

№ 6 | июнь 2017

Издаётся Московским центром непрерывного математического образования

е-mail: kvantik@mccme.ru

# Ж У Р Н А Л К В А Н Т И К

Д Л Я Л Ю Б О З Н А Т Е Л Ь Н Ы Х

## № 6 | У З Е Р К А Л А

И Ю Н Ъ  
**2017**

ЛЕТАЮЩИЕ  
СТАКАНЧИКИ

МОЛОЧНЫЙ ПАКЕТ,  
ИЛИ ПИРАМИДКА  
ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Enter ↵

ПРОДОЛЖАЕТСЯ

ПОДПИСКА НА

II полугодие  
2017 года



Подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете  
в любом отделении связи Почты России и через интернет

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ»  
АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»

Самая низкая цена на журнал!



Индекс **84252**

для подписки на несколько  
месяцев или на полгода



ЖУРНАЛ  
КВАНТИК  
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

«КАТАЛОГ  
РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП

По этому каталогу также можно  
подписаться на сайте **vipishi.ru**



Индекс **11346**

для подписки на несколько  
месяцев или на полгода

- Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте **nasha-prensa.de**
- Подписка на электронную версию журнала по ссылке **pressa.ru/magazines/kvantik#**
- Подробнее обо всех способах подписки читайте на сайте **kvantik.com/podpiska.html**

Кроме журнала редакция «Квантика» выпускает альманахи, плакаты и календари загадок

Подробнее о продукции «Квантика» и как её купить, читайте на сайте **kvantik.com**

Теперь у «Квантика» есть свой интернет-магазин – **kvantik.ru**

**www.kvantik.com**

**kvantik@mccme.ru**

**instagram.com/kvantik12**

**kvantik12.livejournal.com**

**facebook.com/kvantik12**

**vk.com/kvantik12**

**twitter.com/kvantik\_journal**

**ok.ru/kvantik12**

Журнал «Квантик» № 06, июнь 2017 г.

Издаётся с января 2012 года

Выходит 1 раз в месяц

**Свидетельство о регистрации СМИ:**

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.

выдано Федеральной службой по надзору в сфере  
связи, информационных технологий и массовых  
коммуникаций (Роскомнадзор).

**Главный редактор:** С. А. Дориченко

**Редакция:** В. Г. Асташкина, В. А. Дрёмов,  
Е. А. Котко, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко,  
М. В. Прасолов

Художественный редактор

и главный художник: Yustas-07

Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова

Обложка: художник Yustas-07

**Учредитель и издатель:**

Негосударственное образовательное учреждение  
«Московский Центр непрерывного математического  
образования»

**Адрес редакции и издателя:** 119002, г. Москва,  
Большой Власьевский пер., д. 11  
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru,  
сайт: **www.kvantik.com**

**Подписка на журнал в отделениях связи  
Почты России:**

• Каталог «Газеты. Журналы»  
агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)

• «Каталог Российской прессы» МАП  
(индексы **11346** и **11348**)

**Онлайн-подписка** по «Каталогу Российской  
прессы» на сайте **vipishi.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж  
обращаться по телефону **(495) 745-80-31**  
и e-mail: **biblio@mccme.ru**

Формат 84x108/16

Тираж: 6000 экз.

Подписано в печать: 16.05.2017

Отпечатано в соответствии с предоставленными  
материалами в ООО «ИПК Парето-Принт»,

