# La fonction de filtrage

## Introduction

Un filtre est un dispositif électronique *(amplificateur ou atténuateur)* dont le gain dépend de la **fréquence**. De ce fait, il laisse passer certains signaux et en arrête d'autres. L'art du filtrage consiste à concevoir des circuits qui laissent passer les signaux utiles et d'éliminer les signaux indésirables.

|  |
| --- |
| *f*  *f*  *o*  *H*  *1*  *Filtre*  *passe-bas*  *Vs*  *Ve*  Figure IV‑1 : filtre passe bas idéal |

Un filtre passe bas laisse passer les signaux basses fréquences et arrête les signaux de fréquences élevées. La figure ci-contre montre la réponse d'un filtre passe bas idéal, c'est la courbe qui représente le gain en tension  en fonction de la fréquence. ***fo*** s'appèlle la ***fréquence de coupure***. La ***bande passante*** est l'intervalle de fréquence [*0, fo*]. Toute onde sinusoïdale à l'entrée du filtre et dont la fréquence se situe dans la bande passante apparaîtra à la sortie du filtre. Toute onde sinusoïdale dont la fréquence est supérieure à *fo* est complètement atténuée par le filtre.

*f*

*f*

*o*

*Filtre*

*passe-bas*

*V (f)*

*e*

*f*

*f*

*o*

*V (f)*

*s*

Figure IV‑2 : Spectres des signaux d'entrée et de sorties d'un filtre passe-bas

|  |
| --- |
| *f*  *f*  *o*  *H*  Figure IV‑3 : filtre passe bas réel |

Dans la pratique, on ne sait pas réaliser un filtre parfait dont la réponse en fréquence est celle de la Figure IV‑1. Les filtres réels ont une réponse semblable à celle représentée sur la Figure IV‑3. Le plus souvent, on préfère représenter la réponse du filtre par le gain en dB  avec une échelle logarithmique pour l'axe des fréquences. (Figure IV‑4).

*-20*

*-15*

*-10*

*-5*

*0*

*fo*

Figure IV‑4 : réponse en décibels d'un filtre passe bas

## Différents types de filtres

Les filtres couramment utilisés sont représenté sur la figure ci dessous

*f*

*H*

*1*

*f*

*H*

*1*

*f*

*H*

*1*

*Passe bas*

*Passe haut*

*Passe bande*

*f*

*H*

*1*

*Coupe bande*

Figure IV‑5 : réponses de filtres idéaux

## Les courbes de Bode

La fonction de transfert ***h(f)*** d'un filtre permet de déterminer le signal de sortie pour chaque valeur de *f*. Le fait que les filtres sont réalisés à l'aide de selfs *(****j****Lω)* et de condensateurs *(1/****j****Cω),* la fonction de transfert est complexe. Pour calculer le signal de sortie, il faut extraire le module et l'argument de la fonction de transfert.

* Le module ***H(f)*** correspond au gain du filtre. Il permet de calculer l'amplitude du signal de sortie,
* L'argument ***φ(f)*** permet de calculer le déphasage du signal de sortie par rapport au signal d'entrée,

Les courbes de Bode représentent le tracé de ***H(f)***, et ***φ(f)*** en fonction de la fréquence. Elle permette d'avoir un aperçu rapide du comportement fréquentiel du filtre.

* + Le tracé se fait sur une échelle de fréquence logarithmique,
  + Le gain est représenté en Décibels *HdB(f) = 20 log(H(f))*

*Déphasage en degrés*

*1kHz*

*10kHz*

*100kHz*

*100Hz*

*10Hz*

*0*

*-5*

*Gain en decibels*

*-10*

*asymptote*

*1kHz*

*10kHz*

*100kHz*

*100Hz*

*10Hz*

*0*

*-45*

*-90*

Figure IV‑6: Exemple de courbes de Bode

## Tracé des courbes de Bodes

Avant de commencer l'étude concrète des filtres, nous allons faire une petite étude mathématique de quelques fonctions complexes et tracer leurs courbes de Bode. Ceci nous simplifiera beaucoup les choses par la suite.

