

Todo list

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет прикладной математики и информатики

Кафедра теории вероятностей и математической статистики

ПАВЛОВ АЛЕКСАНДР СЕРГЕЕВИЧ

Анализ и статистическая обработка временных рядов в пакете R

Курсовой проект
студента 4 курса 7 группы

”Допустить к защите”
Руководитель проекта

“ ____ ” _____ 2013 г

Научный руководитель
Цеховая Татьяна Вячеславовна
доцент кафедры ТВиМС
канд. физ.-мат. наук

МИНСК 2013

Содержание

Введение	2
1 Определения и вспомогательные результаты	4
Заключение	5
Литература	6

Введение

Работа посвящена обработке, исследованию и статистическому анализу реальных временных рядов. В современных условиях выбор этой направленности соответствует необходимости в проведении анализа наблюдений, полученных в течение длительного времени, с математической и, в частности, статистической точки зрения. Часто наличие даже большого количества информации, полученной в процессе каких-либо наблюдений, не всегда позволяет раскрыть те или иные причины и следствия, имеющие место в конкретном случае. Для выявления всех скрытых проблем и свойств объекта, за которым проводилось наблюдение, необходимо провести всесторонний анализ полученной информации. В свою очередь, математический аппарат и его конкретные прикладные части могут позволить не только проанализировать сложившуюся ситуацию, но и постараться дать некоторый прогноз по состоянию объекта в будущем.

В качестве материала для исследования в данной работе используется база данных с реальными наблюдениями, зафиксированными на озёрах, входящих в Нарочанский национальный парк, за период с 1955 по 2012 годы, полученная от учебно-научного центра «Нарочанская биологическая станция им. Г.Г.Винберга». В представленной базе данных присутствуют данные, полученные в ходе наблюдений за озёрами Баторино, Нарочь и Мястро. Из них для исследования было выбрано озеро Баторино. Данное озеро является уникальным природным объектом, изучение которого позволит решать экологические проблемы не только в региональном, но и глобальном масштабе. Оно располагается у самой границы города Мядель и, вместе с вышеназванными Нарочью и Мястро, а также озерами Белое и Бледное, входит в состав Нарочанской озёрной группы.

В данной работе исследуемым показателем озера Баторино было выбрано значение температуры воды. Температура воды принадлежит к числу наиболее важных и фундаментальных характеристик любого водоёма. Её изменение во времени является одним из главных факторов, отражающих изменения в окружающей среде. Также нужно отметить, что свойства воды непосредственно зависят от температуры, что делает исследование температуры воды еще более актуальной задачей. Данная характеристика оказывает сильное влияние на плотность воды, растворимость в ней газов, минеральных и органических веществ, в том числе кислорода. Растворимость кислорода и насыщенность воды этим газом — одни из важнейших характеристик для условий обитания в воде живых организмов. В частности, от температуры воды в значительной мере зависит жизнедеятельность рыб: их распределение в водоёме, питание, размножение. К тому же, температура тела рыб, как правило, не превышает температуры окружающей их воды. В то же время, любой водоём как экосистема является средой обитания различных, отличных от рыб, организмов. И поэтому отслеживание всех изменений и влияние этих изменений на их жизнь является крайне важным не только в экологическом смысле, но и в биологическом. Как следствие вышесказанного, изменение температуры с течением времени следует считать одним из важнейших индикаторов изменений, происходящих в экосистеме озера. А исследование данного показателя, в свою очередь, является важнейшим в исследовании различных проблем, возникающих в экосистемах водоёмов. В подтверждение актуальности исследования представленной темы можно привести научные работы [1–3], имеющие аналогичное

направление.

Среди представленных следует отметить работу [1]. Представленная статья рассматривает в качестве объекта исследования крупнейшее в мире озеро — Байкал. В ней подробно изучается изменение климата в контексте данного озера в период с 1950 по 2012 гг.

В работе [2] исследуется температура воды Великих озёр в Северной Америке, а также исследуется влияние, оказываемое изменением температуры на рыб, обитающих в этих озёрах.

Следует отметить, что указанные работы опубликованы в 2011-2012 годах, что также подтверждает актуальность темы исследований.

В настоящее время, в условиях глобального потепления и крайне нестабильной климатической ситуации, наблюдения за состоянием озёрных экосистем представляют особую ценность как с научной, так и с практической стороны, поскольку только на основе таких наблюдений возможно выделить последствия антропогенного воздействия на фоне изменения природных факторов. А также получить некоторые заключения по экологической обстановке в определенной области.

?Убрал упоминание пакета STATISTICA, т.к. по сути результаты его использования не приводятся в дальнейшем?

Основным инструментом анализа данных в работе является пакет **R**. Такой выбор был обусловлен тем, что

- **R** является специализированным языком программирования для статистической обработки данных
- На сегодняшний день **R** — один из самых популярных в статистической среде инструментов анализа данных, имеющий широкую пользовательскую аудиторию, развитую систему поддержки
- Пакет постоянно развивается и дополняется современнейшими средствами, моделями и алгоритмами
- Бесплатен, свободно распространяется и доступен для всех популярных операционных систем
- Обладает развитыми возможностями для работы с графикой

1 Определения и вспомогательные результаты

Пусть (Ω, \mathcal{F}, P) — вероятностное пространство, где Ω является произвольным множеством, \mathcal{F} — сигма-алгеброй подмножеств Ω , и P — вероятностной мерой.

