Onlinekurs Mathematik - Orientierung im zweidimensionalen Koordinatensystem - Kreise

9.2.1 Allgemeine Form

Der erste Satz ist obsolet

Genau wie bei Geraden sind Kreise letztlich Mengen von unendlich vielen Punkten, die in einer geeigneten Form beschrieben werden müssen, damit man mit ihnen rechnen kann. In Modul 5 haben wir schon mit dem Einheitskreis gearbeitet, um die trigonometrischen Funktionen zu veranschaulichen. Er kann durch eine quadratische Gleichung beschrieben werden, die als Grundlage für beliebige Kreise dient:

Info 9.2.6

Der Einheitskreis wird durch die **Kreisgleichung**

$$x^2 + y^2 = 1$$

erfüllt. Diese Gleichung drückt aus, dass die Punkte auf dem Kreis den Abstand 1 zum Ursprung besitzen.

Ein beliebiger Kreis mit Radius 1 kann nun dadurch beschrieben werden, dass man den Einheitskreis zum neuen Mittelpunkt verschiebt. Dabei wird jede Koordinate separat verschoben und man erhält die Kreisgleichung

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = 1$$

für den Kreis um den Mittelpunkt $P = (x_0; y_0)$ mit Radius 1. Um nun noch den Radius anzupassen und damit beliebige Kreise ausdrücken zu können verändert man die Konstante auf der rechten Seite der Gleichung. Da in der Abstandsgleichung die Wurzel aus den Quadraten auftritt, muss in der Kreisgleichung nun das Quadrat des Radius eingesetzt werden:

Unanschauliche Begründung, weshalb das Quadrat des Radius eingesetzt werden muss

Info 9.2.7

Die **allgemeine Kreisgleichung** für den Kreis mit Mittelpunkt $(x_0; y_0)$ und Radius $r > 0$ lautet

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \quad = \quad r^2 \ .$$

Beispiel 9.2.8
Liegt der Punkt $(2; 2)$ auf dem Kreis um den Mittelpunkt $(3; 4)$ mit Radius 2? Dazu stellen wir die allgemeine Kreisgleichung auf und prüfen, ob der Punkt $(2; 2)$ sie erfüllt. Einsetzen der Verschiebung auf den neuen Mittelpunkt und das Quadrat des Radius ergibt die Kreisgleichung

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 \quad = \quad 4 \ .$$

Einsetzen von $x = 2$ und $y = 2$ ergibt

$$(2 - 3)^2 + (2 - 4)^2 \quad = \quad 5 \quad \neq \quad 4$$

womit $(2; 2)$ nicht auf dem Kreis liegt.