**Адрес типографии:** 170546, Тверская обл.,  
Калининский р-н, с/п Бурашевское,  
ТПЗ Боровлево-1, 3«А»

**www.pareto-print.ru**

Заказ №

Цена свободная

**ISSN 2227-7986**





■	ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ	
	Юпитер. Окончание. <i>В. Сирота</i>	2
	У зеркала. <i>М. Молчанова</i>	9
	Саша Прошкин и снежные бараны. <i>И. Кобиляков</i>	23
■	МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК	
	Поворот квадрата. <i>Е. Бакаев</i>	6
■	КАК ЭТО УСТРОЕНО	
	Молочный пакет, или Пирамидка из прямоугольника. <i>В. Кириченко, Е. Смирнов</i>	14
■	СВОИМИ РУКАМИ	
	Летающие стаканчики Брюса Йини. <i>А. Андреев, А. Панов, П. Панов</i>	16
■	МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ	
	Как Бусенька посетила тараканьи бега. <i>К. Кохась</i>	18
■	ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
	Воздушный шарик. <i>В. Сирота</i>	26
	Мох на деревьях. <i>А. Бердников</i>	IV с. обложки
■	ОЛИМПИАДЫ	
	LXXXIII Санкт-Петербургская олимпиада по математике	27
	Наш конкурс	32
■	ОТВЕТЫ	
	Ответы, указания, решения	28





## ГАЛИЛЕЕВЫ СПУТНИКИ

У Юпитера (радиус планеты 70 тыс. км, период вращения вокруг оси 10 часов) известно 67 спутников, ближайший из них – Метида (радиус орбиты 128 тысяч км, период обращения вокруг Юпитера 7 часов), самый дальний – Мегаклите (радиус орбиты 24,5 миллиона км, период обращения 800 земных дней).

У Юпитера, как и положено главному богу (и самой большой планете), огромная свита – известно уже почти 70 спутников, и продолжают открывать всё новые. Но больших среди них всего четверо – все остальные имеют неправильную форму, и только трое из этих остальных больше 100 км в длину (причём из этих троих два сделаны не из камня, а из льда!). А бóльшая часть (штук 50) – и вовсе какие-то булыжники размером от 1 до 5 км. Они к тому же ещё и вращаются вокруг Юпитера «не в ту сторону» (по часовой стрелке, а не против, как почти всё в Солнечной системе). Астрономы подозревают, что это – заблудшие овечки, не всегда они были спутниками, а прихватил их Юпитер откуда-нибудь из пояса астероидов...

### Галилеевы спутники Юпитера в сравнении с Луной

Имя	Масса, в массах Луны	Диаметр, в диаметрах Луны	Диаметр, в км	Радиус орбиты в сравнении с лунной	Период обращения вокруг Юпитера, земные сутки
Ио	1,2	1,05	3600	1,1	1,8 = 42 часа
Европа	0,65	0,9	3100	1,75	3,6
Ганимед	2	1,50	5300	2,8 = 1млн км	7,2
Каллисто	1,5	1,40	4800	4,9	16,7

**Задача.** Ио находится от Юпитера на таком же расстоянии, как Луна от Земли. Почему же она делает один оборот всего за 42 часа, а не за месяц, как Луна?

Четыре больших спутника называются *галилеевыми*. Третий из них – Ганимед – самый большой спутник в Солнечной системе, он больше Меркурия! Хотя по массе он Меркурию в 2 раза проигрывает: как и почти во всех далёких от Солнца спутниках, у Ганимеда внутри много льда, и из-за этого плотность у него маленькая – лёд ведь гораздо легче камня. Так же обстоит дело и с Каллисто, которая занимает третье место

по размеру среди всех спутников; по диаметру она ровно с Меркурий, а по массе – в 3 раза меньше него. У них обоих обнаружена тоненькая атмосфера: у Ганимеда – из кислорода, у Каллисто – из углекислого газа. Вода, кислород... может, там кто-нибудь живёт?

Вращение всех четырёх спутников вокруг оси остановлено приливной силой Юпитера так же, как вращение Луны – Землёй: они повернуты к Юпитеру всегда одной и той же стороной. Но это ещё не всё: у первых троих из них периоды обращения вокруг Юпитера тоже синхронизированы! Пока Ганимед делает один оборот вокруг планеты, Европа делает ровно два, а Ио – ровно четыре! Этот сложный космический танец поддерживает их орбиты чуть-чуть вытянутыми: каждую планету остальные дружно «подталкивают» всегда в одном и том же месте, мешая Юпитеру своей приливной силой превратить все орбиты в идеальные круги.