### Fonction du premier ordre



Cette fonction a un module est un argument :

#### Etude du module

* Au lieu de tracer *H(f)* en linéaire, on préfère tracer *H(f)* en décibel :

*HdB(f) = 20 log(H(f)) = 10 log (1 + (f/fo)2)*

* Quand ***f*<<*fo***, *HdB(f)* se confond avec *Ao(f) = 20log(1) = 0* : asymptote horizontale
* Quand ***f >>fo*** , *HdB(f)* se confond avec *A∞(f) = 20log(f/fo) = 20 log(f) - 20log(fo)*

Sur échelle logarithmique, l'axe des x n'est pas gradué en *f* mais en *x=log(f)*.

On obtient *A∞(f) = 20 x – 20xo* C'est une droite de pente 20 dB/décade qui coupe l'axedes *f* au point *f=fo* . On a une pente de20dB/décade car *A∞(10f) - A∞(f) = 20log(10f) - 20log(f) = 20 log(10) = 20*

* Quand***f =fo*** ,*HdB(f) = 10 log(2) = 3dB*

décade

*fo*

0

10

15

20

25

30

35

40

5

3

Figure IV‑7 : Courbe de gain de la fonction 

#### Etude de l'argument (phase)

*φ(f)=arctg(f/fo)*

* *f<<fo* *φ(f) 🡪arctg(0) = 0* : Asymptote horizontale passant par 0
* *f>>fo* *φ(f) 🡪arctg(*∞*) = π/2 = 90o*: Asymptote horizontale passant par *π/2*
* *f = f*o *φ(f) = Arctg(1) = π/4 = 45o*

0

10

20

30

40

50

60

70

80

90

*fo*

45

Figure IV‑8 : Courbe de phase 

### Fonction h(f) = h1(f) × h2(f)

* **Module***: H(f) = H1(f) × H2(f) 🡺HdB(f) = HdB(f) + HdB(f)*
* **Argument***: φ(f) = φ1(f) + φ2(f)*
* En définitive il faut faire la **somme** du module et de la phase

### Fonction h(f) = h1(f) / h2(f)

* **Module***: H(f) = H1(f) / H2(f) 🡺HdB(f) = HdB(f)* -*HdB(f)*
* **Argument***: φ(f) = φ1(f) - φ2(f)*
* En définitive il faut faire la **différence** du module et de la phase

### Bibliothèque graphique de quelques fonctions usuelles

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *MODULE en dB* | ARGUMENT |
| *ho* | *20log(Ho)*  *0* | *0*  *π*  *ho< 0*  *ho> 0* |
|  | *20*  *fo*  *20log(Ho)*  *0* | *0*  *π*  *ho< 0*  *ho> 0* |
|  | *20*  *fo*  *0*  *20log(Ho)* | *0*  *π/2*  *-π/2*  *ho> 0*  *ho< 0* |
|  | *20*  *fo*  *0* | *fo*  *π/2*  *0* |
|  | *20*  *fo*  *0* | *-π/2*  *fo*  *0* |
|  | *40*  *fo*  *0*  *20log(Ho)* | *0*  *π*  *ho< 0*  *ho> 0* |
|  | *40*  *fo*  *0*  *20log(Ho)* | *π/2*  *-π/2*  *0*  *ho> 0*  *ho< 0* |
|  | *40*  *fo*  *0* | *π*  *fo*  *0*  *m> 0*  *m< 0*  *-π* |

***Exercice***

Tracer les courbes de bodedes fonctions

## Les Filtres passe-bas du premier ordre

Ce sont les filtres dont la fonction de transfert est de la forme mathématique suivante :

ou

* *ho* est une constante qui peut être positive ou négative.
* **est la pulsation de coupure. *fo* est la fréquence de coupure. * = 2 π fo*
* Le module de la fonction de transfert représente le gain du filtre pour chaque fréquence



*H0* est la valeur absoluede *ho*, c'est le gain pour le continu est les signaux de fréquence faible. On l'Apelle le **gain statique**

* **L'argument** (la phase) de la fonction de transfert nous informe de combien chaque harmonique sera déphasé (retardé) en traversant le filtre.



