VaR

Zarządzanie portfelem to proces ustawicznej analizy sytuacji na rynku i zachowania się cen aktywów, proces optymalizacji składu posiadanego portfela tak by zysk z niego był wysoki oraz szukanie sposobów by ewentualna strata wartości portfela była możliwie najmniej bolesna. Ograniczanie strat, to podstawowe oczekiwanie zarządzania ryzykiem a źródłem tego ryzyka jest zmienność cen aktywów. Generalnie, optymalizacja w procesie zarządzania portfelem sprowadza się do maksymalizacji dochodu przy niezmiennym ryzyku albo do zmniejszania ryzyka przy ustalonym dochodzie.

Coraz większe skomplikowanie instrumentów finansowych i transakcji wymagało stworzenia w miarę prostego, ale jednocześnie elastycznego narzędzia kontroli ekspozycji na ryzyko.

Przykładowo w koncepcji CAPM takim parametrem charakteryzującym poziom ryzyka akcji jest współczynnik beta. *VaR* jako metoda (a także wskaźnik podejmowanego ryzyka), powstała w związku z koniecznością wyceny ryzyka instrumentów, portfeli instrumentów, które to stają się coraz bardziej wyrafinowane i skomplikowane gdyż nowe instrumenty pojawiające się na rynku są coraz bardziej wyrafinowane. Wartość *VaR* wyraża stopień ekspozycji podmiotu na ryzyko w zakresie posiadania określonego portfela aktywów. Zadaniem *VaRu* jest określenie pewnej wartości potencjalnej straty (przy założonym poziomie prawdopodobieństwa, przedziale czasowym, normalnych warunkach rynkowych i przy wycenie aktywów po cenach ostatnich zawartych rynkowo transakcji czyli *Mark-to-Market*). *VaR* informuje, na jaki poziom strat narażona jest pula aktywów, przy określonych warunkach pomiaru.

VaR (**wartość narażona na ryzyko, wartość zagrożona**) jest to kwota, jaką można stracić w wyniku inwestycji w portfel w określonym horyzoncie czasowym i przy założonym poziomie ufności. VaR jest statystyczną miarą ryzyka, która szacuje stratę na portfelu, jaka może wystąpić przy założonym poziomie ufności. VAR zawsze określa prawdopodobieństwo, zgodnie z którym straty (dotkliwość ryzyka) przy zadanym prawdopodobieństwie (przedział ufności) statystycznie nie powinny być większe od wyliczone kwoty.

Definiując VaR uznajemy, że VaR jest poziomem straty, który może zostać przekroczony z prawdopodobieństwem równym a.

Nie należy interpretować wyliczonej wartości VaRu jako stwierdzenie, że „VaR jest maksymalną stratą” nawet jeśli autorzy dodają do tego wyrażenia uwagę, że mamy do czynienia ze statystyką, np. „przy ustalonym poziomie istotności (ufności)”. Bywają sytuacje, ze straty mogą być dużo wyższe ( tutaj jako footnote: VaR jest konstrukcja oparta o statystykę rynków czyli zdarzeń statystycznie najczęściej występujących czyli mimo, że w 99 % sytuacji jest wspaniałym wynalazkiem, to niestety kiedy mamy do czynienie z ekstremalną sytuacją, *VaR* jest mało użyteczny. Stratę bowiem liczy się, jako utratę wartości liczoną według zasady *Mark-to-Market*. Znaczy to, że realna strata w przypadku katastrofy rynkowej jest z reguły dużo wyższa. Powodem tego jest: płynność (a raczej jej brak w sytuacji kryzysowej) i bezwzględność konkurencji. Innymi słowy; strata, realizowana przy zamykaniu pozycji, w wyniku braku płynności na rynku, może być dużo wyższa. Ponadto, konkurencja może straty pogłębić, jeszcze bardziej zwiększając podaż.)

Innymi słowy VaR to wartość strat , która może być przekroczona z prawdopodobieństwem α lub to wielkość straty, która może nie być przekroczona z prawdopodobieństwem równym ( 1- α) w kolejnym dniu.

