



PROJETO 01 - PROJETO DE SINAIS E FILTROS EM MATLAB

DISCIPLINA: DEB0804 - Processamento Digital de Sinais

PROFESSOR: Alan Cássio Queiroz Bezerra Leite

ALUNOS(A):
.....

PROJETO 01

PARTE 01

Esta prática tem por propósito ilustrar a geração de sinais básicos e a trabalhar com eles com as principais funções do Matlab.

Ponto 1: geração de sinais básicos

Amostra unitária $\delta(n)$: esta função é gerada usando o código impseq(n0, inicio, fim). conforme exemplo:

```
1 [sinal1, n1] = impseq(0, -3, +3)
2 sinal1 =
3      0      0      0      1      0      0      0
4 n1 =
5     -3     -2     -1      0      1      2      3
6
7 [sinal2, n2] = impseq(3, 1, 5)
8 sinal2 =
9      0      0      1      0      0
10 n2 =
11      1      2      3      4      5
```

Degrau unitário $u(n)$: esta função é gerada usando o código stepseq(n0, inicio, fim). conforme exemplo:

```
1 [sinal1, n1] = stepseq(0, -3, +3)
2 sinal1 =
3      0      0      0      1      1      1      1
4 n1 =
5     -3     -2     -1      0      1      2      3
6
7 [sinal2, n2] = stepseq(3, 1, 5)
8 sinal2 =
9      0      0      1      1      1
10 n2 =
11      1      2      3      4      5
```

Sequência exponencial complexa: para entender melhor o comportamento de sinais, experimente gerar um e visualizá-lo conforme exemplo abaixo da função.

```
1 n = [-5:30];
2 a = exp((0.2+3j)*n);
3 subplot(2,2,1); stem(n, real(a)); title('Parte real');
4 subplot(2,2,2); stem(n, imag(a)); title('Parte imaginária');
5 subplot(2,2,3); stem(n, abs(a)); title('Magnitude');
6 subplot(2,2,4); stem(n, angle(a)); title('Fase');
7 b = exp(0.2*n);
8 c = exp(3j*n);
9 figure;
10 subplot(2,1,1); stem(n, b); title('Módulo');
11 subplot(2,1,2); stem(n, c); title('Fase');
```

Ponto 2: Amostrando Sinais

Para simular o processo de conversão de tempo contínuo para tempo discreto, utilize o código abaixo.

```
1 %% inicializacoes
2 F = 60;           %freq analogica
3 Fs = 400;         %freq aquisicao
4 ts = 1/Fs;        %tempo aquisicao
5 num_ciclos = 3;   %(equivale a 3 ciclos)
6 t = 0:1e-6:(num_ciclos*(1/F)); %tempo simulacao
7 n = 0:round(num_ciclos*(Fs/F)); %numero amostras
8
9 %% parte analogica
10 f_analogico = sin(2*pi*F*t);
11 plot(t,f_analogico);
12
13 %% parte digital
14 f_digital = sin(2*pi*(F/Fs)*n);
15 hold on;
16 stem(n.*ts,f_digital);
```

Ponto 3: Réplicas Espectrais

A ideia deste ponto é mostrar a réplica espectral. Para isto, considere um sistema cuja taxa de aquisição é $F_s = 6000$ amostras por segundo. Se considerarmos a frequência de $1kHz$, as frequências de $7k(1k + F_s)$, $13k(1k + 2F_s)$, $19k(1k + 3F_s)$ e assim por diante, passam pelos mesmos pontos que o sinal de $1kHz$ se confundindo com eles e gerando o indesejado fenômeno de Aliasing.

```
1 %% inicializacoes
2 F1 = 1000;        %freq analogica
3 Fs = 6000;        %freq aquisicao
4 ts = 1/Fs;        %tempo aquisicao
5 num_ciclos = 1;   %(equivale a 3 ciclos)
6 t = 0:1e-6:(num_ciclos*(1/F1)); %tempo simulacao
7 n = 0:round(num_ciclos*(Fs/F1)); %numero amostras
8
9 %% parte analogica
10 f_analogico1 = sin(2*pi*F1*t);
11 f_analogico2 = sin(2*pi*7000*t);
12 f_analogico3 = sin(2*pi*13000*t);
13
14 plot(t,f_analogico1,'r');
15 hold on;
16 plot(t,f_analogico2,'b');
17 plot(t,f_analogico3,'k');
18 legend('1k','7k','13k');
19
20 %% parte digital
21 f_digital = sin(2*pi*(F1/Fs)*n);
22 stem(n.*ts,f_digital);
```