Ainsi si on applique à l'entrée du filtre un signal sinusoïdal d'amplitude *Ae* et de fréquence *fe* :



Alors le signal de sortie aura une amplitude égale à [*H(fe)Ae*] et sera retardé par rapport au signal de sortie de *(fe) radiants*



### Courbe du module

On utilise la bibliothèque graphique du *§IV.4.4,* On obtient,

*HodB*

*fo*

*HodB-3dB*

*5 dB*

Figure IV‑9 : courbe de gain *HdB* d'un filtre passe bas de premier ordre

### Courbe de l'argument (phase)

* *Si ho>0 =>*
* *Si ho<0 =>*

*fo*

*90*

*105*

*120*

*135*

*150*

*165*

*180*

*-90*

*-75*

*-60*

*-45*

*-30*

*-15*

*0*

***ho>0***

***ho<0***

Figure IV‑10 : Courbe de phase (f) d’un filtre passe bas du premier ordre

### Réalisation à l'aide de composants passif (RC)

Les filtres passifs doivent leur nom au fait qu'ils n'utilisent que des composants passifs comme des résistances, des capacités et des selfs.

*R*

*C*

*Vs*

*Ve*

Figure ‑: Passe bas passif 1er ordre

Pour déterminer la fonction de transfert du filtre, il suffit de se rappeler que l'impédance d'une capacité est  et d'appliquer la règle du diviseur de potentiel:



d'où

L'identification avec l'expression générale donne :

*ho = 1*, 

### En pratique

Devant un cas pratique, il faut savoir faire deux choses:

1. Tracer les courbes de bode (gain et phase)
2. Si on injecte un signal sinusoïdal à l'entrée, il faut savoir calculer l'amplitude et le déphasage du signal de sortie

Prenons le cas d'un filtre tel que  *R = 16 k C = 10 nF*

Pour tracer les courbes il suffit d’adapter les axes des courbes précédentes en prenant:

*fo =1/( 2π RC) =* 944.7 Hz  ≈ 1 kHz

*HodB= 0*

On obtient les courbes ci-dessous:

10

1

10

2

10

3

10

4

10

5

-40

-35

-30

-25

-20

-15

-10

-5

0

10

1

10

2

10

3

10

4

10

5

-90

-80

-70

-60

-50

-40

-30

-20

-10

0

Figure IV‑12: Courbe de gain courbe de phase

Si on applique un signal  *sinusoïdal d’amplitude Ae = 5V et de fréquence fe = 2 kHz,*

Le signal de sortie sera un signal sinusoïdal de fréquence *fe*, d'amplitude *H(fe)×Ae* et il sera retardé par rapport au signal d'entrée de *(fe) radiants*

1. Le gain du filtre évalué à la fréquence *fe* est*H( fe ) = 0.4252*
2. Le déphasage évalué à la fréquence *fe* est *( fe ) = -1,1317 rad*
3. Le signal de sortie aura donc une amplitude de *0.4252 × 5V = 2.126V*, il est retardé par rapport au signal d’entrée de *1.132 rad.* Pour avoir le retard en temps, il suffit de se rappeler que pour un signal sinusoïdal, on a *φ(rad) = ωt(s). D’où retard = 1.132 / (2 2000 Hz) s = 0.09 ms*

*0*

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

*0*

*0.125*

*0.25*

*0.375*

*0.5*

*0.625*

*0.75*

*1.132 rad*

*0.09 ms*



*t (rad)*

*t (ms)*

*Ve*

*Vs*

Figure IV‑13: Filtrage d'un signal sinusoïdal

### Réalisation à l'aide de composants actifs

Pour déterminer la fonction de transfert, on va noter Z2 = *R2* // C

Ve

Vs

R1

+

-

C

R2

Figure ‑: Passe bas actif



La fonction de transfert est :



L'identification avec l'expression générale  donne :

Avec : 

Pour la courbe du gain, il suffit de calculer les valeurs de *HodB* et de *fo* et de les placer sur la courbe du filtre passe bas du premier ordre. On remarquera que Ho est différent de 1, (HodB ≠ 0), on dit que le filtre présente un gain dans la bande passante.

Pour la courbe de phase, il faut remarquer que *ho* est négatif, donc la phase décroit de *π* à *π/2*

*1k*

*6*

*0*

*-5*

*10k*

*100*

*10*

*100k*

*π*

*π/2*

*3π/4*

*1k*

*10k*

*100*

*10*

*100k*

Figure IV‑15 : Courbes d'un premier ordre actif avec HodB = 6 DB (ho=-2) et fo=1kHz

***Exercice :***

Donner le schéma d'un filtre passe bas de premier ordre ayant les caractéristiques suivantes :

