KSAHTIAK AND BOSHATE JUBBER



январь 2017

ВЕКТОР ЦЕЛИ

ЛИСТА БУМАГИ



ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете в любом отделении связи Почты России и через интернет!

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»



Индекс 84252 для подписки на полгода или на несколько месяцев полугодия



Самая низкая цена на журнал!

«КАТАЛОГ РОССИЙСКОЙ ПРЕССЫ» МАП



Индекс 11346 для подписки на полгода или на несколько месяцев полугодия

По этому каталогу также можно подписаться на сайте vipishi.ru

Жители дальнего зарубежья могут подписаться на сайте nasha-pressa.de

Подписка на электронную версию журнала по ссылке:

http://pressa.ru/magazines/kvantik#

Подробнее обо всех способах подписки читайте на сайте kvantik.com/podpiska.html Кроме журнала редакция «Квантика» выпускает альманахи, плакаты и календари загадок

Подробнее о продукции «Квантика» и как её купить, читайте на сайте kvantik.com

У «Квантика» открылся свой интернет-магазин kvantik.ru

www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

instagram.com/kvantik12

National Nat

facebook.com/kvantik12

B vk.com/kvantik12

twitter.com/kvantik_journal

Ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 01, январь 2017 г. Издаётся с января 2012 года Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.

выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор: С. А. Дориченко Редакция: В. Г. Асташкина, В. А. Дрёмов,

Е. А. Котко, И. А. Маховая, А. Б. Меньщиков, М.В.Прасолов

художественный редактор и главный художник: Yustas-07

Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова Обложка: художник Yustas-07

Учредитель и издатель:

Негосударственное образовательное учреждение «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11

Тел.: (499) 241-08-04, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com

Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:

- Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы 84252 и 80478)
- «Каталог Российской прессы» МАП

(индексы 11346 и 11348)

Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте vipishi.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону (495) 745-80-31

и e-mail: biblio@mccme.ru

Формат 84х108/16 Тираж: 6000 экз.

Подписано в печать: 12.12.2016

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт»,

Адрес типографии: 170546, Тверская обл., Калининский р-н, с/п Бурашевское,

ТПЗ Боровлево-1, 3«А» www.pareto-print.ru

Заказ №

Цена свободная ISSN 2227-7986



оглянись вокруг	
Меркурий. В. Сирота	2
Вектор цели. В. Винниченко	11
Саша Прошкин и песец. И. Кобиляков	18
КАК ЭТО УСТРОЕНО	
Арифметика листа бумаги. Е.Смирнов	8
■ ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
Указатель вверх тормашками. $\Gamma.\Pi$ огу ∂u н	10
Котлеты «Сюрприз». М. Евдокимов IV с. об.	ложки
📗 СТРАНИЧКИ ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ	
Узлы, цепочки и математика. Женя Кац	14
■ ДВЕ ТРЕТИ ПРАВДЫ	
Чуковский, Кутузов, Гендель. $\mathit{C}.\mathit{\Phieduh}$	16
ОЛИМПИАДЫ	
XXXIX турнир им. М.В. Ломоносова	23
Конкурс по русскому языку	26
Наш конкурс	32
ОТВЕТЫ	
Ответы, указания, решения	28



ОГЛЯНИСЬ Валерия Сирота

МЕРКУРИЙ



Macca	1/20 массы Земли
Радиус	2/5 радиуса Земли
Расстояние	минимальное 0,3 а.е.
до Солнца	максимальное 0,47 а.е.
	(1 a.e. = 150 млн км)

Путешествие по планетам Солнечной системы начнём с самой близкой к Солнцу планеты - Меркурия. Расстояние от него до Солнца в 2,5 раза меньше, чем от Земли. Из-за этого изучать его довольно сложно: для земного наблюдателя Меркурий никогда не отходит далеко от Солнца, и увидеть его можно только на заре – перед самым восходом или сразу после захода Солнца. А отправить к нему космический аппарат оказывается ничуть не легче, чем к Юпитеру, только по обратной причине: хоть Меркурий и несётся по своей орбите со скоростью 47 км/с – в полтора раза быстрее Земли, - всё равно посланный с Земли корабль так разогнался бы под действием солнечного притяжения, подлетев к нему, что проскочил бы мимо, не успев ничего сфотографировать. Приходится лететь сначала к Венере, делать возле неё гравитационный манёвр¹ – но не чтобы разогнаться, а наоборот, чтобы затормозиться – и только потом уж лететь к Меркурию. До сих пор это проделали только две межпланетные станции: «Маринер-10» лет сорок назад и - совсем недавно - «Мессенджер».

