

ТРЕЩИН

BECЫ НА BECAX



## ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России или через Интернет!

ПОДПИСЫВАЙТЕСЬ НА «КВАНТИК» НА ВТОРОЕ ПОЛУГОДИЕ 2016 ГОДА!



- ► «Квантик» научно-популярный журнал для широкого круга читателей.
- ► Кроме журнала, «Квантик» выпускает альманахи, плакаты и календарь загадок.
- ► Подробнее о продукции «Квантика» и о том, как её купить, читайте на нашем сайте kvantik.com

На почте «Квантик» можно найти в двух каталогах:

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»

Индекс 84252 для подписки на несколько месяцев или на полгода.

Самая низкая цена на журнал!

#### «КАТАЛОГ РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП

Индекс 11346 для подписки на несколько месяцев или на полгода.

Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» vipishi.ru

Подробнее читайте на сайте kvantik.com/podpiska.html

- ► Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте nasha-pressa.de
- ► Подписка на электронную версию журнала по ссылке:
  http://pressa.ru/magazines/kvantik#/

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986

#### www.kvantik.com

- kvantik@mccme.ru
- instagram.com/kvantik12
- Name | Na

- ff facebook.com/kvantik12
- vk.com/kvantik12
- twitter.com/kvantik\_journal

Журнал «Квантик» № 7, июль 2016 г. Издаётся с января 2012 года • Выходит 1 раз в месяц.

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г. выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор: С.А. Дориченко Редакция: В.А. Дрёмов, Д. М. Кожемякина, Е.А. Котко, И.А. Маховая, А.Б. Меньщиков, М.В. Прасолов, О. Н. Хвостикова Художественный редактор и главный художник: Yustas-07 Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова Обложка: художник Yustas-07

#### Учредитель и издатель:

Негосударственное образовательное учреждение «Московский Центр непрерывного математического образования»

**Адрес редакции и издателя:** 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11 Тел.: (499) 241-08-04, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com

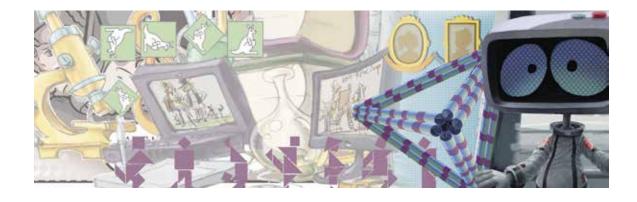
#### Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:

- Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индекс **84252**)
- «Каталог Российской прессы» МАП (индексы 11346 и 11348)
   Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте vipishi.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону (495) 745-80-31 и е-mail: biblio@mccme.ru Формат 84х108/16 Тираж: 7000 экз. Подписано в печать: 17.06.2016 Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт», Адрес типографии: 170546, Тверская обл., Калининский р-н, с/п Бурашевское, ТПЗ Боровлево-1, 3«А» www.pareto-print.ru



■ ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ	
Времена года на Земле и других планетах. Окончание. В. Сиро	ma 2
Как играют животные. В.Винниченко	9
Фотографии трещин. Л. Свистов	18
<b>УЛЫБНИСЬ</b>	
Спички и математика. $M. Евдокимов$	8
Весы на весах. И.Акулич	12
■ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК	
Изобретаем головоломку сами. $H.Ass$	илов 14
<mark>ПРЕДАНЬЯ СТАРИНЫ</mark>	
Царская задача. <i>B. Cupoma</i>	16
<b>П</b> ОЛИМПИАДЫ	
Избранные задачи конкурса «Кенгу	ру» 24
Конкурс по русскому языку. III тур	27
Наш конкурс	32
■ OTBETЫ	
Ответы, указания, решения	28
■ ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
Пирамидка из кубика	IV с. обложки





## ВРЕМЕНА ГОДА НА ЗЕМЛЕ \*\* И ДРУГИХ ПЛАНЕТАХ Окончание. Начало в N 6

#### РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРО УРАН.

(У1) Напомним, что тропики – это места, где Солнце бывает в зените. А это случается в любой точке Урана два раза в год, и только на полюсах – один раз в год (рис. 1).

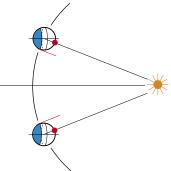


Рис. 1. Вид на орбиту Урана сверху (размеры планеты очень сильно преувеличены!). Красной точкой обозначено место, где Солнце в зените, синим закрашена область, где Солнце не восходит (полярная ночь). Красный луч показывает место, в котором Солнце появляется только на горизонте. Обратите внимание, что здесь красной точкой обозначено одно и то же место! Положения планеты нарисованы с интервалом примерно в 1/6 часть уранианского года... и половину суток.

Так что тропическая зона – везде, а её границы – тропики – на полюсах! Полярные зоны – тоже везде, потому что, например, в дни, когда ось планеты смотрит прямо на Солнце (слева и справа на рисунке 2), на половине планеты – полярный день, а на другой половине – полярная ночь. Только на экваторе Урана в эти дни полярные сумерки: Солнце на горизонте; настоящего полярного дня или ночи на экваторе не бывает.

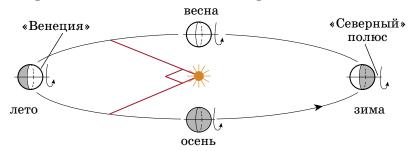


Рис. 2. Движение Урана. Времена года указаны для правого («северного») полушария.

(У2) На полюсе полгода длится полярный день — Солнце не заходит, а описывает в течение суток круг практически на одной и той же высоте. Если бы Уран не был так далеко от Солнца, там в это время было бы очень жарко: в середине полярного дня Солнце стоит в зените! Причём когда на одном полюсе полярный день, на другом — полярная ночь (на рисунке 2 — «лето» и «зима»). Потом, после коротких полярных сумерек, наступает полярная ночь, которая тоже длится полгода.

(УЗ) Для жителей экватора Солнце проходит через зенит как раз тогда, когда на полюсах сумерки (верхнее и нижнее положения планеты на рисунке). Зато в полночь Солнце ровно «под ногами». А спустя четверть года (на рисунке – положения планеты слева и справа) оно весь день на горизонте – но не движется по кругу, как было на полюсе Юпитера, а стоит на месте! Проверьте это с помощью «человечка». Во все остальные сутки день и ночь на экваторе длятся поровну.

(У4) У «венецианцев» дни, когда Солнце в зените, отстоят друг от друга на четверть года (эти дни соответствуют положениям планеты, показанным на рисунке 2 красными линиями).

В те же дни Солнце касается горизонта, не опускаясь под него — а между ними всё лето (четверть года) длится полярный день. В середине лета Солнце не заходит, но и не поднимается так высоко. День, когда ось планеты смотрит точно на Солнце, на Уране с бо́льшим правом, чем у нас, можно назвать солнцестоянием: Солнце в этот день буквально стоит в одной точке. Как мы уже видели, для жителей экватора эта точка — на горизонте, для жителей северного полюса — в зените. Для «венецианцев» Солнце зависает на высоте 45°, причём не на юге, как можно было бы подумать, а на севере. Вообще, летом Солнце у них всё время в северной части неба... Весной и осенью дни и ночи чередуются, как это происходит у нас. А зимой полярная ночь, которая, как и полярный день, длится четверть года.

Поскольку почти на всей планете долгие полярные дни и полярные ночи, на Уране самая скучная во всей Солнечной системе погода. Большие участки атмосферы прогреваются и остывают равномерно: ни перепадов температуры и давления, ни сильных ветров...





Не то что на Нептуне, хоть он и в полтора раза дальше от Солнца. Интересные для астрономов ураганы и циклоны бывают на Уране только весной и осенью, когда день чередуется с ночью «нормальным» образом.

(У5) Замечательно, что для всех человечков на планете видимый путь Солнца — одна и та же кривая, только смотрят они на неё под разными углами, так же как на Юпитере большой круг, по которому движется Солнце, был наклонён к горизонту для каждого наблюдателя по-своему. Начнём с северного полюса. В день солнцестояния (слева на рисунке 2) Солнце стоит в зените, потом начинает постепенно спускаться по спирали, делая каждые сутки один почти горизонтальный виток. Круги, описываемые Солнцем, всё ниже и всё шире; через четверть года очередной виток проходит уже по горизонту, и дальше в течение полугода спираль продолжается «под землёй». Солнце доходит до низшей точки — ровно под ногами — и возвращается обратно к горизонту, а затем — к зениту.

На экваторе всё ровно так же, только вся эта спираль «лежит на боку». Так что, если бы кто-то вздумал, живя на экваторе, весь год наблюдать Солнце лёжа (головой на север), причём отмечал бы положение Солнца не только над, но и под горизонтом — у него получилась бы ровно та же картинка, что и на северном полюсе.

Теперь уже совсем легко догадаться, как выглядит годовое движение Солнца на любой широте (рис. 3).



Рис. 3. Видимый путь Солнца в течение полугода: а) на полюсе Урана, б) на экваторе, в) на широте 45°. Наблюдатель сидит в центре сферы и смотрит на неё изнутри! Чёрный круг – линия горизонта, вертикаль показывает направление в зенит. Картинка сделана для случая, как будто в году 80 дней. Число витков спирали равно числу дней в полугодии.