Fréquence de coupure : *fo = 10kHz*

Gain dans la bande passante *HodB = 10 dB*

R2

**20k**

R1

**2k**

C

**10nF**

Ve

Vs

***Exercice :***

1. Déterminer la fonction de transfert du filtre ci-dessous.
2. Tracer les courbes de gain et de phase

## Les Filtre passe-haut du premier ordre

Ce sont les filtres dont la fonction de transfert est de la forme :



Le module de la fonction de transfert est :



L'argument de la fonction de transfert est :



### Courbes de bode

En utilisant la bibliothèque graphique, on obtient:

*fo*

*HodB*

*-π*

*0*

*π/4*

*fo*

*-3π/4*

*π/2*

*-π/2*

*ho>0*

*Ho<0*

Figure IV‑16 : Courbe de bode d’un filtre passe haut du premier ordre

### Réalisation par un filtre passif

La fonction de transfert est :

*R*

*C*

*Vs*

*Ve*

Figure ‑: Filtre passe haut



L'identification avec l'expression générale d'un passe haut donne :

*ho = 1*,

Pour la courbe du gain, on aura *HodB = 0* et *fo* sera calculée en fonction de R et C

Pour la courbe de phase, on a *ho* positif donc la phase va décroitre de π/2 à 0

#### Exemple:

Si on prend R=16 k et C=10nf, on obtient fo ≈ 1kHz, d'où les courbes ci-dessous

*0*

*1kHz*

*0*

*π/4*

*1kHz*

*π/2*

On applique un signal d'entrée *Ve(t)* = *Ae cos(2fet)* avec *Ae = 5* et *fe* = *2 kHz* , on peut calculer le signal de sortie.

* Le gain du filtre pour *f=fe* est donné par *H(fe) ≈ 0,89*

L'amplitude du signal de sortie est *As=H(fe) × Ae= 0,89 × 5V ≈ 4,47V*

* La phase du filtre *f=fe* est donnée par*(fe ) 0.46 rad*

Le signal de sortie sera déphasé (en avance) de *0.46 rad / ( 2 π fe) ≈ 36,7 µs*

*0.1*

*0.2*

*0*

*1*

*2*

*3*

*4*

*5*

*0.3*

*ms*

*0*

*0.4*

*0.5*

*0.6*

*0.7*

*0.8*

*0.9*

*36.7µs*

Vs

Ve

Figure IV‑18 : Filtrage d'un signal sinusoïdal (A=5, *fm* = 2kHz) par un filtre passe haut (*fo* = 1 kHz)

### Réalisation par filtre actif

|  |
| --- |
| Ve  Vs  C1  +  -  C2  R  Figure IV‑19 : passe haut actif |

Pour déterminer la fonction de transfert, on va noter Z2 = *R* // C2



La fonction de transfert est : 



Si on identifie avec l'expression générale d'un passe haut 

On obtient et 

#### Exemple:

Si on prend *R=16 k , C1=3nf et C2=1nF*, on obtient *fo ≈ 10kHz et ho = -3 soit HodB ≈ 9,54dB*

*9.54*

*10kHz*

*0*

*5*

*-π*

*-3π/4*

*-π/2*

*10kHz*

On applique un signal d'entrée *Ve(t)* = *Ae cos(2fet)* avec *Ae = 5* et *fe* = *5 kHz* ,

Signal de sortie: *As=H(fe) × Ae= 1,35 × 5V ≈ 6,74V, (fe )=-2.037 rad = 65 µs*

*0.1*

*0.2*

*0.3*

*0.4*

*0.5ms*

*0*

*0*

*1*

*2*

*3*

*4*

*5*

*6*

*7*

*65µs*

Vs

Ve

*R2*

*10k*

*R1*

*10k*

*R*

*10k*

*C*

*1nF*

*Ve*

*Vs*

***Exercice :***

1. Déterminer la fonction de transfert du filtre ci-dessous. Préciser sa nature
2. Tracer les courbes de gain et de phase

## Les Filtres passe-bas du second ordre

Les filtres passe-bas de second ordre ont une fonction de transfert de la forme :



h(f)=\frac{h\_o}{1+j2\zeta\frac{f}{f\_o}-(\frac{f}{f\_o})^2}

***h0***est constante qui peut être positive ou négative

***f0***: fréquence de brisure. Nous l'appellerons fréquence de coupure bien que cela n'est pas exacte car l'atténuation correspondante est différente de 3 dB