Ponto 4: Operação com Sinais

Soma: a soma de dois sinais em função de n pode ser feita usando a função `sigadd(sinal1, n_do_sinal1, sinal2, n_do_sinal2)` conforme exemplo abaixo:

```
1 x1 = [1 2 3 2 1];
2 n1 = [-2 -1 0 1 2];
3 x2 = [2 3 4];
4 n2 = [0 1 2];
5 [x3, n3] = sigadd(x1,n1,x2,n2);
6 stem(n3,x3);
```

Multiplicação: a multiplicação de dois sinais em função de n pode ser feita usando a função `sigmult(sinal1, n_do_sinal1, sinal2, n_do_sinal2)` conforme exemplo abaixo:

```
1 x1 = [1 2 3 2 1];
2 n1 = [-2 -1 0 1 2];
3 x2 = [2 -3 4];
4 n2 = [-1 0 1];
5 [x3, n3] = sigmult(x1,n1,x2,n2);
6 stem(n3,x3);
```

Deslocamento: o deslocamento (avanço ou atraso) de um sinal pode ser gerado através da função `sigshift` conforme mostra o exemplo:

```
1 x1 = [1 2 3 2 1];
2 n1 = [0 1 2 3 4];
3 [x2, n2] = sigshift(x1,n1,2); %mesmo que x1(n-2)
4 subplot(2,1,1); stem(n1,x1); title('Original');
5 subplot(2,1,2); stem(n2,x2); title('Atrasada 2 unid');
```

Convolução: embora o Matlab tenha uma função própria para convolução (*conv*), ela leva em conta que os sinais são sempre casuais (ou seja, $x[n] = 0$ para $n < 0$). Para evitar esta limitação, é aconselhável usar a função *conv_m* conforme ilustra exemplo abaixo.

1	x1 = [3, 11, 7, 0, -1, 4, 2];
2	n1 = [-3:3];
3	h = [2, 3, 0, -5, 2, 1];
4	nh = [-1:4];
5	[y, ny] = conv_m(x1,n1,h,nh);
6	stem(ny, y);

PARTE 02

Nesta prática pretende-se demonstrar o uso da transformada discreta de Fourier (DFT) e a principal função do Matlab para cálculo da transformada discreta de Fourier: a FFT.

Ponto 1: Calcular Manualmente a Transformada

Para calcular a DFT de um sinal manualmente utilize o código abaixo. Vale destacar que neste caso consideramos o sinal como causal (em $n = 0$). Note que neste exemplo não se nota a preocupação em otimizar o código e se pode usar tanto a forma de *Euler* (linha 10) ou pela sua forma expandida (linha 11). Ambos casos conduzem a um mesmo resultado.

```
Código 3.1 - Cálculo manual da DFT
1 clear; clc;
2 sinal = [1 2 3 4 5]; %sinal
3 Fs = 1000; %taxa de aquisição
4 N = size(sinal,2); %num de amostras
5 y = zeros(1,N);
6 %% calcular a DFT
7 for m=0:(N-1)
8     acumulador = 0;
9     for n=0:(N-1)
10        acumulador = acumulador + sinal(n+1)*(cos(2*pi*n*m/N)-j*sin(2*pi*n*m/N));
11        %acumulador = acumulador + sinal(n+1)*exp(-j*2*pi*n*m/N);
12    end
13    y(m+1)=acumulador;
14 end
15 %% calcular eixo frequencias f:
16 m = 0:(N-1);
17 f = m*Fs/N;
18 %% plotar sinais
19 magX = abs(y);
20 angX = angle(y);
21 realX = real(y);
22 imagX = imag(y);
23 subplot(2,2,1); stem(f,magX); title('magnitudo');
24 subplot(2,2,3); stem(f,angX); title('fase');
25 subplot(2,2,2); stem(f,realX); title('real');
26 subplot(2,2,4); stem(f,imagX); title('imaginario');
```

