

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования КАКОГО ЖЕ ЦВЕТА

R O H

**МОРСКИЕ** ГРАНИЦЫ

ТРИ КОМПЬЮТЕРА



## Международная ярмарка интеллектуальной литературы

Комплекс "Гостиный Двор" (Москва, ул. Ильинка, 4)

# 5-9 декабря

## Почетный гость ярмарки - Израиль

Разделы ярмарки:

Художественная, научная и

научно-популярная литература

Детская литература

Детская площадка "Территория познания"

Гастрономическая книга Форум иллюстраторов

Комиксы

Антикварная книга и букинистика

Vinyl Club



moscowbookfair.ru



## «Квантик» тоже будет на выставке! Приходите!



Журнал «Квантик» № 11, ноябрь 2019 г.

Издаётся с января 2012 года

Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.

выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор: С.А.Дориченко Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко,

Р.В. Крутовский, И.А. Маховая, А.Ю. Перепечко, М.В.Прасолов

Художественный редактор и главный художник: Yustas

Вёрстка: Р.К.Шагеева, И.Х.Гумерова Обложка: художник Алексей Вайнер

#### Учредитель и издатель:

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11

Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com

#### Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:

• Каталог «Газеты. Журналы»

агентства «Роспечать» (индексы 84252 и 80478)

• Объединённый каталог «Пресса России» (индексы 11346 и 11348)

#### Онлайн-подписка

на сайте агентства «Роспечать» press.rosp.ru

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону (495) 745-80-31 и e-mail: biblio@mccme.ru

Формат 84х108/16

Тираж: 5000 экз. Подписано в печать: 03.10.2019

Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8» Тел.: (495) 363-48-84 http://capitalpress.ru

Заказ № Цена свободная ISSN 2227-7986





KAK 9TO YCTPOEHO?	
Какого же цвета сердечки? <i>М. Прасолов</i>	2
<b>игры и головоломки</b>	
Шанель номер 8 и номер 9	
в одном флаконе. В. Красноухов	7
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ	
<b>Морские границы.</b> По статье $A$ . Савина	8
ВЕЛИКИЕ УМЫ	
Тихо Браге. М. Молчанова	12
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК	
Замкнутые самопересекающиеся ломаные.	
А. Блинков, А. Грибалко	18
■ ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
Три компьютера	23
Колумб и шторм. Г. Гальперин	24
ОЛИМПИАДЫ	
Олимпиада по лингвистике	
в школе «Летово»	25
Итоги нашего конкурса	30
Наш конкурс	32
ОТВЕТЫ	
Ответы, указания, решения	28
KOMUKC	



Почему Венера видна ночью? IV с. обложки



По статье Анатолия Савина из журнала «Квант», № 4 за 1994 год

Возникновение войн, как правило, имеет своей причиной желание установить новые границы стран, такие, которые нападающая сторона считает более справедливыми. В ход идут ссылки на исторические факты, на интересы нации, на защиту части населения другой страны. Каких только аргументов в пользу изменения границ не было за многовековую историю человечества, сопровождавшуюся постоянными войнами! Мы же рассмотрим более спокойную ситуацию.

Два государства решили на карте провести морскую границу, поскольку их берега омываются одним морем. В этом случае нет рек, хребтов и других естественных разграничителей, поэтому порешили исходить из принципа: каждая точка границы должна быть одинаково удалена как от одной страны, так и от другой.

Проведём фундаментальные исследования на эту тему. Как известно, их нужно начинать с простейших случаев. Случай первый: страны — это

крошечные острова в океане. Тогда морской границей будет серединный перпендикуляр к отрезку, соединяющему острова.

Отметим, что это – действительно фундаментальный факт. Он позволяет установить приемлемые морские границы для любых конфигураций берега. Для этого достаточно поставить вдоль берегов много маяков, а затем провести серединные перпендикуляры к отрезкам с концами в маяках, как это сделано на рисунке 1. Эти

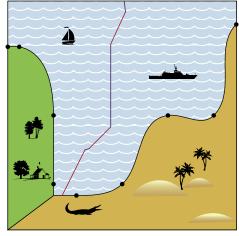


Рис. 1



перпендикуляры разобьют море на кусочки, каждый из которых целиком отойдёт одной из стран.

Довольно впечатляющий пример пользы фундаментальных исследований! Но представим себе, что берега обеих стран прямолинейные.

В этом случае приближение набором точек неэффективно. В этом случае из свойств биссектрисы угла получаем, что морской границей будет именно биссектриса угла между берегами (рис. 2). Продолжим наши фундамен-

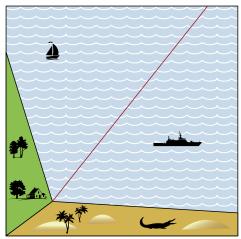


Рис. 2

тальные исследования и рассмотрим случай третий: одна страна — точка, а другая — полуплоскость (рис. 3).

Разумеется, математики уже давно (со времён древних греков) выяснили, какая кривая является геометрическим местом точек, равноудалённых от данной точки и данной прямой. Эта кривая — napaбona, та самая парабола, которая является графиком квадратного трёхчлена  $y = ax^2 + bx + c$ . Заданные точка и прямая тоже имеют свои названия: точка называется

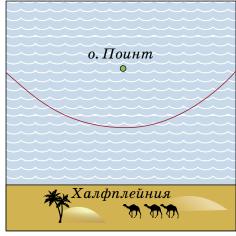


Рис. 3



фокусом параболы, а прямая — её  $\partial u$ -ректрисой.