ζ : (zeta) Coefficient d'amortissement = 1/2Q avec Q : Coefficient de surtension

ωr  : Pulsation de résonance, soit (pour ζ ≤ 7)

f\_r=f\_0\sqrt{1-2\zeta^2}

### Module (gain) :

H(f)=\frac{H\_0}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{f}{f\_0}\right)^2\right)^2+4\zeta^2\left(\frac{f}{f\_0}\right)^2}}

On utilise la bibliothèque graphique pour tracer les asymptotes. Ensuite, ça ce complique. Avec le filtre passe bas de premier ordre, il était facile de tracer la courbe car elle passe toujours 3dB en dessous de l'asymptote: *HdB(fo) = HodB -3dB.* Avec les filtres de second ordre, *HdB(fo)* dépend de ζ. En plus, l'étude de la dérivé montre la courbe du gain présente une résonance pour les valeurs de ζ ≤ 7,  On aura une courbe différente pour chaque valeur de ζ. Pour tracer nous allons calculer deux point, *HdB(fo), HdB(fr)*

***Exercice :***

1. Donner les expressions de *H(fo), fr/fo* et *H(fr)*
2. Compléter le tableau ci-dessous dans le cas *Ho = 1*

|  |
| --- |
| *Ho=1* |
| ζ | 0.1 | 0.25 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 |
| *H(fo)* | 13.98 | 2 | 1.25 | 1 | 0.83 | 0.71 |
| *HdB(fo)* | 0.99 | 6.02 | 1.94 | 0 | -1.58 | -2.92 |
| *fr / fo* | 5.03 | 0.94 | 0.82 | 0.71 | 0.53 | 0.14 |
| *H(fr)* | 14.02 | 2.07 | 1.36 | 1.15 | 1.04 | 1.00 |
| *HdB(fr)* | 13.98 | 6.30 | 2.70 | 1.25 | 0.35 | 0.00 |

*fo*

*HodB*

Premier ordre

0.5

0.7

0.25

0.1

-40 dB/décade

-20 dB/décade

*10 dB*

0.6

Figure IV‑20 : courbes du gain d'un filtre passe bas du 2ème ordre

### Argument (Phase) :

Nous savons que 

Pour le numérateur on a :

\Phi(N)\ =\left\{\begin{matrix}0&si&h\_o>0\\\pi&si&h\_o<0\\\end{matrix}\right.

Avant de donner l'expression de l'argument du dénominateur faisons, sous forme d'exercice, une petite investigation sur la fonction *arctg* .

***Exercice :***

Donner les arguments des nombres complexes suivants et essayer de tirer une conclusion.

*z1 = 1 + j, z2 = -1 + j, z3 = -1 – j, z4 = 1 - j*

Suite à cette remarque on conclut que l'argument du dénominateur est :

\Phi(D)\ =\left\{\begin{matrix}Arctg\frac{2\zeta\frac{f}{f\_o}}{1-\left(\frac{f}{f\_0}\right)^2}&si&f\ \le\mathrm{\ }\mathrm{f}\_o\\&&\\Arctg\frac{2\zeta\frac{f}{f\_o}}{1-\left(\frac{f}{f\_o}\right)^2}+\pi&si&f\mathrm{\ \ }>\mathrm{\ }\mathrm{f}\_o\\\end{matrix}\right.

Les figures ci-dessous donnent l'allure de *H*, *HdB* et de ** en fonction de *f* pour différentes valeur de l'amortissement *ζ*

*-180*

*-165*

*-150*

*-135*

*-120*

*-105*

*-90*

*-75*

*-60*

*-45*

*-30*

*-15*

*0*

*fo*

*PHASE*

*180*

*165*

*150*

*135*

*120*

*105*

*90*

*75*

*60*

*45*

*30*

*15*

*0*

***1***

***0.7***

***0.5***

***0.25***

***0.1***

***0.6***

***ho<0***

***ho>0***

Figure IV‑21 : courbes de phase d'un filtre passe bas du 2ème ordre

### Réalisation à l'aide d'un filtre passif

*C*

*Vs*

*Ve*

*R,L*

Figure IV‑22 : Filtre passe bas du second ordre RLC

La fonction de transfert est :



Si on identifie avec l'expression générale : 

*ho = 1*, ,  , 

***Exercice :***

1. Si on prend *L = 50 mH,* calculer R et C pour avoir *fo = 1000 Hz* et *ζ = 0.5*
2. Si on applique à l'entrée de ce filtre un signal, avec *Ae = 5V et fe=2000Hz*
3. Dessiner en fonction du temps sur le même graphique le signal d'entrée *Ve(t)* et le signal de sortie.

