

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

ELE0701 - ELETRÔNICA

Introdução aos filtros

Rafael Cardoso Pereira

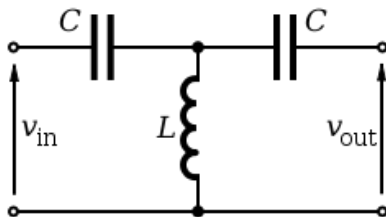
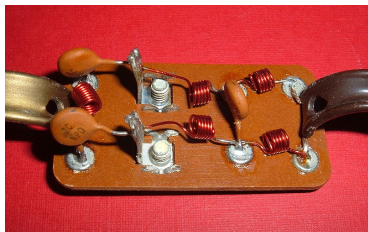
O que será abordado

- Como os filtros são caracterizados por suas propriedades de transmissão de sinal
- Como eles são classificados em diferentes tipos com base na localização de sua banda passante.
- Como especificar um filtro e como obter uma função de transferência que atende às especificações
- A utilização de funções populares como os filtros de Chebyshev e Butterworth
- Realizações de filtros de primeira ordem utilizando circuitos RLC.

Filtros passivos

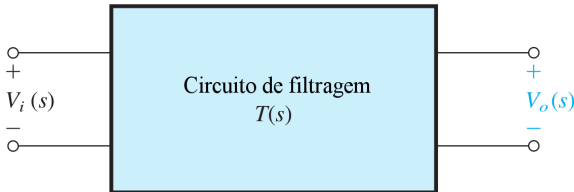
A tecnologia mais antiga para realização de filtros faz uso de indutores e capacitores, chamados filtros passivos LC.

Tais filtros não são viáveis para baixas frequências (CC a 100 kHz) pois exigem indutores e capacitores muito grandes.



Transmissão dos filtros

Os filtros que iremos estudar são circuitos lineares que podem ser caracterizados pelo esquema abaixo:



$$T(s) \equiv \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

$T(s)$ pode ser representado em termos de frequências físicas:

$$T(j\omega) = |T(j\omega)|e^{j\phi(\omega)}$$

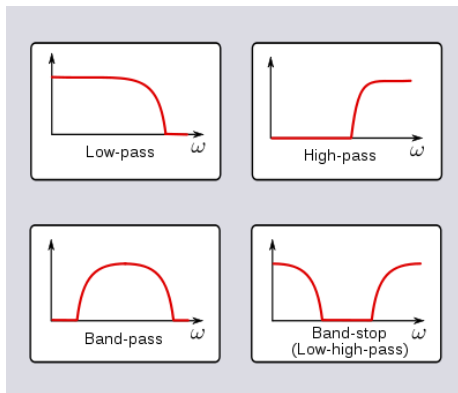
Ou em decibéis em termos da *função de ganho*:

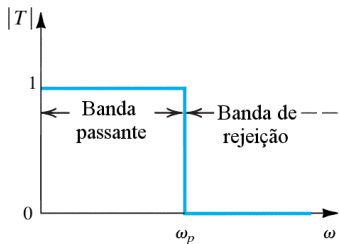
$$G(\omega) = 20\log(|T(j\omega)|), dB$$

Um filtro modifica a forma do sinal de entrada $V_i(j\omega)$ de acordo com a função $T(j\omega)$ para prover uma saída $V_o(j\omega)$ modificada.

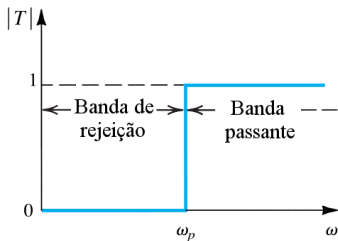
Tipos fundamentais de filtros

- Filtro passa-baixa
- Filtro passa-alta
- Filtro passa-faixa
- Filtro rejeita-faixa

