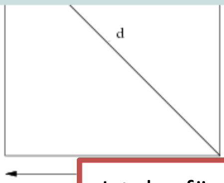
$$\mathbb{Q} := \left\{ \frac{p}{q} \ : \ p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$$

bezeichnet. Die Elemente $\frac{p}{q}$ der Menge $\mathbb{Q}$ heißen **Brüche**, wobei p der **Zähler** des Bruchs und q der von Null verschiedene **Nenner** des Bruchs ist.

Rationale Zahlen spielen immer dann eine Rolle, wenn Angaben "genauer" werden sollen, also Temperaturen in Bruchteilen von °C angegeben, Anteile von Flächen eingefärbt oder Medikamente

MINT-Module Abschnitt 1.1.0 ...

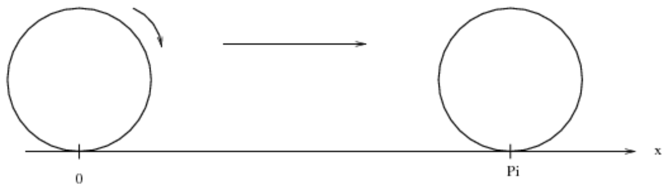
mintlx3.scc.kit.edu/veundmintkurs/mpl/1.1.1/modstart.html#M01_Zahlenbereiche



$d^2 = 1^2$

Ist das für SuS, Studieninteressierte oder Studienanfänger <u>immer</u> wirklich so offensichtlich?

Eine weitere Zahl, die offensichtlich nicht als Bruch dargestellt werden kann, erhält man durch Abrollen eines Rades mit Durchmesser 1 auf der Zahlengeraden. Es handelt sich um die Zahl π.



Eine Zahl ist irrational, wenn sie nicht rational ist, also nicht als Bruch aufgeschrieben werden kann. Die irrationalen Zahlen schließen nun die noch vorhandenen Lücken auf der Zahlengeraden, jedem Punkt entspricht genau eine reelle Zahl.

Info 1.1.3

Die Menge der **reellen Zahlen** wird mit $\mathbb{R}$ bezeichnet und setzt sich aus der Menge der rationalen Zahlen und der Menge der irrationalen Zahlen zusammen. Sie enthält alle auf der Zahlengeraden darstellbaren Zahlen.

Reelle Zahlen dienen als Maßzahlen für Längen, Flächeninhalte, Temperaturen, Massen, etc. Im Kurs werden die mathematischen Probleme typischerweise mit reellen Zahlen gelöst.

Lizenz: CC BY-SA 3

MINT-Module Abschnitt 1.1.0 ...

mintlx3.scc.kit.edu/veundmintkurs/mpl/1.1.1/xcontent1.html

Version 0.9943 (Beta) — **Onlinevorkurs Mathematik (Betaversion)** — www.ve-und-mint.de

VE&MINT

Zurück | Einführung | Variablen und Terme | Terme umformen | Weiter

Kursinhalt

Einführung

Mein Kurs

Einstellungen

Eingangstest

Suche

Das KIT

Feedback

Beta-Version

Einsetzen der gegebenen Werte für die Variablen ergibt $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{6+4}{6-4} = \frac{10}{2} = 5$ in Teil 1), $y^2 + x^2 = (-1)^2 + (-1)^2 = 2$ in Teil 2) und $1+2+3+4+5+6 = 21$ in Teil 3).

Aufgabe 1.1.9
Formalisieren Sie d

Schwer verständliche Formulierung

1. Anteil der Mädchen (Variable a) sowie der Jungen (Variable b) an der Gesamtzahl Kindern:

Anteil Mädchen ist ? und Anteil der Jungen ist ? .

Brüche können mit dem Strich (über der 7-Taste auf den meisten Tastaturen) eingegeben werden, dabei sollten Zähler bzw. Nenner geklammert werden wenn Rechenoperationen auftreten. Beispielsweise kann man den Bruch $\frac{1+x}{2+y}$ eingeben als `(1+x)/(2+y)`.

Lösung

Die Gesamtanzahl der Kinder ist $a+b$, der Mädchenanteil ist daher $\frac{a}{a+b}$ und der Jungenanteil ist $\frac{a}{a+b}$.

Terme können auch inei

Jungenanteil ist in der Lösung falsch angegeben.

Info 1.1.10

Beim **Einsetzen** von Termen wird ein Term anstelle eines Symbols in einem anderen Term eingesetzt, wobei das ersetzte Symbol ggf. vorher geklammert werden muss, wenn der einzusetzende Term mehrere Ausdrücke enthält.

Beispiel 1.1.11
Setzt man in den Term $x^2 + y^2$ beispielsweise den Wert $x = 1+2+3$ ein, so so entsteht der neue Term $x^2 + y^2 = (1+2+3)^2 + y^2 = 36 + y^2$, und nicht etwa

Lizenz: CC BY-SA 3

- BETAVERSION -

Info 1.1.10

Beim **Einsetzen** von Termen wird ein Term anstelle eines Symbols in einem anderen Term eingesetzt, wobei das ersetzte Symbol ggf. vorher geklammert werden muss, wenn der einzusetzende Term mehrere Ausdrücke enthält.