VaR jest bardzo wygodną i praktyczna miara ryzyka. Prostota jej to przede wszystkim to, że jest to konkretna liczba. To daje prosta możliwość porównania i pewność w interpretacji odnośnie do porównywania zasad zarządzania finansowego. Jest to metoda, która podaje ogólny poziom ryzyka, niezależnie od rodzaju aktywów w powszechnie zrozumiałych jednostkach jakimi są pieniądze (wartość rynkowa).

Konsekwencja zasady funkcjonowania *VaR* jest prosta: Jeżeli dany portfel aktywów przynosi większe zyski, przy mniejszym poziomie ryzyka *VaR*, to należało zwiększyć jego wielkość. Jeżeli dane aktywo przynosi większe zyski przy takim samym poziomie *VaR,* to należało zwiększyć zaangażowanie w to aktywo. Jeżeli zarządzający generował większe zyski przy tym samym poziomie *VaR*, to należy się mu się odpowiednio większa premia.

VaR – metody obliczania.

Wartość zagrożona (wartość narażona na ryzyko, *Value at Risk*, *VaR*)

w chwili *t* jest to taka strata wartości rynkowej portfela, że prawdopodobieństwo osiągnięcia jej lub przekroczenia w rozpatrywanym okresie (*t,*) równe jest zadanemu poziomowi tolerancji α.

(Literatura ; Jorion P., Value at Risk, 2nd edition, McGraw-Hill, 2001,

Krzysztof Piontek, Akademia Ekonomiczna

im. Oskara Langego we Wrocławiu Katedra Inwestycji Finansowych i Ubezpieczeń - <http://www.kpiontek.ue.wroc.pl/testyVaR.pdf>).

Powyższa definicje można zapisać w następujący sposób:

Prawdopodobieństwo tego że wartość portfela pod koniec okresu będzie nie mniejsza niż wartość portfela na początku okresu pomniejszona o VaR jest równa α.

Taka jest istota VaRu. Jednak wyliczenie tej wielkości to problem praktyczny który nie jest realizowany jednakowo. Stosuje się bowiem w praktyce wiele metod aby oszacować tą wartość.

Wartość zagrożona w odniesieniu do portfela na rynku kapitałowym czy instrumentu finansowego, jest to taka strata jego wartości rynkowej, że prawdopodobieństwo jej osiągnięcia lub przekroczenia w zadanym okresie równe jest przyjętemu poziomowi tolerancji α. Zazwyczaj przyjmuje się α = 〈0,01;0,05]〉, przy czym im jest on niższy, tym wyższa jest wartość VaR. Tak wiec przyjmuje się najczęściej praktycznie przyjmowane prawdopodobieństwo przekroczenia VaR wynosi 5% lub 1%. Oczywiście, zakładamy typowe warunki rynkowej zmienności cen, znane z historii. Jest to pierwsze z założeń jakie są przyjmowane. Można by dyskutować czy warunki z okresu lat 2003 - 2005 można zastosować do sytuacji rynku w roku 2007, albo czy dane z okresu 1925\_1928 będą reprezentatywne do tego co rynek pokazał pod koniec października 1929roku, czyli w początku Wielkiego Kryzysu.

Metody wariancji - kowariancji

Bez względu na metodę, *Value at Risk* – miarę straty można wyrazić jako wartość absolutną lub jako jej procentową wielkość w stosunku do wartości bazowej, bądź w odniesieniu do wartości średniej portfela.

Omawianie tych metod zacznijmy od przykładu portfela składającego się z pojedynczego aktywa. Wartość rynkowa aktywa zmienia się rynkowo w czasie. Jest ona większa lub mniejsza . Trend jest raczej trudny do przewidzenia . Często zakładamy ,ze ruch cen to ruch Browna. Duże zmiany wartości są rzadsze niż mniejsze.