Теперь мы временно покидаем Солнечную систему, потому что в ней нет нужной нам сейчас планеты.

#### ПЛАНЕТА ДЗЕТА - «ЗОЛОТАЯ СЕРЕДИНА»

Эта воображаемая планета — «среднее» между Юпитером и Ураном. Ось её вращения наклонена к плоскости орбиты под углом  $45^{\circ}$  (рис. 4).

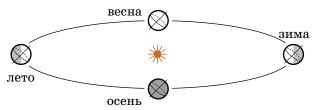


Рис. 4. Планета Дзета. Времена года указаны для северного полушария.

Задача Д1. Как на этой планете выглядят полярные и тропические зоны?

Задача Д2. Как в течение года движется Солнце для наблюдателя на полюсе? на экваторе? в «Венеции»? Бывает ли оно в зените, и если да, то когда? Каждые ли сутки опускается под горизонт, и если нет, то сколько времени длится полярный день?

Задача ДЗ. Для каждого из этих мест нарисуйте видимый годовой путь Солнца на небе.

#### РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРО ПЛАНЕТУ ДЗЕТУ

(Д1) На Юпитере тропической зоной был один только экватор, на Уране – вся планета. Здесь – промежуточная ситуация: самые северные точки, в которых Солнце можно увидеть в зените, имеют широту 45°, то есть находятся ровно посередине между экватором и северным полюсом. На всей этой окружности (параллели) самый жаркий день наступает, когда направление оси планеты ближе всего к направлению на Солнце (рис. 5).

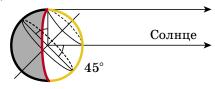


Рис. 5. Красная линия показывает все точки, в которых сейчас восход, на жёлтой линии везде полдень. Отмечены экватор и параллель на северной широте  $45^{\circ}$ .

Этот же день и самый длинный: как видно из той же картинки, Солнце в полдень достигает зенита, а в полночь касается горизонта; стоит чуть-чуть





сместиться к полюсу — и в этот день Солнце не сядет, но и до зенита не поднимется. Через полгода та же ситуация повторяется в южном полушарии. Итак, полярные зоны — это «шапки» вокруг обоих полюсов, а тропические — «пояс» вокруг экватора. Границы того и другого у Дзеты совпадают, это параллели 45° северной и южной широты. Они одновременно и тропики, и полярные круги (рис. 6).

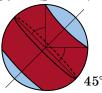


Рис. 6. Полярные (синие) и тропическая (красная) области планеты Дзеты.

(Д2) На полюсах Солнце по полгода не заходит (на северном полюсе — летом, на южном — зимой), а остальные полгода длится ночь. В течение суток Солнце делает круг, практически не меняя высоты над горизонтом. На максимальной высоте — 45° — оно бывает в середине полярного дня. Этот момент называется солнцестоянием — хотя Солнце, в отличие от Урана, и не стоит на месте. Всего солнцестояний два — одно летнее (когда день на северном полюсе), другое зимнее (когда на южном). А дни, когда ось планеты перпендикулярна направлению на Солнце (планета сверху и снизу на рисунке 4), называются равноденствиями. В эти дни на обоих полюсах — полярные сумерки. Как видно, между каждым равноденствием и солнцестоянием — ровно четверть местного года.

В пределах тропической зоны Солнце бывает в зените 2 раза в год, на экваторе это как раз дни равноденствий. Летом жители экватора видят солнце на севере, а зимой — на юге. На экваторе день всегда равен ночи, а Солнце поднимается от горизонта и опускается к нему строго по вертикали.

Жители «Венеции» видят Солнце в зените только раз в год — в летнее солнцестояние. В этот же день оно не заходит, а только касается горизонта. Два раза в год — в дни равноденствий — день бывает равен ночи; полгода он длиннее ночи, полгода — короче. А в день зимнего солнцестояния Солнце не восходит — это самая короткая, но всё-таки полярная ночь.

(ДЗ) Как и на Уране, видимый годовой путь Солнца – спираль, для жителей разных мест планеты наклонённая по-разному. Но, в отличие от Урана, спираль не заполняет всю сферу. Легко убедиться в этом, рисуя путь Солнца на полюсе: там ось спирали вертикальна и Солнце не поднимается выше 45°.

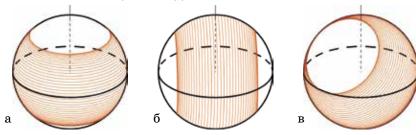


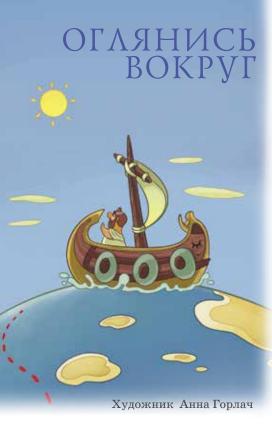
Рис.7. Видимый путь Солнца в течение полугода на Дзете: а) на полюсе, б) на экваторе, в) на широте  $45^{\circ}$ .

Теперь уже не составит труда понять, как устроена смена времён года на Земле. На самом деле Земля очень похожа на Дзету, с одной только разницей: ось нашей планеты отклоняется от «вертикали» не на  $45^{\circ}$ , а всего на  $23^{\circ}$  над горизонтом. Так что по этому параметру мы чуть ближе к Юпитеру, чем Дзета. Из-за этого спираль у нас уже - больше сплюснута: самые дальние витки спирали отстоят от её середины на  $23^{\circ}$ . (Если бы кто-то стал «выправлять» нашу ось, приближая её к вертикали, то спираль сплющилась бы в круг, как у Юпитера.) От этого, например, Солнце на полюсах никогда не поднимается выше 23° над горизонтом. «Наклоняя» спираль, можно убедиться, что тропическая зона тоже уже, чем на Дзете, - широта тропиков у нас опять те же  $23^{\circ}$ . И на те же  $23^{\circ}$  отстоят от полюсов полярные круги. Например, Москва в промежуточной области между теми и другими: ни полярных ночей, ни Солнца в зените в Москве не бывает.

Напоследок для тех, кому понравилось путешествовать по планетам, добавим ещё несколько задач.

- 1. Почему всё-таки у нас зимой холодно, а летом тепло?
- 2. На какую высоту поднимается Солнце на экваторе Дзеты в день летнего солнцестояния? А на земном экваторе?
- 3. Сколько времени на земном экваторе длится ночь 22 июня? А 22 декабря? (Это дни летнего и зимнего солнцестояний.)





- 4. Нарисуйте тропическую и полярную области на планете, у которой ось вращения наклонена к оси орбиты не на  $23^{\circ}$ , как у 3емли, а на  $67^{\circ}$ .
- 5. Вычислите максимальную высоту, на которую поднимается Солнце в Венеции (широта  $45^\circ$ ) в течение года. Вычислите высоту, на которую оно поднимается там же в день весеннего равноденствия 21 марта.
- 6. Древнегреческие мореплаватели, плававшие по Атлантическому океану, рассказывали землякам, что видели Солнце в полдень на севере. Им не верили, поскольку считалось, что экватор пересечь невозможно. Но есть ли тут противоречие? Могли бы они увидеть Солнце на севере и не доплыв до экватора?
- 7. Интересно ещё совершить экскурсию на планету Плюк. Ось этой (выдуманной) планеты вертикальна, период её вращения вокруг оси равен периоду обращения вокруг Солнца, но вращается она в другую сторону всё почти точно как на Венере, только у Венеры эти два периода отличаются на одну десятую. Как устроена жизнь (смена времён суток и года) на этой планете?



Материал подготовил Михаил Евдокимов



1. Переложите одну спичку, чтобы равенство стало верным.



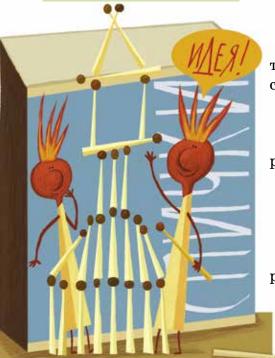
2. Разрешается переложить одну спичку. Постарайтесь получить как можно меньший результат, а потом сравните с ответом.

3. Какое наименьшее количество спичек нужно переложить, чтобы равенство стало верным?

4. Какое наименьшее количество спичек нужно переложить, чтобы равенство стало верным?

$$|+|=|$$

Художник Инга Коржнева





Как здорово гонять во дворе мяч до самого вечера, прыгать в скакалки и классики, собирать робота из конструктора, осалить друга на бегу. Кстати, взрослые тоже обожают игры, только не всем хватает смелости сознаться. Когда мы играем, нам хорошо и весело. Но игры не только приятны, но и очень полезны для нашего мозга. Как же учёные это выяснили?

Они долго гонялись за разными животными и смотрели, кто любит играть, а кто — нет. Оказалось, что бабочки, жуки, пауки (и вообще все насекомые) не играют вовсе. А вот позвоночные животные (это рыбы, лягушки, ящерицы, кошки, собаки, обезьяны) играют. Но почему же одни играют, а другие нет?

