№ 9 сентябрь 2018

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования



для любознательных



# Nº9 OTPAЖЕНИЯ

**сентябрь 2018** 

НА ВКУС И НА ЦВЕТ ПЛОЩАДИ МНОГОУГОЛЬНИКОВ И ТАЮЩИЙ ЛЁД



# ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

открылась

# |ПИСКА на 2019

продолжается подписка на оставшиеся месяцы 2018 года

Подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете в любом отделении связи Почты России и через интернет

# КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»



Индекс 80478 для подписки

Индекс 84252 для подписки на полгода или на несколько месяцев полугодия

# «КАТАЛОГ РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП



Индекс 11348 для подписки

Индекс 11346 для подписки на полгода или на несколько месяцев полугодия

По этому каталогу также можно подписаться на сайте vipishi.ru

Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте nasha-pressa.de Подробнее обо всех способах подписки, о продукции «Квантика» и о том, как её купить, читайте на сайте kvantik.com

Кроме журнала редакция «Квантика» выпускает альманахи, плакаты и календари загадок Электронную версию журнала можно приобрести на сайте litres.ru У «Квантика» есть свой интернет-магазин – kvantik.ru





Журнал «КВАНТИК» – лауреат

# IV ВСЕРОССИЙСКОЙ ПРЕМИИ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ» в номинации «ЛУЧШИЙ ДЕТСКИЙ ПРОЕКТ О НАУКЕ»

# www.kvantik.com



Журнал «Квантик» № 09, сентябрь 2018 г. Издаётся с января 2012 года

Свидетельство о регистрации СМИ: ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.

Выходит 1 раз в месяц

выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор: С. А. Дориченко Редакция: В.Г. Асташкина, Е.А. Котко, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов Художественный редактор и главный художник: Yustas-07

Вёрстка: Р. К. Шагеева, И.Х. Гумерова Обложка: художник Мария Усеинова

- instagram.com/kvantik12
- National Nat
- facebook.com/kvantik12
- B vk.com/kvantik12
- twitter.com/kvantik\_journal
- Ok.ru/kvantik12

## Учредитель и издатель:

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования» Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва,

Большой Власьевский пер., д. 11

Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com

### Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:

- Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы 84252 и 80478)
- «Каталог Российской прессы» МАП. (индексы 11346 и 11348)

Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте vipishi.ru

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону (495) 745-80-31 и e-mail: biblio@mccme.ru

Формат 84х108/16 Тираж: 5000 экз.

Подписано в печать: 14.08. 2018

Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8» Тел.: (495) 363-48-84 http://capitalpress.ru

Заказ № Цена свободная ISSN 2227-7986



# СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ	
Площади многоугольников	
и тающий лёд.Г.Мерзон	2
ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ	
Отражения. В.Птушенко	6
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ	
Бензопила. К. Кохась	10
СВОИМИ РУКАМИ	
и футбольный мяч	16
ВЕЛИКИЕ УМЫ	
— Андре Вейль. Окончание. С. Львовский	18
ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
— Ветка дерева. А.Бердников	23
С пустотами или без?	IV с. обложки
ЧУДЕСА ЛИНГВИСТИКИ	
— На вкус и на цвет. О. Кузнецова	24
ОЛИМПИАДЫ	
XXIV турнир математических боёв	
имени А.П.Савина	26
Наш конкурс	32
ОТВЕТЫ	
Ответы, указания, решения	28





# отражения

Говоря про отражение света, мы чаще всего представляем себе зеркало. Именно поэтому словом «отражение» мы называем не только само явление, когда свет изменяет направление своего движения, но и то изображение, которое создаётся отражённым светом. Однако глядя, например, на белую вату, мы также имеем дело с отражением. Причём отражает вата ничуть не хуже, чем зеркало: и в том, и в другом случае ни поглощения, ни пропускания света практически нет. Так в чём же тогда различие между ватой и зеркалом?

Ничего «хитрого» в этом различии нет: вата отражает (по сути, рассеивает) упавший на неё свет во все стороны — такое отражение называют в физике диффузным. А для зеркала действует закон отражения: каждый луч света отражается только в одном, строго определённом направлении — «угол падения равен углу отражения» (такой тип отражения называется зеркальным). Однако это всё — сухие слова. А ведь переход от зеркального отражения к диффузному вполне можно проиллюстрировать не только формулами и чертежами, но и вполне поэтичными образами. Причём, раз уж мы отказались от «сухих» слов, сделаем это с помощью... воды!

Всем знакомо образное словосочетание «зеркальная гладь» по отношению к поверхности воды. Но это художественное наименование имеет и вполне отчётливый физический смысл. В отсутствие ветра или течения поверхность воды в небольшом водоёме — озере, пруду и даже луже — будет плоской и горизонтальной. Кроме того, при больших углах падения (то есть при «пологом» падении света) коэффициент отражения воды резко возрастает, приближаясь к 100%.