Obserwując zmiany cen w dłuższym okresie możemy zauważyć, że duże zmiany są mało prawdopodobne a ekstremalnie duże, wręcz niemożliwe. Decydując jak bardzo mało prawdopodobne są to zmiany decydujemy jakie skoki są praktycznie niemożliwe czyli jakie straty portfela są bardzo mało prawdopodobne ( lub nawet niemożliwe). Wybrany poziom prawdopodobieństwa to poziom tolerancji . Mówimy tutaj o ufności a właściwie poziomie ufności.

Jeśli poziom tolerancji czyli prawdopodobieństwo przekroczenia to α , to poziom ufności c jest równy ( 1-α).

Wartość VaR dla portfela składającego się z jednego aktywa jest funkcją:

* wartości ( mierzonej w pieniądzu) portfela
* Zmienności ceny aktywa, mierzonej jako odchylenie standardowe
* Poziomu tolerancji
* Horyzontu czasowego.

Jeśli staramy się określić VaR dla kolejnego, jednego dnia możemy przyjąć założenie, ze średnia zmian dla jednego dnia wynosi zero.

Dla portfela jednego aktywa i jednego dnia zmian VaR wynosi:

W x σ x k

Gdzie

W - wartość portfela w dniu poprzednim( w okresie poprzednim)

σ – odchylenie standardowe ceny aktywa

k – liczba odchyleń standardowych poniżej średniej odpowiadające (1-α) *kwantylowi* wystandaryzowanego rozkładu normalnego.

Dla poziomu ufności 95% , c = 0,95 czyli (1-c) jest piątym kwantylem ( czyli 5%) standardowego rozkładu normalnego.

Odpowiadająca temu wartość k = 1,645, a gdy 1 – α = 0,99, to *c* = 2,33.



95%

Wartość k dla dowolnego poziomu można odczytać z tablic albo skorzystać z funkcji w arkuszu Excel NORMSINV.

Przykładowo:

Mamy portfel o wartości 100 000 jednostek pieniężnych składający się z akcji spółki „ Reflex. SA.” Załóżmy, że odchylenie standardowe dziennego zwrotu na tych akcjach wynosi 0,0251 ( 2,51%) dziennie. Chcąc wiedzieć z pewnością 95% jaki jest VaR naszego portfela prowadzimy wyliczenia następująco:

W x σ x k

Czyli:

100 00 x 0,0251 x 1,645 = 4 128, 95

Znaczy to , że posiadając taki portfel w ciągu następnego dnia istnieje 5% szans na to , że straty portfela mogą wynieś 4 129 jednostek pieniężnych lub więcej. Czyli wartość portfela może spaść poniżej 95 871 jednostek pieniężnych.

Poszerzenie na więcej niż jeden okres czasowy.

Aby wycenić wartość VaR w czasie więcej niż jeden dzień ( okres czasowy) , korzysta się z zależności odchylenia standardowego od czasu.

Odchylenie standardowe po t okresach ( np. dniach) jest równe odchyleniu standardowemu dziennemu ( jednego okresu) razy pierwiastek z ilości okresów.

σt = t1/2σ1

gdzie

t- oznacza ilość okresów( dni)

σ1 – oznacza odchylenie standardowe dzienne ( jednego okresu)

σt – oznacza odchylenie standardowe po t okresach (dniach).

Czyli jeśli chcemy znać VaR naszego portfela w ciągu miesiąca na poziomie 95% pewności ( przyjmuje się średnio jako 22 dni robocze) wyliczamy:

VaR = 100 00 x 0,0251 x 1,645 X 221/2 = 19 366,5 jednostek pieniężnych.

Co jeśli w naszym portfelu znajduje się więcej niż jedno aktywo? W takim przypadku wyliczając VaR musimy uwzględnić teorie portfela, której autorem jest Markowitz. Z tej teorii wiadomo, ze ryzyko portfela zmniejsza jego dywersyfikacja. Ponadto należy uwzględnić istnienie ( lub jego brak) korelacji miedzy zachowaniem się aktywów.

Aby wyliczyć wartość VaR takiego portfela należy dodatkowo określić:

* Wagę aktywa w portfelu ( jego udział w wartości portfela) , udział jest bowiem ważony kapitałem.
* Odchylenie standardowe stopy zwrotu każdego z aktywów portfela.
* Korelacje miedzy stopami zwrotu każdego aktywa portfela.