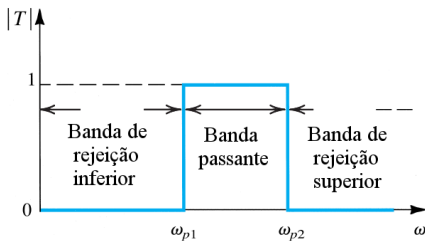




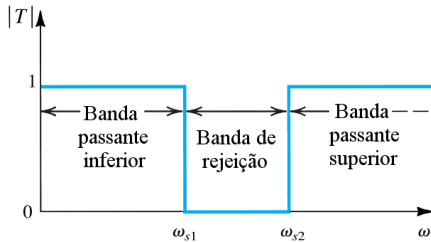
(a) Passa-baixa (PB)



(b) Passa-alta (PA)



(c) Passa-faixa (PF)



(d) Rejeita-faixa (RF)

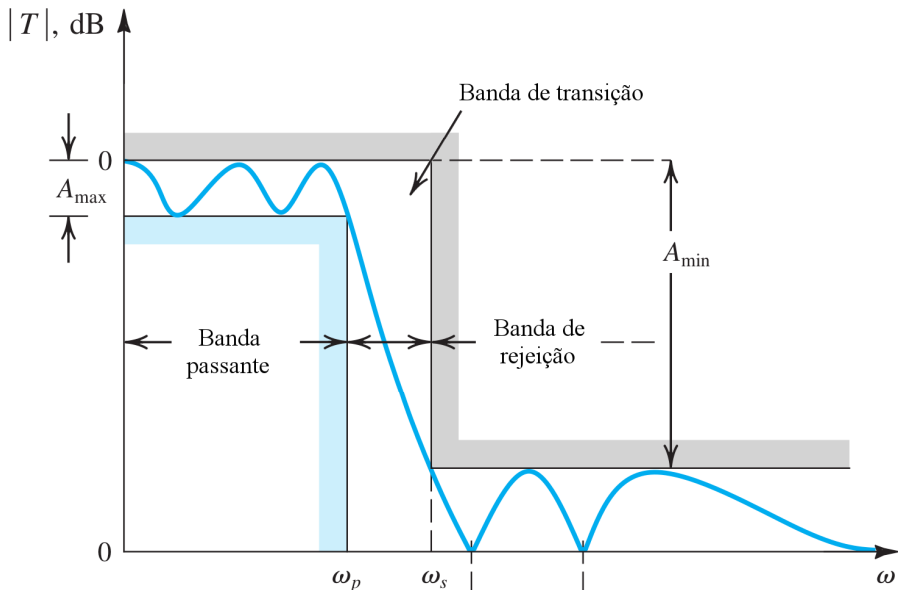
Especificação de filtros

As características de especificação para um filtro passa-baixa serão:

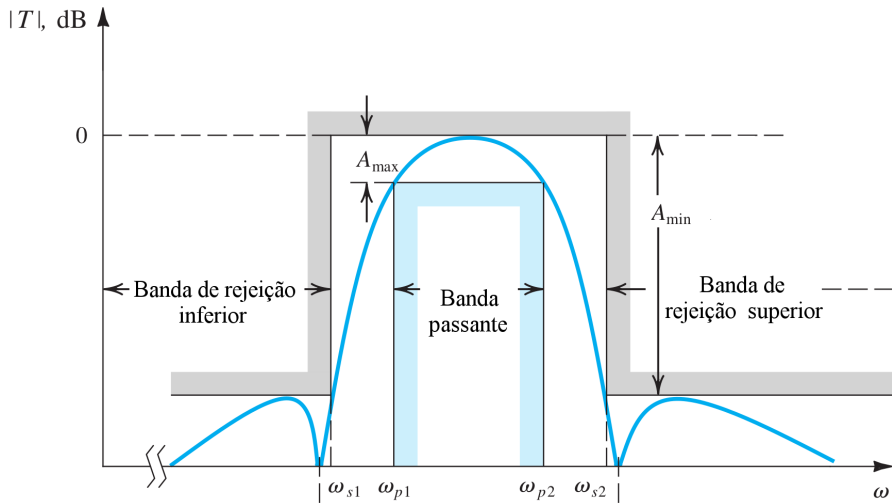
- A frequência de passagem ω_p .
- A máxima variação permitida no ganho de banda passante A_{max} (*ripple*).
- A frequência de corte ω_s .
- A atenuação mínima requerida na banda de rejeição A_{min} .