Но и это ещё не всё. Хотя они и смотрят всегда на Юпитер не отрываясь, ему всё мало: из-за вытянутости орбиты приливная сила в ближней к нему точке стремится ещё сильнее вытянуть спутники вдоль направленной к Юпитеру оси, а в дальней точке – «сплюснуть» их обратно. (Помните воображаемый океан на Луне? Чем ближе спутник к планете, тем выше прилив – форма «океана» в ближней и дальней точках разная. И разница не в метр-два, а целых 100 м!) Так что приливная сила всё время «теребит» спутники, сжимает-растягивает... и этим нагревает их!

Особенно это заметно по Ио. На ней 400 действующих вулканов! Да каких – на Земле таких не увидишь: из одних вытекают языки лавы по 300 км длиной, из других прямо в космос бьют газовые фонтаны высотой 300 км. Из-за соединений серы вся поверхность спутника раскрашена жёлтым, красным, а то и зелёным. Облако вулканических газов тянется вдоль всей орбиты Ио.



Извержение вулкана на Ио; цвета – настоящие





# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



Мы уже говорили, что вдали от Солнца почти у всех спутников плотности маленькие, потому что в их составе много льда. Но Ио – исключение: у неё самая большая плотность из всех спутников Солнечной системы! Она скорее похожа на планеты земной группы: силикатная (кремниевая) мантия, железное ядро. Воды там меньше, чем где-либо в Солнечной системе! Вероятно, во времена, когда Ио ещё только образовывалась, а Юпитер был ещё молодым и горячим, приливные силы «переплавили» весь материал Ио и вся вода испарилась...



Европа и линии на ней

Европа – тоже удивительный спутник. От Юпитера она подальше, и «досталось» ей поэтому меньше. Но и у неё под поверхностью есть слой (видимо, километров 100) подогретой приливными силами жидкости. Только жидкость эта – не раскалённая магма, а солёная вода! Огромный океан глубиной 100 км. Вот где кто-то мог бы жить... Европа, видно, тоже когда-то переплавилась, и часть воды испарилась (плотность у Европы тоже довольно большая!), а остальная часть «всплыла» наружу, образовав этот самый океан, покрытый сверху ледяной корой.

Благодаря ледяной поверхности, Европа – один из самых светлых и уж точно самый гладкий из всех известных объектов Солнечной системы. Ни заметных гор, ни кратеров – только загадочные тёмные линии шириной до 20 км, которыми исчерчена поверхность. Может быть, это трещины, через которые выливается наружу – и потом замерзает – вода из океана...

Ганимед, по-видимому, тоже когда-то полностью переплавился. Предполагают, что у него железное ядро (до сих пор жидкое, ещё не остыло!), вокруг ядра – каменная (силикатная) мантия, а лёгкая вода «всплыла» наверх: на поверхности Ганимеда льда гораздо больше, чем внутри. Возможно, подо льдом тоже есть слой воды, но, по-видимому, тоньше, чем на Европе, и очень глубоко (на глубине около 200 км). Вообще, льда много – примерно половина всей массы.

На Ганиমেде кратеров уже довольно много, а на Каллисто – просто очень много. Это значит – поверхность старая, никаких вулканов. Каллисто не попадает в резонанс с другими спутниками, и от Юпитера она чуть дальше. Поэтому здесь не было приливного разогрева, не было «переплавки», и лёд остался в замороженным в камни – как на поверхности, так и внутри.

Когда что-нибудь врежется в спутник, в месте удара лёд расплавляется и разравнивает центр кратера. Поэтому многие кратеры, особенно свежие, выглядят светлыми пятнами. А у других кратеров блестят покрытые инеем выступающие края.