Дело в том, что насекомые — это настоящие биороботы. Потому что почти всё их поведение — это готовые программы. Паукам не надо

обучаться, они без всякой тренировки плетут красивую паутину и охотятся на мух. Гусеницы сами делают себе кокон. Осы и пчёлы строят ульи, муравьи – муравейники. Конечно, у позвоночных тоже есть врождённые программы. Например, когда мы с вами появляемся на свет, мы уже умеем дышать, глотать, сосать, чихать, кашлять... Но всему остальному нам приходиться учиться: ходить, говорить, понимать людей вокруг, держать ложку, читать, писать, ездить на велосипеде, плавать. Учиться путём проб и ошибок долго и иногда очень опасно. Но природа придумала другой замечательный способ – игру. Пока мы играем в подвижные игры, наш мозг учится ловко управлять руками и ногами. Когда мы играем вместе с другими ребятами, мозг учится общаться: выручать друга, нападать, защищаться, дружить,



отстаивать свою территорию, притворяться и хитрить.

Учёные обнаружили, что чем сложнее устроен мозг у животного, тем больше времени оно проводит в играх. Уже холоднокровные рыбы иногда играют. Например, колюшки во время постройки гнёзд любят носить во рту веточки, бросать их и снова подхватывать. Маленькие ежата любят боксировать: бьют друг друга колючим капюшоном, наползающим на лоб. Молодые коровы любят гоняться друг за другом, хватать друг друга за хвост и кататься кувырком. Карл Экли однажды наблюдал, как слонята скатали себе мяч из ила и играли им. Выдры играют в воде комками водорослей, а дельфины - морскими черепахами. Барсуки любят играть в «царя горы». Они идут к замшелому пню или упавшему дереву. Какой-нибудь лихой барсук забирается на этот

«трон», а остальные пытаются его оттуда спихнуть. Игра может продолжаться больше часа. Барсы и песцы любят скатываться со снежных гор. Бизоны могут играть с брёвнами, подбрасывая их рогами.

Птицы тоже обожают играть. Например, один ворон, который живёт вместе с учёными на биологическом факультете МГУ, любит висеть на жёрдочке вниз головой и раскачиваться, а зимой катается с разбегу по льду. Городские вороны тоже любят поиграть. Достаточно часто можно наблюдать, как две-три вороны дразнят собаку. Они могут отвлекать её от еды, могут заставлять гоняться за ними до полного изнеможения, могут заманивать на край оврага, чтобы собака свалилась в него. Некоторые вороны играют даже с хозяевами собак, например, перехватывая из рук поводок. Вороны любят играть друг



с другом в салки, перехватывая друг у друга из клюва небольшой предмет.

Самые сложные игры встречаются учеловекообразных обезьян (шимпанзе, гориллы, орангутаны). Шимпанзята обожают играть в прятки, перемещаться верхом на взрослых, удить муравьев, возить за собой игрушки. Так, шимпанзёнок Иони всегда брал с собой на прогулку шарик на верёвочке. А другой шимпанзёнок, которого звали Гуа, с удовольствием навешивал себе на спину и одеяло, и ветки деревьев и подолгу расхаживал в таком виде, широко улыбаясь. Детёныши горилл также любят украшать себя пучками мха или травой.

А вот шимпанзята, которым не давали играть друг с другом, выросли отсталыми: они не умели как следует общаться со своими сородичами. У крысят, у которых отобрали все игрушки, плохо росли лобные доли —

главный мыслительный центр мозга. Он отвечает за планирование, контроль отрицательных эмоций, агрессии и страха и за решение особо трудных задачек.

Но не все игры одинаково полезны. Так, например, когда мы играем в компьютерные игры, нам может быть очень весело, но поскольку мы сидим неподвижно со скрюченной спиной и смотрим на яркий экран, можем испортить зрение, позвоночник и причинить себе вред. Чтобы долго жить, быть здоровыми, умными и счастливыми, нам нужно много двигаться. Поэтому в любой сидячей работе нужно делать двигательные перерывы: пойти погулять с собакой, выбежать с папой на пробежку, сыграть с друзьями в какую-нибудь хорошую подвижную игру.





Существует превеликое множество задач, связанных с весами. Чаще всего в них требуется за определённое число взвешиваний выявить одну или несколько фальшивых монет среди какого-то количества имеющихся. Но порой приходится взвешивать и что-то иное: пилюли, конфеты, фрукты и так далее – всего не перечислить. Да и сами весы могут быть различными: чашечными либо пружинными, с гирями или без, а то и вообще неравноплечими.

В каком-то смысле тема весов всем слегка приелась, и само упоминание о них в условии нередко вызывает не очень радостные эмоции: ну вот, опять придётся выполнять занудный перебор. Поэтому довольно-таки свежим и нестандартным экземпляром стала следующая задача, предложенная ещё в 2002 году на летнем турнире «Математика 6-8» (авторы – В. Гуровиц, А. Чеботарёв и Т. Караваева):

У завхоза Васи было трое одинаковых чашечных весов. В одних потерялась часть деталей, и теперь они могут показывать что угодно. Любые весы помещаются на одну чашу других весов. За какое наименьшее количество взвешиваний можно определить неисправные весы?

Действительно, взвешивание весов на весах – сюжет, что и говорить, почти сюрреалистический. Но задача решается без особых проблем, если внимательно вчитаться в условие и сообразить, что поскольку в неисправных весах потерялась часть деталей, то неисправные весы стали легче исправных! А раз так, то можно успешно справиться с проблемой не более чем за два взвешивания. Вот как надо действовать.



Обозначим весы буквами A, B и C. Сначала взвесим на весах A весы B и C. Если обнаружится равновесие, то весы A неисправные (в самом деле, если весы A исправные, то неисправны либо весы B, либо C, и равновесия быть не могло). Если же равновесия нет, то возможны два варианта: либо весы A всё-таки неисправные (и тогда и B, и C исправные), либо весы A исправные, и тогда весы, находящиеся на перевесившей чашке весов A (то есть B или C), тоже исправные. В любом случае мы определили одни заведомо исправные весы. Произведя уже на них второе взвешивание, распознаём неисправные весы.

А вот одного взвешивания может не хватить. В самом деле, как мы только что рассудили, если первое взвешивание показало неравенство, то неисправными могут оказаться как использованные для взвешивания весы, так и весы на чашке, которая не перевесила, так что определить неисправные весы не удастся.

Необычная фабула, видимо, произвела на членов жюри турнира настолько большое впечатление, что тогда, в 2002 году, при её обсуждении никто не задался вопросом: а если бы весов было больше — сумел бы тогда завхоз выделить неисправные весы за те же 2 взвешивания?

Что ж, лучше поздно, чем никогда – давайте зададимся таким вопросом сейчас. Итак:

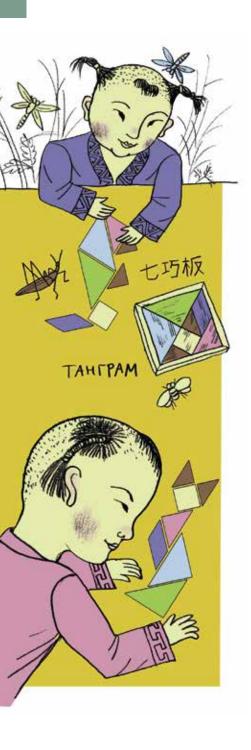
Имеется N одинаковых чашечных весов. В одних потерялась часть деталей, и теперь они могут показывать что угодно. За каждое взвешивание можно произвольным образом выбрать одни весы, поместить на их чаши любое количество любых других весов и узнать результат. При каком наибольшем N можно за два взвешивания гарантированно определить неисправные весы?







Николай Авилов

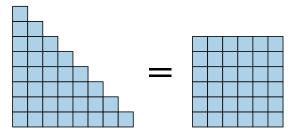




Квадрат лежит в основе многих головоломок. Например, древний «Танграм» представляет собой квадрат, разрезанный на семь частей, а все элементы головоломки «Пентамино» составлены из пяти одинаковых квадратиков. Можно назвать ещё очень много головоломок с квадратами.

А как придумать новую головоломку? Поэкспериментируем вместе. Возьмём квадратный лист бумаги и сначала разрежем его на части, а потом попробуем сложить из них квадрат — такое своеобразное задание на восстановление квадрата. Но сразу возникает вопрос: как разрезать? Просто так, бессистемно разрезать — неинтересно!

Предлагаю воспользоваться замечательным свойством числа 36. Это число одновременно является и квадратным, и треугольным. Каждое треугольное число является суммой первых нескольких натуральных чисел, в нашем случае  $1+2+3+4+5+6+7+8=36=6^2$ . Геометрическая интерпретация этого равенства приведена на рисунке: ступенчатый треугольник и квадрат содержат по 36 квадратиков.