O próximo passo é obter uma função de transferência com as características desejadas.

Filtro passa-baixa não ideal:



Filtro passa-faixa não ideal:



Função de transferência dos filtros

A função de transferência $T(s)$ pode ser escrita como:

$$T(s) = \frac{a_M s^M + a_{M-1} s^{M-1} + \dots + a_0}{s^N + b_{N-1} s^{N-1} + \dots + b_0}$$

Onde N é a ordem do filtro.

Para o filtro ser estável o valor de N deve ser maior ou igual ao valor de M .

$$T(s) = \frac{a_M (s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_M)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_N)}$$

Filtros de Butterworth

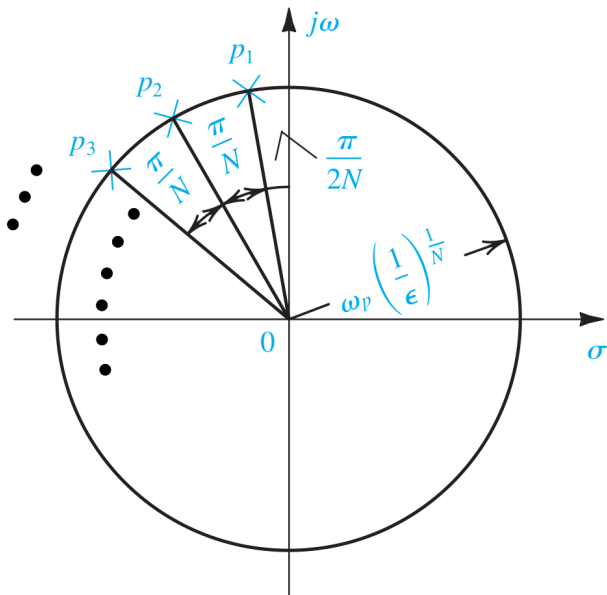
A função de magnitude de um filtro de Butterworth de ordem N com frequência de passagem ω_p é dado por:

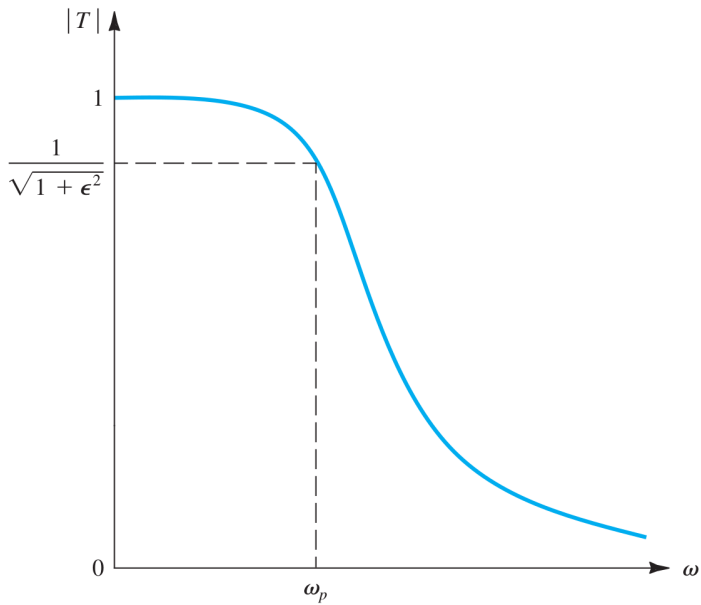
$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{2N}}}$$

O valor de ϵ pode ser obtido através da especificação de A_{max} .