Beispiel 1.1.11

Setzt man in den Term $x^2 + y^2$ beispielsweise den Wert $x = 1 + 2 + 3$ ein, so so entsteht der neue Term $x^2 + y^2 = (1 + 2 + 3)^2 + y^2 = 36 + y^2$, und nicht etwa $1 + 2 + 3^2 + y^2 = 12 + y^2$.

Aufgabe 1.1.12

Welcher Term entsteht, wenn man in $x^2 + y^2$ Folgendes einsetzt:

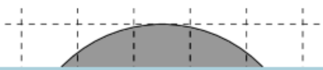
1. Der Winkel α sowohl für x wie auch für y: Dann ist $x^2 + y^2 \; =$? .
2. Die Zahl 2 für y und der Term $t + 1$ für x: Dann ist $x^2 + y^2 \; =$? .
3. Der Term $z + 1$ für x und der Term $z - 1$ für y: Dann ist $x^2 + y^2 \; =$? .

Der griechische Buchstabe α kann als `alpha` eingetippt werden.

Lösung

Aufgabe 1.1.13

In dieser Figur habe ein Kästchen auf dem Papier die Seitenlänge x, welchen Flächeninhalt (als Term in der Variablen x) besitzt die Figur?



Neue Terme entstehen in der Regel durch Umformen vorhandener Terme:

Info 1.1.15

Eine **Umformung** eines Terms entsteht, indem man eine oder mehrere Rechenregeln auf einen Term anwendet:

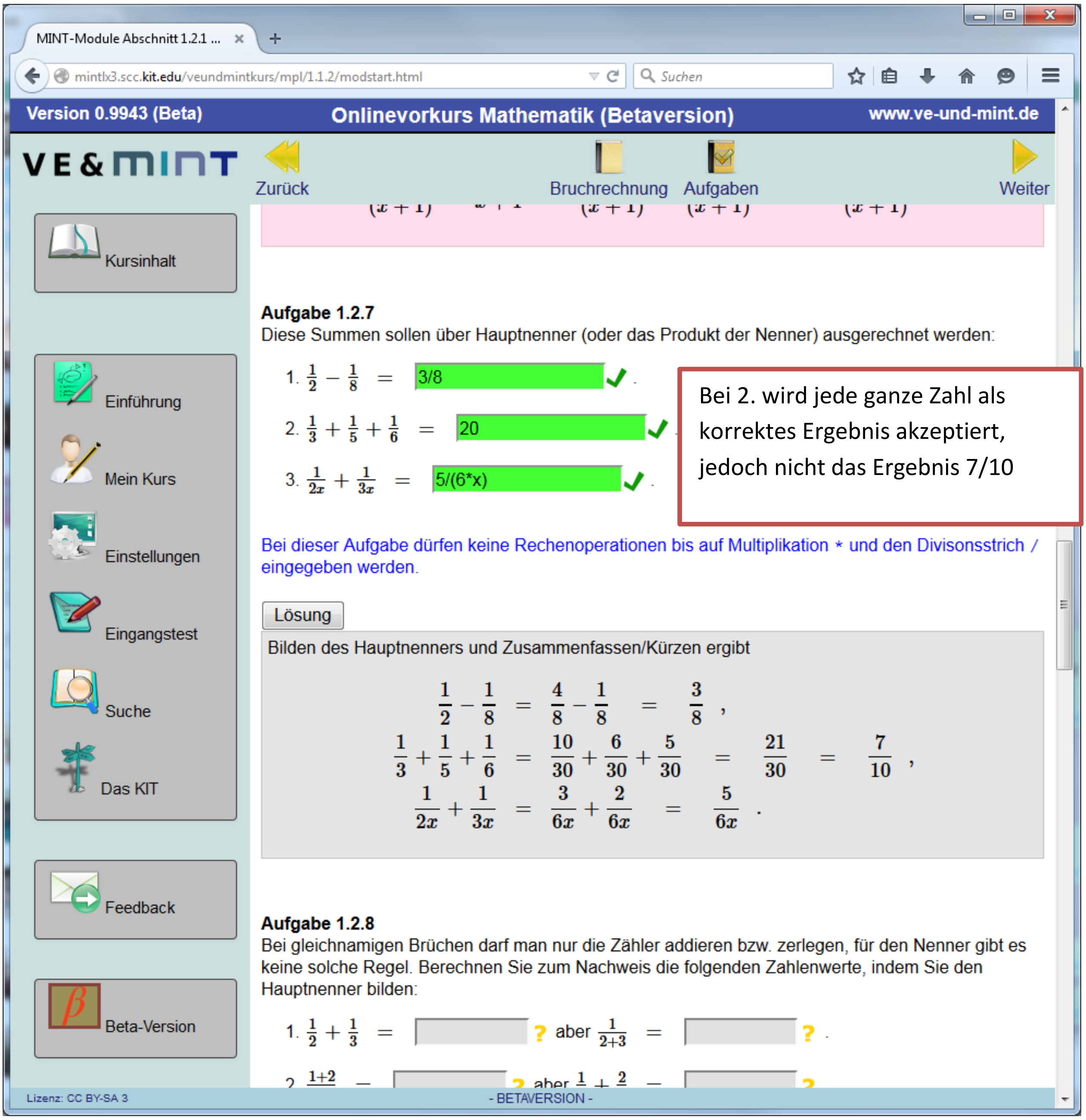
- Zusammenfassen: $a + a + \ldots + a = n \cdot a$ (n ist die Anzahl der Summanden).
- Distributivgesetze („Ausmultiplizieren"): $(a + b) \cdot c = ac + bc$ und $c \cdot (a + b) = ca + cb$.
- Kommutativgesetz: $a + b = b + a$.
- Assoziativgesetz („Klammern umsetzen bei gleichen Operationen"): $a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$, ebenso für den Malpunkt.
- Rechenregeln für Potenzen und spezielle Funktionen.
- Rechenregeln für bestimmte Formen
- Rechenregeln für Brüche: $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$.