On trouve :

*C = 506.6 nF, R = 314 Ω ,*

*H(fe ) = 1/√13 = 0.2774, ⇒ As = Ae H(fe ) = 0.2774 × 5 = 1.38V*

*(fe ) = -2.55 rad = -146,3° = -0.2 ms*

Le déphasage est négatif, le signal de sortie est en retard par rapport au signal d’entrée.

*0*

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

**

*0*

*0.125*

*0.25*

*0.375*

*0.5*

*0.625*

*0.75*

*0*

*90*

*180*

*270*

*360*

*450*

*540*

*rad*

*ms*

*°*

*retard*

Figure IV‑23 : Signaux d'entrée et de sortie du filtre

### Réalisation avec un filtre actif

C

Ve

R

R

K

C

Vs

Figure IV‑24 : Structure passe bas de Salen-Key

Ces filtres peuvent être réalisés à l'aide de plusieurs structures à ampli-op, nous avons retenu la structure passe-bas de Salen-Key dont la fonction de transfert est :



k est le gain (positif) d'un amplificateur. Si on le réalise à l'aide d'un amplificateur non inverseur à amlpli-op, on a k=1+R2/R1. On obtient le filtre représenté sur la Figure IV‑25.

Si on identifie la fonction de transfert de Salen-Key avec l'expression générale d'un filtre passe bas de 2ème ordre  on obtient :

 ;  ⇒ 

C

Ve

C

Vs

R

R

R2

R1

Figure IV‑25 : filtre passe bas du second ordre

En général, quand on veut réaliser un filtre, on connaît la fréquence de coupure*fo* et le coefficient d'amortissement *ζ*. *fo* permet de calculer la valeur de R après avoir fixé une valeur pour la capacité C. La valeur de *ζ* permet de calculer le gain *k* de l'amplificateur non inverseur.

Sachant que, on calcule la valeur de R1 et de R2

***Exercice :***

Etudier un filtre passe bas du second ordre qui a une fréquence de coupure de *fo = 2000 Hz* et un facteur d'amortissement *ζ= 0.5*.

--------

On fixe C = 50 nF

*2 ××2000 = 1 / RC 🡺 R = 1.59 k*

*k = 3 – 2 ζ = 2 = 1 + R2 / R1 , on prend R2 = R1 = 10 k.*

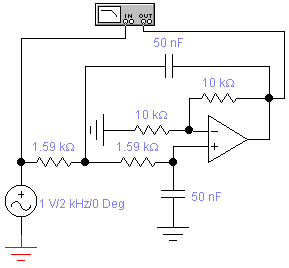
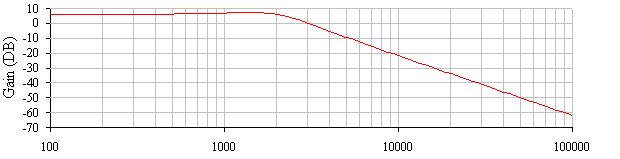


Figure IV‑26 : filtre passe bas du second ordre simulé sur le logiciel Electronics WorkBench



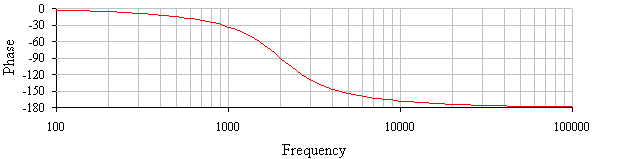


Figure IV‑27 : courbes obtenues par simulation sur EWB

***Exercice :***

Etudier un filtre passe bas du second tel que *fo = 10kHz* et *ho = 4*

1. Calculer les composants
2. Calculer *Hdb(fo)*
3. Tracer la courbe de gain
4. calculer*Φ(fo/2) et Φ(2fo)*
5. tracer la courbe de phase

## Les Filtres passe-haut du second ordre

Les filtres passe-haut de second ordre ont une fonction de transfert de la forme :



**Module :**



*H(f)* présente une résonance à la fréquence 



**Phase :**

φ = φ(N) - φ(D) 