Итак, плоская поверхность с высоким коэффициентом отражения (если, конечно, не смотреть прямо вниз) — вот два свойства, делающие невозмущённую поверхность воды прекрасным зеркалом.

На рисунке 1 схематично показано отражение света от такой поверхности и итоговое изображение.

А теперь представим себе лёгкое волнение. Идеально плоская отражающая поверхность превратилась

в множество фрагментов, наклонённых под слегка отличающимися друг от друга углами. Фотография с последней страницы обложки «Квантика» № 8, 2018 (рис. 2), — не творение импрессиониста, как могло показаться, а именно отражение в таком «волнующемся зеркале».

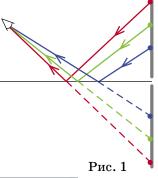




Рис. 2 Сравните его с репродукциями картин импрессионистов (например, рисунок 3).



Рис. 3. Клод Моне. Руанский собор, фасад (закат), гармония золотого и голубого (1892-1894)

# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



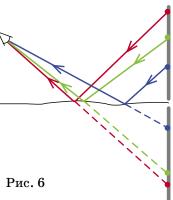


Рис. 4



Рис. 5

Все контуры слегка искажаются, прямые линии в отражении отличаются от прямых, но несильно. В целом, весь облик остаётся узнаваемым. Вот «настоящий» объект (рис. 4), дающий такое «импрессионистическое» отражение (рис. 5), и схема хода отражённых лучей (рис. 6). (Схема иллюстриру-



ет искажение  $\partial$ *лин* отрезков; чтобы показать, как искажаются  $\phi$ ормы, превращая отрезки прямых в кри-

вые, нужно рассмотреть трёхмерную схему.)

Ветер посильнее может вызвать ещё бо́льшие отклонения поверхности воды от горизонтальной плоскости. Её по-прежнему можно будет представить как состоящую из отдельных почти плоских фрагментов, но эти фрагменты будут сильнее отклонены от горизонтали. Итог — контуры изображения совсем размыты, оно уже едва угадывается (рис. 7), превращаясь,



Рис. 7

в итоге, в классическую «лунную дорожку».

Обилие «самостоятельных» зеркалец с существенно разными направлениями, позволяющих отражать свет во все стороны, — это и

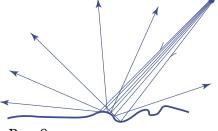


Рис. 8

есть особенность диффузного отражения (рис. 8).

Чем меньше эти зеркальца (или чем дальше они находятся от наблюдателя, то есть чем меньшие угловые размеры имеют), тем равномернее рассеивает свет во все стороны от себя такая поверхность. В вате свет отражается от отдельных крохотных волокон, в снегу — от граней отдельных снежинок. Впрочем, снежинки ещё не настолько малы, чтобы создать полноценное диффузное отражение. В солнечный день или вечером под фонарём взгляните на снег вокруг себя, и вы увидите, как на фоне «равномерной» белизны снега время от времени сверкнёт отдельный яркий лучик, отражённый одной из снежинок.

Фото автора Художник Алексей Вайнер





По материалам сайта etudes.ru

Приставьте три одинаковых зеркальных равнобедренных треугольника боковыми сторонами друг к другу, чтобы получился трёхгранный угол, зеркальный изнутри. Треугольники можно вырезать из пластика с зеркальным напылением и скрепить скотчем или изолентой вдоль боковых сторон — рёбер трёхгранного угла.

Теперь вырежьте из картона небольшой равносторонний треугольник, положите внутрь трёхгранного угла и загляните туда. Если основание зеркальных треугольников относится к боковой стороне как 10 к 9,5, вы увидите икосаэдр! Покачивая угол, можно рассмотреть икосаэдр с разных сторон.



1 cm
3 cm

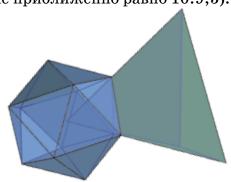
M3 Mamemamureckue эmrogы

Поверхность этого икосаэдра состоит из многократных отражений треугольника относительно зеркал. Обычный способ получить икосаэдр — взять 20 одинаковых правильных треугольников и скрепить их посторонам, располагая вокруг каждой вершины по 5 треуголь-



ников, так чтобы получилось выпуклое тело. Эти треугольники называются гранями икосаэдра, а их стороны – p"eopamu.

Вершина зеркального угла расположена в центре икосаэдра, который мы наблюдаем, а треугольные зеркала проходят через стороны одной из граней икосаэдра. Именно поэтому каждый зеркальный треугольник должен иметь такое же отношение сторон, как и треугольник с основанием — ребром икосаэдра и боковыми сторонами — радиусами описанной около икосаэдра сферы (а у такого треугольника отношение приближённо равно 10:9,5).