На основе этого равенства придумаем головоломку. Разрежем ступенчатый треугольник на восемь кусочков, содержащих 1, 2, 3, ..., 8 квадратиков так, чтобы из них можно было сложить квадрат  $6 \times 6$ . Можно разрезать многими способами, например, так:



Для наглядности полезно раскрасить полученные восемь фигурок в разные цвета. Из этих фигурок можно сложить и квадрат  $6\times 6$ . Уточним, что в головолом-ках такого типа игровые элементы можно как угодно





вать друг на друга. Головоломка придумана, но как она решается? Трудно или легко найти её решение? Это уже выясняется на практике. Нужно предложить её своим род-

трудно или легко наити ее решение: Это уже выясняется на практике. Нужно предложить её своим родным, знакомым или одноклассникам и посмотреть, как быстро они с ней справятся. Если говорить о данном варианте головоломки, то такое разрезание мне не очень нравится потому, что в этом случае головоломка имеет очень много решений. Достаточно сказать, что из таких восьми фигурок ступенчатый треугольник можно сложить почти 300 способами, а для квадрата  $6 \times 6$  имеется более семи тысяч решений. Получилась лёгкая головоломка, а это неинтересно!

Трудность головоломки зависит от способа разрезания. Придумайте такое разрезание, чтобы квадрат и ступенчатый треугольник можно было сложить чуть ли не единственным способом! Например, мне известно разрезание, при котором ступенчатый треугольник можно сложить шестью способами, а квадрат  $6 \times 6$  — только одним-единственным.

Присылайте свои находки-разрезания в редакцию. С помощью специальной компьютерной программы мы проведём экспертизу количества решений и для квадрата, и для треугольника. Чем меньше решений будет иметь ваша головоломка, тем лучше. Идеально, если и ступенчатый треугольник, и квадрат складываются единственным образом. Интересные варианты головоломки мы опубликуем в «Квантике». Так что дерзайте, юные изобретатели!

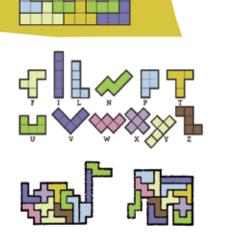
И ещё. Головоломка без названия — это непорядок. Так что свои варианты присылайте вместе с названием!











MEHTAMUHO

Художник Артём Костюкевич

### ПРЕДАНЬЯ СТАРИНЫ

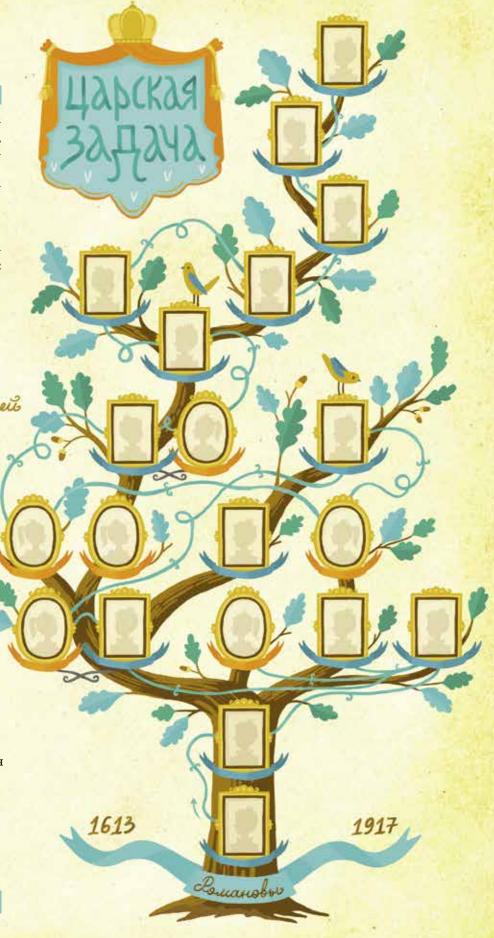
#### Валерия Сирота

- Дети, завтра у вас контрольная. Запишите тему, по которой вам нужно подготовиться...
- A калькулятором можно пользоваться?
  - *Да*.
  - А транспортиром?
- Тоже <mark>можно. Итак, запишите тему: «История</mark> России в XVII веке».



Список чиён русских царей из дома Романовых чиенов их семей: У

> Анна Петровна Пётр I Алексеевич Алексей Михайлович Иван V Алексеевич Александр I Павлович Фёдор Алексеевич Михаил Фёдорович Екатерина II Алексеевна Пётр II Алексеевич Александр II Николаевич Алексей Петрович Пётр III Фёдорович Екатерина I Алексеевна Анна Иоанновна Александр III Александрович Софья Алексеевна Николай I Павлович Елизавета Петровна Павел I Петрович Николай II Александрович



На этой картинке нарисовано родословное древо династии русских царей Романовых.\* В прямоугольниках должны быть имена мужчин, в овалах – женщин. Рядом – имена тех, кого надо вписать в эту схему.

Голубая линия на схеме — порядок царствования (от кого к кому переходили права на престол). Сразу над каждым человеком изображены его дети, ещё выше — внуки, и так далее. Супруги соединены серебряным вензелем.

Поскольку в династии встречались тёзки (и по причине, связанной с иностранным происхождением некоторых цариц), у этой задачи — в отличие от реальной истории — несколько решений.

Чтобы вы расставили имена именно так, как это было на самом деле, мы сразу приводим несколько подсказок. Скорее всего, вы и так знаете большую их часть, но с этими подсказками задача становится однозначной.

Никаких других знаний по истории для решения этой задачи не требуется.

#### Подсказки

- 1) Последнего русского царя звали Николаем.
- 2) Царевна Софья, хоть и правила страной 7 лет, так никогда и не стала полноправной царицей. А вот Елизавета Петровна была ещё какой царицей!
- 3) Нужно использовать порядок царствования! Если царей с одинаковым именем было несколько, они отличаются номерами.
- 4) Иоанн старинный вариант имени Иван.

#### Замечание

В этой схеме представлены не все родственники и даже не все цари: в ней нет Ивана VI и его матери Анны Леопольдовны (племянницы Анны Иоанновны), правивших страной 1 год после смерти Анны Иоанновны.

Когда вы заполните эту схему, вам, возможно, станет интересно узнать побольше о перечисленных в ней людях, их характерах и стилях правления, посмотреть их портреты. Например, сможете ли вы ответить (с помощью родителей, знакомых и интернета) на такие вопросы:

- 1. Что это за странная развилка на голубой линии после третьего царя? Какова судьба тех, кто оказался на ветвях этой развилки?
- 2. Случайно ли двух цариц зовут одинаково?
- 3. Кто наследовал Петру I и почему именно он?
- 4. Кто из русских царей был современником Пушкина? Ломоносова? Суворова? При ком произошло восстание декабристов? А Бородинское сражение? А отмена крепостного права? При ком основан Московский университет? Построен Большой театр?
- 5. Что случилось с Анной Леопольдовной и Иваном VI, почему они правили так мало? И почему вдвоём?
- 6. В каком возрасте Павел I стал царём? Чем он занимался до этого? Каковы были его первые законы после восшествия на престол?



<sup>\*</sup> Цари из дома Романовых правили в России с 1613 года. Боярский род Романовых древнее — фамилию эту они носили с конца XVI века, а своих предков прослеживали по крайней мере с XIV века.

Леонид Свистов

TPEUUMHH WWW.JUH



Десять лет тому назад у нас в городе была «барахолка». Там можно было купить всякие ненужные, но интересные вещи. Однажды мы там обнаружили бильярдные шары, фотография которых приведена на полях. Почти все шары были испорченные — покрытые трещинами. Продавец рассказал, что он оставил их на даче и от холода они растрескались. Нас удивил возникший на шарах рисунок: почти все трещины встречались друг с другом под углами,

близкими к 90°.

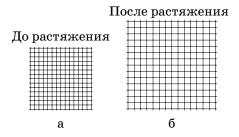
Почему появились трещины и почему они предпочитают встречаться под прямыми углами?

Мы думаем, что с шарами произошло вот что. Однажды на даче внезапно похолодало. Верхний слой шара охладился быстрее, чем его внутренняя часть. При охлаждении поверхность шара сжимается, в то время как внутренняя, не охладившаяся часть шара стремится сохранить первоначальный размер. Внутренняя часть шара (тёплая) растягивает внешнюю (холодную), внешняя же сжимает внутреннюю. Если перепад температур оказался достаточно большим, то возникающие растягивающие напряжения оказываются достаточными, чтобы внешний слой треснул. Материал шара вблизи трещины расходится в разные стороны, и его растяжение в направлении, перпендикулярном трещине, уменьшается.

Вместе с тем растяжение внешнего слоя шара в направлении трещины сохранится до тех пор, пока не появится ещё одна трещина, перпендикулярная первой. Если нарисовать на поверхности охлаждённого шара мелкую сетку (рис. 1а), то длины сторон квадратиков после растяжения увеличатся (рис. 1б). При появлении первой трещины растяжение в перпендикулярном ей направлении исчезнет, то есть длина одной стороны нарисованного квадратика вернётся к начальной величине. Квадратная сетка станет прямоугольной (рис. 1в). Трещина второго поколения снимает оставшееся напряжение, и сетка слева или справа от первой трещины возвращается к исходному размеру (рис. 1г).

## ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ





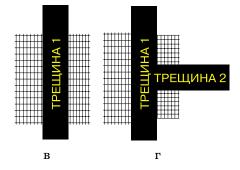


Рис. 1

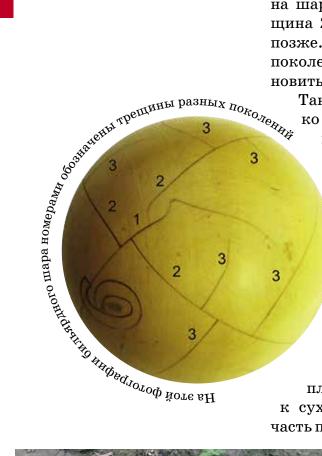
Трещины второго поколения слева и справа от первой могут возникать в разных местах, в зависимости от того, где более слабое место растянутого слоя.

Таким образом, мы поняли, почему трещины на шаре сходятся под углом 90°. Заметим, что трещина 2, «вливающаяся» в трещину 1, образовалась позже. Можно сказать, что они принадлежат разным поколениям. Это утверждение позволяет нам восстановить порядок появления трещин.

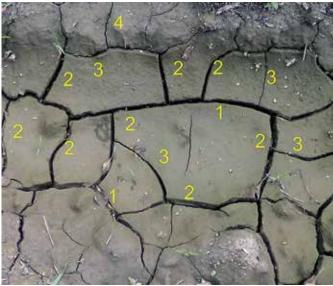
Такое же поведение трещин наблюдается не только на бильярдных шарах. Посмотрим на следующие фотографии.

Вот фотография высохшей земли вспаханного поля. Перед тем как земля высохла, шли обильные дожди. Сухая земля занимает меньший объём, чем влажная, поэтому при высыхании верхняя часть земли покрывается трещинами. Про историю образования трещин и здесь что-то можно рассказать.

На следующих фотографиях крепкий чай в чашке, который целую ночь ожидал, когда его выпьют. При остывании на поверхности чая возникает тонкая маслянистая плёнка. Мы полагаем, что плёнка прилипает к сухой поверхности чашки. При испарении чая часть плёнки оказывается на стенках чашки, и плёнка











на поверхности жидкости оказывается растянутой во все стороны и трескается.

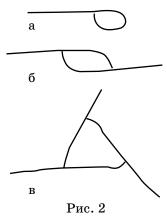
А вот трещины на окнах скоростного поезда «Сапсан». Вдоль трассы Москва-Петербург ещё попадаются племена дикарей, которые кидают в проходящие поезда камнями. Обратите внимание, что трещины на стекле встречаются под углами, близкими к  $90^{\circ}$ ! (Если угол между какими-то трещинами кажется далёким от  $90^{\circ}$ , присмотритесь к самому месту их слияния: обычно на стыке он близок к  $90^{\circ}$ ).

На фрагменте фотографии мы обозначили возможный порядок возникновения трещин на стекле.











Стекло соседнего вагона покрылось более мелкими трещинами. Желающие могут самостоятельно расшифровать порядок их появления и даже предложить возможное место удара камнем.

До сих пор мы предполагали, что трещины распространяются очень быстро и поочерёдно. Это предположение позволяло нам определять поколения трещин. Но бывают случаи, когда трещины растут медленно. Попробуем пофантазировать, как заканчивается рост трещины. Она может упереться в другую, уже существующую трещину. Возможен также вариант, когда трещина решит проблему роста самостоятельно (рис. 2а). Две или три растущие трещины могут помочь друг другу закончить свой рост так, как показано на рисунках 2б и 2в. В этом случае определить поколение каждой трещины невозможно.

На следующей фотографии — дверь в теоретическом отделе одного академического института. Она была покрашена 40 лет назад и со временем покрылась замечательными трещинами, закрашивать которые теперь жалко. Трещины краски на двери с каждым годом становятся все более разветвлёнными и изысканными. Обратите внимание, что большинство трещин на двери встречаются под углами, близкими к 90°. Нам удалось обнаружить на фотографии несколько фрагментов, где две или три трещины прекращают расти так, как

изображено на рисунках 2б и 2в. Попробуйте и вы их найти. Два примера найденных нами таких фрагментов мы пометили на фотографии точками. Реализации сценария с рисунка 2а на этой фотографии нам обнаружить не удалось.

Потрескавшиеся бильярдный шар и сухая земля заронили в нас надежду найти похожие трещины на шаре большего диаметра — на планете Земля. Мы рассматривали фотографии, сделанные со спутника, в картах Google. Трещин описываемого типа на земной поверхности мы не нашли. А вот трещины на ледяных полях видны замечательно! Чтобы они были видны, лёд должен быть свободен

от снежного покрова. Нам удалось найти фотографии высокогорных озёр Тибета. Видимо, осадки в этих местах редки и лёд на озёрах часто не покрыт снегом. ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Вот фотографии одного из таких озёр издали и более крупным планом. Характерное расстояние между трещинами на льду 10-20 метров.



На этом участке ледяного поля снега нет.

А так выглядят трещины на льду на соседнем высокогорном озере. На этом озере лежит слой снега, но трещины все равно можно разглядеть.

Говорят, что существуют такие объекты, трещины в которых встречаются тройками, с углами, близкими к  $120^{\circ}$ . Будем рады фотографиям с необычными и эффектными трещинами.

## **КЕНГУРУ**Математика для всех

## Избранные задачи

## олимпиады конкурса «Кенгуру»

#### Материал подготовил Дмитрий Максимов

«Кенгуру»— это массовый международный математический конкурс-игра под девизом «Математика для всех». Главная цель конкурса— привлечь как можно больше ребят к решению математических задач, показать каждому школьнику, что обдумывание задачи может быть делом живым, увлекательным и даже весёлым! Мы приводим подборку задач этого года, предлагавшихся российским участникам (их было примерно 1,5 миллиона человек). В скобках рядом с номером каждой задачи указано, из какого она варианта и во сколько баллов оценивается.

Подробнее о конкурсе можно прочитать на сайте http://mathkang.ru/.



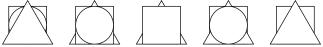
1. (2 класс, 5 баллов) На четырёх из рисунков А-Д нарисован один и тот же барабан, а на одном — другой. На каком?



2. (2 класс, 5 баллов) Дату записывают восемью цифрами. Например, 25.06.1987 – 25 июня 1987 года. Заметим, что в записи этой даты ни одна цифра не повторяется дважды. Какими будут первые две цифры в записи следующей даты с таким же свойством?

(A) 08 (Б) 12 (В) 17 (Г) 23 (Д) 25

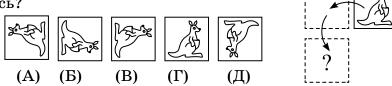
**3.** (3-4 класс, 4 балла) На рисунке изображено пять стопок картонных карточек.



В каждой стопке три карточки: треугольная, круглая и квадратная. В скольких стопках треугольная карточка лежит выше квадратной?

(A) 1 (B) 2 (B) 3 ( $\Gamma$ ) 4 ( $\Pi$ ) 5

4. (5-6 класс, 3 балла) Карточку, изображённую справа, перевернули сначала через левый край, а потом — через нижний край. Что получилось?



**5.** (5-6 класс, 4 балла) У Димы часы отстают на 10 минут, а он думает, что они спешат на 5 минут.



#### Избранные задачи

## конкурса «Кенгуру»



Посмотрев на свои часы, Дима решил, что сейчас полдень. Который сейчас час на самом деле?

(A) 11:45 (B) 11:55 (B) 12:00 ( $\Gamma$ ) 12:05 ( $\Pi$ ) 12:15

6. (5-6 класс, 4 балла) Сейчас отражение часов в зеркале выглядит так, как показано на картинке справа. А как оно выглядело 10 минут назад?







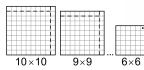






**7.** (5-6 класс, 5 баллов) У квадратного листа бумаги  $10 \times 10$  сначала загнули справа полоску шириной 1, потом сверху полоску высотой 1, потом снова справа, потом снова сверху, и так далее (см. рисунок), пока

не получился квадрат  $6 \times 6$ . После этого правый верхний квадратик  $1 \times 1$  проткнули шилом. Сколько получится дырок, если развернуть лист?



(A) 5

(B) 9

(B) 16

 $(\Gamma)$  25

(Д) 36

8. (5-6 класс, 5 баллов) По кругу сидят 2016 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый человек сказал обо всех, кроме себя и своих соседей: «Все они – лжецы». Сколько рыцарей за этим столом?

(A) 0

**(Б)** 1

(B) 2

 $(\Gamma)$  3

(Д) 1008

9. (7-8 класс, 4 балла) Жан-Кристоф продолжает изучать русский язык. Он ищет числа, словесная запись которых состоит ровно из четырёх слов: СЕМЬ, СЕМЬДЕСЯТ, СЕМЬСОТ, ТЫСЯЧ. Например, таково число 7770 - СЕМЬ ТЫСЯЧ СЕМЬСОТ СЕМЬДЕСЯТ. Сколько всего таких чисел?

(A) 4

(B) 5

(B)6

 $(\Gamma)$  7

(Д) 8

10. (7-8 класс, 5 баллов) Вася выбрал несколько различных натуральных чисел. Произведение двух самых маленьких из них равно 16, а произведение двух самых больших равно 225. Чему равна сумма всех Васиных чисел?

