

Gutachten zu

Mathematische Online Brückenkurse OMB+ und VE&MINT

Mit OMB+ und VE&MINT liegen zwei Vorschläge vor zu Online gestützten Kursen, die den Übergang von der Schule zur Hochschule mit Blick auf wesentliche mathematische Kenntnisse erleichtern sollen. Durch viele Aufgaben und Tests soll den Studienanfängern eine Möglichkeit gegeben werden, sich einzuschätzen und gegebenenfalls Wissenslücken aufzufüllen.

Wir wenden uns zunächst in den folgenden beiden Abschnitten jeweils einem Kurs zu, um im letzten Abschnitt zu einer abschliessende, vergleichenden Bewertung und Zusammenfassung zu kommen.

1 OMB+

Die diesen Betrachtungen zugrunde liegende Version des Online-Test OMB+ ist der Kurs wie er an der RWTH Aachen im November 2015 bereitgestellt wird. Für die Nutzung des Tests ist eine Anmeldung und Registrierung erforderlich. Neben einem aktuellen Browser ist keine weitere Software auf dem eigenen Rechner zu installieren. Die Eingaben des Nutzers werden gespeichert, um eine bequeme Fortsetzung nach Unterbrechungen zu ermöglichen.

Nachdem die Registrierung abgeschlossen ist, werden dem Kurs-Teilnehmer auf einer Startseite kurz die beiden Säulen des Kurses erläutert, zum einen zehn Kapitel zu den relevanten Themen und andererseits ein Forum, dass von Tutoren betreut wird.

Nach diesen knappen Erläuterungen kann der Studierende direkt in den Kurs einsteigen. Jedes Kapitel gliedert sich dazu in Abschnitte. In den Abschnitten gibt es vier Rubriken die Erarbeitet werden sollen. Im Theorie Teil werden zunächst angelehnt an das Programm des *cosh*-Projekts Lernziele formuliert. Anschliessend finden sich Erläuterungen zu Begriffen und Methoden, die durch Beispiele und teilweise interaktive Visualisierungen illustriert werden. Zur Auflockerung sind bei einigen Themen auch musikalische Film-Beiträge von Dor-Fuchs eingestreut.

In der zweiten Rubrik gibt es Übungsaufgaben, deren Lösung direkt nachgesehen werden können. Dabei wird bei den Lösungen zwischen schlichten Ergebnissen und ausgearbeiteten Lösungsvorschlägen unterschieden. In der dritten Rubrik, Training, soll der Studierende einen Multiple-Choice Test ablegen in Vorbereitung eines abschliessenden Quiz als vierte Rubrik zu dem Abschnitt. Sind alle Abschlusstests zu den Abschnitten abgelegt, kann ein Zertifikat über die Teilnahme am Kurs ausgestellt werden.

Der zweite wesentliche Bestandteil des Kurses ist ein Forum, in dem Fragen zum Stoff und zu den Aufgaben diskutiert werden können. Moderiert wird das Forum durch Tutoren, die die mathematischen Anfragen ausführlich beantworten. Es werden verschiedene Kontaktmöglichkeiten über Facebook, Skype, E-mail oder telefonisch angeboten.

1.1 Niveau des Kurs

Thematisch orientiert sich der Kurs direkt an dem Mindestanforderungskatalog des cosh-Projekts. Aber das angestrebte bzw. erwartete Niveau ist in vielen Teilen anspruchsvoll und geht in einigen Teilen erheblich über den Mindestanforderungskatalog hinaus. So wird etwa die allgemeine Logarithmusfunktion ausführlich behandelt und geprüft. An anderen Stellen, etwa bei der elementaren Algebra, ist die Ausführlichkeit aber sehr wohl angemessen. Die geschätzte Arbeitszeit für den Kurs von ca. 60 Stunden scheint für einen durchschnittlichen Studienanfänger sehr ergeizig. Die Erfahrung mit Absolventen wird zeigen, ob dieser Zeitaufwand realistisch ist.