Действительным случайным процессом $X(t) = X(\omega, t)$ называется семейство случайных величин, заданных на вероятностном пространстве (Ω, \mathcal{F}, P) , где $\omega \in \Omega, t \in \mathbb{R}$.

n -мерной функцией распределения случайного процесса $X(t), t \in \mathbb{R}$, называется функция вида

$$F_n(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = P\{X(t_1) < x_1, \dots, X(t_n) < x_n\},$$

где $x_j \in \mathbb{R}, t_j \in \mathbb{R}, j = \overline{1, n}$.

Математическим ожиданием случайного процесса $X(t), t \in \mathbb{R}$, называется функция вида

$$m(t) = E\{X(t)\} = \int_{\mathbb{R}} x dF_1(x; t), t \in \mathbb{R}.$$

Дисперсией случайного процесса $X(t), t \in \mathbb{R}$ называется функция вида:

$$V(t) = V\{X(t)\} = E\{X(t) - m(t)\}^2 = \int_{\mathbb{R}} (x - m(t))^2 dF_1(x; t).$$

Корреляционной функцией случайного процесса $X(t), t \in \mathbb{R}$ называется функция вида:

$$\text{corr}(X(t_1), X(t_2)) = E\{X(t_1)X(t_2)\} = \iint_{\mathbb{R}^2} x_1 x_2 dF_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$$

Ковариационной функцией случайного процесса $X(t), t \in \mathbb{R}$ называется функция вида:

$$\text{cov}(X(t_1), X(t_2)) = E\{(X(t_1) - m(t_1))(X(t_2) - m(t_2))\} = \iint_{\mathbb{R}^2} (x_1 - m(t_1))(x_2 - m(t_2)) dF_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$$

Случайный процесс $X(s), s \in \mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$, называется внутренне стационарным, если справедливы следующие равенства:

$$E\{X(s_1) - X(s_2)\} = 0, \quad V\{X(s_1) - X(s_2)\} = 2\gamma(s_1 - s_2),$$

где $2\gamma(s_1 - s_2)$ — вариограмма рассматриваемого процесса, $s_1, s_2 \in \mathbb{Z}$.

Пусть $X(s), s \in \mathbb{Z}$ — внутренне стационарный гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, дисперсией σ^2 и неизвестной вариограммой.

$$2\gamma(h) = V\{X(s+h) - X(s)\}, \quad s, h \in \mathbb{Z}.$$

Заключение

В представленной работе был проведён сравнительный анализ современных пакетов прикладных программ для статистического анализа. Из них как инструмент исследования был выбран язык программирования **R**, по причине его доступности и предоставления огромного числа пакетов. С помощью этого пакета была исследована важнейшая характеристика любого водоёма — температура воды. Исследование проводилось на основе данных, полученных из наблюдений за озером Баторино, в период с 1975 по 2012 год в июле месяце. Для этого были вычислены и проанализированы описательные статистики, проведена проверка на нормальность, проведён визуальный анализ. В результате указанной части работы было обнаружено, что распределение температуры воды в озере Баторино близко к нормальному закону распределения с параметрами $\mathcal{N}(20.08, 5.24)$. Отклонение от нормальности отмечается полученными коэффициентами асимметрии и эксцесса. Исследуемое распределение имеет небольшую скошенность вправо и более растянутую колоколообразную форму относительно нормального закона распределения. В результате проведённого корреляционного анализа была выявлена умеренная зависимость между температурой воды и временем: был обнаружен рост температуры с течением времени.

В работе был проведён регрессионный анализ, в процессе которого была построена аддитивная модель временного ряда, найдён тренд, и, как следствие удаления тренда из построенной модели, был получен ряд остатков. Построенная детерминированными методами линейная регрессионная модель оказалась значимой и адекватной, но при этом описывает поведение временного ряда лишь частично. В результате анализа ряда остатков было выявлено отклонение распределения от нормальности. Что говорит о наличии некоторых неучтённых данной моделью факторов, затрудняющих дальнейшее исследование классическими методами. Следует также отметить стационарность и отсутствие автокорреляций в ряде остатков. Эти результаты говорят о постоянстве вероятностных свойств с течением времени, а также об отсутствии зависимостей между наблюдениями.

Так как представленные в данной работе классические методы анализа временных рядов в этом случае оказались недостаточными для полноценного исследования, то следующим этапом стало использование современных геостатистических методов. В процессе чего были построены различные вариограммы, подобраны модели этих вариограмм. С помощью кригинга был осуществлён прогноз значений и их анализ. Найден наилучший прогноз для исходных данных.

Литература

1. Stephen L. Katz, Stephanie E. Hampton, LyubovR. Izmet's'eva, and Marianne V. Moore. Influence of long-distance climate teleconnection on seasonality of water temperature in the world's largest lake - lake baikal, siberia. *PLoS ONE*, 6(2):e14688, 02 2011.
2. W.W. Taylor A.S. Briggs O'Brien, T.P. and E.F. Roseman. Influence of water temperature on rainbow smelt spawning and early life history dynamics in st. martin bay, lake huron. *Journal of Great Lakes Research*, 38(4):776–785, dec 2012.
3. L. Subehi and M Fakhrudin. Preliminary study of the changes in water temperature at pond cibuntu. *Journal of Ecology and the Natural Environment*, 3(3):72–77, March 2011.