(А) 38 (Б) 42 (В) 44 (Г) 243 (Д) нельзя определить



# **КЕНГУРУ**Математика для всех

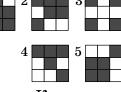
#### Избранные задачи



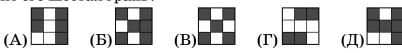
## олимпиады конкурса «Кенгуру»



11. (7-8 класс, 5 баллов) 1 Большой куб  $3\times3\times3$  сложен из 27 одинаковых маленьких кубиков, 15 из которых закрашены, а 12 – белые. Пять граней боль-



шого куба изображены на рисунке справа. Как выглядит его шестая грань?



12. (7-8 класс, 5 баллов) В поезде 5 вагонов, в каждом вагоне есть хоть один пассажир. Будем говорить, что два пассажира едут рядом, если они едут в одном вагоне или в двух соседних. Известно, что рядом с каждым пассажиром едут либо 5, либо 10 пассажиров. Сколько всего пассажиров в поезде?

(А) 13 (Б) 15 (В) 17 (Г) 20 (Д) нельзя определить

13. (7-8 класс, 5 баллов) По круговой дорожке в одном направлении двигаются Женя пешком и малыш Федя на велосипеде. Скорость Феди на 75% больше скорости Жени, и поэтому время от времени он Женю обгоняет. В скольких разных точках дорожки будут происходить обгоны?

(A) 1 (B) 2 (B) 3 (Г) 4 (Д) 5

14. (9–10 класс, 5 баллов) В квадрате  $5\times 5$  некоторые клетки белые, а остальные — зелёные. Известно, что не во всех строках не все клетки не зелёные. Это в точности означает, что

- (А) в каждой строке есть белая клетка
- (Б) в каждой строке есть зелёная клетка
- (В) в одной из строк все клетки зелёные
- (Г) все клетки в квадрате зелёные
- (Д) в одной из строк все клетки белые

15. (9–10 класс, 5 баллов) Бегуны A, B и C стартовали одновременно в одном направлении из одной точки круговой дорожки. Бегун B бежит быстрее, чем C, но медленнее, чем A. Они бежали до тех пор, пока снова не встретились в одной точке. За это время A обогнал C 10 раз. Сколько всего было обгонов?

(A) 18 (Б) 19 (В) 20 (Г) 29 (Д) 30



## КОНКУРС по русскому языку

## олимпиады

#### ШТУР

11. – Откройте текст стихотворения Ф. И. Тютчева «Близнецы» и прочитайте первое четверостишие, – сказал Сергей Владимирович.

Есть близнецы — для земнородных Два божества — то Смерть и Сон, Как брат с сестрою дивно сходных — Она угрюмей, кротче он...

— Это акростих\*! — закричал Саша. — Первые буквы строк образуют слово «ЕДКО»!

Сергей Владимирович ненадолго задумался, затем улыбнулся:

– Остроумно. Но, Саша, Тютчев никак не мог иметь этого в виду...

Почему Сергей Владимирович пришёл к такому выводу?

А.И.Иткин, И.Б.Иткин

**12.** Назовите персонажа классической русской литературы, в наименовании которого четыре раза подряд встречается один и тот же слог.

И.Б.Иткин, Е.А.Котко

**13.** (В этой задаче под «словом» подразумевается нарицательное существительное в словарной форме.)

Дано четырёхбуквенное слово X, такое, что:

- если прочитать слово X наоборот, получится слово Y;
- если в слове X поменять местами вторую и третью букву, получится слово Z.

Найдите слово X, слово Y и слово Z.

В.А. Кириченко

**14.** Название этой части тела родственно слову «сказка». У человека их 2. Что это за часть тела?

О.А.Кузнецова

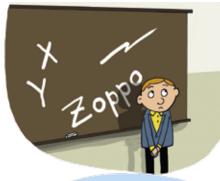
15. Русские существительные с суффиксом -us(o) обычно образуются от глаголов. Найдите существительное с суффиксом -us(o), образованное от существительного.

С.И. Переверзева

\* См. также статью О. А. Кузнецовой «Заблудился акростих» «Квантик»,  $\mathbb{N}_2$  5, 2016.











### КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, II ТУР («Квантик» №4)

6. Прочитайте стихотворение Александра Блока «В кабаках, в переулках, в извивах...». В этом стихотворении есть слово, в котором, вопреки общему правилу, одна из гласных букв обозначает не гласный, а согласный звук. Что это за слово?

Стихотворение Блока написано трёхстопным анапестом: ударение в каждой его строке падает на третий, шестой и девятый слог. Такой ритм соблюдается везде, кроме строки Чтобы здесь, в ликованьи троттиара: если читать её по обычным правилам, последнее ударение окажется не на девятом, а на десятом слоге. Однако гласный звук yочень близок по произношению к согласному звуку в (достаточно вспомнить Уильяма ~ Вильяма Шекспира): если мы прочитаем последнее слово строки как mpomm[s]apa, ритм восстановится. Безусловно, именно такое произношение и имел в виду Александр Блок: в начале XX века слово тротуар ещё отчётливо воспринималось как сравнительно недавнее заимствование из французского (отсюда, кстати, и написание через два m), а французское слово trottoir действительно двусложно и читается примерно как [тротвар].

7. Французский студент Жюль, изучающий русский язык, увидел в одной книге фразу: Вася всё умеет. Поскольку Жюль уже довольно хорошо знает русский, он понял эту фразу совершенно правильно. Какой неверный вывод о русской грамматике может сделать Жюль, основываясь на этой фразе?

В предложении Вася всё умеет слово всё — прямое дополнение глагола уметь. Соответственно, Жюль может сделать вывод, что глагол уметь способен присоединять прямое дополнение, то есть является переходным. Между тем это неверно: по-русски нельзя сказать \*Вася умеет игру на скрипке или \*Вася умеет французский — только Вася умеет играть на скрипке или Вася умеет говорить по-французски. Подобно глаголу уметь устроен и глагол мочь. Сравним: Петя всё может, но не \*Петя может помощь другу (только Петя может помочь другу). Таким образом, в сочетании с глаголами уметь и мочь местоимение всё ведёт себя особым образом, но Жюль, для которого русский язык всё-таки не родной, мог этого и не знать.

8. Один лингвист, изучающий заимствования из итальянского языка в русский, составил такую таблицу:

сольфеджио	эспрессо
скерцо	амаретто
легато	анданте
брускетта	маскарпоне
интермеццо	интермеццо

Что изучает лингвист? Добавьте по одному слову в каждый из столбцов таблицы.

Лингвист изучает мягкое и твёрдое произношение согласных перед гласной е. В левом столбце слова, в которых согласный перед е (по крайней мере, в речи большинства говорящих по-русски) читается мягко, в правом - слова, в которых согласный перед е читается твёрдо. В слове интермеццо две буквы e: поскольку чаще всего это слово читается как uh[m]ep[m]euuo, лингвист поместил его в оба столбца. Можно заметить, что в первый столбец попали согласные m,  $\phi$ ,  $\kappa$  и  $\pi$ , во второй – m,  $\mu$ и р, хотя, конечно, десяти (точнее, девяти) слов для надёжных выводов недостаточно. В левый столбец таблицы можно добавить, например, такие слова, как оперетта (в этом давно вошедшем в русский язык музыкальном термине перед e смягчается не только n, но и p) или cnaremmu, в правый — например, такие слова, как сонет или фортепьяно.

**9.** Входная дверь, иголка, кресло. У какого из этих предметов больше всего «общего» с человеком? Почему?

Эта на первый взгляд шуточная задача посвящена очень важному явлению — наличию у названий частей человеческого тела переносных употреблений, в том числе относящихся к сходным с ними по форме или по функции частям предметов. Итак, считаем: у иголки есть ушко, у входной двери — ручка и глазок, а у кресла — ножки, ручки и спинка. Значит, победило кресло.

10. Слово игрок обозначает человека и может присоединять сочетание «предлог в + существительное»: игрок в кости. Слово резчик обозначает человека и может присоединять сочетание «предлог по + существительное»: резчик по дереву. Найдите слово, обозначающее человека, которое может присоединять сочетания «предлог до + существительное», «предлог за + существительное» и «предлог на + существительное». Приведите соответствующие примеры.

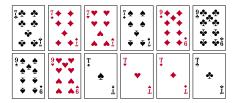
Это слово – *охотник* (другие подходящие слова жюри конкурса неизвестны). В качестве подтверждения можно привести такие примеры, как *Охотник до журнальной драки...* (первая строка эпиграммы А.С. Пушкина), *охотник за привидениями* и *охотник на саблезубых тигров*.

#### **КАРТЫ И МАТЕМАТИКА («Квантик» № 5)**

1. В стопке лежат 12 карт: четыре семёрки, четыре девятки и четыре туза. Фокусник перемешивает стопку, вынимает случайную карту и показывает зрителю, не подсматривая, а потом возвращает в стопку и снова тщательно перемешивает карты. После чего он легко находит карту, которую запомнил зритель. Как фокусник это делает? Запрещено метить карты, загибать уголок карты и тому подобное.

