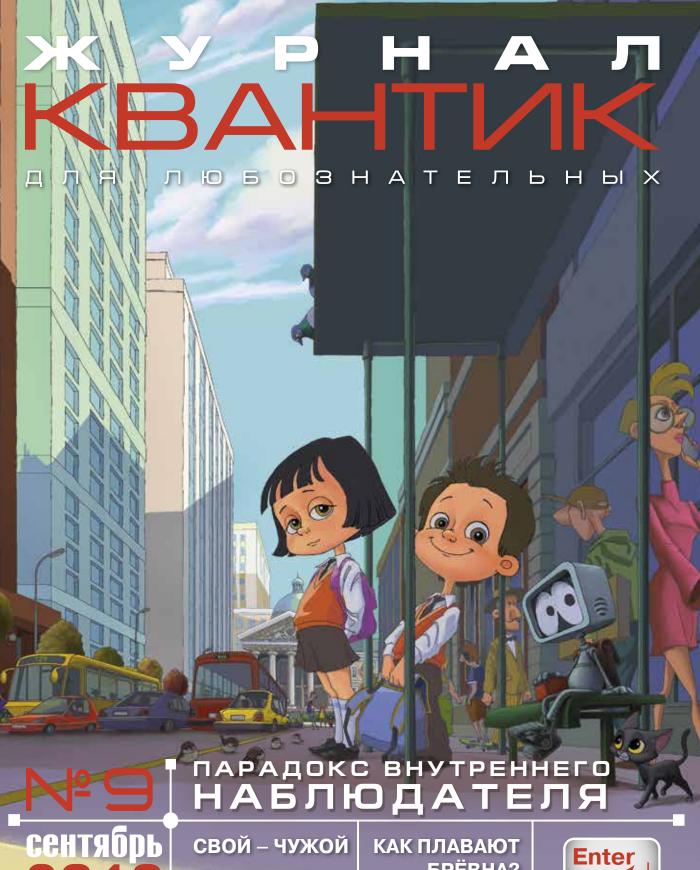


Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru



БРЁВНА?





29 СЕНТЯБРЯ 2019 ГОДА, В ВОСКРЕСЕНЬЕ, СОСТОИТСЯ XLII ТУРНИР ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА.

Он проводится для школьников 6-11 классов, допускаются все желающие. На Турнире проходит сразу несколько конкурсов – по математике, физике, астрономии и наукам о Земле, химии, биологии, истории, лингвистике, литературе. Можно принять участие в одном или в нескольких из них. Школьники сами выбирают предметы и распределяют своё время, переходя от одной аудитории к другой (участие в конкурсе по одному предмету отнимает час-полтора). Узнайте, может быть, турнир проводится и в вашем городе!

Список мест проведения, подробности и задачи прошлых лет ищите на сайте turlom.olimpiada.ru

ПОДПИСКА на 2020 год

Подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете в любом отделении связи Почты России и через интернет

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»



Индекс 80478 для подписки на год

Индекс 84252 для подписки на полгода или на несколько

месяцев полугодия

также можно подписаться онлайн по ссылке kvan.tk/rosp

ОБЪЕДИНЁННЫЙ КАТАЛОГ «ПРЕССА РОССИИ»



Индекс 11348 для подписки на год

Индекс 11346 для подписки на полгода или на несколько месяцев полугодия

Подробнее обо всех способах подписки читайте на сайте kvantik.com/podpiska



БИБЛИО-ГЛОБУС ВАШ ГЛАВНЫЙ КНИЖНЫЙ

Мы предлагаем большой выбор товаров и услуг

- г. Москва, м. Лубянка, м. Китай-город
- ул. Мясницкая, д. 6/3, стр. 1

УСЛУГИ

- ■Интернет-магазин www.bgshop.ru
- Kade
- Клубные (дисконтные) карты и акции
- ■Подарочные карты
- Предварительные заказы на книги
- Встречи с авторами
- Читательские клубы по интересам
- Индивидуальное обслуживание
- Подарочная упаковка
- Доставка книг из-за рубежа
- Выставки-продажи

АССОРТИМЕНТ

- Книги
- Аудиокниги
- Антиквариат и предметы коллекционирования
- ■Фильмы, музыка, игры, софт
- Канцелярские
- и офисные товары **■** Пветы
- Сувениры

8 (495) 781-19-00 пн – пт 9:00 - 22:00 сб – вс 10:00 - 21:00 без перерыва на обед

www.kvantik.com

- kvantik@mccme.ru
- instagram.com/kvantik12 kvantik12.liveiournal.com
- facebook.com/kvantik12 ■ vk.com/kvantik12
- ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 9, сентябрь 2019 г.