1.2 Fehlende Bereiche

Wie oben erwähnt bildet der Kurs die Themen des Mindestanforderungskatalogs *cosh* direkt ab. Dabei wird aber der erste Teil zu den *allgemeinen mathematischen Kompetenzen* nicht aufgegriffen. Anforderungen wie *klares Argumentieren*, *Plausibilitätsüberlegungen* oder ein *systematisches Vorgehen* sind sicherlich schwer in einem Online Test mit Multiple Choice Fragen umzusetzen. Auch eine *zielgerichtete Termumformung* wird im Kurs nicht thematisiert aber implizit im weiteren Verlauf des Kurses vorausgesetzt.

Aus Umfangsgründen ist aber vertretbar, wenn der Kurs nicht alle Bereiche des Mindestanforderungskatalogs behandelt und sich auf die mathematisch konkreteren Themen, wie elementare Algebra und den Umgang mit Funktionen konzentriert.

1.3 Überflüssige Bereiche

Wie bereits erwähnt ist der Umfang des Kurses hoch und man sollte versuchen stärker zwischen wesentlichen und wünschenswerten Kompetenzen zu unterscheiden. Dies kann bereits bei vielen Ausführungen erreicht werden, wenn versucht wird, stärker die Inhalte, die wirklich in Aufgaben abgefragt werden, im Blick zu halten und rein erläuternde oder weiterführende Abschnitte, wie etwa in Kap. VI Abschnitt 4.3 oder Kap VII Abschnitt 1.2 und 1.3, deutlicher als Zusatzmaterial zu kennzeichnen. Als weiteres Beispiel sei die Einführung des Integrals angesprochen. Die anschauliche Einführung in Abschnitt 1.1 und 1.2 (inkl. 1.4) wäre völlig ausreichend. Die Betrachtungen im Abschnitt 1.3. sind im Rahmen eines Vorkurses für viele unverständlich und es könnte problemlos darauf verzichtet werden.

Darüberhinaus sehe ich Doppelungen als überflüssig an, wie etwa bei den linearen Gleichungssysteme, wo zunächst ein "Additionsverfahren," als eigenständiges Vorgehen ausführlich behandelt wird, später aber die Gauss-Elimination präsentiert und verwendet wird. Generell drängt sich der Eindruck auf, dass die erläuternden Texte einen Lehrbuchcharakter auf Hochschulebene bekommen und nicht in erster Linie einer Auffrischung/Wiederholung von Schulwissen dienen. Dies wird zum Beispiel bei den umfangreichen Beschreibungen der Definition der Ableitung als Grenzwert des Differenzenquotienten deutlich.

1.4 Spezielle Anregungen

Die oft aufwändigen interaktiven Visualisierung und bei dreidimensionalen Bildern rotierende Video-Filme zeigen, wie intensiv sich die Autoren um eine ansprechende Darstellung des Stoffs bemühen. Leider wirkt die Sprache der erläuternden Texte dagegen häufig nüchtern. Dadurch scheint es vermutlich für Schüler oft schwierig einzuschätzen, welchen Aussagen und Formeln eine wesentlich Bedeutung zukommt. Wünschenswert wäre ein Schwerpunkt in ausformulierten klaren Aussagen und weniger in knappen, abstrakten Notationen.

Bei den Notationen und Begriffen sollten die Studienanfänger bei den in der Schule üblichen Schreibweisen abgeholt werden. Trotzdem sollten alle abkürzenden Notationen im Text erläutert werden. Dies leistet der Kurs nicht in jedem Fall, etwa wird die Mengenbeschreibung $\{...|\dots\}$ verwendet ohne Erläuterungen, oder es wird von der *Normalform* eines Polynoms gesprochen anstelle der in der Schule üblichen *Scheitelpunktsform*. Notationen wie \mathbb{R}^2 in Abschnitt 1.9 werden benutzt ohne vorherige Definition. Darüberhinaus sollte die Verwendungen von Notationen vermieden werden, die in der Schule nicht gebräuchlich sind, wie etwa das Summenzeichen bei den Beschreibungen zur Integration.

