

# **Vergleich der Kapitel zu Elementaren Funktionen und Geometrie der Online-Vorkurse OMB+ und VE&MINT**

Cornelia Dieckmann, Martin Woitalla

16. April 2015

In diesem Dokument vergleichen wir die oben genannten Kapitel der virtuellen Vorkurse OMB+ und VE&MINT. Die Systeme sind sowohl technisch als auch inhaltlich recht verschieden aufgebaut. Ein direkter inhaltlicher Vergleich beider Kapitel zeigt, dass dem OMB+ eine deutlich übersichtlichere und konzeptionell bessere Präsentation des Lernstoffes gelungen ist. Lobenswert ist auch der streng modulare Aufbau und die Unterteilung in angemessene Lerneinheiten mit passendem und umfassendem Übungsmaterial. Die Vielfalt an interaktiven Aufgabentypen in den Übungseinheiten ist im Vergleich zum VE&MINT-Kurs deutlich größer. Für den VE&MINT-Kurs spricht lediglich die einfachere Navigation und das etwas schnellere Response-Verhalten des Servers. Insgesamt jedoch ergibt sich aus diesem Vergleich anhand der Kapitel 5 und 6 eine klare Empfehlung für den OMB+.

# Vergleich OMB+ und VE&MINT

## Generelle Unterschiede der beiden Plattformen

Bei dem Onlinevorkurs VE&MINT handelt es sich um ein frei zugängliches Lernmodul. Es werden keine besonderen Anforderungen an den Browser gestellt. Zur Auswertung von Daten in Aufgabenfeldern muss javascript vorhanden und aktiviert sein. Der Nutzer wird zum Bearbeiten von Aufgaben animiert, die Eingabe erfolgt über Formulare. Man kann sich seinen Erfolg beim Lösen der Aufgaben anzeigen lassen. Die Navigation durch den Kurs ist einfach, die Seiten bauen sich schnell auf. Der Seitenaufbau ist übersichtlich. Auf kleinen Bildschirmen kann es allerdings passieren, dass Formelbestandteile aus den dafür vorgesehenen Umgebungen herausragen. Die Kursinhalte bestehen aus html-Seiten, die Formularfelder, strukturierte Textbausteine und Graphiken enthalten. Die Darstellung von Formeln und mathematischen Inhalten basiert auf Mathjax und funktioniert gut. Bei der Eingabe von Antworten in Aufgabenfelder wird man per eingeblendetem Dialog unterstützt. Sobald eine richtige Lösung eingetragen wurde, wird einem dies prompt zurückgemeldet. Die Kursinhalte werden begleitend durch Aufgaben unterstützt. Dabei variieren die Aufgabentypen je nach Lerneinheit.

Die Benutzung des OMB+ erfordert als erstes eine Registrierung und Aktivierung. Auch hier wird javascript benötigt. Die Darstellung mathematischer Inhalte und Formeln funktioniert ebenfalls gut. Der Aufbau des Kurses ist stringent in feste Lernmodule unterteilt. Jedes Lernmodul besteht aus einem Artikel, in dem der Inhalt der Lerneinheit behandelt wird. Außerdem werden dort Beispiele behandelt, die als Grundlage für den darauf folgenden Aufgabenteil dienen. Jeder Aufgabenteil unterteilt sich in drei Module: Übungen, Quiz und Training. Jedes Modul besteht dabei aus vier Aufgaben des jeweiligen Typs. In den Übungen finden sich Aufgabenstellungen klassischen Typs, wie sie auch in Lehrbüchern zu finden sind. Jede Aufgabe besitzt eine Lösung, die sich Schritt für Schritt ausklappen lässt. Im Quiz-Modul kann der Nutzer interaktive Aufgaben bearbeiten. Die Eingaben werden vom System auf Knopfdruck auf ihre Richtigkeit überprüft. Das Trainings-Modul besitzt die gleiche Art von Aufgabenapplets. Während im Quiz-Teil einfachere Aufgaben zum Verständnis des Gelernten auftauchen, sollen im Trainingsteil schwierige Aufgaben gelöst werden. Das Hauptmerkmal des Trainings ist die Randomisierung der Daten in den Aufgaben. So kann der Student die zu lernenden Fähigkeiten mehrmals hintereinander mit unterschiedlichen Einzelaufgaben üben. Durch den Kurs bewegt man sich mit einer aufklappbaren Navigationsleiste, die sich beim fortschreitendem Lesen der Inhalte mitbewegt. Hier wäre es wünschenswert, dass sich die Inhalte separat vom Seitenrahmen bewegen lassen, wie es bei der Realisierung des VE&MINT der Fall ist. Daneben fallen bei der Handhabung und Navigation drei Sachen negativ auf. Erstens verliert man nach erfolgreichem Lesen bzw. Durcharbeiten einer Seite und anschließendem Aufrufen der Folgeinhalte schnell die Orientierung bei der Navigation. Dies liegt daran, dass die Leiste mit dem Aufbau der neuen Inhalte nach oben springt. So ist es beim