***Exercice :***

1. Donner les expression de *H(fo), fr/fo* et *H(fr)*
2. Compléter le tableau ci-dessous dans le cas *Ho = 1*

|  |
| --- |
| *Ho=1* |
| ζ | 0.1 | 0.25 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | *0.7* |
| *H(fo)* | 5 | 2 | 1.25 | 1 | 0.83 | 0.71 |
| *HdB(fo)* | 13.98 | 6.02 | 1.94 | 0 | -1.58 | -2.92 |
| *fr / fo* | 1.01 | 1.07 | 1.21 | 1.41 | 1.89 | 7.07 |
| *H(fr)* | 5.03 | 2.07 | 1.36 | 1.15 | 1.04 | 1.00 |
| *HdB(fr)* | 14.02 | 6.30 | 2.70 | 1.25 | 0.35 | 0.00 |

Les figures ci-dessous donnent l'allure de *H*, *HdB* et de ** en fonction de *f* pour différentes valeur de l'amortissement *ζ*

*fo*

*HodB*

Premier ordre

0.5

0.6

0.7

0.25

0.1

40 dB/décade

20 dB/décade

*10 dB*

Figure IV‑28 : Gain en dB des filtres passe haut du second ordre

*-180*

*-165*

*-150*

*-135*

*-120*

*-105*

*-90*

*-75*

*-60*

*-45*

*-30*

*-15*

*0*

*fo*

*PHASE*

*180*

*165*

*150*

*135*

*120*

*105*

*90*

*75*

*60*

*45*

*30*

*15*

*0*

***1***

***0.7***

***0.5***

***0.25***

***0.1***

***0.6***

***ho>0***

***ho<0***

Figure IV‑29 : Phase des filtres passe haut du 2ème ordre

C

Ve

R

R

K

C

Vs

Figure IV‑30 : Structure passe haut de Salen-Key

### Réalisation par filtre actif

Le lecteur peut vérifier qu'en permutant la self et la capa dans le montage de la figure (Figure IV‑22), on n'obtient pas un vrai filtre passe haut du 2ème ordre. De ce fait, nous ne verrons que des réalisations par filtre actif. Ces filtres peuvent être réalisés à l'aide de plusieurs structures à ampli-op différentes, nous avons retenu la structure passe-haut de Salen-Key (Figure IV‑30) dont la fonction de transfert est :



C

Ve

C

Vs

R

R

R2

R1

Figure IV‑31 : Filtre passe haut du second ordre

On utilise un amplificateur non inverseur pour réaliser l'ampli *k*. On obtient le filtre représenté sur la figure (Figure IV‑31). Les valeurs des composants sont déterminées en identifiant *h(ω)* avec *F(ω)* exactement de la même façon que pour le filtre passe bas :



On obtient :

* ce qui permet de calculer R et C,
* ce qui permet de calculer R1 et R2 puisque 

***Exercice :***

Etudier un filtre passe **haut** du second ordre qui a une fréquence de coupure de *fo = 2000 Hz* et un facteur d'amortissement *ζ= 0.5*

--------

Les mêmes calculs que le passe passe-bas donnent : C = 50 nF, R = 1.59 k, *R2* = *R1* = 10 k.

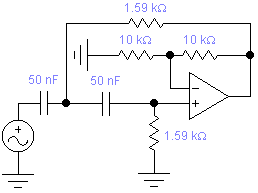
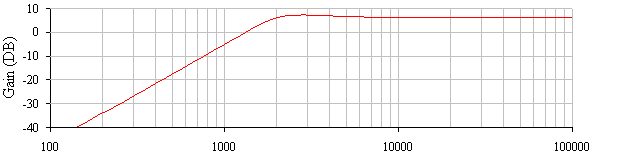


Figure IV‑32 : filtre simulé sur le logiciel EWB



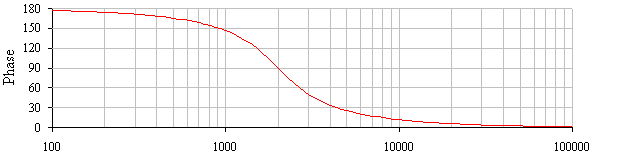


Figure IV‑33 : résultats de la simulation sur EWB

## Les filtres passe-bande du second ordre

Ce sont les filtres ayant une fonction de transfert de la forme:



* *f = f2 – f1*= Bande passante à *3 dB ( = 2 - 1 = 2 f)*
* 
* 
* *f1 , f2 et fo* sont liées par la relation : 

### Module de la fonction de transfert(gain) :



* Gain maximum 

***Module en dB:***



1

10

-30

-20

-10

0

10

20

0.1

0.25

0.5

0.7

1

2

3

5

0.1

20dB/décade

-20dB/décade

Figure IV‑34 : Gain en dB des filtres passe-bande du second ordre (ho=1)





Ces deux asymptotes se croisent au point (*fo , Hdbo*) avec *Hdb0=20log(Ho)* .