Generell ist zu begrüßen, dass im Kurs weitestgehend mathematisch korrekte Notationen beachtet werden und nicht zu starke Vereinfachungen vorgenommen werden. Nur an wenigen Stellen könnte man die Präzision verbessern, etwa bei

Lösungsmengen wie $\{x|\dots\}$ besser $\{x \in \mathbb{R}|\dots\}$ schreiben. Ansonsten sind die Darstellungen der mathematischen Inhalte offensichtlich ausgereift. Aus mathematischer Sicht stolpert man höchstens an einzelnen Stelle, etwa bei der Definition der Funktion, bei der die Definitionsmenge und Wertemenge ausgeblendet werden und somit der falsche Eindruck entsteht, dass diese nicht zur Definition des Begriffs gehören.

Erfreulich ist, dass bei den Lösungen zu den Aufgaben zwischen einer schlichten Ergebnisangabe und einem ausgearbeiteten Lösungsvorschlag unterschieden wird. Je nach Situation kann der Studierende sich aussuchen, ob er nur sein Ergebnis kontrollieren will, oder ob er genauere Angaben benötigt. Um Verwirrungen beim Nutzer zu vermeiden sollten die Anweisungen zur Eingabe von Lösungen aber noch einmal genau geprüft werden, so wird zum Beispiel bei der Differenzialrechnung in einer Aufgabe gesagt, man soll das Ergebnis auf zwei Stellen hinter dem Komma runden, obwohl im Ergebnis nur ganze Zahlen auftreten.

2 VE&MINT

Den folgenden Betrachtungen liegt die Beta-Version 0.9943 des Online Brückenkurs *VE&MINT* vor. Unproblematisch stellt sich der Einstieg in diesen Kurs dar, weil man mit einem aktuellen Browser ohne weitere Anmeldung oder Installation von Software starten kann.

Eine ansprechende und übersichtliche Einführungsseite ermöglicht einen sofortigen einfachen Einstieg in den Kurs. Da der Kurs auf dem eigenen Rechner automatisch gespeichert wird, sind Unterbrechungen und Pausen ohne weiteren Aufwand möglich. Eine Übersicht über den Bearbeitungsstand des eigenen Kurses kann jederzeit abgerufen werden.

Nach einer ersten Orientierung soll der Studierende/Schüler zunächst mit einem *Eingangstest* beginnen. Dabei dient der erste Teil des Tests dazu, die Eingabesyntax zu klären. Dies ist erforderlich, da beim Programm offensichtlich ein Computer Algebra System im Hintergrund liegt; denn es werden bei den Eingaben auch unterschiedliche Darstellungen richtiger Lösungen erkannt. Der zweite Teil des Eingangstests soll dem Nutzer helfen, sich einzuschätzen. Anhand des Tests wird eine Empfehlung gegeben, wie mit dem Kurs sinnvoll gearbeitet werden kann oder ob aufgrund massiver Defizite eine Beratung und gegebenenfalls ein betreuter Vorkurs sinnvoll erscheint.

Der eigentliche Kurs gliedert sich in zehn Module, die sich offensichtlich an denen im *cosh*-Projekt vorgeschlagenen orientieren. Diese Module können vom Studierenden nacheinander erarbeitet werden. Es besteht aber auch die Möglichkeit nur einzelne Module oder Stichworte auszuwählen. Die Module gliedern sich wiederum in Abschnitte, in denen Begriffe und Methoden zunächst kurz erläutert werden und an Beispielen illustriert werden. Eingestreute Aufgaben dienen zur

Selbstkontrolle, da die eingegebenen Lösungen sofort als richtig oder falsch zu erkennen sind. Darüberhinaus sind zu diesen Abschnitten noch abschliessende Aufgaben vorgesehen, bei denen erst nach der Bearbeitung aller Aufgaben eine Bewertung angefordert werden kann.