Im Restlichen Teil wird relativ formell geschrieben. Warum wird nicht von „Multiplikation" gesprochen?

Die Regeln werden im Detail in den folgenden Abschnitten vorgestellt. Ziel dieser Umformungen ist es meist, den Term einfacher zu machen, einzelne Variablen zu isolieren oder den Term in eine gewünschte Form zu bringen:

Beispiel 1.1.16
Zulässige Umformungen sind

- $a(a + a + a) + a^2 + a^2 + a^2 \quad = \quad 6a^2$, der Term auf der rechten Seite ist einfacher da er weniger Symbole benötigt.



MINT-Module Abschnitt 1.2.1 ...

mintlx3.scc.kit.edu/veundmintkurs/mpl/1.1.2/modstart.html

Version 0.9943 (Beta) | Onlinevorkurs Mathematik (Betaversion) | www.ve-und-mint.de

VE&MINT | Zurück | Bruchrechnung | Aufgaben | Weiter

Kursinhalt

Einführung

Mein Kurs

Einstellungen

Eingangstest

Suche

Das KIT

Feedback

Beta-Version

Aufgabe 1.2.7

Diese Summen sollen über Hauptnenner (oder das Produkt der Nenner) ausgerechnet werden:

1. $\frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$ 3/8 ✓.
2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} =$ 20 ✓.
3. $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} =$ 5/(6*x) ✓.

Bei dieser Aufgabe dürfen keine Rechenoperationen bis auf Multiplikation * und den Divisonsstrich / eingegeben werden.

Lösung

Bilden des Hauptnenners und Zusammenfassen/Kürzen ergibt

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8},$$
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{10}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10},$$
$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{5}{6x}.$$

Aufgabe 1.2.8

Bei gleichnamigen Brüchen darf man nur die Zähler addieren bzw. zerlegen, für den Nenner gibt es keine solche Regel. Berechnen Sie zum Nachweis die folgenden Zahlenwerte, indem Sie den Hauptnenner bilden:

1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$? aber $\frac{1}{2+3} =$? .

Lizenz: CC BY-SA 3 | - BETAVERSION -

Bei 2. wird jede ganze Zahl als korrektes Ergebnis akzeptiert, jedoch nicht das Ergebnis 7/10

Kursinhalt
Einführung
Mein Kurs
Einstellungen
Eingangstest
Suche
Das KIT
Feedback
Beta-Version

Aufgabe 1.2.8

Bei gleichnamigen Brüchen darf man nur die Zähler addieren bzw. zerlegen, für den Nenner gibt es keine solche Regel. Berechnen Sie zum Nachweis die folgenden Zahlenwerte, indem Sie den Hauptnenner bilden:

1. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3} =$ 5/6 ✓ aber $\frac{1}{2+3} =$ 1/5 ✓.
2. $\frac{1+2}{5+6} =$ 6/22 ✓ aber $\frac{1}{5}+\frac{2}{6} =$ 16/30 ✓.

Lösung

Summen von Nennern darf ma[...] [...]hler, hier ist

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{3}{6} \ldots \frac{1}{5}.$$

Auch das einfache „Auseinande[...] [...]aubt, hier ist

$$\frac{1+2}{5+6} = \frac{3}{11} \quad \text{aber} \quad \frac{1}{5}+\frac{2}{6} = \frac{6}{30}+\frac{10}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}.$$

Es werden auch ungekürzte Brüche akzeptiert (es sind aber keine „Hauptnenner“).