Издаётся с января 2012 года

Выходит 1 раз в месяц Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.

выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор: С.А.Дориченко Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко,

Р.В. Крутовский, И.А. Маховая, А.Ю. Перепечко, М. В. Прасолов

Художественный редактор и главный художник: Yustas Вёрстка: Р. К. Шагеева, И.Х. Гумерова Обложка: художник Yustas

Учредитель и издатель:

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва,

Большой Власьевский пер., д. 11 Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com

Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:

- Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы 84252 и 80478)
- Объединённый каталог «Пресса России» (индексы 11346 и 11348)

Онлайн-подписка

на сайте агентства «Роспечать» press.rosp.ru

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону (495) 745-80-31 и e-mail: biblio@mccme.ru

Формат 84х108/16 Тираж: 5000 экз.

Подписано в печать: 31.07.2019

Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8» Тел.: (495) 363-48-84 http://capitalpress.ru

Заказ № Цена свободная ISSN 2227-7986





ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ	
Свой - чужой. Е. Егоров, Ю. Нечипоренко	2
Ядра атомов: вынужденное деление	
и термоядерный синтез. <i>В. Сирота</i>	7
Парадокс внутреннего наблюдателя. А.Алаева	16
■ ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
Какого цвета сердечки?	6
Как плавают брёвна? С.Дворянинов	19
Запутавшийся шнур IV с. обл	ожки
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ	4.0
Что не так с угадыванием шляп? <i>К. Кохась</i>	12
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ	
Как мы собирали абажур,	
или Приключения триаконтаэдра.	
Окончание. А. Панов, П. Панов	20
ВЕЛИКИЕ УМЫ	
Фредерик Сенгер. М. Молчанова	24
ОТВЕТЫ	
Ответы, указания, решения	30
О ЛИМПИАДЫ	
Наш конкурс	32





ЧТО НЕ TAK С УГАДЫВАЦИЕМ ШЛЯП?

— Привет, друзья, я рад что вы снова у экранов телевизоров! Впрочем, отсюда мне вас совершенно не видно. С вами Горгулий, научный обозреватель «Самого первого канала». Очередная программа «Что не так?», посвящённая ломке стереотипов и ниспровержению стандартов научного мировоззрения, готова порадовать зрителей незабываемым феерическим выпуском.

По традиции мы выбираем тему программы среди вопросов, присланных телезрителями. «Что не так с угадыванием шляп?» — спрашивает нас телезритель Пинок Тухх. Отвечает на вопрос наш эксперт по вопросам неадекватности дятел Спятел! Прошу вас, маэстро.

- Добрый вечер, уважаемые телезрители. Прежде всего, для правильной расстановки акцентов мне хотелось бы уточнить, что я являюсь экспертом по вопросам адекватности. Если наш ведущий будет продолжать путаницу, то в следующем выпуске нам придётся обсудить вопрос «Что не так с нашим ведущим»? Ясно?
- Извините, извините, дорогой маэстро. Я надеюсь загладить свою вину, смотрите: в этой коробке лежит несколько чёрных и белых шляп, они могут существенно повысить адекватность нашего разбирательства.
- Тогда приступим к конкурсу «Угадывание». Я попрошу оператора показать крупным планом насекомое Musca domestica.
 - Это же обычная домашняя муха!
- Совершенно верно. Итак, уважаемые телезрители, пока вы любовались мухой, ассистенты надели на меня и на Горгулия по шляпе. Вам прекрасно видны цвета обеих шляп, а я хорошо вижу шляпу Горгулия, но, увы, не могу понять, какого цвета шляпа на мне.
- Я тоже не знаю цвета своей шляпы, подхватил Горгулий, но при этом прекрасно вижу шляпу дятла Спятла. И что же мы будем угадывать?
- По правилам конкурса мы должны, не разговаривая и не подавая друг другу никаких сигналов, попытаться угадать цвет своей шляпы. У каждого из нас есть пультик с кнопками «Чёрная» и «Белая», мы должны незаметно нажать на одну из кнопок!
- Но, маэстро, вряд ли нам обоим удастся угадать.
 О цвете своей шляпы у нас нет никакой информации!