Należy jeszcze uogólnić sytuacje (poprzednio założyliśmy, że średnia wartość rozkładu wynosi zero). W ogólnym przypadku kwanty jest równy:

Rα= μ – kσ

Czyli VaR jest równy:

VaR = ( μ – kσ) W (XXX)

Gdzie

W – wartość portfela

μ – średnia wartość rozkładu

σ – odchylenie standardowe stopy zwrotu

k – stała rozkładu

Niech wielowymiarowy rozkład stóp zwrotów składników portfela (wymiarowość jest określona przez liczbę składników) jest wielowymiarowym rozkładem normalnym o wektorze średnich μ i macierzy kowariancji danych Σ



gdzie n jest liczba składników portfela.

Wartości μ oraz σ możemy wyliczyć korzystając z



Oraz



Gdzie

Wi - to udział (waga) i – tego składnika w portfelu

Zaś μ oraz σ są określone przez powyższym wektorem μ i macierzą Σ.

Po podstawieniu ostatnich dwu wzorów do wzoru ( XXX) obliczyć można VaR.

Powyższe podejście nosi nazwę metody wariancji – kowariancji.

Przykładowo niech portfel o wartości początkowej 100 000 składa się z dwu składników jednego o wadze 60 % i odchylenie standardowym 1% i drugiego o odchyleniu 2% współczynnik korelacji niech wynosi 0,4.

Dla takich danych :

 

kσ

1000 000

VaR – „słabości”

Widząc liniowy związek Var z odchyleniem standardowym i patrząc na wzory analizy portfelowej dostrzec można pewne „słabości „ VaR.

Patrząc formalnie na ostatni wzór widać, ze:



Czyli



W praktyce, co wynika po części z uregulowań prawnych, wartość zagrożona (*VaR*) jest jedną z szerzej stosowanych miar ryzyka. Ma jednak pewne wady, z których największą, z punktu widzenia stosowania *VaR* w analizie portfelowej, jest to, że *VaR* nie spełnia warunku addytywności. Oznacza to, iż *VaR* policzona dla zdywersyfikowanego portfela może być większa niż suma *VaR*-ów wyznaczonych dla instrumentów składowych. Tylko w przypadku współczynnika korelacji równego lub mniejszego od 0 warunek addytywności jest spełniony. Ale taka sytuacje zachowania σ już znamy z analizy portfela, a dokładnie dywersyfikacji wg. Markowitza.

Należy ponownie zwrócić uwagę na jeszcze jedno przyjęte założenie. Założono, ze rozkłady zmiany cen są rozkładem normalnym, lub do niego zbliżony. W rzeczywistości rozkłady doświadczalne zmian cen aktywów finansowych często nie odpowiadają rozkładowi normalnemu. W praktyce, rzeczywiście ,większość zmian cen oscyluje wokół wartości oczekiwanej, ale występują jednak częściej (niż w rozkładzie normalnym) zmiany ekstremalne. Zmiany te charakteryzują występowanie tzw. „grubych ogonów” rozkładu, co wpływa na zwiększenie zmienności i nie są ujmowane w VaR, w sposób adekwatny. Przyjęcie założenia o rozkładzie normalnym zmian wartości ułatwia jednak obliczeniach znacznie zmniejsza koszty pomiaru ryzyka.

Nadzorcy rynku , mimo, ze formalnie uznają VaR jako narzędzie zarządzania ryzykiem pozwalające na określenie wielkości rezerwy tworzonej na wypadek ewentualnej straty to wielkość tej rezerwy wymaganej przez Nadzór jest większy zazwyczaj od wyliczonego tak jak powyżej o współczynnik – a zwiększając rozmiar tej rezerwy a razy.

Metody symulacji historycznej.

