

习题集第六章

2. 解: 总体为该人射击所有可能环数
样本为该人射击5次的结果.

4. 解: 记其中白球数为 X

① 不放回: $P(X=k) = \frac{\binom{2}{k} \binom{4}{2-k}}{\binom{6}{2}} \quad (k=0, 1, 2)$

② 放回: $P(X=k) = \binom{2}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{2-k} \quad (k=0, 1, 2)$

6. 解: 对于测量问题, 即一个测量者对一个物理量 μ 进行重复测量, 此时一切可能结果是 $(-\infty, \infty)$, 因而总体是一个取值于 $(-\infty, \infty)$ 的随机变量 X , 我们可以将测量结果 X 看作物理量 μ 和测量误差 ε 的叠加, 即 $X = \mu + \varepsilon$

此题记物体真实长度为 μ , μ 为确定但未知的量, 称之为参数, 关于总体分布的假定主要是关于 ε 的分布的假定.

由中心极限定理, 可以假定 $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, 于是测量值的总体就是一个正态分布, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 这里总体有 μ 与 σ^2 两个未知参数.

9. 解: (1) 样本空间: $\Omega = \{(x_1, \dots, x_5) : x_i = 0, 1, 1 \leq i \leq 5\}$

抽样分布: $P(X_1=x_1, \dots, X_5=x_5) = p^{\sum_{i=1}^5 x_i} (1-p)^{5-\sum_{i=1}^5 x_i}$

(2) $X_1 + X_2$ 和 $\min_{1 \leq i \leq 5} X_i$ 为统计量

其它不是, 因为依赖于未知参数 p

(3)
$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{n-m}{n} & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

样本方差 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

11. 解: 样本均值为 73.98929 (mm)

标准差为 $\sqrt{S^2} = S$

样本标准差为 0.035906 (mm)

活塞数为 7

注意别用 $E\bar{X}$ 表示
样本均值, $E\bar{X}$ 指
总体均值

14. 解: $X_1 - X_2 \sim N(0, 2)$

$X_1 + X_2 \sim N(0, 2)$

$\text{Var}(X_i)$ 也是

故 $\left(\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{2}}\right)^2 \sim \chi_1^2$, $\left(\frac{X_1 + X_2}{\sqrt{2}}\right)^2 \sim \chi_1^2$

又 $\text{Cov}(X_1 - X_2, X_1 + X_2) = \text{Var}(X_1) - \text{Var}(X_2) = 0$

且 $X_1 + X_2$ 与 $X_1 - X_2$ 服从二元正态分布, 故 $X_1 - X_2$ 与 $X_1 + X_2$ 独立!

故 $\frac{(X_1 - X_2)^2}{(X_1 + X_2)^2} = \frac{\left(\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\frac{X_1 + X_2}{\sqrt{2}}\right)^2} \sim F(1, 1)$