
1. Continuación de la pregunta 4 del laboratorio 3.

- (a) En esta pregunta usted estimó la distancia relativa, r , entre las dos masas como función del tiempo. Interprete su resultado utilizando el concepto de potencial efectivo. Para ello le recomiendo leer las secciones 8.1, 8.2 y 8.6 del libro de Marion que se encuentra en el dropbox. Debe graficar este potencial efectivo, por unidad de masa, como función de la distancia relativa para los datos del problema (momentum angular inicial, longitud natural del resorte cociente κ/m), colocar en el gráfico la energía mecánica inicial (la cual se conserva aproximadamente) y responderse preguntas tales como:

- ¿Será la función $r(t)$ del tipo sinusoidal perfecta?
- ¿Cuánto vale r en el equilibrio?
- ¿Cuáles son los valores máximos y mínimos de r ?
- etc.

Recuerde que el l que aparece en las fórmulas es el momentum angular relativo $\vec{l} = \mu(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$

- (b) Modifique ls condiciones iniciales para que:

- La distancia relativa oscile de manera similar pero que su centro de masas se mueva en la dirección de $x > 0$ con una velocidad de 0.05.
- La distancia relativa oscile de manera más asimétrica respecto a la posición de equilibrio. Les recomiendo para realizar esta parte utilizar los mismo datos que utilizó para el potencial efectivo graficado arriba esto le permitirá realizar un análisis físico más controlado.
- **Adicional: (+ 1 punto examen):** ¿Qué condiciones iniciales debería colocar para que el movimiento de cada masa sea circular?

Compruébe cada aparte con algunas simulaciones y gráficas.

2. Bulirsch-Stoer para una secuencia temporal

Mediante el algoritmo de Bulirsch-Stoer resolvemos la ecuación diferencial

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{f}, \quad (1)$$

de manera numérica donde conociendo el valor inicial $\vec{u}(t)$ uno puede aproximar el valor $\vec{u}(t+H)$ con una precisión dada para un H no necesariamente pequeño. Sin embargo, en muchas ocasiones, por ejemplo para hallar la trayectoria de una partícula, uno desea obtener la solución para varios tiempos sucesivos $t_0 + H, t_0 + 2H, \dots$.

El propósito de este problema es que usted construya una función `BulirschStoerMultiple`, similar a la de `Euler`, `Heun`, etc construidas en clase, donde la evolución en cada intervalo de tiempo venga dada por la función `BulirschStoer` desarrollada en clases en lugar del método de Runge Kutta correspondiente. Hágala lo más general posible y que incluya los datos pertinentes. Compruébela para el problema de las dos masas atadas al resorte.

La discusión que haga en cada problema tiene que tener partes física y numérica.