Test häufiger passiert, dass man plötzlich beim Bearbeiten von Übungen in einem falschen Kapitel gelandet ist. Zweitens verliert man schnell die Übersicht, sobald mehr als ein Kapitel aufgeklappt ist. Dies ist nach unserem Geschmack beim VE&MINT-Kurs eleganter gelöst. Und drittens wird man beim Neuladen einer Seite oder Klicken auf den Zurück-Button des Browsers gelegentlich zur Begrüßungsseite des Kurses gelotst. Eine weitere Auffälligkeit besteht darin, dass beim Neuladen sehr viel Zeit vergeht, bis sich die Navigationsleiste wieder aufgebaut hat. Gut ist der strenge modulare Aufbau des Kurses. In den Aufgaben werden stets alle Inhalte der in den Artikeln behandelten Themen abgedeckt.

## **Vergleich der Lerneinheiten zu Elementaren Funktionen**

In diesem Abschnitt vergleichen wir die Lerneinheiten zu Elementaren Funktionen. Insgesamt ist der Abschnitt aus dem OMB+ vollständiger und systematischer aufgebaut. Die mathematische Präzision im VE&MINT ist stellenweise unbefriedigend. So fehlt beispielsweise bei der Einführung von Funktionen das wesentliche Merkmal der Eindeutigkeit. Bei der Analyse schlägt sich auch die stringenter optische und inhaltliche Gliederung des Lernstoffes zu Gunsten des OMB+ nieder. Das Hervorheben und Unterscheiden der verschiedenen Bausteine, aus welchen dieses mathematische Lehrdokument besteht, in Definitionen, Regeln, Sätze und Beispiele, liefert dem Lernenden einen übersichtlichen Rahmen. Ein derart konsequentes Konzept fehlt beim VE&MINT-Kurs. Hier wird der Lernstoff zwar auch optisch in Regeln, Beispiele und weitere Infokästen aufgeteilt, allerdings wirkt diese Auswahl sehr willkürlich und die entscheidenden Konzepte dieser Lerneinheit erscheinen meistens nicht in einer separaten Definition, sondern werden im Fließtext umrahmt von Beispielen eher nebenbei erwähnt. Im Abschnitt Zuordnungen kann man sogar den Eindruck gewinnen, dass die Notation für Abbildungen beinahe wichtiger genommen wird, als das Hauptmerkmal eben dieser. Sprachlich erreicht der gesamte Abschnitt im VE&MINT nicht das Niveau vom OMB+. Die Genauigkeit und informelle Kürze, die einen guten mathematischen Lehrtext ausmachen, sprechen hier eindeutig für die Darstellung im OMB+. Positiv fallen beim VE&MINT jedoch die zahlreichen Beispiele aus Anwendungen auf.

## **Grundlegendes zu Funktionen**

In beiden Lernplattformen werden zu Beginn Grundlagen zu Funktionen, Abbildungen und dem Funktionsbegriff behandelt. Wir beginnen mit der Präsentation durch den OMB+. Hier wird zunächst der Funktionsbegriff eingeführt und unter der Verwendung eines kartesischen Koordinatensystems veranschaulicht. Das einsteigende Kapitel wird genutzt um einige Eigenschaften reeller Funktionen zu beschreiben und zu illustrieren, die sich durch die Betrachtung von Funktionsgraphen motivieren lassen. Es wird der Zusammenhang zwischen der Lösbarkeit reeller Gleichungen und Nullstellenbestimmung von Funktionen erläutert. Dadurch wird dem Studenten ein wichtiges Argument geliefert, warum er sich mit Funktionen beschäftigen sollte. Dabei werden die Erklärungen stets mit treffenden Graphiken illustriert. Die entsprechende Darstellung durch den VE&MINT führt zunächst den Begriff einer Abbildung ein und benutzt zur graphischen Veranschaulichung Venn-Diagramme. Auf der einführenden Seite wird zwar betont, dass Abbildungen ein wichtiges mathematisches Konzept sind, allerdings wird keine vergleichbare mathematische Motivation wie beim OMB+ geliefert. Die Bedeutung von Abbildungen wird auf ihre Bedeutung und Anwendbarkeit in Geo-

