Лабораторная работа №7

Воробьев А.О.

Содержание

Цель работы

Научиться строить в Octave параметрические графики, графики в полярных координатах, графики неявных функций, графики в комплексной плоскости и графики специальных функций.

Задание работы

Выполнить лабораторную работу и сделать отчет по лабораторной работе в форматах md, docx и pdf.

Теоретичсекое введение

- Параметрические функции — функции, представленные в таком виде, что зависимость переменных выражается через дополнительную величину (параметр). Предположим, что функциональная зависимость y от x не задана непосредственно $y = f(x)$, а через промежуточную величину — t. Тогда формулы $x = \phi(t)$; $y = \psi(t)$ задают параметрическое представление функции одной переменной. [2]

- Полярная система координат — двумерная система координат, в которой каждая точка на плоскости определяется двумя числами — полярным углом и полярным радиусом. Полярная система координат особенно полезна в случаях, когда отношения между точками проще изобразить в виде радиусов и углов; в более распространённой декартовой, или прямоугольной, системе координат, такие отношения можно установить только путём применения тригонометрических уравнений.[3]

- Неявное уравнение — это отношение вида $F(x_1, \dots, x_n) = 0$, где F является функцией нескольких переменных (зачастую многочленом). Например, мы будем работать с неявной функцией $-x^2 - xy + x + y^2 - y - 1 = 0$ ($F(x, y) = 0$). [4]
- Комплексные числа — числа вида $a + bi$, где a , b — вещественные числа, i — мнимая единица, то есть число, для которого выполняется равенство: $i^2 = -1$.[5]
- Гамма-функция — математическая функция, обычно обозначается $\Gamma(z)$.

  Если вещественная часть комплексного числа z положительна, то гамма-функция определяется через абсолютно сходящийся интеграл: $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, z \in \mathbb{C}$.

  Если $z = n$ — натуральное число, то

  $\Gamma(n + 1) = n!$

  Основное свойство гамма-функции — это её рекуррентное уравнение

  $\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z)$,

  которое при фиксированном начальном условии единственным образом определяет логарифмически выпуклое решение, то есть саму гамма-функцию.

  Гамма-функция чрезвычайно широко применяется в науке. Среди основных областей её применения — математический анализ, теория вероятностей, комбинаторика, статистика, атомная физика, астрофизика, гидродинамика, сейсмология и экономика. В частности, гамма-функция используется для обобщения понятия факториала на множества действительных и комплексных значений аргумента. [6]

Выполнение лабораторной работы

(Работа выполена согласно методическому пособию[1].)

1. Создаем каталог для работы в папке laboratory. (mkdir) (@fig:001)

подготовка к лабораторной работе

2. Начинаем сессию журналирования. (@fig:002)

начало журналирования

Параметрические графики

Строим параметрический график циклоиды: $x = r\big(t - sin(t)\big), y = r\big(1 - cos(t)\big)$.

1. Задаем значения параметров t и r и переменных x и y. (@fig:003)

задача t и r, x и y

2. Строим график и меняем длину осей. (@fig:004 и @fig:005)

построение графика

построение графика

3. Сохраняем график. (@fig:006)

сохранение графика

Полярные координаты

1. Задаем векторы полярных координат: полярный угол(θ) и полярный радиус(r); и переводим их в декартовы — x и y. (@fig:007)

задача θ и r, x и y

2. Строим график в декартовой системе координат и сохраняем его в двух форматах (pdf и png).(@fig:008 и @fig:009)

график в декартовой системе координат

команды в Octave

3. Строим тот же график в полярной системе координат и сохраняем его. (@fig:010 и @fig:011)

график в полярной системе координат

команды в Octave

Графики неявных функций

1. Задаем неявную функцию $f(x, y) = -x^2 - xy + x + y^2 - y - 1$, как анонимную. (@fig:012)

задание первой неявной функции

2. Строим график и сохраняем его. (@fig:013 и @fig:014)

график неявной функции

команды в Octave

3. Задаем окружность как неявную функцию и строим ее. (@fig:015)

график неявной функции

4. Задаем касательную через два вектора x и y, строим ее на том же графике и сохраняем. (@fig:016 и @fig:017)

график окружности и касательной

команды в Octave

Коплексные числа

1. Задаем коплексные числа z_1 и z_2, выолняем арифметические опреации над ними (умножение, вычитание, умножение, деление). (@fig:018)

арифметические операции над комплексеыми числами

2. Строим график z_1, z_2 и $z_1 + z_2$ и сохраняем его. (@fig:019 и @fig:020)

график комплексных чисел z_1, z_2 и $z_1 + z_2$

команды в Octave

3. Извлекаем кубический корень из -8 двумя способами (возведение в степень и команда nthroot), получаем два разных ответа. (@fig:021)

рассчет $\sqrt[3]{-8}$ с получением комплексного и действительного числа

Специальные функции

1. Строим график $\Gamma(n + 1)$ и $n!$ и сохраняем его. (@fig:022 и @fig:023)

график $\Gamma(n + 1)$ и $n!$

команды в Octave

2. Разбиваем на 5 частей и строим их все. (@fig:024 и @fig:025)

график $\Gamma(n + 1)$ и $n!$

команды в Octave

3. Завершаем сессию журналирования. (@fig:026)

Завершение сессии журналирования

Вывод

В ходе выполнения работы мы научились строить графики для неявных функций, специальных функций, комплексных чисел и графики на полярных координатах.

Библиография

1. *Lachniet J.* Introduction to GNU Octave. 2nd ed. 2019. pp. 46-50,59-62
2. Wikipedia: Параметрическое представление(https://en.wikipedia.org/wiki/Parametric_equation)

3. Wikipedia: Полярная система координат(https://en.wikipedia.org/wiki/Polar_coordinate_system)
4. Wikipedia: Неявная функция (https://en.wikipedia.org/wiki/Implicit_function)
5. Wikipedia: Комплексное число (https://en.wikipedia.org/wiki/Complex_number)
6. Wikipedia: Гамма-функция (https://en.wikipedia.org/wiki/Gamma_function)