Меркурий не только самая близкая к Солнцу (и потому – ещё и самая быстрая) планета, но и самая маленькая. По размеру он уступает даже крупным спутникам планет-гигантов – Ганимеду (спутнику Юпитера) и Титану (спутнику Сатурна). Однако по массе он их всё-таки обогнал. Это значит, что у Меркурия намного больше плотность; и действительно, 1л его вещества весит в среднем около 5,4 кг, почти как у Земли (5,5 кг). Но Земля-то большая, внешние её слои сильно давят на внутренние, и вещество в её недрах сильно сжато. Маленькой планете трудно

 $^{^1}$ Про гравитационные манёвры см. статью: В. Сирота, «Приглашение к путешествию», «Квантик» № 10 и № 11 за 2016 год.

было так сильно сжаться; похоже, что у Меркурия очень большое — на $\frac{3}{4}$ радиуса — железное ядро. (Для сравнения — у Земли ядро доходит только до половины радиуса. Поэтому у Меркурия ядро занимает почти половину всего объёма, а у Земли — $\frac{1}{8}$.) Доля железа и других тяжёлых элементов на Меркурии — самая большая среди всех планет Солнечной системы.

Думаете, раз Меркурий близко к Солнцу, то на нём очень жарко? Это правда, да только отчасти. Действительно, днём там страшная жара: максимальная температура поверхности 430°С, при такой температуре расплавятся олово, свинец и цинк. Зато ночью очень холодно: минус 200°С! Это всё вблизи экватора. На полюсах — всегда холодно, около –90°С.

Почему так? Ответ — в решении задачи из «Квантика» № 10 за 2016 г. Меркурий делает один оборот вокруг Солнца за 88 земных суток, а один оборот вокруг оси — меркурианские звёздные сутки — длится около 58 суток, ровно $\frac{2}{3}$ года.

Внимание! Представьте себе, что вы стоите на экваторе Меркурия (рис. 1; вы – красная точка) и видите восходящее Солнце, а рядом с ним – какую-нибудь звезду; небо на Меркурии чёрное даже днём, потому что атмосферы почти нет, так что звёзды прекрасно видно. Проследим, что вы увидите по мере движения Меркурия по орбите. Через $\frac{1}{4}$ звёздных суток, то есть $\frac{1}{6}$ местного года, звезда окажется в зените, ровно над головой. А Солнце отстаёт, оно ещё только поднимается. Вот проходит треть года – звезда садится на западе, а Солнце всё ещё продолжает подниматься... Только через полгода Солнце, наконец, достигает зенита, наступает полдень. Через $\frac{2}{3}$ года от начала наблюдения звезда снова восходит - прошли звёздные сутки. Но Солнце ещё и не собирается садиться! Зайдёт оно только ещё через полгода, зато целый год после этого его не будет видно. И только через два меркурианских года мы, наконец, снова встретим восход Солнца, а рядом с ним звезду – всё как было. Так что если отсчитывать сутки по Солнцу, а не по звёздам (это называется солнечные сутки) – получится, что они длятся 2 года!





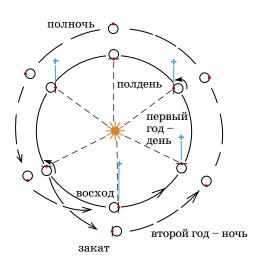


Рис.1. Дни и ночи на Меркурии. Ось вращения планеты направлена на нас. Красная точка — наблюдатель на экваторе, чёрточкой обозначена его линия горизонта. Синие линии показывают направление на далёкую звезду.