Info 1.2.9

Brüche werden **multipliziert**, indem Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert werden, d. h.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{a\cdot c}{b\cdot d}, \quad bd \neq 0.$$

Die Division zweier Brüche wird auf die Multiplikation zurückgeführt:

Info 1.2.10

Lizenz: CC BY-SA 3

MINT-Module Abschnitt 1.2.1 ...

mintlx3.scc.kit.edu/veundmintkurs/mpl/1.1.2/modstart.html

Version 0.9943 (Beta) **Onlinevorkurs Mathematik (Betaversion)** **www.ve-und-mint.de**

VE&MINT

Zurück | Bruchrechnung | Aufgaben | Weiter

Kursinhalt

Einführung

Mein Kurs

Einstellungen

Eingangstest

Suche

Das KIT

Feedback

Beta-Version

Beispiel 1.2.13

Die Zahl $0,\overline{6}$ soll in einen Bruch umgewandelt werden. Hierzu multipliziert man die Zahl mit 10 und subtrahiert vom Ergebnis die Ausgangszahl, um die unendliche Periode zu eliminieren:

$$10 \cdot 0,\overline{6} = 6,\overline{6}$$
$$1 \cdot 0,\overline{6} = 0,\overline{6}$$
$$9 \cdot 0,\overline{6} = 6,0$$

...on durch 9 sofort: $0,\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Es wird nicht sofort deutlich, dass die zweite Gleichung von der ersten Gleichung subtrahiert wird.

Dieses Vorgehen funktioniert auch, wenn sich nicht alle Ziffern hinter dem Komma periodisch wiederholen:

Beispiel 1.2.14

Der Dezimalbruch $0,8\overline{3} = 0,83333\ldots$ soll in einen Bruch umgewandelt werden:

$$100 \cdot 0,8\overline{3} = 83,\overline{3}$$
$$-\ \ 10 \cdot 0,8\overline{3} = 8,\overline{3}$$
$$90 \cdot 0,8\overline{3} = 75,0$$

Division durch 90 liefert das Ergebnis: $0,8\overline{3} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$.

Die Vorgehensweise ist also immer dieselbe: durch geeignete Multiplikation mit Zehnerpotenzen und anschließender Subtraktion wird die unendliche Periode entfernt.

Aufgabe 1.2.15

Berechnen Sie mit dem obigen Verfahren einen gewöhnlichen und gekürzten Bruch, der den Wert $0,45555\ldots$ darstellt.

Antwort: $0,4\overline{5} \ =$ 41/90 ✓.

Geben Sie den Bruch in der Form `Zähler/Nenner` maximal gekürzt und mit positivem Nenner ein.

Lösung

Multiplikation von $x = 0,4\overline{5}$ mit einer geeigneten Zehnerpotenz ergibt

Lizenz: CC BY-SA 3

MINT-Module Abschnitt 1.2.1 ...

mintlx3.scc.kit.edu/veundmintkurs/mpl/1.1.2/xcontent1.html

Suchen

1. $\frac{216}{240} =$ 9/10 ✓ . Lösung

Wegen $\mathrm{ggT}(216, 240) = 24$ ist $\frac{216}{240} = \frac{216:24}{240:24} = \frac{9}{10}$.

2. $\frac{36}{72} =$ 2/4 ✗ . Lösung

36 teilt 72, also ist $\frac{36}{72} = \frac{1}{2}$.

3. $\frac{48}{144} =$ 24/72 ✗ . Lösung

48 teilt 144, also ist $\frac{48}{144} = \frac{1}{3}$.

(-1)/2 hat einen positiven Nenner. Je nachdem wie man „maximal gekürzt“ definiert wäre die Eingabe „(-1)/2“ als korrekt zu interpretieren

(-1)/2 ✗ falls a nicht gleich 2*b ✓ ist. Lösung

...bt $\frac{-a+2b}{-4b+2a} = \frac{(-1)\cdot(-2b+a)}{2\cdot(-2b+a)} = -\frac{1}{2}$. Der Bruch an sich ist nur für $a \neq 2b$ definiert.