- Правильно. Но если хоть один из нас угадает, это будет считаться нашей победой в конкурсе!
- Что-то тут не так. Каждый из нас вообще ничего не знает о цвете своей шляпы. Как же мы сможем хоть что-нибудь угадать?
- Вы забываете, что один из нас является выдающимся экспертом по вопросам адекватности! Конечно, мы сможем преодолеть этот конкурс! И дело тут вовсе не в большом зеркале, которое не видно телезрителям, но прекрасно видно нам. Мы сможем выиграть этот конкурс... с помощью интеллекта! В самом деле, дорогие телезрители, согласитесь, что имеется всего лишь две возможности - либо наши шляпы одинакового цвета, либо разного. Сейчас мы будем нажимать на кнопки, причём я выберу кнопку, исходя из предположения, что наши шляпы одинакового цвета, а мой коллега будет исходить из того, что цвета разные! Мы не знаем, какая из этих гипотез осуществилась на самом деле, но одна из гипотез точно осуществилась, и тот, кто придерживался этой гипотезы, угадает цвет!
- Маэстро, это потрясающе. Но что мы будем делать, если наш телезритель Пинок Тухх попросит провести конкурс, в котором шляпы будут не двух, а, скажем, восьми цветов?
- Мы позовём ещё 6 друзей и проведём аналогичный конкурс ввосьмером! На каждого из восьми участников помощники наденут шляпу одного из 8 цветов, каждый будет видеть шляпы у остальных, но не свою собственную. И точно так же нужно, чтобы хотя бы один участник угадал цвет своей шляпы!
 - Пультики приготовить с восемью кнопками?
- Да. А чтобы не путаться с цветами, лучше просто поместить на каждой шляпе число от 0 до 7 и угадывать не цвет, а число на шляпе.
 - Неужели мы справимся?
- Элементарно. Мы разобьём все возможные расклады шляп на 8 взаимоисключающих случаев: либо сумма чисел на всех шляпах делится на 8, либо сумма даёт остаток 1 при делении на 8, либо остаток 2 и т.д., последняя, восьмая, возможность сумма даёт остаток 7. Каждый из нас возьмёт по одной гипотезе и будет её проверять. Например, если мне досталась





гипотеза «сумма даёт остаток 2», то я складываю все числа, которые вижу у остальных, и называю в качестве гипотезы «что у меня?» число, которое нужно добавить к этой сумме, чтобы получился остаток 2.

- Кажется, мы действительно выиграем этот конкурс. Если я правильно догадался, по вашему алгоритму всегда угадывает ровно один участник. Каждый «берёт на себя» 1/8 от числа всех возможных раскладов шляп и угадывает только на них. А если мы увеличим число цветов шляп, не изменив число участников например, будем давать участникам шляпы девяти цветов, баланс нарушится, они смогут победить лишь в 8/9 всех случаев. Но всё же: думаю, мы просто обязаны удовлетворить любопытство телезрителя, Пинока нашего Тухха, и объяснить, нельзя ли хоть немного увеличить число шляп, оставив количество участников конкурса прежним?
- Да вы просто маньяк с этим вашим Туххом. Можно! Но при условии, что одним участникам вы будете давать шляпы существенно большего количества цветов, а другим шляпы меньшего числа цветов.
- Отличная сделка! Согласен. Это будет впечатляющее зрелище. Сейчас же закажу подходящий комплект шляп, и мы продемонстрируем это зрителям. Давайте позовём автора нашего вопроса Пинока Тухха в студию, и наибольшее число шляп дадим ему! Сколько это будет? Сто? Двести?
- Xe-хe, боюсь, ответ может вам показаться неприемлемым. Во всяком случае, он больше.
 - Сколько же? Тысяча? Миллион? Миллиард?
- Видите ли, дорогой Горгулий, ваши приёмы работы, несомненно, производят впечатление. Но подозреваю, что Пиноку Тухху ваш энтузиазм... не придётся по душе. Вы наивно полагаете, что сумеете прочесть число, являющееся ответом на ваш вопрос. Но так ли это? Первый участник нашего конкурса будет получать шляпы всего двух цветов. Пожалуй, это буду я. Второму участнику не возражаю, если это будете вы, будут давать шляпы трёх цветов.
- Не нагнетайте, маэстро, я вполне готов отвечать за свои слова и займу почётное предпоследнее место.
- Хорошо. Третий участник должен осилить шляпы 7 цветов, четвёртый шляпы 43 цветов...