Теперь можно проводить морские границы в том случае, если страны имеют небольшие острова или прямолинейные участки границы — например, как на рисунке 4. В этом случае морская граница составлена из отрезков и кусков парабол. Если же море имеет форму выпуклого много-угольника (как в задаче «Как провести границы?» на 4-й странице обложки «Квантика» № 10 за 2019 год),

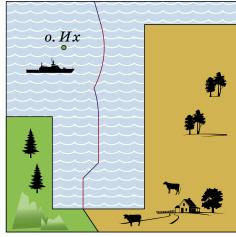


Рис. 4

то морская граница составлена из биссектрис к углам, образованным отрезками береговой линии. Это следует из того, что расстояние от любой точки моря до берега равно расстоянию до какого-то отрезка этого берега.

Ну а если остров не очень маленький, но круглый? Как в этом случае разграничить море между ним и страной с прямолинейным берегом? Нетрудно понять, что и в этом случае граница будет параболой (рис. 5). Её фокус находится в центре круга,



Рис. 5





а директриса — прямая, параллельная береговой линии второй страны и отстоящая от неё на расстояние, равное радиусу заданного круга.

Чтобы завершить рассказ о фундаментальных результатах в этой области, осталось отметить, что в третьем случае, когда проводится морская граница между двумя круглыми островами, мы получаем геометрическое место точек, равноотстоящих от двух окружностей, то есть множество точек, разность расстояний которых

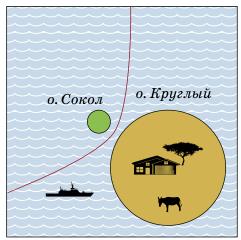


Рис. 6

от центров этих окружностей постоянна и равна разности их радиусов. Такая кривая называется *гиперболой*. Она изображена на рисунке 6.

Теперь, во всеоружии фундаментальных знаний, проведите морскую границу на карте, изображённой на рисунке 7.

А ещё подумайте, как провести границы, если одна страна расположена по берегам круглого моря, а другая представляет собой круглый остров где-то в этом море.

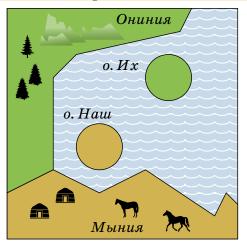


Рис. 7





# олимпиады КОНКУРС



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

### заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач III тура, с которыми справитесь, не позднее 1 декабря в систему проверки konkurs.kvantik.com (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com, либо обычной почтой по адресу 119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

## Ш ТУР

11. Семь камней весом 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 тонн можно перевезти в нескольких грузовиках одинаковой грузоподъёмности. Хватит ли для перевозки четырёх таких грузовиков?



Я догадался. Вася после каждого круга встречал в точке старта Петю просто потому, что у Пети велосипед сломался, и он никуда не уезжал



12. Петя и Вася тренируются на кольцевом велотреке: одновременно стартовали из одной и той же точки и едут с постоянными скоростями. Петя едет быстрее Васи. Когда Петя прошёл 16 кругов, он встретил в точке старта Васю. А когда Вася прошёл 16 кругов, он встретил в точке старта Петю. Верно ли, что Вася после каждого круга встречал в точке старта Петю?





## олимпиады

Авторы: Александр Перепечко (11), Борис Френкин (12), Александр Грибалко (13), Алексей Воропаев (14), ученик 4 класса Петя Ким (15)

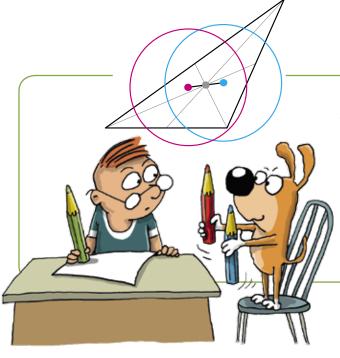
13. У Саши есть два клетчатых квадрата  $7 \times 7$ . Ему нужно разрезать их по линиям сетки на части так, чтобы частей получилось не более пяти и их можно было уложить в один слой в коробку  $10 \times 10$ . Есть ли способ выполнить это задание?

14. Квантик и Ноутик загадали по натуральному числу и сказали их Серёже. Серёжа в ответ назвал число 2020 и сказал, что это либо сумма, либо произведение услышанных им чисел. Ноутик подумал и сказал, что не знает, какое число загадал Квантик. Квантик услышал это, но всё равно не смог узнать, какое число загадал Ноутик. Какое число загадал Квантик?

А вот если взять квадраты на материи, то и резать их не надо. Просто аккуратно сворачивать и укладывать в коробку







15. На каждой из сторон треугольника *ABC* выбраны красная и синяя точки так, что красная точка делит сторону в отношении 2:1, а синяя — в отношении 1:2 (если обходить треугольник по часовой стрелке). Через красные точки провели окружность, и через синие — тоже. Докажите, что отрезок, соединяющий центры этих окружностей, проходит через точку пересечения медиан треугольника *ABC*.

# MOUEMY BEHEPA BUDHA HOUGHO?