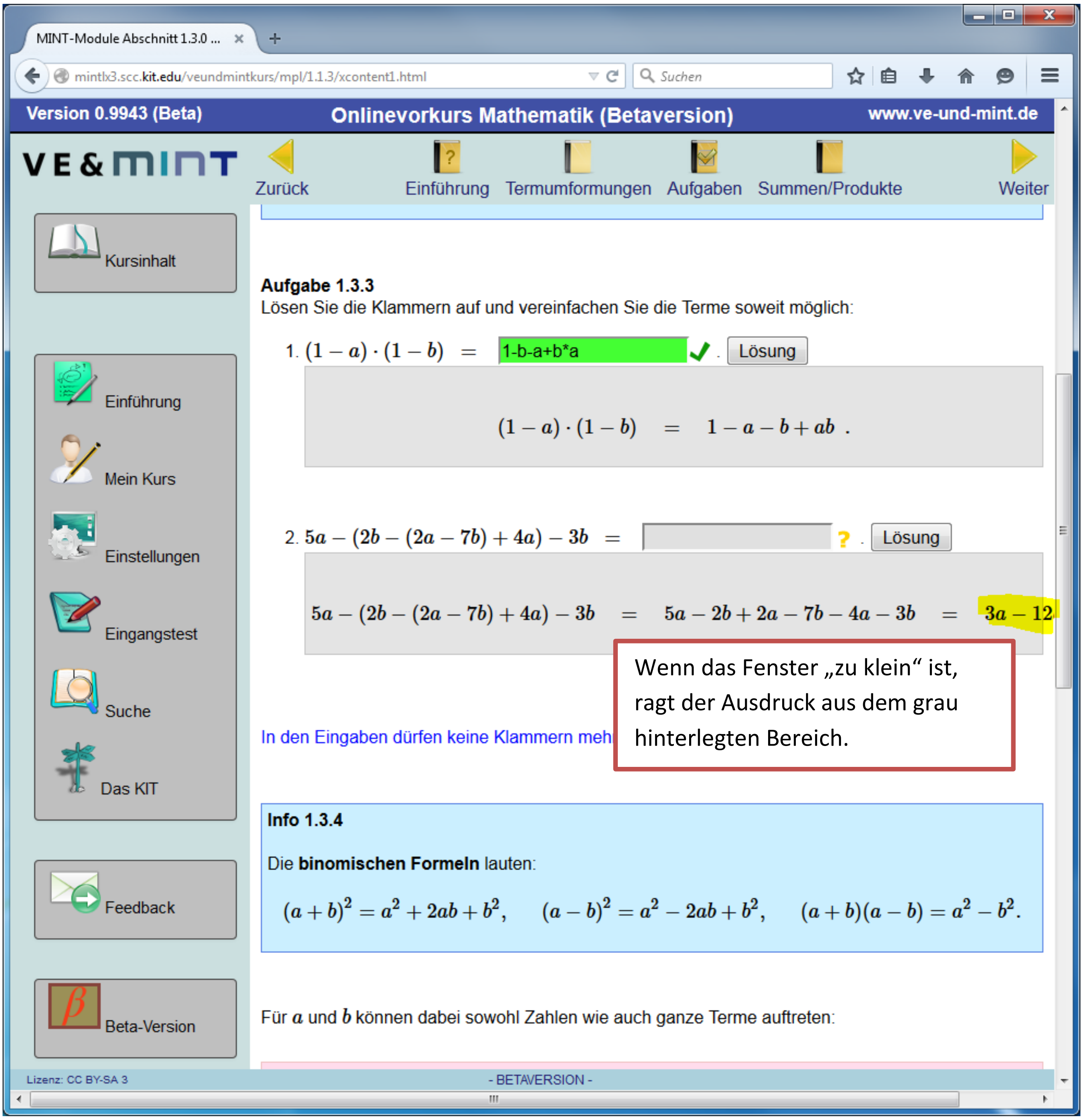
Geben Sie die Brüche in der Form `Zähler/Nenner` maximal gekürzt und mit positivem Nenner ein.

Aufgabe 1.2.17

Berechnen bzw. vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke für geeignete Zahlen a, b, x, y so weit wie möglich:

1. $\frac{1}{2} - \frac{2}{7} + \frac{3}{8} + \frac{3}{4} =$? . Lösung
2. $\frac{3}{13} : \frac{7}{26} =$? . Lösung
3. $\left(1,\bar{4} \cdot 3 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{6}{7} =$? . Lösung
4. $\frac{3a}{3a+6b} + \frac{2b}{a+2b} =$? . Lösung

Lizenz: CC BY-SA 3


MINT-Module Abschnitt 1.3.0 ...
mintlx3.scc.kit.edu/veundmintkurs/mpl/1.1.3/xcontent1.html
Suchen
Version 0.9943 (Beta)
Onlinevorkurs Mathematik (Betaversion)
www.ve-und-mint.de
VE & MINT
Zurück
Einführung
Termumformungen
Aufgaben
Summen/Produkte
Weiter
Kursinhalt
Einführung
Mein Kurs
Einstellungen
Eingangstest
Suche
Das KIT
Feedback
Beta-Version
Aufgabe 1.3.3
Lösen Sie die Klammern auf und vereinfachen Sie die Terme soweit möglich:
1. $(1-a)\cdot(1-b) =$ 1-b-a+b*a Lösung
$(1-a)\cdot(1-b) = 1-a-b+ab$.
2. $5a-(2b-(2a-7b)+4a)-3b =$? Lösung
$5a-(2b-(2a-7b)+4a)-3b = 5a-2b+2a-7b-4a-3b = 3a-12$
Wenn das Fenster „zu klein“ ist, ragt der Ausdruck aus dem grau hinterlegten Bereich.
In den Eingaben dürfen keine Klammern meh
Info 1.3.4
Die **binomischen Formeln** lauten:
$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2, \quad (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2, \quad (a+b)(a-b) = a^2-b^2.$
Für a und b können dabei sowohl Zahlen wie auch ganze Terme auftreten:
Lizenz: CC BY-SA 3
- BETAVERSION -