metrie, Physik und Technik zurückgeführt. Die erste Definition einer Abbildung/Funktion ist ungenau und passt eher zum Begriff einer Relation. Die Tatsache, dass eine Funktion den Argumenten eindeutige Bilder zuordnet, ergibt sich erst aus einer längeren Textpassage die sich an einigen Beispielen orientiert. Dabei werden die Begriffe maximaler Definitionsbereich und Wertebereich sehr ausführlich behandelt. Die Präsentation dieses Grundlagenabschnitts ist im VE&MINT in vier Seiten aufgeteilt mit den Überschriften Einführung, Zuordnungen, Mathematik und Anwendungen und Umkehrbarkeit. Die erste Seite ist eher unglücklich geraten, weil das Wesen einer Funktion/Abbildung nicht klar herausgestellt wird. Diese Aufgabe und die Erklärung der Daten, aus denen eine Funktion besteht, wird von der zweiten Seite übernommen. Seite 3 erläutert ziemlich treffend die Wichtigkeit des Funktionsbegriffs in Anwendungen. Die Überschrift der vierten Seite ist dagegen unzutreffend. Es wird anstatt dessen auf die Eindeutigkeit einer Abbildung und auf die Monotonie eingegangen. In einem separaten Abschnitt behandelt VE&MINT die Symmetrie von Funktionen.

## Elementare Funktionen

Zunächst werden von beiden Kursen Polynomfunktionen behandelt. Dieser Bereich wird sehr unterschiedlich gehandhabt. Beim VE&MINT wird ausgehend von linearen Funktionen über Monome kleinschrittig auf Polynomfunktionen hingearbeitet. Dabei steht nicht die ausführliche Betrachtung der Bausteine eines Polynoms im Vordergrund. Die Themen Nullstellen und Asymptotik werden behandelt. Allerdings finden sich in diesem Abschnitt auch Teile, die nichts mit Polynomfunktionen zu tun haben, wie zum Beispiel Hyperbeln, gebrochen rationale Funktionen und die Betragsfunktion. Der Abschnitt im OMB+ legt den Schwerpunkt auf die graphische Darstellung von Polynomen, das asymptotische Verhalten an den beiden Rändern des Definitionsbereichs und die Nullstellenbestimmung. Es findet sich ein ergänzender Abschnitt zum Thema Polynomdivision. Es wird das Abbildungsverhalten von Polynomfunktionen in einer Nullumgebung behandelt.

Es folgt ein Abschnitt zu Potenzfunktionen. Der entsprechende Teil im VE&MINT wirkt unfertig. Es werden Wurzelfunktionen behandelt, wobei der Exponent allerdings auf die Form  $\frac{1}{n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , beschränkt ist. Das Kästchen, in dem der maximale Definitionsbereich einer Wurzelfunktion angegeben werden soll, ist leer. Im entsprechenden Kapitel des OMB+ wird ausgehend von Monomen über Potenzfunktionen mit negativen Exponenten schrittweise auf die allgemeine Gestalt einer Wurzelfunktion hingearbeitet. In Abhängigkeit vom Exponenten werden dabei genügend Graphiken verwendet, um dem Studenten ein Gefühl für das Abbildungsverhalten dieser Funktionen zu vermitteln.

Als weitere Funktionsklasse thematisieren die Kurse die Exponential- und Logarithmusfunktion. Beide Kurse motivieren die Betrachtung der Exponentialfunktion durch Zerfalls- oder Wachstumsprozesse. Im Abschnitt des OMB+ wird wieder ein Schwerpunkt auf das Verständnis des Abbildungsverhaltens in Abhängigkeit von der Basis gelegt. Hier wird auch im Gegensatz zum VE&MINT auf die Funktionalgleichung der Exponentialfunktion hingewiesen. Im Abschnitt des VE&MINT kommt diese nur indirekt zur Sprache in Form einer Präsentation der Logarithmengesetze. Beim OMB+ ist hier mehr Systematik zu erkennen, indem bei der Behandlung der Logarithmusfunktion auf den Abschnitt über die Exponentialfunktion zurückgegriffen wird. Hier sollte erwähnt werden, dass der OMB+ Exponentialfunktion und Logarithmus in getrennten Lerneinheiten behandelt. Beide Kurse erwähnen die Bedeutung der Eulerschen Zahl  $e$ . Im Kapitel des VE&MINT wird die Formel zur Basistransformation für Logarithmen nicht erwähnt.

