

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Павлов Александр Сергеевич

Анализ и статистическая обработка временных рядов в пакете  
R

Отчет о прохождении преддипломной практики

Руководитель практики

---

Научный руководитель

*Цеховая Татьяна*

*Вячеславовна*

*доцент кафедры ТВиМС*

*канд. физ.-мат. наук*

---

Минск, 2015

# Содержание

Введение	2
1 Определения и вспомогательные результаты	4

## Введение

Работа посвящена обработке, исследованию и статистическому анализу реальных временных рядов. В современных условиях выбор этой направленности соответствует необходимости в проведении анализа наблюдений, полученных в течение длительного времени, с математической и, в частности, статистической точки зрения. Часто наличие даже большого количества информации, полученной в процессе каких-либо наблюдений, не всегда позволяет раскрыть те или иные причины и следствия, имеющие место в конкретном случае. Для выявления всех скрытых проблем и свойств объекта, за которым проводилось наблюдение, необходимо провести всесторонний анализ полученной информации. В свою очередь, математический аппарат и его конкретные прикладные части могут позволить не только проанализировать сложившуюся ситуацию, но и постараться дать некоторый прогноз по состоянию объекта в будущем.

В качестве материала для исследования в данной работе используется база данных с реальными наблюдениями, зафиксированными на озёрах, входящих в Нарочанский национальный парк, за период с 1955 по 2012 годы, полученная от учебно-научного центра «Нарочанская биологическая станция им. Г.Г.Винберга». В представленной базе данных присутствуют данные, полученные в ходе наблюдений за озёрами Баторино, Нарочь и Мястро. Из них для исследования было выбрано озеро Баторино. Данное озеро является уникальным природным объектом, изучение которого позволит решать экологические проблемы не только в региональном, но и глобальном масштабе. Оно располагается у самой границы города Мядель и, вместе с вышеназванными Нарочью и Мястро, а также озерами Белое и Бледное, входит в состав Нарочанской озёрной группы.

В данной работе исследуемым показателем озера Баторино было выбрано значение температуры воды. Температура воды принадлежит к числу наиболее важных и фундаментальных характеристик любого водоёма. Её изменение во времени является одним из главных факторов, отражающих изменения в окружающей среде. Также нужно отметить, что свойства воды непосредственно зависят от температуры, что делает исследование температуры воды еще более актуальной задачей. Данная характеристика оказывает сильное влияние на плотность воды, растворимость в ней газов, минеральных и органических веществ, в том числе кислорода. Растворимость кислорода и насыщенность воды этим газом — одни из важнейших характеристик для условий обитания в воде живых организмов. В частности, от температуры воды в значительной мере зависит жизнедеятельность рыб: их распределение в водоёме, питание, размножение. К тому же, температура тела рыб, как правило, не превышает температуры окружающей их воды. В то же время, любой водоём как экосистема является средой обитания различных, отличных от рыб, организмов. И поэтому отслеживание всех изменений и влияние этих изменений на их жизнь является крайне важным не только в экологическом смысле, но и в биологическом. Как следствие вышесказанного, изменение температуры с течением времени следует считать одним из важнейших индикаторов изменений, происходящих в экосистеме озера. А исследование данного показателя, в свою очередь, является важнейшим в исследовании различных проблем, возникающих в экосистемах водоёмов. В подтверждение актуальности исследования данной темы можно привести научные работы [1–3], имеющие аналогичное направление.

Среди представленных следует отметить работу [1], где в качестве объекта исследования рассматривается крупнейшее в мире озеро — Байкал, подробно изучается изменение климата в контексте данного озера в период с 1950 по 2012 гг.

В работе [2] исследуется температура воды Великих озёр в Северной Америке, а также исследуется влияние, оказываемое изменением температуры на рыб, обитающих в этих озёрах.

В настоящее время, в условиях глобального потепления и крайне нестабильной климатической ситуации, наблюдения за состоянием озёрных экосистем представляют особую ценность как с научной, так и с практической стороны, поскольку только на основе таких наблюдений возможно выделить последствия антропогенного воздействия на фоне изменения природных факторов. А также получить некоторые заключения по экологической обстановке в определенной области.

Основным инструментом анализа данных в работе является пакет **R**. Такой выбор был обусловлен тем, что

- **R** является специализированным языком программирования для статистической обработки данных
- На сегодняшний день **R** — один из самых популярных в статистической среде инструментов анализа данных, имеющий широкую пользовательскую аудиторию, развитую систему поддержки
- Пакет постоянно развивается и дополняется современнейшими средствами, моделями и алгоритмами
- Бесплатен, свободно распространяется и доступен для всех популярных операционных систем
- Обладает развитыми возможностями для работы с графикой

# Глава 1

## Определения и вспомогательные результаты

Пусть  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  — вероятностное пространство, где  $\Omega$  является произвольным множеством,  $\mathcal{F}$  — сигма-алгеброй подмножеств  $\Omega$ , и  $P$  — вероятностной мерой.

*Действительным случайным процессом*  $X(t) = X(\omega, t)$  называется семейство случайных величин, заданных на вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ , где  $\omega \in \Omega, t \in \mathbb{R}$ .