Metoda ta sprowadza się do wykorzystania historycznych stóp zwrotu instrumentu finansowego (np.

portfela akcji). Najczęściej przyjmuje się dzienne historyczne stopy zwrotu. Obserwuje się stopy przez pewien (odpowiednio długi) okres czasu przykładowo 1 rok – czyli około 225 obserwacji- z dni transakcyjnych. Historyczne stopy zwrotu pozwalają określić empiryczny rozkład. Umożliwia to oszacowanie kwantyla rozkładu i wyznaczenie wartości ryzykownej. Skuteczność symulacji historycznej jest uwarunkowana niezmiennością stóp zwrotu w przyszłości w stosunku do danych historycznych. Stąd korzysta się z *n* obserwacji objętych badaniem według formuły:



W ten sposób zostaje wygenerowany rozkład statystyczny stóp zwrotu. Wyznaczenie odpowiedniego kwantyla tego rozkładu pozwala na wyliczenie VaR bezpośrednio z definicji, czyli wg. pokazanych w poprzednich metodach zasad. Tym razem nie zakłada się , ze rozkład jest rozkładem normalnym oaz unika się szacowania parametrów takich jak średnia czy odchylenie standardowe korzystając z danych historycznych.

Metoda symulacji Monte Carlo.

W metodzie Monte Carlo przyjmuje się pewien model kształtowania się cen rynkowych aktywa. Wybór modelu zależy od autorów ich doświadczenia praktyczne czy teoretyczne. Niemniej jednak musi on zostać starannie sprawdzony na danych historycznych czy rzeczywiście charakteryzuje właściwie zachowania się danych rynkowych instrumentu finansowego. Następnie generuje się wiele ( tysiące) obserwacji stóp zwrotu instrumentów finansowych tworzących portfel. Otrzymuje się, w ten sposób rozkład stóp zwrotów z portfela. Wyznaczenie odpowiedniego kwanty la tego rozkładu pozwala na estymacje VaR wg już omówionych metod.

Schemat obliczeń M-te Carlo

Geometryczny Ruch Browna ???

VaR z uwzględnieniem wartości ekstremalnych – „Grube ogony rozkładu”.

Dokładna analiza stóp zwrotu doświadczalnych szeregów finansowych czasowych pozwala stwierdzić, że to co dość często było w powtarzane , czyli o rozkładzie normalnym jako modelu, w wielu przypadkach jest nieprawdą. Większość szeregów finansowych wykazuje: istnienie „ grubych ogonów” czyli prawdopodobieństwo pojawienia się skrajnych wartości, czy bardzo dużych zmian jest wyraźnie większe niż w przypadku rozkładu Gaussa.

Wykresy rozkładów zwrotów pokazują, że duże zmiany występują znacznie częściej niż przewiduje to rozkład normalny, natomiast mniej jest średnich zmian (wartości odchylających się od średniej od 0,5 do 2,5

odchyleń standardowych).

W związku z powyższym konieczne jest poszukiwanie o nowych modeli. Na podstawie przeprowadzonych analiz ( np. Katarzyna Brzozowska-Rup, Wiesław Dziubdziela „ESTYMACJAINDEKSU OGONA” WYBRANYCH SZEREGÓW FINANSOWYCH ZA POMOCĄ ENTROPII RENYI’EGO. –szukaj <http://www.wne.sggw.pl/czasopisma/pdf/EIOGZ_2006_nr60_s69.pdf>) oraz ( Ewa Miłoś- Finansowy Kwartalnik Internetowy „e-Finanse” 2011, vol. 7, nr 1 [www.e-finanse.com](http://www.e-finanse.com/) Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania w Rzeszowie) wykazać można, że w wielu zjawiskach wartości ekstremalne pojawiają się zgodne z rozkładami potęgowymi.

W obliczeniach VaR skupiamy się na poziomie ufności 99% zakładając , że strata się nie zdarzy. W modelach wartości ekstremalnych skupiamy się na tych niekorzystnych zdarzeniach, które maja bardzo małe prawdopodobieństwo wystąpienia ale mogą przynieść duże straty. Szczególnie w instytucjach ubezpieczeniowych istnieje potrzeba analizy zjawisk katastrof .