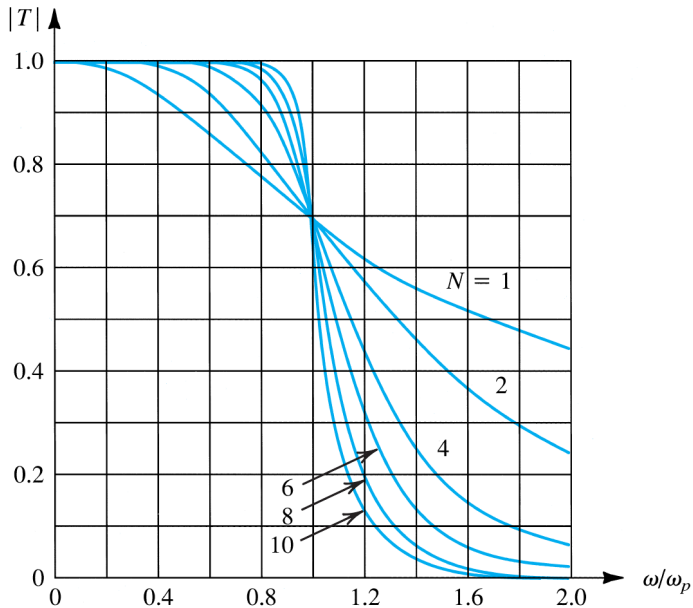
$$A_{max} = 20 \log \sqrt{1 + \epsilon^2}$$

Determinação dos modos naturais





Efeito da ordem do filtro na resposta em frequência:



Sequência de projeto do filtro de Butterworth

1. Determinar ϵ utilizando a equação:

$$\epsilon = \sqrt{10^{A_{max}/10} - 1}$$

2. Determinar a ordem mínima realizável do filtro utilizando a expressão:

$$A(\omega_s) = -20 \log \left[1 / \sqrt{1 + \epsilon^2 (\omega_s / \omega_p)^{2N}} \right]$$

o valor de N para que $A(\omega_s) \geq A_{min}$.

3. Determinar os modos naturais do filtro.
4. Determinar $T(s)$.

$$T(s) = \frac{K \omega_0^N}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_N)}$$
$$\omega_0 = \omega_p \left(\frac{1}{\epsilon} \right)^{1/N}$$

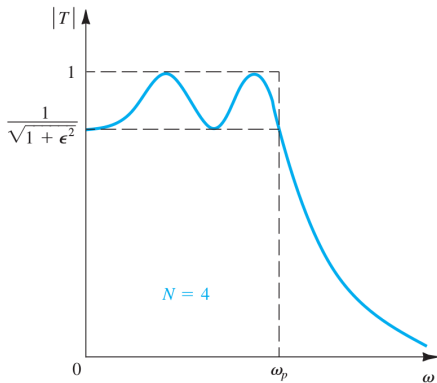
A função de magnitude de um filtro de Chebyshev é dada por:

$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 \cos^2 [N \cos^{-1} (\omega/\omega_p)]}} \quad \text{para } \omega \leq \omega_p$$

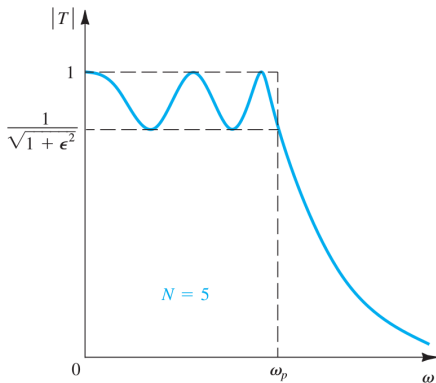
$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 \cosh^2 [N \cosh^{-1} (\omega/\omega_p)]}} \quad \text{para } \omega \geq \omega_p$$

O parâmetro ϵ pode ser determinado a partir de A_{max} .

$$A_{max} = 10 \log(1 + \epsilon^2)$$



Filtro de ordem par



Filtro de ordem ímpar

Sequência de projeto do filtro de Chebyshev

1. Determinar ϵ utilizando a equação:

$$\epsilon = \sqrt{10^{A_{max}/10} - 1}$$

2. Determinar a ordem mínima realizável do filtro utilizando a expressão:

$$A(\omega_s) = 10 \log [1 + \epsilon^2 \cosh^2(N \cosh^{-1}(\omega_s/\omega_p))]$$

o valor de N para que $A(\omega_s) \geq A_{min}$.

