Nom :
Prénom :

Connaître	/2
Appliquer	/15
Transférer	/3
Total	/16

Consigne :
- Écris toutes tes réponse sur la feuille d'énoncés.
- **Écris tous tes calculs**. Si il n'y a pas de calculs, il n'y a pas de points.

Connaître (2pt)

1. Sans calculer les solutions, entoure le(s) système(s) **indéterminé(s)**.

$$\left\{\begin{array}{rcl} y & = & 2x+1 \\ 2y & = & 2x+3 \end{array}\right. \quad (1) \qquad \left\{\begin{array}{rcl} 4y & = & 2x+4 \\ 4y & = & 2x+3 \end{array}\right. \quad (2) \qquad \left\{\begin{array}{rcl} 2y & = & 2x+4 \\ y & = & x+2 \end{array}\right. \quad (3) \qquad \left\{\begin{array}{rcl} y-x & = & 1 \\ 2y & = & 2x+2 \end{array}\right. \quad (4)$$

Les systèmes (3) et (4) sont indéterminés car les deux équations qui les constituent sont les mêmes. Elles sont multiples l'une de l'autre ou autrement dit, si on isole y, on obtient la même relation à x.

2. Explique sans calculer les solutions pourquoi ce système est impossible.

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 9 \\ -x-2y+z & = & -2 \\ x+y+z & = & 19 \end{array}\right.$$

Solution : $x+y+z$ ne peut pas à la fois être égal à 9 et à 19.

3. Écris la matrice correspondant au système suivant.

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2y+z & = & -4+x \\ 2x+2z & = & -5 \\ -z & = & -13+y-3x \end{array}\right.$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 1 & -4 \\ 2 & 0 & 2 & -5 \\ 3 & -1 & -1 & -13 \end{array}\right)$$

Appliquer (12pt)

4. Complète les différentes étapes qui permettent de trouver la valeur de z par la méthode de Gauss-Jordan. Écris **chaque opération** à côté de la matrice.

$$\begin{cases} 6x + 3y + 9z &= 18 \\ 2x + 4y + 2z &= 8 \\ 4x + 8y - 16z &= -4 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & 3 & 9 & 18 \\ 2 & 4 & 2 & 8 \\ 4 & 8 & -16 & -4 \end{array}\right)$$

$L_1 \to L_1/3$
$L_3 \to L_3/2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 6 \\ 2 & 4 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & -8 & -2 \end{array}\right)$$

$L_2 \to L_2 - L_1$
$L_3 \to L_3 - L_1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -11 & -8 \end{array}\right)$$

$L_3 \to L_3 - L_2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -10 & -10 \end{array}\right)$$

$L_3 \to L_3/-10$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$z = 1$

5. Résous par la méthode de ton choix.

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+2y & = & 27 \\ 9x+6y & = & 81 \end{array}\right.$$

Substitution

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+2y & = & 27 \\ 9x+6y & = & 81 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} 2y & = & 27-3x \\ 9x+6y & = & 81 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} y & = & \dfrac{27-3x}{2} \\ 9x+6y & = & 81 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} y & = & \dfrac{27-3x}{2} \\ 9x+6(\dfrac{27-3x}{2}) & = & 81 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} y & = & \dfrac{27-3x}{2} \\ 9x+3(27-3x) & = & 81 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} y & = & \dfrac{27-3x}{2} \\ 9x+81-9x & = & 81 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ccc} y & = & \dfrac{27-3x}{2} \\ 0 & = & 0 \end{array}\right.$$

Le système est indéterminé. $S = \left\{(x, \dfrac{27-3x}{2})\right\}$ ou $S = \left\{(9 - \dfrac{2y}{3}, y)\right\}$

Méthode de Gauss

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+2y & = & 27 \\ 9x+6y & = & 81 \end{array}\right.$$

