Onlinekurs Mathematik - Elementare Funktionen - Grundlegendes zu Funktionen

6.1.2 Funktionen in Mathematik und Anwendungen

Mathematische Funktionen beschreiben oft Zusammenhänge zwischen Größen, die aus anderen Wissenschaften oder dem Alltagsbereich stammen. So ist etwa das Volumen V eines Würfels abhängig von der Kantenlänge a des Würfels. Damit kann das Volumen als mathematische Funktion aufgefasst werden, in der jeder Kantenlänge $a > 0$ das entsprechende Volumen $V(a) = a^3$ zugeordnet wird:

$$V : \begin{cases} (0,\infty) & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ a & \longmapsto & V(a) = a^3 . \end{cases}$$

Es ergibt sich die kubische Standardparabel (siehe Abschnitt 6.2.5) als Zusammenhang zwischen Kantenlänge und Volumen. Auf diese Art lassen sich noch viele weitere Beispiele aus Naturwissenschaften und aus dem Alltagsbereich finden: Ort in Abhängigkeit von der Zeit in der Physik, Reaktionsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Konzentration in der Chemie, Mehlmenge in Abhängigkeit von der gewünschten Teigmenge in einem Rezept, usw.

Wir betrachten dazu ein Beispiel.

Beispiel 6.1.12
Die Intensität radioaktiver Strahlung ist umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands von der Quelle. Dies wird auch als Abstandsgesetz bezeichnet. Unter Benutzung einer physikalischen Proportionalitätskonstante $c > 0$ kann man den Zusammenhang zwischen Intensität I der Strahlung und Abstand $r > 0$ von der Quelle folgendermaßen als mathematische Funktion formulieren:

$$I : \begin{cases} (0,\infty) & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ r & \longmapsto & \frac{c}{r^2} . \end{cases}$$

Umkehrbarkeit

Beim Bau von Windkraftanlagen gilt in guter Näherung, dass die Leistung proportional zur dritten Potenz der Windgeschwindigkeit ist. Unter Benutzung einer Proportionalitätskonstanten $\rho > 0$, welche der folgenden mathematischen Funktionen gibt diese Abhängigkeit physikalischer Größen korrekt wieder?

a)

$$P: \begin{cases} (0,\infty) & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ v & \longmapsto & P(v) = \dfrac{\rho}{v^3} \end{cases}$$

b)

$$P: \begin{cases} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ v & \longmapsto & P(v) = \rho v^3 \end{cases}$$

c)

$$P: \begin{cases} [0,\infty) & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ v & \longmapsto & P(v) = \rho v^3 \end{cases}$$

d)

$$x: \begin{cases} [0,\infty) & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ f & \longmapsto & x(f) = \rho f^3 \end{cases}$$

Lösung