3. Determinar os polos utilizando:

$$p_k = -\omega_p \sin \left(\frac{2k-1}{N} \frac{\pi}{2} \right) \sinh \left(\frac{1}{N} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon} \right) \\ + j\omega_p \cos \left(\frac{2k-1}{N} \frac{\pi}{2} \right) \cosh \left(\frac{1}{N} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon} \right)$$

4. Determinar $T(s)$.

$$T(s) = \frac{K\omega_p^N}{\epsilon \cdot 2^{N-1}(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_N)}$$

Comparação entre as arquiteturas

- O filtro de Chebyshev oferece uma aproximação mais eficiente que o filtro de Butterworth
- Para uma mesma ordem N e um mesmo A_{max} o filtro de Chebyshev oferece uma banda de rejeição maior.
- Para obter especificações idênticas o filtro de Chebyshev requer uma ordem menor que o de Butterworth.

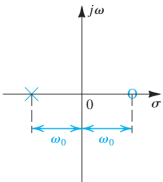
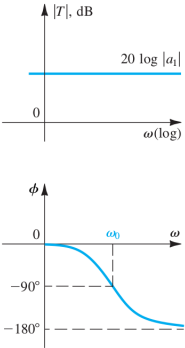
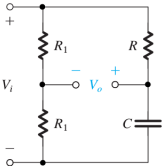
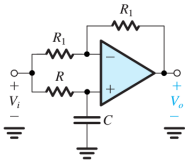
Implementações

Tipo de filtro e $T(s)$	Polos e Zeros	Diagrama de Bode $ T $	Realização passiva	Realização com amp. op.
<p>Passa-baixa</p> $T(s) = \frac{a_0}{s + \omega_0}$			<p>$CR = \frac{1}{\omega_0}$</p> <p>Ganho em CC = 1</p>	<p>$CR_2 = \frac{1}{\omega_0}$</p> <p>Ganho em CC = $-\frac{R_2}{R_1}$</p>
<p>Passa-alta</p> $T(s) = \frac{a_1 s}{s + \omega_0}$			<p>$CR = \frac{1}{\omega_0}$</p> <p>Ganho em HF = 1</p>	<p>$CR_1 = \frac{1}{\omega_0}$</p> <p>Ganho em HF = $-\frac{R_2}{R_1}$</p>




Filtro Genérico

Tipo de filtro e $T(s)$	Polos e Zeros	Diagrama de Bode $ T $	Realização passiva	Realização com amp. op.
<p>Genérico</p> $T(s) = \frac{a_1 s + a_0}{s + \omega_0}$			$(C_1 + C_2) (R_1 \parallel R_2) = \frac{1}{\omega_0}$ $C_1 R_1 = \frac{a_1}{a_0}$ <p>Ganho em CC = $\frac{R_2}{R_1 + R_2}$</p> <p>Ganho em HF = $\frac{C_1}{C_1 + C_2}$</p>	$C_2 R_2 = \frac{1}{\omega_0}$ $C_1 R_1 = \frac{a_1}{a_0}$ <p>Ganho em CC = $-\frac{R_2}{R_1}$</p> <p>Ganho em HF = $-\frac{C_1}{C_2}$</p>

Filtro passa-tudo

Tipo de filtro e $T(s)$	Polos e Zeros	Diagrama de Bode $ T $	Realização passiva	Realização com amp. op.
$T(s) = -a_1 \frac{s - \omega_0}{s + \omega_0}$ $a_1 > 0$			 <p style="text-align: center;">$CR = 1/\omega_0$</p> <p style="text-align: center;">Ganho pleno (a_1) = 0.5</p>	 <p style="text-align: center;">$CR = 1/\omega_0$</p> <p style="text-align: center;">Ganho pleno (a_1) = 1</p>

Referências bibliográficas I

-  Boylestad, R. and Nashelsky, L. (2004).
Dispositivos eletrônicos e teoria de circuitos.
PRENTICE HALL BRASIL.
-  Razavi, B. (2008).
Fundamentals of Microelectronics.
Wiley.
-  Sedra, A. S. and Smith, K. C. (2004).
Microelectronic Circuits.
Oxford University Press, fifth edition.