2.1 Niveau des Kurs

Eine Beurteilung des Niveaus ist bei der vorliegenden Version nur bedingt möglich, da ab dem fünften Modul viele Teile noch nicht ausgearbeitet sind. Es ist aber angelegt, inhaltlich wesentliche Teil des Mindestanforderungskatalogs *cosh* aufzunehmen. Betrachten wir das im zweiten Teil des Eingangstest angestrebte Leistungsniveau, so scheint es angemessen. Der Test setzt mit offensichtlichem Schwerpunkt in der elementaren Algebra einen passenden Akzent.

Dieser Eingangstest bietet auch eine sinnvolle Möglichkeit im Kurs den doch erheblichen Leistungsunterschieden der Studienanfänger gerecht zu werden. Durch den Versuch eine Selbsteinschätzung zu ermöglichen, werden die unterschiedlichen Vorkenntnissen der Studierenden berücksichtigt und es kann jeder seinen Weg zur Auffrischung der Schulwissens finden.

2.2 Fehlende Bereiche

Wie bereits angesprochen, orientiert sich der Kurs an den Vorschlägen der *cosh* Gruppe zu Mindestanforderungen an Studienanfänger. Viele Themenbereiche des *cosh* Programms werden aufgenommen. Wobei eine systematische Umsetzung des ersten Teils, den *allgemeinen mathematischen Kompetenzen*, nicht versucht wird. Systematisches Vorgehen, Plausibilitätsüberlegungen oder mathematisch klares Argumentieren sind nicht Gegenstand des Test und werden höchstens implizit vorausgesetzt. Auch der didaktisch sicherlich anspruchsvolle Aspekt einer *gezielten* Termumformung wird nicht aufgegriffen.

Aus Umfanggründen erscheint es notwendig, dass nicht alle Aspekte des *cosh*-Projekts in einem Vorkurs abgebildet werden. Die von VE&MINT vorgeschlagene Auswahl halte ich unter diesem Gesichtspunkt für sinnvoll.

Bei den mathematischen Inhalten der Module sehe ich hingegen Defizite, die überdacht werden müssen. So wird etwa beim Umgang mit Beträgen dem Kurs Teilnehmer keine systematische Fallunterscheidung (etwa in Form eines Beispiels) vor Augen geführt, sondern kompliziertere Situationen werden mit Bemerkungen wie "ebenso einfach" (s. Bspl 2.2.1) abgetan. Ein weiteres Beispiel sind parameterabhängige lineare Gleichungssysteme, eine Kompetenz die zwar im späteren Abschlußtest erwartet wird, aber im Text nicht angelegt ist. Auch Schreibweisen etwa zur Beschreibung von Mengen werden verwendet und in den Aufgaben erwartet, aber vorher nicht präsentiert. Von den Erläuterungen im Kurs sollte man erwarten, dass alle Begriffe und Inhalte die in Aufgaben abgefragt werden, auch vorher angesprochen sind. Dies ist leider nicht in jedem der

ausgearbeiteten Abschnitte gewährleistet.

2.3 Überflüssige Bereiche

Auf Abschnitte wie 4.4 (allgemeine linearen Gleichungssysteme) kann im Kurs verzichtet werden. Ein reiner Text in Sinne eines Ausblicks ohne Beispiele und Aufgaben ist hier überflüssig. Dieser Eindruck kann selbstverständlich auch daher kommen, weil der Kurs in der vorliegenden Version nicht vollständig ausgearbeitet ist. Ansonsten sind die angesprochenen Themenbereich sicherlich erforderlich für einen passenden Kurs.

Im Einzelnen gibt es aber sinnvolle Kürzungsmöglichkeiten. Etwa ist eine Behandlung der p, q -Formel zu Beginn der quadratischen Gleichungen obsolet, da später die quadratische Ergänzung ausführlich angesprochen wird.