Наглядевшись на эти ледяные чудеса, мы покидаем окрестности Юпитера и направляемся к Сатурну. По дороге предлагаем вам подумать над такими вопросами:

Почему это Земля и все внутренние планеты состоят в основном из атомов железа, кремния, кислорода, а планеты-гиганты – из водорода с небольшой примесью гелия?

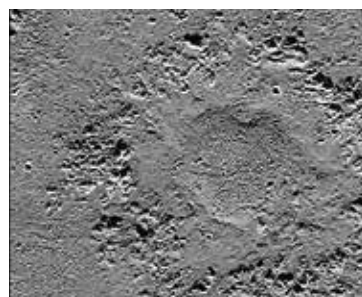
И почему в крупных спутниках планет-гигантов (скоро увидим, что и Сатурна тоже) много льда, а в Луне и планетах земной группы льда и воды почти нет?



Ганимед



Каллисто

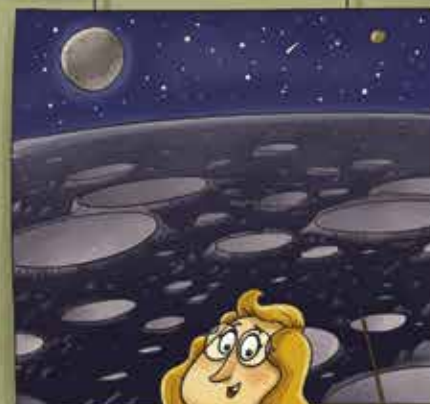


Один из кратеров  
на Каллисто

Фотографии сделаны  
космической станцией «Галилео»



Ганимед



Каллисто



Художник Мария Усеева



Валентина Кириченко,  
Евгений Смирнов



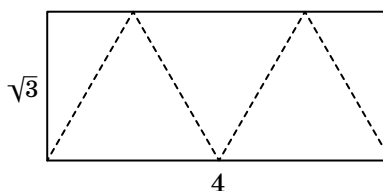
## МОЛОЧНЫЙ ПАКЕТ, ИЛИ ПИРАМИДКА ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Ваши бабушки и дедушки помнят, что раньше молоко продавалось в стеклянных бутылках с широким горлышком, которое закрывалось крышечкой из фольги. В таких же полулитровых бутылках продавались кефир и ряженка.

Первые картонные молочные пакеты появились в Советском Союзе в 1959 году. Однако эти пакеты были не прямоугольными параллелепипедами, как сейчас, а имели форму тетраэдра – правильной треугольной пирамиды. В такой пакет помещалось пол-литра молока. В быту их обычно называли «пирамидками» или «треугольничками». Эта упаковка – она называется «Tetra Classic» – была разработана шведской компанией «ТетраПак»; кстати, этой же фирме принадлежит и конструкция пакета-параллелепипеда, «Tetra Brick».

Сейчас пирамидальные молочные пакеты в России почти не встретишь, однако они очень распространены во многих других странах – например, в Китае и в странах Латинской Америки. А в России иногда можно найти упаковки порционных сливок, разлитых в совсем маленькие «пирамидки».

Одно из достоинств пакетов в форме тетраэдра – простота их производства. Оказывается, тетраэдр не обязательно клеить из треугольников – его можно сделать из прямоугольного листа! Убедитесь в этом сами: на рисунке изображена развёртка тетраэдра. Перенесите её на отдельный лист плотной бумаги, наметьте линии сгиба и склейте прямоугольник по короткой стороне (например, с помощью скотча) – получится цилиндр. Теперь «защипните» верхнее и нижнее основания цилиндра так, чтобы они были перпендикулярны друг другу.