$L_1 \rightarrow L_1 \times 3$

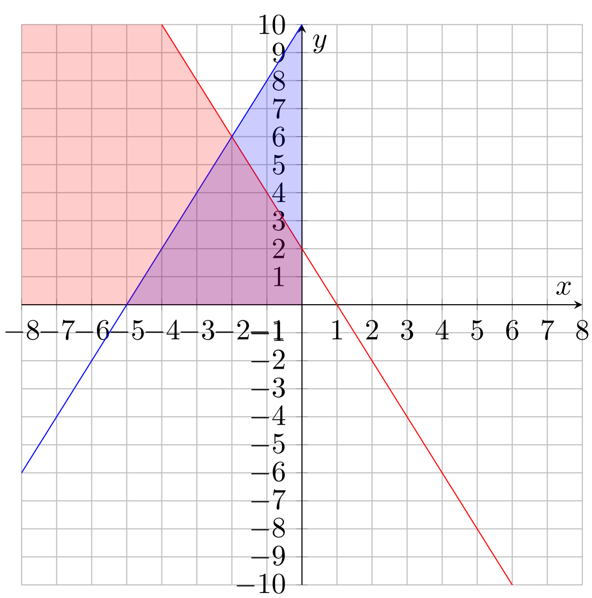
$$\left\{\begin{array}{rcl} 9x+6y & = & 81 \\ 9x+6y & = & 81 \end{array}\right.$$

$L_2 \rightarrow L_2 - L_1$

$$\left\{\begin{array}{rcl} 9x+6y & = & 81 \\ 0x+0y & = & 0 \end{array}\right.$$

Le système est indéterminé. $S = \left\{(x, \dfrac{27-3x}{2})\right\}$ ou $S = \left\{(9 - \dfrac{2y}{3}, y)\right\}$

6. Pour quelles valeurs la fonction $f(x,y) = 2y - 2x$ est-elle maximum sachant que les variables x et y doivent respecter les contraintes suivantes :



$$\left\{\begin{array}{rcl} -4x-2y & \geq & -4 \\ 6x+30 & \geq & 3y \\ x & \leq & 0 \\ y & \geq & 0 \end{array}\right.$$

On cherche à maximiser la fonction $f(x,y) = 2y - 2x$). Elle est maximale sur un des sommets du polygone de contraintes.

$f(0,0) = 0$

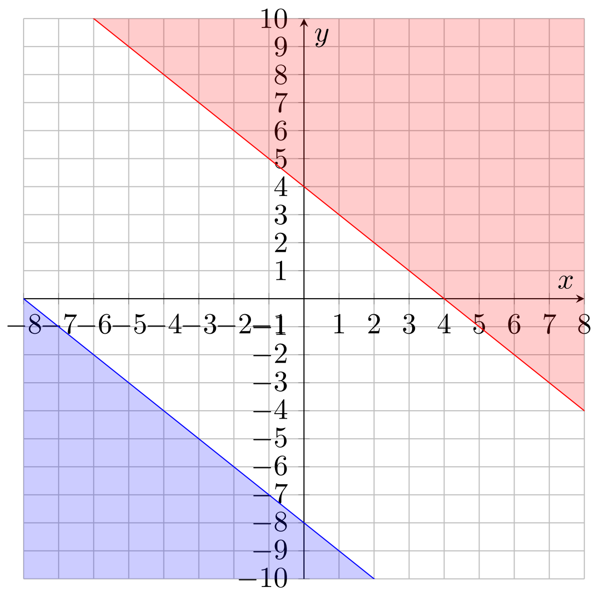
$f(0,2) = 4 - 0 = 4$

$f(-5,0) = 0 + 10 = 10$

$f(-2,6) = 12 + 4 = 16$

La fonction est maximale en $(-2,6)$.

7. Détermine les solutions du système d'inéquation suivant :



$$\left\{\begin{array}{ccc} -x-y & \leq & -4 \\ -x-y & \geq & 8 \\ x & \leq & 0 \\ y & \geq & 0 \end{array}\right.$$

Il n'y a pas de solution. Le système est impossible.

Transférer (3pt)

Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152 mètres de long. Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides. Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160 mètres de long. Détermine la longueur en mètre d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne.

$$\begin{cases} 2x + 10y = 152 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$$

Méthode de Gauss

$$\begin{cases} 2x + 10y = 152 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$$

$L_2 \to L_1/2$

$$\begin{cases} x + 5y = 76 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$$

$L_2 \to L_2 - L_1$

$$\begin{cases} x + 5y = 76 \\ 0x + 7y = 84 \end{cases}$$

$L_2 \to L_2/7$

$$\begin{cases} x + 5y = 76 \\ y = 12 \end{cases}$$

On substitue $y = 12$ dans la première équation

$$\begin{cases} x + 5(12) = 76 \\ y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 60 = 76 \\ y = 12 \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 16 \\ y & = & 12 \end{array}\right.$$

$S = \{(16, 12)\}$