

# **Отчёт по лабораторной работе №6**

**Вариант 39**

Александр Олегович Воробьев

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>12</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>13</b>

# List of Figures

4.1	Код программы для первого случая . . . . .	9
4.2	Установки симуляции . . . . .	9
4.3	Соотношение инфицированных и людей с иммунитетом . . . . .	10
4.4	Соотношение трёх групп особей для первого случая . . . . .	10
4.5	Код программы для второго случая . . . . .	11
4.6	Соотношение трёх групп особей для второго случая . . . . .	11

## List of Tables

# 1 Цель работы

Изучить модель эпидемии, построить графики изменения численности трёх групп особей для двух случаев, относительно числа инфицированных особей.

## 2 Задание

Построить график зависимости численности трёх групп особей: восприимчивых к болезни, пока что здоровых, инфицированных, которые распространяют инфекцию и здоровые с иммунитетом к болезни для двух случаев, когда число инфицированных меньше критического значения и когда больше него.

### 3 Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & I(t) > I^* \\ 0, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & I(t) > I^* \\ -\beta I, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие

иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно.



## 4 Выполнение лабораторной работы

1. Пропишем программу для построения графика зависимости численности трёх групп особей, с условием, что  $I(0) \leq I^*$ .

Зададим исходные переменные и пропишем уравнения:

```
1 model lab06
2 parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
3 parameter Real b = 0.02; // коэффициент выздоровления
4 parameter Real N = 12000; // общая численность популяции
5 parameter Real I0 = 180; // количество инфицированных особей в начальный
   момент времени
6 parameter Real S0 = N - I0 - R0; // количество восприимчивых к болезни
   особей в начальный момент времени
7 parameter Real R0 = 58; // количество здоровых особей с иммунитетом в
   начальный момент времени
8
9 Real S(start = S0);
10 Real I(start = I0);
11 Real R(start = R0);
12
13 equation
14 // случай, когда I(0) <= I*
15 der(S) = 0;
16 der(I) = -b * I;
17 der(R) = b * I;
```

Figure 4.1: Код программы для первого случая

Запускаем модель для времени  $0 < t < 200$ , с шагом 0,01:

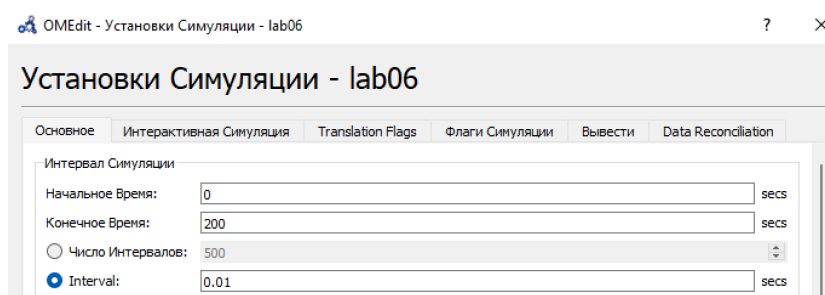


Figure 4.2: Установки симуляции

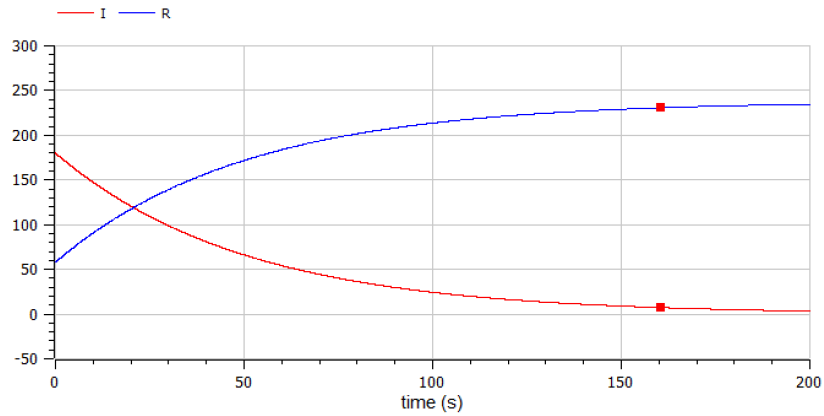


Figure 4.3: Соотношение инфицированных и людей с иммунитетом

Добавим к предыдущему соотношению число людей, восприимчивых к заболеванию:

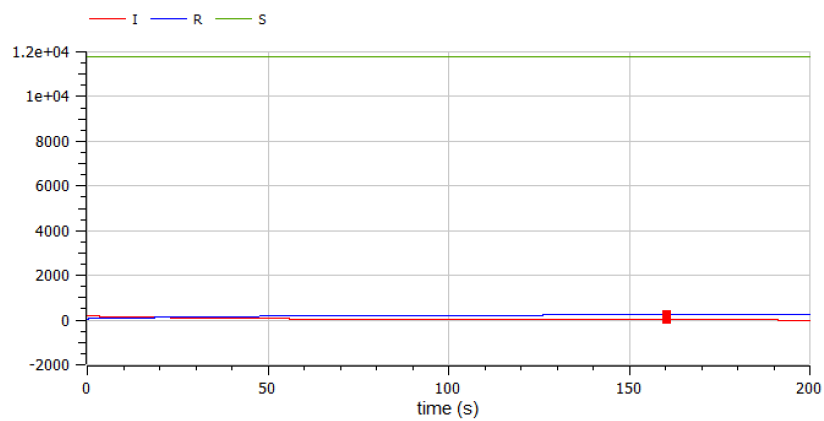


Figure 4.4: Соотношение трёх групп особей для первого случая

## 2. Изменим программу для второго случая, где $I(t) > I^*$ .

Изменим уравнения:

```

1 model lab06
2 parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
3 parameter Real b = 0.02; // коэффициент выздоровления
4 parameter Real N = 12000; // общая численность популяции
5 parameter Real I0 = 180; // количество инфицированных особей в начальный
   момент времени
6 parameter Real S0 = N - I0 - R0; // количество восприимчивых к болезни
   особей в начальный момент времени
7 parameter Real R0 = 58; // количество здоровых особей с иммунитетом в
   начальный момент времени
8
9 Real S(start = S0);
10 Real I(start = I0);
11 Real R(start = R0);
12
13 equation
14 // случай, когда I(0) > I*
15 der(S) = -a * S;
16 der(I) = a * S - b * I;
17 der(R) = b * I;

```

Figure 4.5: Код программы для второго случая

Запускаем модель для с теми же установками симуляции:

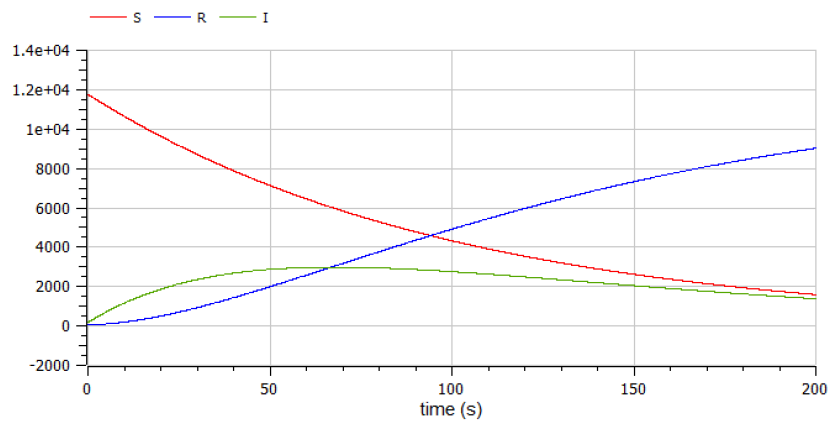


Figure 4.6: Соотношение трёх групп особей для второго случая

## 5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я познакомился с моделью эпидемии, релизовал графики с соотношений различных групп особей для случаев, когда число заболевших меньше критического значения, и наоборот, когда оно превышает критическое значение.

## Список литературы

1. Кулябов Д.С. Лабораторная работа №6. Модель хищник-жертва [Электронный ресурс] - 4 с.
2. Кулябов Д.С. Лабораторная работа №6. Варианты [Электронный ресурс] - 28 с.