Итак, от восхода до заката Солнца проходит целый меркурианский год, 3 земных месяца. И столько же длится ночь. Неудивительно, что всё успевает днём как следует нагреться, а ночью - изрядно остыть... Кстати, долгое время люди думали, что звёздные сутки на Меркурии длятся не $\frac{2}{3}$ года, а ровно год: тогда Меркурий, как Луна на Землю, «смотрел» бы на Солнце всё время одним и тем же полушарием. На половине планеты был бы вечный день, на половине – вечная ночь. Почему так думали? Потому что каждый раз, когда Меркурий нам особенно хорошо виден - а это происходит примерно каждые 348 земных суток, или примерно 4 меркурианских года, – он поворачивается к Земле (и к Солнцу соответственно тоже) одной и той же стороной. Только с применением радиолокаторов для исследования Меркурия лет 50 назад этот его «обман» раскрылся.

Случайно ли такое совпадение? Вряд ли. Ведь раньше Меркурий, как и Луна, вращался вокруг оси быстрее. Это Солнце затормозило его вращение (как Земля — вращение Луны) приливными силами; как это делается, мы подробно разберёмся в другой раз, а пока заметим, что, хоть Солнце и не совсем остановило — не «синхронизировало» — свой ближайший спутник, зато получился резонанс сразу и с Солнцем — отношение периодов 2:3, — и с Землёй. Похоже, это мы

помешали Солнцу совсем остановить Меркурий. Так и танцует он свой сложный космический танец, успевая в такт поворачиваться «лицом» то к Солнцу, то к Земле, а то ещё и к Венере...

Это ещё не всё. У Меркурия очень вытянутая (для планеты) орбита — самая вытянутая из орбит всех планет Солнечной системы: в дальней точке Меркурий в полтора раза дальше от Солнца, чем в ближней (рис. 2).

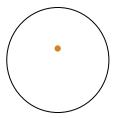


Рис. 2. Орбита Меркурия, Солнце увеличено для наглядности.

Из-за резонанса получается, что в ближайшей точке орбиты (она называется *перигелий*, по-гречески — ближний к Солнцу) Меркурий поворачивается к Солнцу всегда одной и той же стороной, а точнее — двумя меридианами на противоположных сторонах планеты, по очереди. Эти меридианы называются «горячие долготы», в них — самая жаркая погода на всём Меркурии.

Но и на этом чудеса с орбитальным движением Меркурия ещё не кончаются. Дело в том, что когда он ближе к Солнцу, он и летит по своей орбите быстрее, а когда дальше от Солнца – то медленнее. А вокруг оси он крутится равномерно; из-за этого вблизи перигелия угловая скорость его движения по орбите ненадолго оказывается больше, чем скорость вращения. И если в остальное время быстрый бег Меркурия по орбите только тормозит видимое движение Солнца с востока на запад, то тут он его совсем останавливает, и Солнце в это время движется по небу в обратную сторону, с запада на восток (рис. 3)! Это явление - из всех планет Солнечной системы оно есть только на Меркурии называется «эффект Иисуса Навина», в честь библейского персонажа, который как-то попросил бога остановить солнце на небе – и тот остановил на несколько часов. Не знаю, как это ухитрился сделать Иисус Навин (или даже бог - против собственных законов





идти сложно...), а вот на Меркурии это происходит, можно сказать, каждый день! Особенно интересно это выглядит в тех местах, где во время прохождения перигелия Солнце близко к горизонту: оно было взойдёт, потом передумает, сядет обратно — и взойдёт ещё раз. Дальше начинается длинный (годовой!) меркурианский день, в конце которого Солнце, уже сев за горизонт, опять передумывает и выходит обратно посветить ещё немножко...

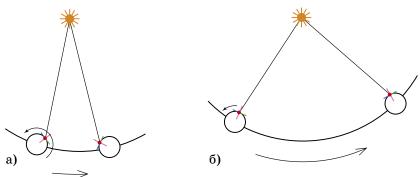


Рис. 3. Вид со стороны северного полюса планеты. Красная точка — наблюдатель, синяя линия — направление на восток, зелёная — на запад. На всех «нормальных» планетах (например, на Земле) Солнце движется с востока на запад (а); Меркурий вблизи перигелия движется по орбите быстрее, чем поворачивается вокруг оси, и Солнце сместилось с запада на восток (б).

На поверхность Меркурия ещё не ступала нога ни человека, ни даже спускаемого аппарата. Но мы уже знаем, что поверхность эта очень похожа на лунную:



Рис. 4. Типичный рельеф Меркурия (фото с сайта astro-azbuka.ru).