- $(1+2x)(1-2x) = 1^2 - (2x)^2 = 1 - 4x^2$.
- $x^4 - 1 = (x^2+1)(x^2-1) = (x^2+1)(x+1)(x-1)$, daran kann man ablesen, dass $x^4 - 1$ nur die Nullstellen $x = 1$ und $x = -1$ in den reellen Zahlen besitzt.
- $(1+x+y)^2 = ((1+x)+y)^2 = (1+x)^2 + 2(1+x)y + y^2 = 1 + 2x + x^2 + 2y + 2$

Es wird die 2. Binomische Formel benötigt.

Aufgabe 1.3.6
Wenden Sie die 3. binomische Formel an um den Term zu vereinfachen:

$(-3x+4)(4-3x) \quad = \quad$ ____ ? .

Lösung

$$(-3x+4)(4-3x) \quad = \quad (4-3x)(4-3x) \quad = \quad 16 - 24x + 9x^2 \ .$$

Beispiel 1.3.7
Die binomischen Formeln können zum geschickten Umformen von quadratischen Ausdrücken verwendet werden, dies ist sehr hilfreich, wenn Zahlenquadrate ohne Taschenrechner auszurechnen sind. Dabei zerlegt man die zu quadrierende Zahl in eine einfache Zahl (meist eine Zehnerpotenz) und den Rest:

$$\begin{aligned} 103^2 &= (100+3)^2 = 100^2 + 2\cdot 100\cdot 3 + 3^2 = 10609, \\ 49^2 &= (50-1)^2 = 50^2 - 2\cdot 50\cdot 1 + 1^2 = 2401, \\ 61^2 - 59^2 &= (61-59)(61+59) = 2\cdot 120 = 240. \end{aligned}$$

Lösung

$$(-3x+4)(4-3x) \quad = \quad (4-3x)(4-3x) \quad = \quad 16-24x+9x^2 \ .$$

Beispiel 1.3.7
Die binomischen Formeln können zum geschickten Umformen von quadratischen Ausdrücken verwendet werden, dies ist sehr hilfreich, wenn Zahlenquadrate ohne Taschenrechner auszurechnen sind. Dabei zerlegt man die zu quadrierende Zahl in eine einfache Zahl (meist eine Zehnerpotenz) und den Rest:

$$\begin{aligned} 103^2 &= (100+3)^2 = 100^2 + 2\cdot 100\cdot 3 + 3^2 = 10609, \\ 49^2 &= (50-1)^2 = 50^2 - 2\cdot 50\cdot 1 + 1^2 = 2401, \\ 61^2 - 59^2 &= (61-59)(61+59) = 2\cdot 120 = 240. \end{aligned}$$

Aufgabe 1.3.8
Berechnen Sie mit dieser Technik $1005^2 \ =$ 1010025 ✓.

Lösung

Ein falsches Ergebnis befindet sich in der Musterlösung.

$$1005^2 \quad = \quad (1000+5)^2 \quad = \quad 1000000 + 2\cdot 1000\cdot 5 + 25 \quad = \quad 1002050 \ .$$

Im folgenden Aufgabenabschnitt können Sie die Umformungstechniken an zahlreichen Aufgaben einüben.

Lizenz: CC BY-SA 3

MINT-Module Abschnitt 1.3.0 ...

mintlx3.scc.kit.edu/veundmintkurs/mpl/1.1.3/xcontent3.html

Version 0.9943 (Beta) | **Onlinevorkurs Mathematik (Betaversion)** | www.ve-und-mint.de

VE & MINT

Zurück | Einführung | Termumformungen | Aufgaben | Summen/Produkte | Weiter

Kursinhalt

Einführung

Mein Kurs

Einstellungen

Eingangstest

Suche

Das KIT

Feedback

Beta-Version

mathematischen Operationen zuletzt im Ausdruck ausgeführt werden. Die wichtigsten Typen sind Summen- und Produktdarstellungen.

Info 1.3.14

Bei einer **Produktdarstellung** ist die Produktoperation die zuletzt ausgeführte Operation. Wegen der Punkt-vor-Strich-Regel erreicht man diese Form nur dadurch, dass man Klammern um die Faktoren setzt. Aus der Produktdarstellung kann man besonders einfach ablesen, wann der fragliche Term den Wert Null annimmt. Das passiert genau dann, wenn einer der Faktoren Null wird.

Bei einer **Summendarstellung** ist Addition ... Wegen der Punkt-vor-Strich-Regel sind Ter... ler Summendarstellung lässt sich das asympto... ablesen, z.B. wird es bei Polynomen nur du... egt.