- -Ой.
- Пятый шляпы 1807 цветов, шестой шляпы 3 263 443 цветов...
 - Ой, ой, ой...
- Шестому участнику, то есть вам, мой самоуверенный друг, придётся иметь дело со шляпами $10\,650\,056\,950\,807$ цветов...
 - Десять триллионов с хвостиком...
- Это сущая мелочь по сравнению с тем, что мы приготовили седьмому участнику Пиноку вашему незабвенному Тухху, количество его цветов равно 27-значному числу, вот оно:

113 423 713 055 421 844 361 000 442.

- Мама...
- И обратите внимание, как виртуозно у нас всё подобрано: при любом раскладе шляп будет угадывать ровно один участник, при этом первый участник будет угадывать ровно на половине всех раскладов, второй на одной трети, и т.д. Стоит ли говорить, что сумма обратных величин указанных чисел в точности равна 1! Есть только один подвох...
 - Ещё один? Какой же?
- Алгоритм, с помощью которого мы можем выиграть. Он... не совсем очевиден.
- Аааааа! Уважаемые телезрители, мы опять испытываем проблемы с адекватным завершением нашей программы. Безобиднейшая игра с двумя шляпами довела нас до умопомрачительного количества цветов! Мы не можем ничего сделать с этим числом, мы даже затрудняемся прочесть его вслух. Кажется, вопрос нашего телезрителя опять остаётся без ответа! Постойте, я сказал «нашего телезрителя»? Маэстро, признавайтесь, это опять ваши происки? Вы опять, скрываясь под псевдонимом, прислали вопрос, чтобы нарушить спокойное течение нашей передачи?
- Нет-нет, я не имею никакого отношения к случившемуся сегодня. Хотя, вы знаете... Недавно я рассказал Бусеньке о том, как легко и приятно вводить вас в ступор с помощью безобидного на вид вопроса...

От редакции. Попробуйте для начала разобраться, как выиграть в конкурсе трём мудрецам, если первому надевают шляпы одного из двух цветов, а второму и третьему — одного из четырёх.





ПАРАДОКС РЕННЕГО НАБЛЮДАТЕЛЯ

В один, казалось бы, совершенно обычный день Маша заметила слишком много странностей. Утром перед школой она решила поспать на несколько минут подольше. Маша всё рассчитала так, чтобы ни в коем случае не опоздать. Ведь она знала, что среднее время ожидания автобуса — 5 минут. На остановке она встретила своего друга Мишу. Он, конечно, хороший друг, только вот постоянно опаздывает.

- Что-то ты сегодня рано из дома вышел, заметила Маша.
 - Скорее ты поздно. Я всегда выхожу в это время.
- Но почему ты тогда опаздываешь на уроки?
 В столовую заходишь, что ли?
- Нет, автобусы в такое время ходят редко. Это на полчаса пораньше, в час пик, они каждые 2 минуты приезжают. Но тогда народу очень много. По мне так лучше в школу опоздать, чем как селёдка в бочке ехать.
- Ничего, мы успеем. Я узнавала, после часа пик автобусы в среднем ходят раз в 10 минут. Значит, среднее время ожидания должно быть вдвое меньше: ведь, придя на остановку между двумя автобусами, мы с равной вероятностью придём ближе к ушедшему или ближе к следующему. Так что можно считать для простоты, что мы приходим в середину интервала ожидания и в среднем ждём 5 минут.
 - Я обычно жду намного дольше.
- Странно, но всё равно нам остаётся только ждать.

Действительно, Миша оказался точнее – автобус подошёл только через 9 минут.

А ещё один необычный факт Маша обнаружила на уроке физкультуры, пробегая эстафету из нескольких кругов вокруг школы. В своей команде она выбегала третьей. Маша была в хорошей форме и с лёгкостью обогнала многих ребят. Когда же она попыталась догнать самых быстрых из класса, у неё ничего не вышло. Но Маша не знала, как объяснить такое странное явление: ей встретилось довольно много и медленных, и быстрых детей, а тех, кто бежит примерно как она, по пальцам можно было сосчитать.