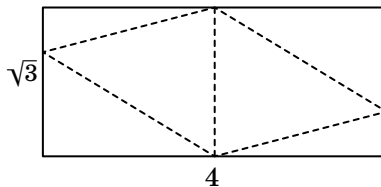
У вас получится правильный тетраэдр! Кстати, именно так и устроена линия по розливу молока в пакеты-пирамидки: автомат нарезает эти пакеты из длинного картонного цилиндра. В цилиндр непрерывно подаётся молоко, и заполненная молоком часть поочерёдно сминается и проклеивается при помощи тепловой сварки то в одном направлении, то в перпендикулярном. Каждая такая линия склейки – это верхнее ребро одного тетраэдра и нижнее ребро следующего. По этим линиям пакеты и отрезаются.

### ЗАДАЧИ

1. Найдите четыре середины рёбер полученного тетраэдра, образующие квадрат.
2. Придумайте способ упаковывать пирамидальные молочные пакеты для перевозки, чтобы между ними оставалось как можно меньше свободного места. Например, пакеты можно складывать в ряд, как на рисунке, а потом класть ряды друг на друга.

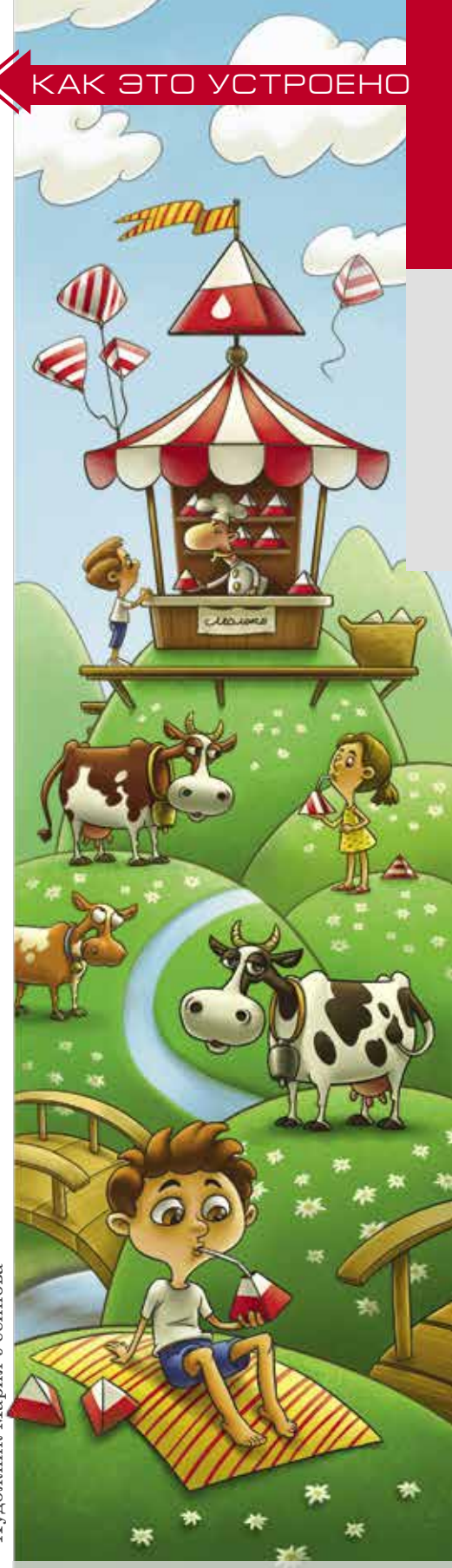


3. Из прямоугольника можно сложить другой тетраэдр. Убедитесь в этом, согнув лист по линиям сгиба, как на рисунке.



4. Если сминать цилиндр не в перпендикулярных друг другу направлениях, а под углом, то пакеты получатся тоже в форме тетраэдра, но не правильного. Чем такой пакет хуже?
5. Из цилиндрического бумажного кольца склеен молочный пакет в виде правильного тетраэдра. Разрежьте этот пакет в цилиндрическое кольцо, высота которого равна половине длины ребра тетраэдра.

Ответы в следующем номере.





## Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 июля электронной почтой по адресу [matkonkurs@kvantik.com](mailto:matkonkurs@kvantik.com) или обычной почтой по адресу 119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

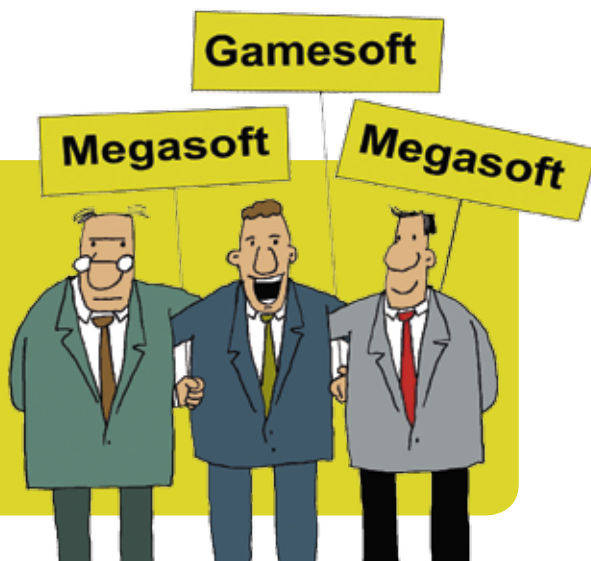
В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте [www.kvantik.com](http://www.kvantik.com). Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы.

Желаем успеха!

### Х ТУР

46. На конференции присутствовали представители двух конкурирующих фирм «Megasoft» и «Gamesoft» Алекс, Бен и Карл. Представители одной и той же компании всегда говорят правду другу другу и врут конкурентам. Алекс сказал Бену: «Карл из Megasoft». Бен ответил: «Я тоже». Где работает Алекс?



47. У двух игроков есть кубическая картонная коробка, в которой лежит приз. Они по очереди выбирают одно из рёбер коробки и разрезают коробку вдоль этого ребра. Выигрывает тот, после чьего хода можно открыть коробку и достать приз. Кто может обеспечить себе победу – начинающий или второй игрок? Коробка открывается, если она разрезана вдоль трёх рёбер одной грани.





Авторы: Михаил Евдокимов (46 – 48), Александр Романов (49), Валерий Сендеров и Борис Каневский (50)

48. Костя приехал в аэропорт, посмотрел на электронное табло, которое показывает время (часы и минуты), и заметил, что на табло горят четыре различные цифры. Когда он посмотрел на табло в следующий раз, там горели четыре другие различные цифры. Какое наименьшее время могло пройти между двумя этими моментами?

НЕ ТОРМОЗИ!  
ОПОЗДАЕШЬ!



Иванов-то,  
похоже,  
настоящий  
метроморф



49. Метроморфы могут менять свой рост. Двадцать пять метроморфов стали в одну шеренгу, рост каждого – целое число сантиметров. В конце каждой минуты все метроморфы, слева и справа от которых более низкие, чем они, уменьшают свой рост на 1 см, а те, слева и справа от которых более высокие, увеличивают свой рост на 1 см. Остальные, в том числе и стоящие по краям шеренги, не меняют роста.

а) Докажите, что через несколько минут все метроморфы перестанут менять свой рост.

б) Верно ли это утверждение, если метроморфы уменьшают и увеличивают свой рост на 2 см?

50. а) Дан клетчатый квадрат  $15 \times 15$ . Можно ли закрасить 15 клеток так, чтобы любой прямоугольник  $3 \times 5$  со сторонами, параллельными сторонам квадрата, составленный из клеток, содержал хоть одну закрашенную клетку?

б) А можно ли так закрасить всего 14 клеток?



# МОХ НА ДЕРЕВЬЯХ

Какой общей особенностью отличается  
расположение мха на этих деревьях?  
Какая этому может быть причина?



Автор Александр Бердников  
Художник Мария Усеинова

ISSN 2227-7986

17006



9 772227 798169