Argument de la fonction de transfert (Phase) :

 ,





*-90*

*-45*

*0*

*45*

*90*

*0.1*

*1*

*10*

*0.1*

*1*

*2*

*0.5*

*-270*

*-225*

*-180*

*-135*

*-90*

Ho < 0

Ho > 0

Figure IV‑35 : Phase des filtres passe-bande du second ordre

### Réalisation par filtre actif

R

R

R1

R2

C

C

Figure IV‑36 : structure de Delyiannis

Ces filtres peuvent être réalisés à l'aide de plusieurs structures à ampli-op différentes, nous avons retenu la structure de *Delyiannis* (Figure IV‑36) dont la fonction de transfert est :

 avec 

En identifiant *F(ω) avec h(ω)*



On obtient :

soit

Ce qui permet de calculer R et C

🡺🡺

Sachant que  on obtient  ou encore 

Ce qui permet de calculer R1 et R2

L'identification du numérateur donne :

 Soit 

ho est utile pour le tracé des courbes ou le calcul du gain pour des fréquences particulières

***Exercice :***

On désire réaliser un filtre passe **bande** qui a une fréquence centrale *fo=10kHz* et une largeur de bande à 3 dB Δf = 2kHz,

1. Calculer R, C, R1 et R2 pour le réaliser à l'aide de la structure de *Delyiannis*.
2. Tracer les courbes de gain et de phase

### Passe bande à large bande passante

Pour réaliser un filtre passe-bande à large bande passante, il est recommandé d'utiliser un filtre passe haut et un filtre passe-bas en cascade.

La fréquence de coupure basse correspond à la fréquence de coupure du filtre passe haut. La fréquence de coupure haute correspond à la fréquence de coupure du filtre passe bas.

Si *h1* et *h2* sont respectivement les gains dans la bande passante des 2 filtres. Le gain dans la bande passante du filtre résultant est *ho = h1 × h2 (HodB = H1dB+ H2dB)*

*Passe bande*

*Passe haut*

*Passe bas*

*fOL*

*fOH*

Figure IV‑37 : les gains en dB s'ajoutent

***Exemple :***

Réaliser un filtre passe bande tel que la fréquence de coupure basse est *fob = 1 kHz* et la fréquence de coupure haute est *foh = 10 kHz*. On prendra un amortissement *ζ* = 0.6.

Avec les structures de Salken-Key, si on prend C=50nF et *R1*=10 kΩ on trouve :

Passe haut, *fo* = 1kHz : R=3.18 kΩ , *R2* = 8 kΩ , gain dans la bande passante: *k=1.8 (5.1 dB)*

Passe bas, *fo* = 10kHz : R=318 Ω , *R2* = 8 kΩ , gain dans la bande passante: *k=1.8 (5.1 dB)*

Le filtre résultant aura un gain dans la bande passante *= 1.8 × 1.8 = 3.24 (10.2 dB)*

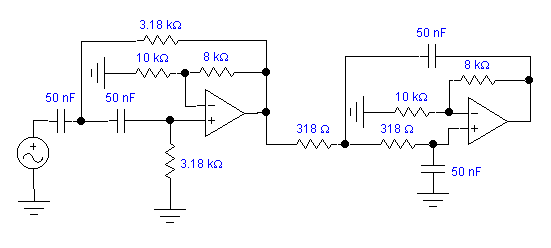


Figure IV‑38 : large bande à l'aide d'un passe haut et d'un passe bas en cascade

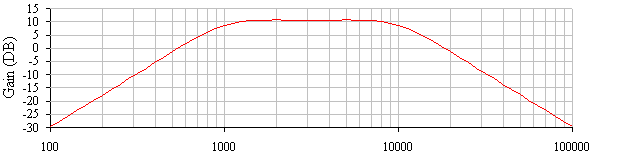


Figure IV‑39 : réponse fréquentielle 'un large bande