

Графы с точностью до изоморфизма.

Графы G_1 и G_2 называются изоморфными, если существует взаимно однозначное отображение $f: V(G_1) \rightarrow V(G_2)$, удовлетворяющее условию: вершины $a, b \in V(G_1)$ соединены ребром в том и только в том случае, если их образы $f(a), f(b) \in V(G_2)$ соединены ребром.

- K_n — полный граф на n вершинах.
- $K_{m,n}$ — полный двудольный граф с долями из m и n вершин.
- Клика — подграф, являющийся полным графом.

1. Для произвольных $k, l, m, n \in \mathbb{N}$ найдите количество

- клик размера k в графе K_n ;
- клик размера k в графе $K_{m,n}$;
- независимых множеств размера k в графе K_n ;
- независимых множеств размера k в графе $K_{m,n}$;
- подграфов, изоморфных $K_{k,l}$, в графе K_n ;
- подграфов, изоморфных $K_{k,l}$, в графе $K_{m,n}$.

Будьте внимательны: эти задачи простые, но почти все требуют разбора случаев.

2. Перечислите все попарно неизоморфные

- графы с четырьмя вершинами,
- связные графы с пятью вершинами и пятью ребрами,
- несвязные графы с пятью вершинами.

3. Докажите, что неизоморфных деревьев на n вершинах не более 4^n .

Задача-звёздочка

4* Докажите, что число неизоморфных связных мультиграфов (графов с, возможно, кратными рёбрами) без петель с m рёбрами не превосходит $(4m)^m$.

Графы с точностью до изоморфизма.

Графы G_1 и G_2 называются изоморфными, если существует взаимно однозначное отображение $f: V(G_1) \rightarrow V(G_2)$, удовлетворяющее условию: вершины $a, b \in V(G_1)$ соединены ребром в том и только в том случае, если их образы $f(a), f(b) \in V(G_2)$ соединены ребром.

- K_n — полный граф на n вершинах.
- $K_{m,n}$ — полный двудольный граф с долями из m и n вершин.
- Клика — подграф, являющийся полным графом.

1. Для произвольных $k, l, m, n \in \mathbb{N}$ найдите количество

- клик размера k в графе K_n ;
- клик размера k в графе $K_{m,n}$;
- независимых множеств размера k в графе K_n ;
- независимых множеств размера k в графе $K_{m,n}$;
- подграфов, изоморфных $K_{k,l}$, в графе K_n ;
- подграфов, изоморфных $K_{k,l}$, в графе $K_{m,n}$.

Будьте внимательны: эти задачи простые, но почти все требуют разбора случаев.

2. Перечислите все попарно неизоморфные

- графы с четырьмя вершинами,
- связные графы с пятью вершинами и пятью ребрами,
- несвязные графы с пятью вершинами.

3. Докажите, что неизоморфных деревьев на n вершинах не более 4^n .

Задача-звёздочка

4* Докажите, что число неизоморфных связных мультиграфов (графов с, возможно, кратными рёбрами) без петель с m рёбрами не превосходит $(4m)^m$.