Многомерный статистический анализ

Павлов Александр Сергеевич

10 ноября 2013 г.

Лабораторная работа 2.4

Постановка задачи

Наблюдается случайная выборка $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ из распределения $\mathcal{N}_N(\mu, \Sigma_0)$, Σ_0 — заданная матрица. Найти ОМП-оценку параметра μ, выписать распределение оценки. Построить доверительную область для μ, воспользовавшись материалами лекции 1 и 2.

Фрагменты конспекта лекций

Теорема 1. *Пусть $X = (x_1, \dots, x_n)$, $x_i \sim \mathcal{N}_N(\mu, \Sigma)$. Тогда ОМП-оценками параметров являются:*

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \tag{1}$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n}A, A = \sum_{\alpha=1}^{n}(x_\alpha - \bar{x})(x_\alpha - \bar{x})^T \tag{2}$$

Теорема 2. *Пусть $X = (x_1, \dots, x_n)$, $x_i \sim \mathcal{N}_N(\mu, \Sigma)$ и являются независимыми. Тогда:*

$$\bar{x} \sim \mathcal{N}_N(\mu, \frac{1}{n}\Sigma), \tag{3}$$

$$A \sim \mathcal{W}_N(\Sigma, n-1), \tag{4}$$

$\bar{x}, A$ — *независимые*

Решение задачи

Воспользуемся материалами лекций. По теореме 1 *об оценках максимального правдоподобия* получаем оценку для параметра μ из (1):

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

По теореме 2 *о распределении ОМП-оценок* из (3):

$$\bar{\mu} \sim \mathcal{N}_N(\mu, \frac{1}{n}\Sigma)$$