Zum besseren Verständnis könnte ein Beispiel hier angebracht sein.

Um zwischen beiden Darstellungen zu wechseln, gibt es mehrere Techniken.

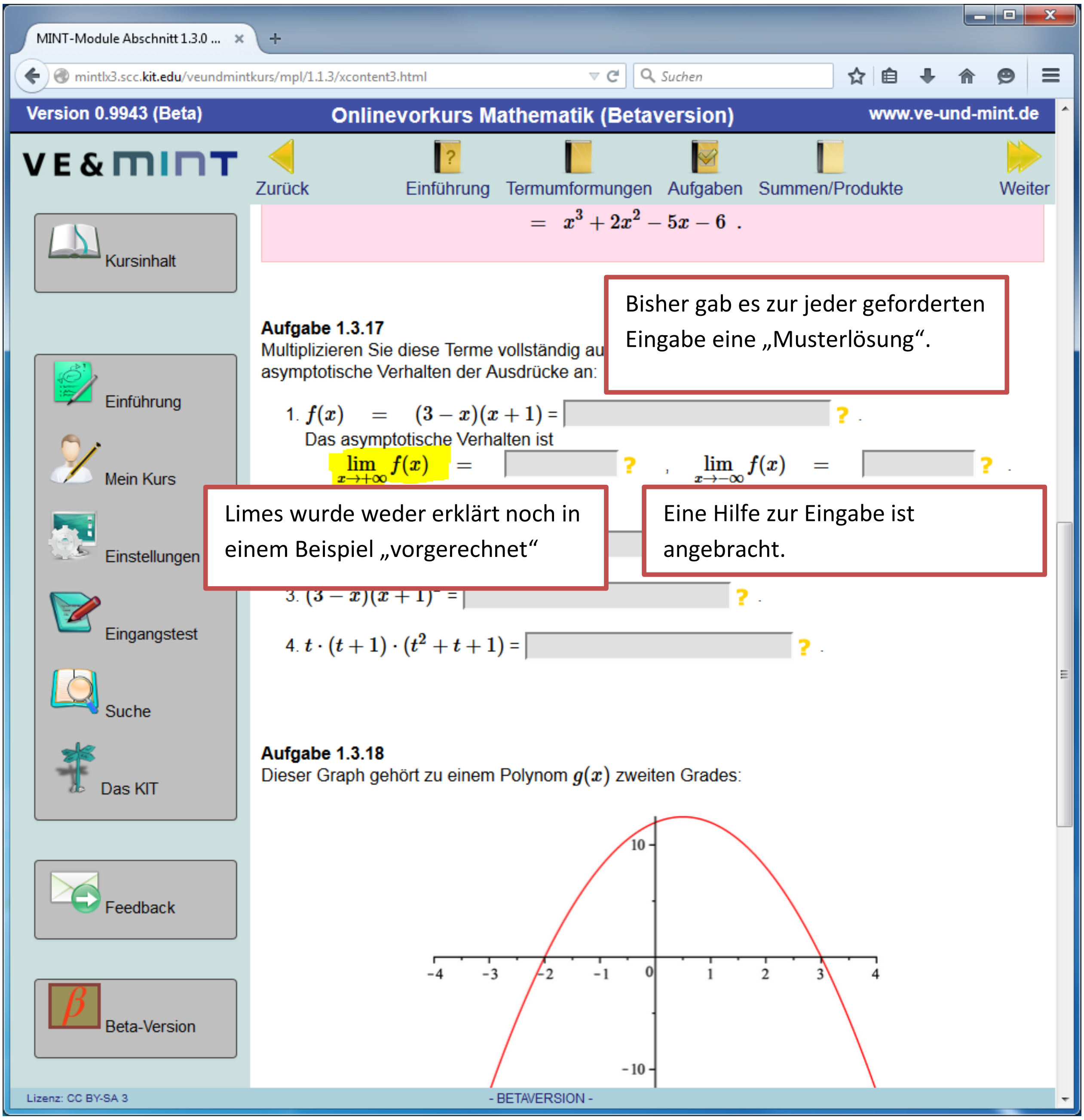
Info 1.3.15

Beim **Ausmultiplizieren** werden Faktoren multipliziert, indem jeder Summand eines Faktors mit jedem Summanden des anderen Faktors multipliziert und die Ergebnisse summiert werden. Liegen mehr als zwei Faktoren vor, so sollten diese schrittweise (immer nur zwei miteinander) ausmultipliziert werden.