2.4 Spezielle Anregungen

Zunächst sei der Einstiegstest angesprochen. Beide Elemente dieses Einstiegs sind sicherlich hilfreich, wobei die völlig unterschiedlichen Ziele der beiden Teile in getrennten Rubriken deutlicher kommuniziert werden könnten. Der Versuch, mit einem Einstiegstest (zweiter Teil) dem Studienanfänger eine Möglichkeit zur Einschätzung der eigenen Leistungen zu geben, ist sehr zu begrüßen.

Inhaltlich scheinen mir beide Teile das jeweilige Ziel zu erreichen, wobei die Leistungseinschätzung nach dem zweiten Test aufgrund der erreichten Punktzahl sicherlich noch zu hinterfragen bleibt. Ein elektronisches System kann nicht zwischen inhaltlichen und reinen Eingabefehlern unterscheiden, daher ist das Angebot einer persönlichen Beratung bei entsprechend negativen Ergebnissen in meinen Augen sehr wichtig.

Defizite des vorliegenden Kurses sehe ich in der mathematischen Exaktheit der Darstellung der Inhalte. Als Beispiel greife ich die Definition des Begriffs Funktion (6.1.3) heraus. Es ist sicherlich wünschenswert die Sprache bei den Begriffseinführungen schlicht und einfach zu wählen, aber die Vereinfachung sollte nicht wesentliche Aspekte, wie die *eindeutige* Zuordnung bei einer Funktion verschweigen.

Inhaltlich ist auch anzumerken, dass manchmal in den Aufgaben vorgegriffen wird, so z.B. Aufgabe 2.3.1. Es soll die Translation und Streckung eines Graphen der Betragsfunktion erkannt werden, das Thema Funktionen und ihre Translationen wird aber erst im Abschnitt 6 behandelt. Übrigens die Syntax $\text{abs}(x-3)$, die für die Eingabe der Lösung verwendet werden kann, sollte hier erwähnt werden, da einfache Betragsstriche vom System nicht verstanden werden.

Es wäre wünschenswert, wenn auch der Sprachgebrauch dahingehend überarbeitet wird. Für Schüler unverständliche Aussagen wie etwa in 3.2 "ist die Ungleichung aber nicht linear" (ohne vorherige Beschreibung, was *linear* bedeutet)

oder eine Beschreibung wie “Umgekehrt erhält man eine globale Kenngröße, wenn man die Funktionswerte gewichtet aufsummiert” in Modul 7 sollten aus didaktischen Gründen vermieden werden. Auch Sprechweisen wie “erlauben” einer Umformung (s. etwa 2.1.8.), anstelle der für Mathematik entscheidenden Kategorien *richtig* oder *falsch*, führen zu Verwirrung und Unsicherheit bei den Studienanfängern.

Bei den Beispielen und vorgeschlagenen Lösungen sollten saubere Formulierungen und weniger formale Schreibweisen gepflegt werden. Zum Beispiel im Abschnitt 9.2.2 wird für den Abstand zweier Punkte nur eine Formel angegeben. Didaktisch wäre es sicherlich sinnvoller und leichter zu merken, den Betrag einzuführen (Pythagoras) und den Abstand als die Länge des Differenzvektors zu motivieren. Die explizite Formel ist dann nur zweitrangig und leicht aus diesem Wissen herleitbar. Auch knappe Notationen mit dem Äquivalenzsymbol, bei denen dahinter (quasi im Kleingedruckten) Bedingungen wie $x \neq 0$ angemerkt sind, sind deutlicher nachvollziehbar in einer entsprechenden Fallunterscheidung. Darüberhinaus sollte in Hinblick auf Hochschul-Mathematik vermieden werden, einen Buchstaben wie etwa a , b , x etc implizit stets als reelle Variable zu verwenden, ohne deutlich im Text anzumerken, aus welcher Menge die Variable betrachtet wird.