Заключительным стал случай после уроков, когда она подсчитала результаты анкетирования для своего проекта. Несколько дней назад она и её подруги Катя и Настя подходили к школьникам на перемене и спрашивали, сколько человек у них в классе. Так Маша хотела установить среднее количество учеников в классе по школе. После уроков Маша решила проверить это число у секретаря школы – ведь у неёто точно есть списки всех классов, и такое число уже наверняка подсчитано. Статистическую выписку ей дали на бумаге, сложенной вдвое. Маша специально решила не смотреть туда раньше времени, пока не подсчитала с подругами собственный результат. Каково же было Машино разочарование, когда выяснилось, что их результат больше действительного. Правдоподобного объяснения подруги так и не придумали.

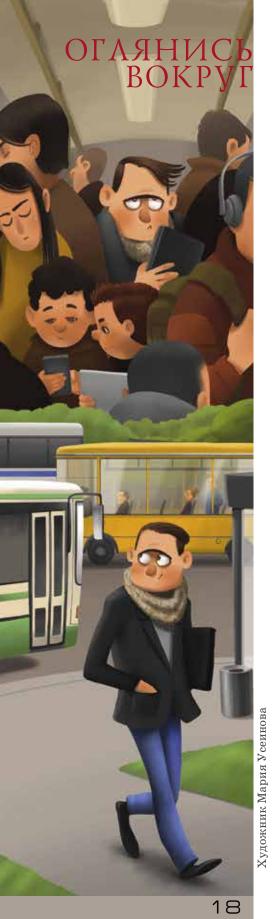
После школы у Маши было задумчивое настроение. Столько необъяснимых фактов всего за один день! Единственное, что могло по-настоящему заинтриговать Машу — это загадки, головоломки и фокусы, которые она не могла объяснить. Заходя домой, Маша случайно столкнулась со своим соседом профессором Иваном Петровичем.

- Здравствуй, Маша! Как твои дела? Ты выглядишь немного расстроенной, – заметил профессор.
- Здравствуйте, Иван Петрович! Тут такие странности со мной приключились, ужас просто! И ни одну из них я не могу объяснить...
- Может, заглянешь ко мне на чай? Там всё и обсудим, а то на пороге разговаривать неудобно.
 - Хорошо, согласилась Маша.

Она рассказала Ивану Петровичу про все свои наблюдения, после чего профессор заключил:

- Во всём виноват парадокс, который я бы назвал *парадоксом внутреннего наблюдателя*.
- Так в чём же он заключается? спросила нетерпеливая Маша. Как все эти ситуации могут описываться одним парадоксом? Ведь произошедшие случаи не имеют ничего общего!
- Это только так кажется, хитро заметил профессор. Вот смотри, пока ты ждала автобус в прошлые дни, наверняка замечала, что есть промежутки





ожидания больше, а есть меньше. С одной стороны, нужно полагаться на ожидание среднего промежутка. С другой стороны, если есть два промежутка ожидания между автобусами — скажем, 15 минут и 5 минут, — то вероятность попасть в больший из них больше просто потому, что 15 минут длятся дольше, чем 5. Поэтому реальное время ожидания автобуса зачастую больше, чем среднее.

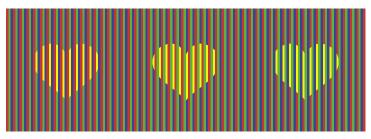
С классами работает тот же парадокс. Выбирая случайных людей для анкетирования, ты встречаешь людей из разных классов с разной вероятностью: любой большой класс будет «попадаться» чаще любого маленького. Скажем, если в 8 «А» учится 30 человек, а в 8 «Б» — 15, то вероятность встретить ученика из 8 «А» в два раза больше вероятности встретить ученика из 8 «Б». Поэтому среднее значение по такой выборке сдвигается в большую сторону и получается выше реального среднего значения.

Ситуация с бегом имеет те же корни. Ты легко обгоняешь медленных ребят, тебя легко обгоняют более быстрые, а бегущих примерно с твоей скоростью ты встречаешь редко просто потому, что практически ни ты такого человека не перегонишь, ни он тебя (на это нужно много времени). Так наблюдение с твоей позиции обманывает тебя.

