hw7

1. 两个来自世界上不同地方的宇航员同时用他们自己的望远镜观测了太空中某个小区域内恒星的数目N。他们的测量结果分别为_M_1和M_2。通常，测量中会有不超过1颗恒星的误差，发生错误的概率e很小。每台望远镜可能出现(出现的概率f更小一些)对焦不准确的情况(分别记作F_1和F_2)，在这种情况下科学家会少数三颗甚至更多的恒星(或者说，当N小于3时，连一颗恒星都观测不到)。考虑**图14.22**所示的三种贝叶斯网络结构。

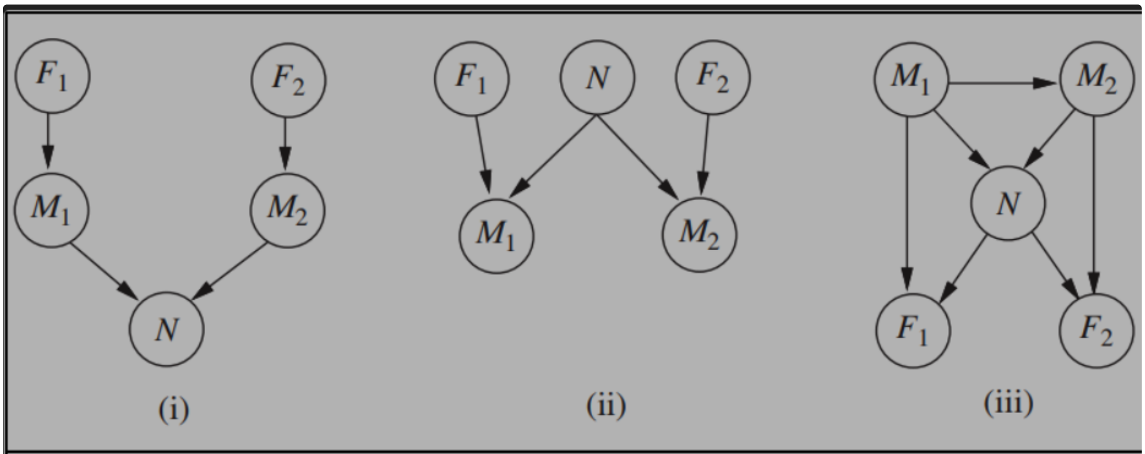

Figure 14.22 Three possible networks for the telescope problem.

a. 这三种网络结构哪些是对上述信息的正确(但不一定高效)表示?

1. 对于(i)，因为N与焦距有关，因此(i)中N与焦距无关是错误的
2. 对于(ii)，显然是一个焦距和行星数决定观测结果的模型，是正确的
3. (iii)也是正确的，这是按顺序选择M_1，M_2的结果

b.哪一种网络结构是最好的？请解释。

(ii)最好，结构简单，而且参数较少，计算复杂度低

c.当N∈1,2,3，M_1∈0,1,2,3,4时，请写出$P(M_1|N)$的条件概率表。概率分布表里的每个条目都应该表达为参数e和或f的一个函数。

1. N=1时$P(M_1=0|N)$有两种情况，没对焦，或者是有一颗星星的误差。$P=f+(1-f)e$，$P(M_1=1|N)$可以是正常观测(假定误差是累加的)，故$P(M_1=1|N)=(1-2e)(1-f)$，同理$P(M_1=2|N)=e(1-f)$，其他情况则不可能了
2. N=2时$P(M_1=0|N)$，只可能是没对焦$P=f$。其他的也可以如此推得

..	N=1	N=2	N=3
M=0	f+(1-f)e	f	f
M=1	(1-2e)(1-f)	(1-f)e	0
M=2	e(1-f)	(1-f)(1-2e)	e(1-f)
M=3	0	(1-f)e	(1-2e)(1-f)
M=4	0	0	(1-f)e

d.假设$M_1=1$，$M_2=3$。如果我们假设N取值上没有先验概率约束,可能的恒星数目是多少?

1. 都只有一个误差，因此取值可能是2
2. 1号望远镜没对焦，2号有一个误差，因此取值可能是4
3. 都没对焦，取值是大于等于6

e.在这些观测结果下，最可能的恒星数目是多少？解释如何计算这个数目，或者，如果不可能计算，请解释还需要什么附加信息以及它将如何影响结果。

无法计算，由已知条件只能推出错误的概率，情况1概率为$p_2e^2(1-f)^2$，情况2概率为p_4ef，情况3概率为$p_{n>=6}f^2$，还需要乘上一个星球个数的概率，这可能极大地影响各种情况的概率

2. 考虑 **图14.22(ii)** 的网络,假设两个望远镜完全相同。$N \in 1,2,3$，$M_1, M_2 \in 0,1,2,3,4$，CPT表和**习题14.12**所描述的一样。使用枚举算法(**图14.9**)计算概率分布$P(N|M_1=2,M_2=2)$。

对于概率分布$P(N|M_1=2,M_2=2)$

有

$$
\begin{aligned}
&P(N|M_1=2,M_2=2) \\
&=\alpha P(N,M_1=2,M_2=2) \\
&=\alpha \sum_{f_1,f_2} P(N,F_1,F_2,M_1=2,M_2=2) \\
&=\alpha \sum_{f_1,f_2} P(N)P(F_1)P(F_2)P(M_1=2|N,F_1)P(M_2=2|N,F_2)
\end{aligned}
$$

此时对N进行遍历，

1. N=1时，带入可得$\alpha(1-f)^2P_1e^2$
2. N=2时，有$\alpha(1-f)^2(1-2e)^2p_2$
3. N=3时，$\alpha(1-f)^2p_3e^2$

因此有概率分布

N	1	2	3
P	$\alpha(1-f)^2p_1e^2$	$\alpha(1-f)^2(1-2e)^2p_2$	$\alpha(1-f)^2p_3e^2$