Rozkłady wykazujące cechy „ grubych ogonów to przykładowo rozkład t- Studenta, Pareto, etc. Modele rozkładów jakie stosowane są w analizach i szacowaniach VaR opisane są przykładowo ( Tomasz Bałamut- *Metody estymacji Value AT Risk* - NBP- Materiały i studia; zeszyt 147; 2002r.)

VaR w systemie Risk Metrics.

VaR jako miara ryzyka powstała przy opracowaniu systemu pomiaru ryzyka w J.P. Morgan na początku lat 90. Na ten system składa ( składało w przeszłości przy opracowywaniu systemu) się metodologia, zgromadzone dane dotyczące setek instrumentów na całym świecie i oprogramowanie pozwalające na wyliczenia VaR zgodnie z metodologia i zebranymi danymi. System powstał w celu wprowadzenie wystandaryzowanej miary ryzyka dla całej organizacji jaka jest J.P Morgan. Miara ta została oparta o analizę odchyleń zwrotów z danych instrumentów finansowych oraz zależności między nimi. Po publikacji systemu RiskMetricsTM przez J.P. Morgan, VaR stała się miarą powszechnie używaną w zarządzaniu ryzykiem finansowym, nie tylko w instytucjach finansowych.

Miara ta została przyjęta przez Nadzór Finansowy jako regulacyjna metoda oceny ryzyka dla banków. Dotyczy to regulacji europejskich w tym polskich.

Model podstawowy obliczania VaR stosowany przez RiskMetricsTM jest oparty o założenie, że zwroty są generowane w geometrycznym ruchu Browna. Jest to ogólnie mówiąc metoda wariancji – kowariancji.

Wady i zalety VaR-u

VaR to stosunkowo prosta w praktycznym działaniu metoda porównania ryzyka w przypadku instytucji działającej na rynku. Porównanie jest stosunkowo proste bo polega na porównaniu wielkości wyliczonych VaR dla proponowanych portfeli . Wielkość ta wyrażona jest w pieniądzu i jest konkretną liczbą. Interpretacja i porównanie jest więc proste. Pozwala na łatwiejsze zarządzanie ryzykiem pojedynczego portfela jak i na wyższych szczeblach zarządzania ryzykiem działu czy całej instytucji. Pozwala na oszacowanie wielości i tworzenie rezerwy kapitałowej na wypadek strat. Jest metoda uznaną przez Nadzór Finansowy .

Nie jest to jednak wartość idealna.

Wady jej biorą się z założeń stosowanych modeli do wyliczeń VaR.

VaR jest liczony dla „ normalnych” warunków rynku. Normalny rynek to rynek danych historycznych. Jeśli tylko rynek odchodzi od „ normalności”, model może zawieść. Jak wykazuje historia rynków zachowanie typowe rynków występuje od czasu do czasu. Czy rynek w okresie 2004 – 2005 jest typowym rynkiem dla wycen w roku 2007? W przypadku niepokojów na rynkach, rynki zachowują się „ nietypowo „ a straty wtedy są szczególnie duże. Przy gwałtownych zmianach na rynku VaR może być zawodny.

Liczenie VaR- u może być pracochłonne ( wyliczenia VaR portfeli metodą Monte Carlo).

Główny wpływ na jakość wyników VaR ma estymacja zdarzeń i trafność doboru modeli.

Istnieją lepsze, alternatywne metody pomiaru ryzyka np. oczekiwana wartość strat większych od VaR w danym przedziale czasowym czyli warunkowa wartość oczekiwanych strat

Podsumowując warto podkreślić. Jest to najbardziej popularne obecnie narzędzie oceny ryzyka.

Jednakże, żadne narzędzie używane w finansach nie jest rynkowo neutralne. VaR jest uproszczeniem modelowym rynku. Zależy od jakości tego uproszczenia. „Modelowa matematyczność” wyceny oraz ustalenie poziomu ufności *VaR* na stosunkowo wysokim poziomie, powoduje złudzenie posiadania kontroli, podczas gdy należy mieć duży szacunek do rynku, oraz pamiętać ,że zerowe prawdopodobieństwo nie istnieje.