Bei der Betrachtung trigonometrischer Funktionen verfolgen die Kurse ebenfalls unterschiedliche Ansätze. Der OMB+ versucht anhand der charakteristischen Periodizität und mit Hilfe ihrer Funktionsgraphen ein Gefühl für diese Funktionen zu vermitteln. Beim VE&MINT wird eine Herleitung dieser Funktionen über die Trigonometrie erwähnt. Die Periodizität wird auch hier als Schwerpunkt der Präsentation gewählt.

## **Funktionenalgebra**

Hier behandeln beide Kurse Addition, Multiplikation und Hintereinanderausführung von Funktionen. Die Darstellung vom VE&MINT beruht dabei auf Beispielen von Funktionen mit Ziel- und Wertebereich  $\mathbb{R}$ . Im OMB+ wird darüber hinaus präzise beschrieben, welche Voraussetzungen die beteiligten Ziel- und Definitionsbereiche erfüllen müssen um sinnvolle Verknüpfungen zu erhalten. Durch die Darstellung des VE&MINT wird diese Problematik verdeckt.

Zusätzlich geht der OMB+ noch auf die Transformation von Funktionen ein in Form von Skalierung, Streckung, Stauchung, Spiegelung und Verschiebung von Funktionen oder Argumenten. Dieser Abschnitt verdeutlicht die konsequente geometrische Herangehensweise an Funktionen des OMB+.

## **Vergleich der Lerneinheiten zur Geometrie**

In diesem Abschnitt vergleichen wir die Lerneinheiten zur Geometrie. Insgesamt ist der Abschnitt aus dem OMB+ ausführlicher, systematischer und mit mehr Inhalten aufgebaut. Es fehlen bei VE&MINT insbesondere die Teilkapitel „Besondere Dreiecke und Vierecke“ und „Volumina“. Die Unterteilung in Definitionen, Regeln, Sätzen und Beispiele ist im OMB+ wesentlich besser und strukturierter gelöst als beim VE&MINT. Hier werden viele Bereiche nur beispielhaft in Aufgaben angerissen. Sprachlich - bereits abgesehen von Rechtschreibfehlern/Sprachfehlern wie Halbskreis, Viertelskreis usw. - erreicht der gesamte Abschnitt im VE&MINT nicht das Niveau vom OMB+. Die präzisen Formulierungen und die mathematische Genauigkeit sprechen hier eindeutig für die Darstellung im OMB+. Lediglich die Ausführlichkeit der Lösungen zu Übungsaufgaben ist teilweise im VE&MINT besser gelungen, da oft beim OMB+ - zum Beispiel im Bereich Quiz/Training - nur angegeben wird, ob die eigene Lösung korrekt ist oder, bei falscher Lösung, ein Hinweis für eine richtige Lösung gegeben wird.

Betrachtet man zum Beispiel das Kapitel über Winkel, so stellt man schnell fest, dass zwar die Einleitung/Motivation in beiden Kursen recht ähnlich ist, aber schon bei der Einführung von Grad- und Bogenmaß die Erklärungen im OMB+ wesentlich verständlicher sind und hier auch Herleitungen zum Beispiel für die Umrechnungsformel zu finden sind. Generell finden sich leider bei VE&MINT im Gegensatz zum OMB+ keine/kaum Herleitungen zu Formeln, sodass diese für den Leser/Schüler zunächst immer vom Himmel fallen. Positiv fällt dagegen beim VE&MINT auf, dass ein Teil des Kapitels den Bezeichnungen im Dreieck zugewandt wird, während dies beim OMB+ als bekannt vorausgesetzt wird. Ebenso ist hier noch einmal die Menüführung des VE&MINT positiv zu erwähnen, da es für den Leser/Schüler leichter

ist, die entsprechenden Aufgaben zu lösen, wenn er die dafür notwendige Sätze/Regeln direkt oberhalb der Aufgabe noch einmal sieht. Entsprechendes gilt auch für die weiteren Unterkapitel. Im OMB+ werden zum Beispiel die Begriffe „Verschiebung“ oder „Drehung um einen Punkt“ oder „zentrische Streckung“ genau erläutert und damit das Verständnis von Kongruenzabbildungen verbessert. Ebenso findet man zu einem Kongruenzsatz, den Strahlensätzen, dem Satz des Pythagoras, Kathetensatz, Höhensatz usw. Herleitungen und Erklärungen und es wird auf weiterführende Begriffe wie den Umfang von verschiedenen geometrischen Objekten eingegangen. Dieses wird teilweise bei VE&MINT nur erwähnt oder gar ganz ausgelassen. Das Unterkapitel zu trigonometrischen Funktionen besteht bei VE&MINT sogar grob zusammengefasst nur aus zwei Definitionen und entsprechenden Aufgaben.