Все карты в стопке, кроме бубнового туза, не центрально-симметричные – если повернуть такую

карту, лежащую рубашкой вниз, на  $180^\circ$ , то картинка, на которую вы смотрите, немного изменится.



Возвращая в стопку карту, показанную зрителю, фокусник поворачивает её на 180°. Помня начальное расположение верх-низ для карт в стопке, фокусник легко определит карту, которую брал зритель, если для какой-то карты взаимное расположение верх-низ поменялось!

Если же ни одна из карт не «повернулась», то у зрителя мог быть лишь бубновый туз.

2. На столе картинкой вниз лежат 15 карт, одна из которых туз. За один вопрос разрешается указать на группу карт и спросить: «Есть ли здесь туз?» За какое наименьшее число вопросов можно наверняка определить, где лежит туз?

Это можно наверняка сделать за 4 вопроса. Для этого нужно каждый раз делить группу, в которой находится туз, на две равные или «примерно равные» (в одной группе лишь на одну карту больше) части и задавать вопрос про одну из этих частей. Тогда после первого вопроса мы сможем указать не более 8 карт, среди которых находится туз, после второго вопроса — не более 4 карт, после третьего — не более 2 карт. После чего четвёртым вопросом мы наверняка определим, где туз.

Ясно также, что после первого вопроса число «подозрительных» карт (которые могут быть тузом) может оказаться не меньше 8, после второго — не меньше 4, после третьего не меньше двух. Поэтому трёх вопросов не всегда хватит.

3. Квантик и Ноутик играют в следующую игру. Квантик перемешивает 4 карты, две из которых красной масти и две — чёрной, и выкладывает их в ряд картинкой вниз. После чего Ноутик переворачивает две любые карты. Если оказалось, что их масти одного цвета, то выигрывает Ноутик, иначе выигрывает Квантик. Кто будет чаще выигрывать в такой игре и почему?

Обозначим карты: 1К, 2К, 1Ч, 2Ч (К — красная, Ч — чёрная). Выложим в ряд четвёрку карт: сначала пару карт, которую выбрал Ноутик, затем оставшуюся пару. Всего есть  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  возможных взаимных расположения карт в этой четвёрке, поскольку на первое место можно положить одну из 4 карт, на второе — одну из 3 оставшихся, и т.д.

Из них лишь в 8 вариантах выигрывает Ноутик: в 4 для красной масти (1К, 2К, 1Ч, 2Ч), (1К, 2К, 2Ч, 1Ч), (2К, 1К, 1Ч, 2Ч), (2К, 1К, 2Ч, 1Ч) и в 4 для чёрной (те же варианты с заменой К  $\longleftrightarrow$  Ч).

Итак, при большом количестве игр Ноутик будет выигрывать примерно в 8 случаях из 24, то есть доля выигрышных партий примерно составит 1/3 для Ноутика и 2/3 для Квантика.

4. Зритель перемешивает колоду из 52 карт и даёт 5 карт ассистенту фокусника. Затем ассистент смотрит на свои карты, никому другому их не показывая, и выкладывает их в ряд слева направо, причём одну из карт кладёт рубашкой вверх, а остальные — картинкой вверх. Могут ли фокусник и ассистент так договориться, чтобы фокусник всегда угадывал закрытую карту?

Фокусник и ассистент заранее договариваются о старшинстве карт (чтобы про любые две карты было понятно, какая «старше»).

Пусть ассистент хочет закрыть одну из карт, но при этом передать информацию фокуснику об этой карте. Присвоим мысленно этой карте цифру 1, а четырём другим картам в порядке старшинства присвоим цифры 2, 3, 4 и 5 соответственно. Всего существует  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$  различных перестановок цифр 1, 2, 3, 4 и 5. Поэтому перестановками можно «закодировать» (опять же по старшинству) номер закрытой карты, который не превосходит 52. При этом каждой перестановке соответствует способ выложить 5 карт нужным образом. В итоге, фокусник смотрит на выложенные карты, определяет номер перестановки, а значит, и номер закодированной карты, и саму карту.

#### НАШ КОНКУРС («Квантик» № 5)

21. На одной чашке весов лежат 6 апельсинов, а на другой — 2 дыни. Если добавить одну такую же дыню к апельсинам, то весы уравновесятся. Сколько апельсинов уравновесят дыню?

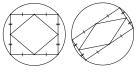
Две дыни уравновешивают дыню и 6 апельсинов. Убрав по дыне, получаем, что одна дыня уравновешивает 6 апельсинов.

**22.** Квантик заменил некоторые знаки умножения на знаки сложения и расставил скобки так, что равенство  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 2016$  стало верным. А сможете ли вы это сделать?

При решении может помочь разложение  $2016 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ . Вот один из примеров:  $(1+2+3+4+5+6+7) \cdot 8 \cdot 9 = 2016$ .

23. Петя и Вася вписали в круги одного и того же радиуса 5 см по прямоугольнику. Затем каждый из них соединил середины сторон своего пря-

моугольника и получил ромб (как на рисунке). Докажите, что стороны этих ромбов одинаковы, и найдите их длины.



Соединив середины противоположных сторон прямоугольника, мы разобьём его на 4 одинаковых прямоугольничка меньшего размера. Стороны ромба будут диагоналями этих прямоуголь-



ничков. Но диагональ исходного прямоугольника складывается из двух диагоналей прямоугольничков, то есть сторона ромба равна половине диагонали исходного прямоугольника. Посколь-

ку центр описанной окружности прямоугольника – точка пересечения его диагоналей, сторона ромба равна радиусу описанной окружности исходного прямоугольника, то есть 5 см.



24. В 8 «А» классе усиленно изучают физику, математику и химию. Известно, что не всем любителям математики нравится и физика, а также что всем любителям химии, которым не нравится физика, не нравится и математика. Правда ли, что не всем любителям математики нравится химия?

Предположим, что всем любителям математики нравится химия. Поскольку (по условию) не всем любителям математики нравится физика, найдётся любитель математики и химии, которому не нравится физика. Но, по условию, такому человеку не нравится математика — противоречие! Значит, не всем любителям математики нравится химия.

25. Отметьте на листе бумаги 9 точек и проведите 10 прямых так, чтобы на каждой прямой оказалось ровно по три отмеченные точки.

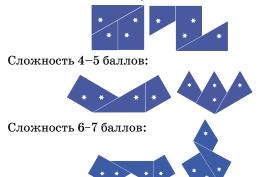


Пример приведён на рисунке:

#### **СИММЕТРИЧНЫЕ СОЗВЕЗДИЯ,**

ИЛИ SYMM-ASTER PUZZLE («Квантик» № 6)

Сложность 2-3 балла (по 7-балльной шкале):

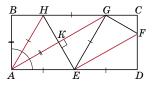


#### СЛОЖЕННАЯ КУПЮРА («Квантик» № 6)

На рисунке ниже изображена развёрнутая купюра, красным показаны линии сгиба. Три угла, на которые линии сгиба делят прямой угол A, равны. Значит, каждый из них равен  $30^{\circ}$ .

Далее,  $\angle AGE = \angle AGB = 90^{\circ} - 60^{\circ} = 30^{\circ}$ . Тогда

из треугольника AEG получаем:  $\angle GED = \angle GAE + + \angle AGE = 60^\circ$ . Но мы знаем, что точка D совпадает с точкой G при сгибе вдоль EF. Поэтому треугольни-



ки EDF, EGF и GCF прямоугольные с углами  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $90^\circ$ . Пусть теперь DF = GF = x. Тогда CF = x/2 (катет, противолежащий углу  $30^\circ$ , равен половине гипотенузы) и DC = DF + FC = 3x/2.

С другой стороны,  $AE = EG = ED = \sqrt{3} x$ . Поэтому  $a:b=CD:AD=3x/2:2\sqrt{3} x=\sqrt{3}/4\approx 0,4330$  — почти как для 100-рублёвой купюры, у которой это отношение равно 65 мм/150 мм  $\approx 0,4333$ .

#### СПИЧКИ И МАТЕМАТИКА

1. Вот два различных примера (во втором используются римские цифры):



2. Можно получить -17171:



- 3. Ни одной: равенство верное, если посмотреть на него, перевернув журнал вверх ногами.
- 4. Ни одной, если считать, что равенство записано в двоичной системе счисления.