*n-мерной функцией распределения* случайного процесса  $X(t), t \in \mathbb{R}$ , называется функция вида

$$F_n(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = P\{X(t_1) < x_1, \dots, X(t_n) < x_n\},$$

где  $x_j \in \mathbb{R}, t_j \in \mathbb{R}, j = \overline{1, n}$ .

*Математическим ожиданием* случайного процесса  $X(t), t \in \mathbb{R}$ , называется функция вида

$$m(t) = E\{X(t)\} = \int_{\mathbb{R}} x dF_1(x; t), t \in \mathbb{R}.$$

*Дисперсией* случайного процесса  $X(t), t \in \mathbb{R}$  называется функция вида:

$$V(t) = V\{X(t)\} = E\{X(t) - m(t)\}^2 = \int_{\mathbb{R}} (x - m(t))^2 dF_1(x; t).$$

*Корреляционной функцией* случайного процесса  $X(t), t \in \mathbb{R}$  называется функция вида:

$$\text{corr}(X(t_1), X(t_2)) = E\{X(t_1)X(t_2)\} = \iint_{\mathbb{R}^2} x_1 x_2 dF_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$$

*Ковариационной функцией* случайного процесса  $X(t), t \in \mathbb{R}$  называется функция вида:

$$\text{cov}(X(t_1), X(t_2)) = E\{(X(t_1) - m(t_1))(X(t_2) - m(t_2))\} = \iint_{\mathbb{R}^2} (x_1 - m(t_1))(x_2 - m(t_2)) dF_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$$

Случайный процесс  $X(t), t \in \mathbb{R}$ , называется стационарным в узком смысле, если  $\forall n \in \mathbb{N}, \forall t_1, \dots, t_n \in \mathbb{R}, \forall \tau, t_1 + \tau, \dots, t_n + \tau \in \mathbb{R}$

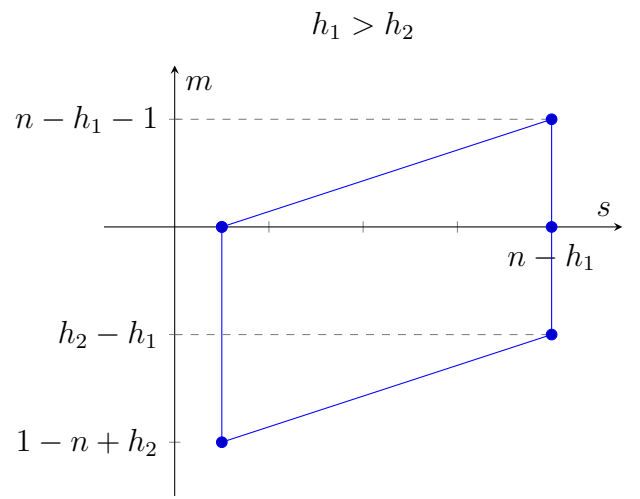
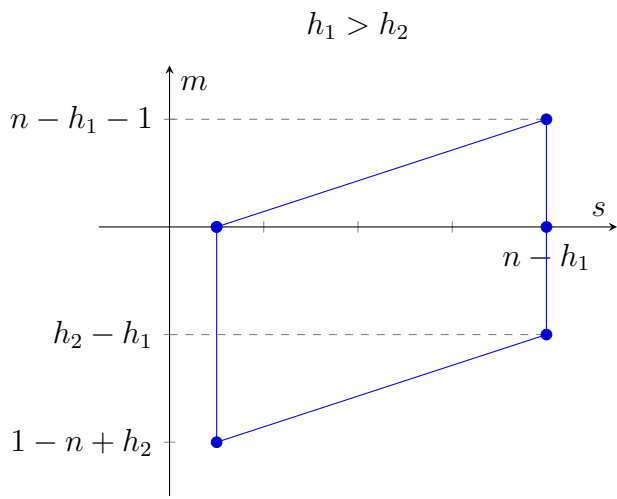
Случайный процесс  $X(s), s \in \mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ , называется внутренне стационарным, если справедливы следующие равенства:

$$E\{X(s_1) - X(s_2)\} = 0, \quad V\{X(s_1) - X(s_2)\} = 2\gamma(s_1 - s_2),$$

где  $2\gamma(s_1 - s_2)$  — вариограмма рассматриваемого процесса,  $s_1, s_2 \in \mathbb{Z}$ .

Пусть  $X(s), s \in \mathbb{Z}$  — внутренне стационарный гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, дисперсией  $\sigma^2$  и неизвестной вариограммой.

$$2\gamma(h) = V\{X(s+h) - X(s)\}, \quad s, h \in \mathbb{Z}.$$



## Литература

1. Stephen L. Katz, Stephanie E. Hampton, LyubovR. Izmet's'eva, and Marianne V. Moore. Influence of long-distance climate teleconnection on seasonality of water temperature in the world's largest lake - lake baikal, siberia. *PLoS ONE*, 6(2):e14688, 02 2011.
2. W.W. Taylor A.S. Briggs O'Brien, T.P. and E.F. Roseman. Influence of water temperature on rainbow smelt spawning and early life history dynamics in st. martin bay, lake huron. *Journal of Great Lakes Research*, 38(4):776–785, dec 2012.
3. L. Subehi and M Fakhrudin. Preliminary study of the changes in water temperature at pond cibuntu. *Journal of Ecology and the Natural Environment*, 3(3):72–77, March 2011.