Ponto 2: fft

O código ilustrado anteriormente é capaz de calcular a *DFT* mas não tem eficiência computacional pois não faz uso das propriedades de simetria de cálculo da *DFT*. Uma função computacionalmente mais eficiente para cálculo da *DFT* é a *fft* (*fast Fourier transform*). O código 3.2 ilustra seu uso.

```
Código 3.2 - Cálculo manual da DFT usando a função FFT do Matlab
1 clc; clear;
2 %% gera um sinal "sintetico" com 3 componentes de frequencia
3 Fs = 1000; %taxa de aquisicao do sinal
4 ts = 1/Fs;
5 N = 1000; %numero amostras de amostras analisadas
6 t = (0:N-1)*ts;
7 sinal = 0.6*sin(2*pi*50*t) + 2*sin(2*pi*120*t) + 0.3*sin(2*pi*400*t);
8 ruído = 0.4*randn(size(t));
9 %% calcula a DFT usando a funcao fft
10 y = fft(sinal+ruído);
11 y = y/N; %se desejar pode-se dividir por N para "acomodar" os calculos
12 %% calcular o eixo das frequencias
13 m = 0:(N-1);
14 f = m*Fs/N;
15 y = y(1:N/2); %pegando so a primeira metade já que a outra é cópia
16 f = f(1:N/2); %pegando so a primeira metade já que a outra é cópia
17 %% calcular a potência do espectro em db
18 magnitude = abs(y);
19 fase = angle(y);
20 f_ref = max(magnitude); %escolhe o maior valor para ser a referencia para normalizacao
21 y_db = 20*log10(magnitude/f_ref); %lembre que, por exemplo 0db = 1 unidade
22 %% plotar
23 subplot(3,1,1); plot(f,magnitude); title('magnitudo espectro'); xlabel('freq(Hz)');
24 ylabel('Amplitude');
25 subplot(3,1,2); plot(f,y_db); title('potencia espectro');
26 subplot(3,1,3); plot(f,fase); title('fase');
```

Note que ao sinal, na linha 10, foi inserido o ruído para cálculo da *fft*. Experimente executar o código usando a adição e sem a adição do ruído ao sinal para ver o efeito do ruído no espectro. Note ainda a amplitude do ruído que pode alcançar até 0.4 (linha 8) enquanto que a terceira componentes espectral de 400Hz (linha 7) tem amplitude máxima de 0.3. Mesmo assim ela é mais perceptível que o ruído uma vez que este tem pouca correlação com funções de seno/cosseno. Observe ainda o quanto a função logarítmica amplifica as pequenas componentes e atenua as grandes.

Ponto 3: usando janelas para calcular a FFT de sinais

Para diminuir os efeitos de diminuição do leakage do cálculo de uma DFT, usamos funções matemáticas (que chamamos de janelas) que são multiplicadas pelo sinal a ser analisado. O código abaixo mostra o uso de diferentes janelas. Ao lado do código pode ser visto o nome de diferentes janelas. Note, na linha 4, que algumas delas exigem parâmetros específicos.

Código 3.3 - Cálculo manual da DFT usando a função FFT do Matlab		
1	N = 100;	@barthannwin
2	janela1 = window(@blackmanharris,N);	@bartlett
3	janela2 = window(@hamming,N);	@blackman
4	janela3 = window(@gausswin,N,2.5);	@blackmanharris
5	wvtool(janela1, janela2, janela3);	@bohmanwin
		@chebwin
		@flattopwin
		@gausswin
		@hamming
		@hann
		@kaiser
		@nuttallwin
		@parzenwin
		@rectwin
		@taylorwin
		@triang
		@tukeywin

Para ilustrar o uso de uma janela de Hanning, podemos proceder como no código 3.4 (que é uma versão adaptada do código 3.2). Veja a diferença da DFT de um sinal janelado e um "puro"(não janelado).