### ■ ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ КОНКУРСА «КЕНГУРУ»

- 1. Тот барабан, который нарисован на четырёх рисунках, назовём настоящим, а оставшийся фальшивым. Из рисунка видно, что на барабанах по 6 полосок 4 видимых и две скрытых за барабаном. На барабанах Б и Г есть три полоски подряд, слева направо: белая полоска, чёрная полоска с белыми линиями и серая полоска. Оба фальшивыми быть не могут, значит, на настоящем барабане есть такая тройка полосок. На барабане А не видно даже части такой тройки полосок, и если он настоящий, все три полоски должны быть скрыты от нас, но это невозможно, потому что скрыто лишь две. Ответ: А.
- 2. Легко видеть, что в том же месяце такой даты не будет. Не будет её и в 1987 году, потому что в оставшихся месяцах будет одна из цифр 7, 8, 9, 1. Не будет её и до 2013 года, потому что цифры в году не могут повторяться. Будем искать такую дату в текущем тысячелетии, тогда цифра 2 уже занята. Заметим, что в записи дня и месяца ДД.ММ всегда будут 0 и 1 (так как цифру 2 задействовать нельзя, то 12-й и 11-й месяцы невозможны, поэтому ноль всегда будет в записи месяца, а единица – в записи дня). Поэтому наименьший год, в котором можно рассчитывать на нахождение такой даты – это 2345. Теперь, как мы уже поняли, цифра 1 будет занята днём, а 0 - будет в месяце. Поэтому самый ранний месяц, в котором мы можем найти нашу дату - 06 (июнь). Наконец в нашем распоряжении остались только цифры 1, 7, 8, 9 и поэтому самое ранее число – 17-е. Итак, ближайшая дата, в записи которой все цифры будут разными: 17.06.2345. Ответ: В.
- **3.** Треугольная карточка оказалась выше квадратной в стопках 1, 4 и 5. **Ответ: В.**



- **4.** После первого переворота уши направлены вверх, после второго вниз. Уши направлены вниз только на карточке Д. **Ответ:** Д.
- 5. Дима думает, что его часы спешат на 5 минут, и глядя на них решает, что сейчас полдень. Значит, его часы показывают 12:05. На самом деле его часы отстают на 10 минут, и поэтому в действительности сейчас 12:15. Ответ: Д.
- 6. Стрелки у отражения часов идут в обратном направлении. В задаче нас спрашивают о времени 10 минут назад, то есть для отражения это десять минут «вперёд», иными словами через 10 минут. Время через 10 минут изображено на картинке А. Ответ: А.
- 7. Сначала мы видим одну дырку. После первого разворачивания добавится одна дырка, после второго две, получится квадрат  $2\times 2$  из дырок. После следующих двух добавится ещё вертикальный ряд справа и горизонтальный ряд сверху, получится квадрат  $3\times 3$ . Поэтому, когда мы в итоге разогнём обратно до листа  $10\times 10$ , дырку будут иметь все квадратики, находящиеся правее и выше проткнутого. Они образуют квадрат  $5\times 5$ , поэтому их 25. Ответ:  $\Gamma$ .
- 8. Заметим сперва, что все лжецами быть не могут тогда получится, что все говорят правду. Теперь заметим, что не может быть за этим столом и ровно один рыцарь: ведь тогда правду говорит его сосед, а он по предположению лжец. Наконец, заметим, что рыцарей не может быть три или больше: ведь тогда найдутся два рыцаря, которые не сидят рядом, и получится, что они оба лгут. Если за этим столом ровно два рыцаря, которые при этом сидят рядом, то все условия задачи оказываются выполненными. Поэтому единственный возможный ответ: два рыцаря. Ответ: В.
- 9. Будем составлять названия этих чисел следующим образом: напишем слово ТЫСЯЧ, и остальные три слова поместим либо с левой, либо с правой стороны от уже написанного слова. Это можно сделать 8-ю способами (для каждого из трёх слов есть два варианта, варианты перемножаются), но в одной ситуации названия числа не получится: когда слева от слова ТЫСЯЧ совсем не будет слов. Таким образом, получается семь ситуаций, когда мы получаем название существующего числа: 777 000, 770 007, 707 070, 77 700, 700 077, 70 707, 7770. Ответ: Г.
- 10. Два наименьших числа могут быть только 1 и 16 или 2 и 8, так как произведение равно 16. Так как произведение двух наибольших чисел 225, это могут быть только 1 и 225, 3 и 75, 5 и 45 или 9 и 25. Но каждое из двух наибольших чисел больше каждого из двух наименьших. У нас остаётся один вариант: 2 и 8, 9 и 25. Значит, у Васи ровно 4 числа. Их сумма равна 44. Ответ: В.

- 11. На грани 3 все угловые квадратики чёрные, а на грани 5 два противоположных квадратика белые. Значит, это противоположные грани. Поэтому неизвестная грань соседствует с гранями 3 и 5, а это может быть только грань А или Д. Остальные грани прикрепляются к граням 3 и 5 однозначно, и мы получаем, что в случае Д чёрными кубиками будут 6 угловых, 5 в центрах граней и 5 кубиков в серединах рёбер всего 16, противоречие, ведь чёрных кубиков 15. Остаётся только один ответ: А.
- 12. Пронумеруем вагоны числами от 1 до 5. Рядом с пассажиром из первого вагона едут только пассажиры из первого и второго вагонов, и их либо 5, либо 10, то есть всего в первом и втором вагоне вместе либо 6, либо 11 пассажиров. Аналогично рассуждая для пассажира из второго вагона, получаем, что в первом, втором и третьем вагоне вместе тоже едут либо 6, либо 11 пассажиров. Значит, в первом и втором вагоне 6 пассажиров, а в первых трёх – 11, то есть в третьем вагоне 5 пассажиров. Рассуждая аналогично, мы видим, что в четвёртом и пятом вагонах вместе тоже 6 пассажиров, а всего пассажиров в поезде: 6+5+6= 17. При распределении пассажиров по вагонам: 3, 3, 5, 3, 3 все требования выполняются, так что 17 – единственный (и при этом возможный) ответ. Ответ: В.
- 13. Рассмотрим момент, когда Федя обгоняет Женю, и будем считать его моментом старта. Так как скорость Феди на 75% больше скорости Жени, то в любой момент времени его путь на 75% больше пути Жени (ведь стартовали одни одновременно). В момент первого обгона Федя опережает Женю ровно на 1 круг и это 75% от Жениного пути. Значит, Женин путь в этот момент равен  $1:75\cdot 100=4/3$  круга, а Федин путь -7/3 круга. Поэтому обгон произошёл в точке, отстоящей от точки старта ровно на 1/3 круга. Теперь момент первого обгона можно считать моментом старта, откуда следующая встреча произойдёт в точке, отстоящей от текущей ещё на 1/3 круга, и так далее. То есть точки, в которых происходят обгоны, делят круг на три равные части, так что их три. Ответ: В.
- 14. Утверждение «Не во всех строках выполнено некоторое свойство» означает, что есть строка, в которой это свойство не выполнено. В нашем случае это свойство «не все клетки не зелёные». Раз оно не выполнено, то все клетки не зелёные (то есть белые). Итак, наше утверждение означает: «Есть строка, в которой все клетки белые». Ответ: Д.
- 15. Пусть бегуны A, B и C пробежали a, b и c кругов соответственно. Так как бегун A обогнал бегуна C 10 раз, бегун A пробежал на 10+1=11 кругов больше, чем бегун C, то есть a-c=11. Всего обгонов было  $(a-b-1)+(a-c-1)+(b-c-1)=2\cdot(a-c)-3=19$ . Ответ: Б.

## олимпиады КОНКУРС



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

#### математическом конкурсе.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 августа электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com или обычной почтой по адресу 119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа от команды со списком участников. Результаты среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Итоги будут подведены в конце лета. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы.

Желаем успеха!





31. Двадцать пять ребят пошли в лес и стали ловить кузнечиков. Несколько ребят поймали по одному кузнечику, половина оставшихся ребят поймали по два кузнечика, а остальные не смогли поймать ни одного. Сколько всего кузнечиков поймали ребята?

- 32. а) На рисунке изображена салфетка из 13 клеток. Какое наибольшее количество неперекрывающихся доминошек  $1 \times 2$  можно уместить на этой салфетке?
- б) А какое наименьшее количество доминошек потребуется, чтобы покрыть салфетку целиком, если доминошки могут перекрываться?





# наш Конкурс олимпиады

Авторы задач: Алексей Воропаев (32), Андрей Меньщиков (33),

Николай Авилов (34), Алексей Бирюлин (35)

33. На доске написаны в ряд четыре четвёрки: 4 4 4 4. Между каждыми двумя соседними четвёрками надо поставить один из знаков «+», «-», «×» или «:», затем расставить скобки (если потребуется) и вычислить значение. Получите таким способом каждую из цифр от 0 до 9.

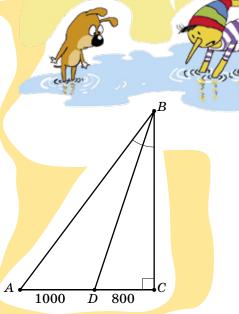




34. Разрежьте какой-нибудь куб на одинаковые кубики и переложите их так, чтобы получилось 49 кубов, не обязательно одного размера.

> Где-то здесь должна быть точка D

35. Дорожки парка расположены так, как показано на рисунке: уголACBпрямой, дорожка ВО делит угол АВС пополам. Точка B – вход в парк, а точка D – ларёк с мороженым. Буратино и Мальвина решили купить мороженое, но пошёл сильный дождь, и дорожку ВО размыло (по ней нельзя пройти), а на дорожке BC образовалась огромная лужа. Поэтому Мальвина пошла по сухой дороге через точку A, а Буратино, любящий лужи, побежал по дороге через точку C. На сколько метров путь Буратино короче пути Мальвины, если  $AD = 1000 \,\mathrm{M}$ , a  $DC = 800 \,\mathrm{M}$ ?



Художник Николай Крутиков