Теперь самое интересное! Перед тем как положить картонный треугольник в зеркальный угол, закрасим его в белый и чёрный цвета так, чтобы внутренняя белая область была правильным шестиугольником. (Для этого стороны чёрных треугольников надо взять в 3 раза меньше стороны картонного треугольника.) Тогда икосаэдр станет похож на футбольный мяч!

Ведь если у икосаэдра отсечь от каждой вершины маленькую пирамидку, получив многогранник, грани которого — правильные пятиугольники и шестиугольники, а потом надуть его, выйдет футбольный мяч.



Художник Максим Калякин

# олимпиады КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

# заочном математическом конкурсе.

Итоги прошлого конкурса будут опубликованы в 11-м номере. А теперь мы начинаем конкурс 2018-2019 учебного года!

Высылайте решения задач I тура, с которыми справитесь, не позднее 1 октября в систему проверки konkurs.kvantik.com (инструкция: v.ht/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com, либо обычной почтой по адресу 119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

# **І ТУР**



- 1. В клетчатом квадрате  $6 \times 6$  можно зачеркнуть 9 клеток так, чтобы не было 5 незачёркнутых клеточек подряд ни по горизонтали, ни по вертикали (см. рисунок). А можно ли зачеркнуть всего
- а) 8 клеток; б) 7 клеток;
- в) 6 клеток так, чтобы выполнялось то же условие?
- 2. У входа в парк развлечений висит электронное табло, показывающее время (часы и минуты). Когда табло показало 9:00, в парке открылись шесть аттракционов и работали до вечера по 1, 2, 3, 4, 5 и 6 минут соответственно с минутным перерывом. Когда Олег пришёл днём в парк, ни один аттракцион не работал. Какое время показывало электронное табло в этот момент?



# наш <mark>КОНКУРС</mark>



Авторы: Соня Голованова и Юрий Маркелов (1), Евгений Братцев (2), Сергей Костин (4), Игорь Акулич (5)

Ну вы и задачки задаёте. Тут десять академиков голову сломают



3. Квантик написал 100 различных натуральных чисел, а Ноутик написал число, делящееся на каждое из них. Докажите, что число Ноутика хотя бы в 100 раз больше самого маленького числа у Квантика.

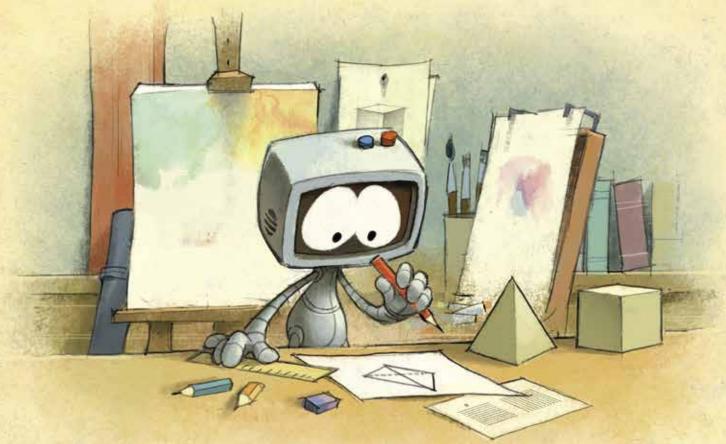
4. Разрежьте квадрат  $5 \times 5$ , в центре которого вырезано отверстие  $1 \times 1$ , на три фигуры с равными периметрами и равными площадями.







- 5. а) Квантик и Ноутик показывают такой фокус. Зритель задумывает любые шесть разных целых чисел от 1 до 125 и сообщает их только Ноутику. После этого Ноутик называет Квантику какие-то пять из них, и Квантик угадывает шестое задуманное зрителем число. Предложите способ, как могли бы действовать Квантик и Ноутик, чтобы фокус всегда удавался.
- б) Сумеют ли фокусники добиться успеха, если зритель сам указывает Ноутику, какие пять из шести задуманных им чисел Ноутик должен назвать Квантику?



# С ПУСТОТАМИ ИЛИ БЕЗ?

Квантик нарисовал выпуклый многоугольник и легко заштриховал его, проводя отрезки с концами на сторонах многоугольника.

Потом он подумал — а можно ли заштриховать любой выпуклый многогранник (вместе с внутренностью), проводя отрезки с концами на его рёбрах? Или для каких-то многогранников это не удастся и внутри останутся незаштрихованные пустоты?

Другими словами: верно ли, что для каждой точки внутри любого выпуклого многогранника найдётся отрезок с концами на рёбрах многогранника, проходящий через эту точку (см. рисунок)?

Решите задачу для треугольной пирамидки (у неё 6 рёбер), куба (у него 12 рёбер) и попробуйте разобраться с общим случаем.

Из старых задач с подготовительных сборов к Международной математической олимпиаде

Художник Алексей Вайнер