- Выходит, с этим парадоксом мы сталкиваемся постоянно! Даже, можно сказать, каждый день, а сами этого не замечаем!
- Верно. Ещё один интересный пример это *парадокс дружбы*: как правило, у большинства людей друзей меньше, чем в среднем у их друзей. Присмотрись внимательней к тому, что тебя окружает. Поняв парадокс внутреннего наблюдателя единожды, ты будешь замечать его часто и в самых разных ситуациях. Вот пример моего знакомого математика: он уезжает на работу в случайное время между 9 и 11 часами утра и чаще едет в переполненном автобусе, а не в полупустом. А его друг, живущий на той же улице, в это же время сидит на балконе и чаще видит полупустые автобусы того же маршрута, а не переполненные.

А вы, ребята, сможете ещё привести примеры? Напишите, нам будет очень интересно.

какого цвета CEDAEUKH?



Ha бумаги нарисовали полоски, цвета которых строго чередуются: красный, зелёный, синий, красный, зелёный, синий... Затем некоторые полоски частично перекрасили в жёлтый цвет, и на рисунке стали видны сердечки. Почему же только центральное сердечко выглядит жёлтым?



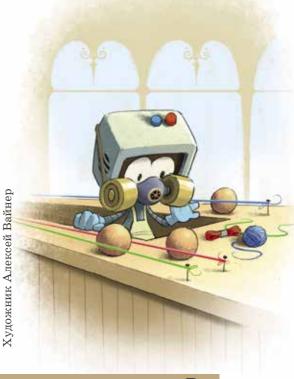


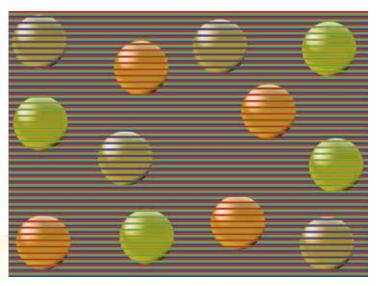












А эти шарики под полосками - тоже одного цвета (автор идеи этой картинки – Дэвид Новик, профессор Техасского университета в Эль-Пасо), но нам они кажутся разноцветными. Как такое получается?

олимпиады КОНКУРС



Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Итоги прошлого конкурса будут опубликованы в 11-м номере.

А теперь мы начинаем конкурс 2019-2020 учебного года!

Высылайте решения задач I тура, с которыми справитесь, не позднее 1 октября в систему проверки konkurs.kvantik.com (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com, либо обычной почтой по адресу 119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

І ТУР

1. Однажды Толик Втулкин должен был найти произведение двух чётных трёхзначных чисел. Он спешил и в записи одного числа пропустил наименьшую цифру, а в записи другого — наибольшую. В итоге он получил 323. Какие числа должен был перемножить Толик?



2. Разрежьте клетчатую доску 12×12 на четыре одинаковых клетчатых многоугольника так, чтобы никакой клетчатый квадрат 2×2 не попал целиком ни в какой многоугольник.







олимпиады

Авторы: Сергей Дворянинов (1), Павел Кожевников (2, 3), Михаил Евдокимов (4), Юрий и Сергей Маркеловы (5)

- 3. Вася хочет выбрать из набора 1, 2, 3, ..., 50 как можно больше чисел так, чтобы любые два числа различались хотя бы на 4.
 - а) Сколько чисел выберет Вася?
- б) Сколько способов у Васи сделать это?



4. Два квадрата лежат на плоскости так, как показано на рисунке. Докажите, что центр одного квадрата лежит на диагонали другого.

Шарик, мреугольники не нужны. В задаче о квадрамах говоримся

5. Квантик загадал целое число от 0 до 99, а Ноутик его отгадывает. Число считается отгаданным, если Ноутик его назвал. За ход Ноутик называет четыре целых числа от 0 до 99, обладающих одним из двух свойств: либо первый разряд у всех чисел совпадает, а вторые разряды последовательные, либо второй разряд у всех чисел совпадает, а первые разряды последовательные (у однозначных чисел первый разряд считаем равным 0). Например, наборы 13, 14, 15, 16 и 3, 13, 23, 33 подходят, а набор 18, 19, 20, 21 —

нет. За какое минимальное число ходов Ноутик может гарантированно отгадать число?