Beispiel 1.3.16
Die Funktion $f(x) = (x+3)(x-2)(x+1)$ multipliziert man wie folgt aus:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+3)\cdot(x-2)\cdot(x+1) \\ &= (x^2+3x-2x-6)\cdot(x+1) \end{aligned}$$

Lizenz: CC BY-SA 3


MINT-Module Abschnitt 1.3.0 ...
mintlx3.scc.kit.edu/veundmintkurs/mpl/1.1.3/xcontent3.html
Suchen
Version 0.9943 (Beta)
Onlinevorkurs Mathematik (Betaversion)
www.ve-und-mint.de
VE & MINT
Zurück
Einführung
Termumformungen
Aufgaben
Summen/Produkte
Weiter
Kursinhalt
Einführung
Mein Kurs
Einstellungen
Eingangstest
Suche
Das KIT
Feedback
Beta-Version
$= x^3 + 2x^2 - 5x - 6$.
Aufgabe 1.3.17
Multiplizieren Sie diese Terme vollständig au
asymptotische Verhalten der Ausdrücke an:
1. $f(x) = (3-x)(x+1) =$
Das asymptotische Verhalten ist
$\lim_{x\to+\infty} f(x) =$
$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$
3. $(3-x)(x+1)^2 =$
4. $t \cdot (t+1) \cdot (t^2+t+1) =$
Aufgabe 1.3.18
Dieser Graph gehört zu einem Polynom $g(x)$ zweiten Grades:
Bisher gab es zur jeder geforderten Eingabe eine „Musterlösung“.
Limes wurde weder erklärt noch in einem Beispiel „vorgerechnet“
Eine Hilfe zur Eingabe ist angebracht.
Lizenz: CC BY-SA 3
- BETAVERSION -

MINT-Module Abschnitt 1.4.1 ...

mintlx3.scc.kit.edu/veundmintkurs/mpl/1.1.4/modstart.html

latex infinity

Version 0.9943 (Beta) Onlinevorkurs Mathematik (Betaversion) www.ve-und-mint.de

VE&MINT

Zurück Potenzen/Wurzeln Aufgaben Weiter

Kursinhalt

Einführung

Mein Kurs

Einstellungen

Eingangstest

Suche

Das KIT

Feedback

Beta-Version

1.4.1 Potenzrechnung und Wurzeln

Im folgenden Abschnitt wollen wir uns mit Ausdrücken der Form a^s beschäftigen. Hierbei sei $a \in \mathbb{R}$, aber für welche Zahlen s können wir die Potenz sinnvoll definieren?

Potenzen mit natürlichem Exponenten werden folgendermaßen definiert:

Info 1.4.1

Sei $n \in \mathbb{N}$. Die n-te **Potenz** einer Zahl $a \in \mathbb{R}$ ist das n-fache Produkt der Zahl a mit sich selbst:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \, . \qquad (n \text{ Faktoren})$$

a wird als **Basis** und n als **Exponent** bezeichnet.
Ferner gelte: $a^0 = 1, a \neq 0.$

Sehr formell umschrieben…
Eine Begründung von a^0 = 1 in Form eines Beispiels könnte helfen sich diese Gleichheit zu merken.

$$2) = -8, \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \, .$$

Viele Potenzen können mit obiger Rechenregel berechnet werden - aber wie sieht es mit 2^{-2} aus?

Info 1.4.3

Potenzen mit negativen natürlichen Exponenten werden definiert durch die Formel
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}\, , n \in \mathbb{N}, a \neq 0.$

Folglich berechnet sich $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$. Analog ergibt sich $(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$.

Aber schon bei einem rationalen Exponenten der Form $\frac{1}{n}\, , n \in \mathbb{N}$, müssen wir unsere Definition wieder erweitern, um zum Beispiel $4^{\frac{1}{2}}$ berechnen zu können. Diese Potenz lässt sich auch in Wurzelschreibweise umwandeln und wir erhalten $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$. Allgemein gilt:

Lizenz: CC BY-SA 3

MINT-Module Abschnitt 1.4.1 ...

mintlx3.scc.kit.edu/veundmintkurs/mpl/1.1.4/xcontent1.html

latex infinity

Version 0.9943 (Beta) | Onlinevorkurs Mathematik (Betaversion) | www.ve-und-mint.de

VE & MINT

Zurück | Potenzen/Wurzeln | Aufgaben | Weiter

Kursinhalt

Einführung

Mein Kurs

Einstellungen

Eingangstest

Suche

Das KIT

Feedback

Beta-Version

Onlinekurs Mathematik - Elementares Rechnen - Potenzen und Wurzeln

Aufgaben

Aufgabe 1.4.11
Berechnen Sie die folgenden Potenzen:

Keine Eingabefelder vorhanden.

a) 5^3
Lösung

b) $(-1)^{1001}$
Lösung

c) $\left((-3)^2\right)^3$
Lösung

d) $\left(-\frac{3}{5}\right)^4$
Lösung

e) $\left(2^{-2}\right)^{-3}$
Lösung

f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^0$
Lösung

Aufgabe 1.4.12
Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke mit den Potenzregeln:

a) $3^3 \cdot 3^5 \cdot 3^{-1}$

Lizenz: CC BY-SA 3

- BETAVERSION -