множество кратеров, образовавшихся от ударов метеоритов, гладкие долины, покрытые застывшей лавой, цепочки гор – возможно, бывшие вулканы, давно потухшие: маленькая планетка довольно быстро остывала, и не прошло и миллиарда лет, как лава уже не могла пробиться снизу через толстую застывшую кору. Но есть на Меркурии такая деталь рельефа, какой больше нигде в Солнечной системе не встретишь. Это эскарпы – очень длинные и высокие зубчатые обрывы, высотой несколько километров - как самые высокие скальные обрывы на Земле - и длиной несколько сотен километров (!). Они образовались в ту эпоху, когда только что «слепленный» Меркурий быстро остывал кора остыла первой и затвердела, а внутренние, ещё горячие области продолжали остывать и сжиматься. С маленькими речками и большими лужами на Земле бывает так: в начале зимы верхний слой воды замёрз, а уровень воды упал (оттого, что приток воды резко уменьшился - замёрзли маленькие впадающие в речку ручьи) – и получается, что подо льдом пустота, ничто его снизу не держит. И под небольшой нагрузкой этот верхний слой льда проваливается. Так вышло и на Меркурии (только причина появления «пустоты» была другая), кора под собственной тяжестью стала трескаться и проседать, «догоняя» сжавшееся ядро. Вот эти трещины и сохранились до наших дней.

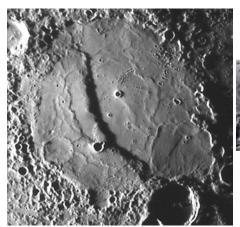




Рис. 5. Кратеры и эскарпы Меркурия. На левой фотографии видна область, залитая лавой (фото с сайта galaxy-science.ru).

Вот он какой, Меркурий. И маленький, и не очень пока изученный – а сколько в нём удивительного!



олимпиады КОНКУРС



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 февраля электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com или обычной почтой по адресу 119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы.

Желаем успеха!

V TYP

Я вот думаю, что кондукторы-то вообще не встретились. Чего им встречаться? Каждый ведь домой торопится после работы



21. Два поезда едут навстречу друг другу: один со скоростью 20 км/ч, его длина 600 м, а второй со скоростью 40 км/ч, его длина 400 м. Машинисты поездов встретились в полдень. Когда встретились кондукторы, едущие в хвостах этих поездов?

22. а) Найдутся ли 3 целых числа, которые все различны и куб каждого из них делится на произведение остальных чисел? б) А найдутся ли 4 таких числа?

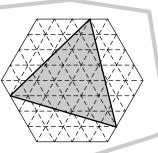


наш **КОНКУРС**

ОЛИМПИАДЫ

Авторы: Павел Кожевников (22), Степан Кузнецов (23), Лев Емельянов (25).

23. Шестиугольник на рисунке составлен из 96 одинаковых равносторонних треугольников площади 1. Найдите площадь серого треугольника.



24. Докажите, что количество всех цифр в последовательности $1, 2, 3, 4, \dots, 1000$ равно количеству всех нулей в последовательности $1, 2, 3, 4, \dots, 10000$.



 $25. \, a) \, \mathrm{Kyf} \, 3 \times 3 \times 3 \, \mathrm{сложен} \, \mathrm{us} \, 27 \, \mathrm{синиx} \, \mathrm{кyбиков} \, (26 \, \mathrm{мы} \, \mathrm{видим}, \, \mathrm{a} \, \mathrm{один} \, \mathrm{на-} \, \mathrm{ходится} \, \mathrm{внутри}).$ Имеются также синяя и белая краски. За ход разрешается выбрать любой видимый кубик и перекрасить его, а так-

же все кубики, имеющие с выбранным общую грань, по правилу: синий — в белый, белый — в синий (на рисунке приведён пример хода, когда был выбран угловой ку-

бик). Сделайте несколько ходов так, чтобы получился куб, белый снаружи.

б)* Рассмотрим все возможные варианты окраски 26 видимых кубиков в синий и белый цвета (каждый кубик красится целиком в один из цветов). Каждый ли из этих вариантов можно получить из синего куба за несколько ходов?