Ganz wichtig für einen Online Test ist, dass die Anweisungen zu den Aufgaben eindeutig sind. Formulierungen wie “geben Sie eine möglichst einfach Darstellung von ...” führen in einem Test stets zu Frustration für den Teilnehmer, da nicht klar ist, welche Form und Syntax für die Lösung noch akzeptiert wird. In Aufgabe 1.2.7 etwa wird die Lösung $0,7$ erwartet. Der Bruch $7/10$ wird zwar als richtig angesehen aber rot markiert. In der vorgeschlagenen Lösung wird dann nur die rationale Darstellung präsentiert. Solche Inkonsistenzen sollten unbedingt überarbeitet werden, zumal im Kurs mit der Nutzung eines Computer-Algebra Systems im Hintergrund ein wichtiger Schritt zu einer qualitativen Verbesserung von Online-Tests beschritten wird.

Abschliessend sei noch angemerkt, dass eine Verbesserung im Bewertungssystem des Kurses erreicht werden könnte mit ja/nein Abfragen bei Antworten, die nur anzukreuzen sind. In der vorliegenden Version werden Punkte vergeben, wenn eine Aussage nicht markiert wird, also der Studierende keine Aussage macht, und diese Aussage falsch ist.

3 Abschließende Einschätzung

Auch wenn beide Kurse die *weicheren* Themen des Mindestanforderungskatalogs, die *allgemeinen mathematischen Kompetenzen*, nicht aufgreifen, so sind doch meines Erachtens wesentliche mathematische Inhalte berücksichtigt, die am Beginn eines technischen oder naturwissenschaftlichen Studiums an einer Hochschule erwartet werden.

3.1 Niveauvergleich der beiden Kurse

Beide Kurse orientieren sich offensichtlich am Mindestanforderungskatalog, wobei der Kurs OMB+ anspruchsvoller erscheint. Ein Niveauvergleich ist wegen der Unvollständigkeit des VE&MINT Kurses nur bedingt möglich. In beiden Kursen kann aber der Studierende je nach eigenem Leistungsstand den Kurs ausgestalten. Somit tragen beide Kurse der Tatsache Rechnung, dass die Vorkenntnisse von Studienanfängern relativ heterogen sind.

Beide Kurse überzeugen durch viele passende Beispiele, Aufgaben zur Selbstkontrolle und ausgearbeitete Lösungsvorschläge, wobei der OMB+ Kurs in meinen Augen beim Schwierigkeitsgrad der Aufgaben häufiger über das Ziel einer Wiederholung und Auffrischung von Schulwissen hinausgeht.

3.2 Empfehlung als TU9 Kurse

Im Vergleich der beiden Kurse ist der Kurs OMB+ mathematisch bereits erheblich ausgereifter. Wünschenswert wäre es aus meiner Sicht, den Prüfungsscharakter des Kurses durch weniger Fachsprache und mehr eingestreute Aufgaben zur Selbstkontrolle abzumildern. Ein wesentliches Problem des OMB+ Kurses scheint mir aber ein relativ anspruchsvolles Niveau und ein hoher Umfang zu sein. Einige Anregungen zum Reduzieren des Kurses sind oben angefügt. Wenn der Kurs in diesem Sinne mit Blick auf den Mindestanforderungskatalog des *cosh*-Projekts überarbeitet wird, scheint mir der Kurs inklusives des aufwändigen Angebots des Forums eine gute Option für Studierende, sich in eigener Regie auf ein naturwissenschaftliches oder technisches Hochschulstudium vorzubereiten.

Leider ist der VE&MINT Kurs in vielen Teilen noch nicht vollständig und die vorliegenden Abschnitte sind aus mathematischer Sicht noch zu überarbeiten. Aber im Vergleich zum OMB+ Kurs scheint mir das Konzept mit dem Einstiegstest und der Verwendung eines Computer-Algebra Systems zukunftsweisender zu sein. Auch wenn der Kurs wegen inhaltlicher Defizite in seiner aktuellen Form noch nicht empfehlenswert wirkt, sehe ich in der Anlage des Kurses das Potenzial zu einem sehr nützlichen Wegbereiter für Studienanfänger und bin gespannt auf die kommenden Iterationen dieses überzeugenden Kurs-Konzepts.