Código 3.4 - Uso de janelas para cálculo da DFT visando diminuir o leakage	
1	clc; clear;
2	%% gera um sinal "sintetico"
3	Fs = 200;
4	ts = 1/Fs;
5	N = 300;
6	t = (0:N-1)*ts;
7	sinal = 0.6*sin(2*pi*13*t);
8	%% cria um segundo sinal "janelado"
9	janela = window(@hann,N);
10	sinal_jan = sinal'.*janela;
11	%% calcula a DFT usando a funcao fft
12	y = fft(sinal);
13	y_jan = fft(sinal_jan);
14	%% calcular o eixo das frequencias
15	m = 0:(N-1);
16	f = m*Fs/N;
17	y = y(1:N/2);
18	y_jan = y_jan(1:N/2);
19	f = f(1:N/2);
20	%% calcular a potência do espectro em db
21	magnitude = abs(y);
22	magnitude_jan = abs(y_jan);
23	f_ref = max(magnitude);
24	f_ref_jan = max(magnitude_jan);
25	y_db = 20*log10(magnitude/f_ref);
26	y_db_jan = 20*log10(magnitude_jan/f_ref_jan);
27	%% plota
28	subplot (3,2,1); plot(t ,sinal); title('sinal nao janelado');
29	subplot (3,2,3); stem(f ,magnitude); title('magnitudo espec sem jan'); ylim([0 max(magnitude)]);
30	subplot (3,2,5); plot(f ,y_db); title('potencia espectro sem janela');
31	subplot (3,2,2); plot(t ,sinal_jan); title('sinal janelado');
32	subplot (3,2,4); stem(f ,magnitude_jan); title('magnitudo espec com jan'); ylim([0 max(magnitude)]);
33	subplot (3,2,6); plot(f ,y_db_jan); title('potencia espectro com janela');

Ponto 4: diferença entre resolução espectral e densidade espectral

Para ilustrar a diferença entre resolução espectral e densidade espectral utilizemos um exemplo. Considere o sinal $x[n] = \cos(0.48\pi n) + \cos(0.52\pi n)$. Calcule a DFT do sinal considerando

- (a) um número de amostras $N = 10$ e preencha as outras 90 amostras com zero chegando a $N = 100$.
- (b) um número de amostras $N = 100$ sem preenchimento com zero.

Código 3.5 - Código para solução dos dois itens anteriores. Observe que é usada a função DFT da biblioteca empregada neste apostila.

```
1  clc; clear;
2  n = [0:99];
3  Fs = 100;
4  x = cos(0.48*pi*n) + cos(0.52*pi*n);
5  %% calcula DFT com N=10 e plota
6  n1 = [0:9];
7  sinal1 = x(1:10);
8  Y1 = dft(sinal1, 10);
9  magY1 = abs(Y1(1:6));
10 N1 = 5;
11 m1 = 0:5;
12 f1 = m1*Fs/N1;
13 subplot(2,3,1); stem(sinal1); xlabel('n'); title('N=10')
14 subplot(2,3,4); stem(f1, magY1); xlabel('freq(Hz)');
15 %% calc DFT com N=10+90 zeros e plota (melhor resol espectro)
16 sinal2 = [x(1:10) zeros(1,90)]; %preencheu sinal que essencialmente eh o mesmo
17 Y2 = dft(sinal2,100);
18 magY2 = abs(Y2(1:50));
19 N2 = 50;
20 m2 = 1:50;
21 f2 = m2*Fs/N2;
22 subplot(2,3,2); stem(sinal2); xlabel('n'); title('N=10+90 zeros com boa resol. espec.')
23 subplot(2,3,5); stem(f2, magY2); xlabel('freq(Hz)');
24 %% calc DFT com N=100
25 sinal3 = x(1:100);
26 Y3 = dft(sinal3,100);
27 magY3 = abs(Y3(1:50));
28 N3 = 50;
29 m3 = 1:50;
30 f3 = m3*Fs/N3;
31 subplot(2,3,3); stem(sinal3); xlabel('n'); title('N=100 com boa densid. espec.')
32 subplot(2,3,6); stem(f3, magY3); xlabel('freq(Hz)');
```