

Trabajo integrador: Reconstrucción del campo de flujo en una cavidad cuadrada*

Dr. Ing. Benjamin A. TOURN - Ing. Carlos G. MASSOBRIO

Martes 22 de Octubre - B52024

1 Enunciado

El flujo en una cavidad cuadrada (*lid-driven square cavity*) es un caso estándar utilizado para verificar la precisión de métodos computacionales novedosos para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes incompresibles. En estado estacionario, el campo de flujo en la cavidad que ocupa la región $\Omega = [0, 1] \otimes [0, 1]$ se describe mediante las siguientes ecuaciones de gobierno:

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}}\nabla^2\mathbf{u}, \quad \text{in } \Omega \quad (1.1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \text{in } \Omega. \quad (1.1b)$$

con condiciones de borde prescritas tal como se muestra en la figura 1. Allí se aprecian condiciones tipo *no-slip* (no deslizamiento) en las fronteras laterales e inferior, mientras que la frontera superior se mueve con velocidad constante en la dirección $+x$.

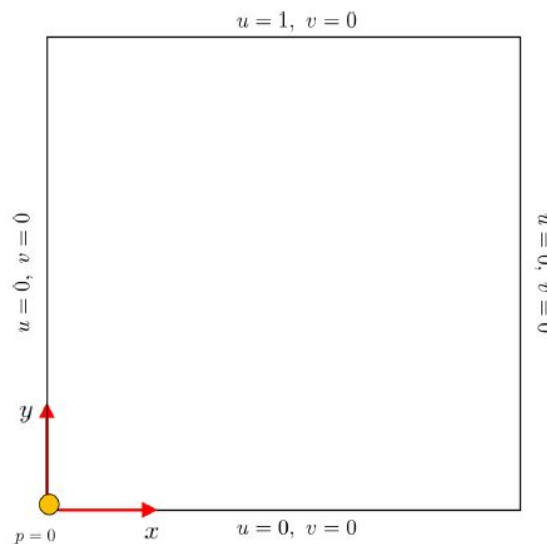


Figura 1: Dominio y condiciones de borde para flujo en la cavidad.

*Basado en la contribución del Dr. Khemraj Shukla de Brown University para curso NVIDIA Modulus

2 Dataset

La carpeta “Re-100” reúne los archivos `pressure.mat` y `velocity.mat` que contienen los campos de presiones p y velocidades $\mathbf{u} = [u, v]^T$ respectivamente, obtenidos mediante el método de elementos finitos (MEF) sobre una malla uniforme de cuadrángulos. La figura 2 muestra los campos en cuestión. Dichas soluciones se deberán considerar como *ground-truth* para los objetivos de este trabajo.

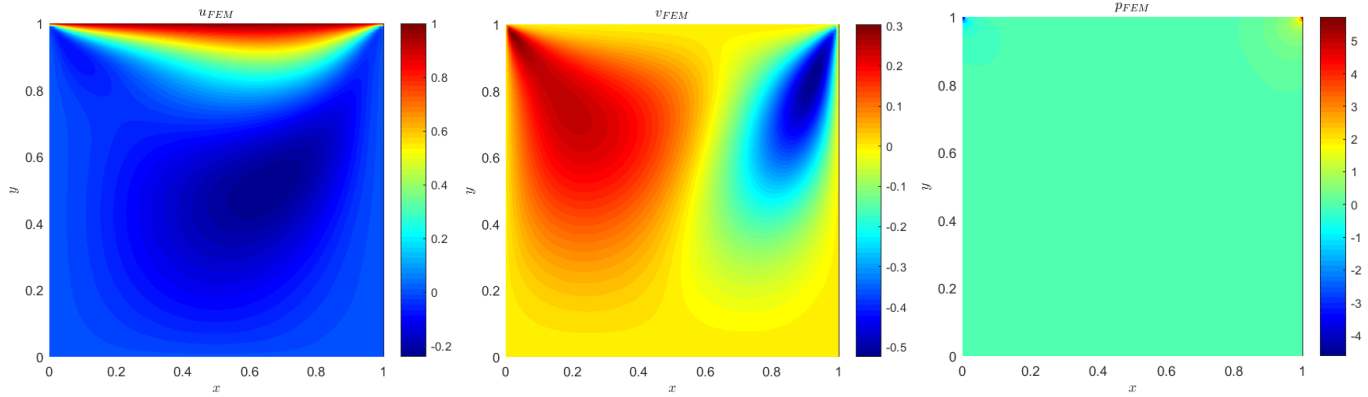


Figura 2: Campos de velocidades y presión obtenidos mediante el MEF.

3 Actividades

1. Problema directo: obtener la solución para las ecuaciones (1.1) mediante PINN [1] para $Re = 100$, con las condiciones de borde mostradas en la figura 1. Reportar la norma L_2 del error entre los campos obtenidos y los provistos como dato.
2. Problema inverso: muestrear sucesivamente de manera aleatoria 10, 20, 30, y 40 puntos dentro una sub-región Ω' (ver figura 3) y obtener \mathbf{u} y p en tales ubicaciones. Luego, reconstruir el campo de flujo \mathbf{u} en todo el dominio Ω . Reportar la norma L_2 del error entre los campos reconstruidos y los provistos como dato.

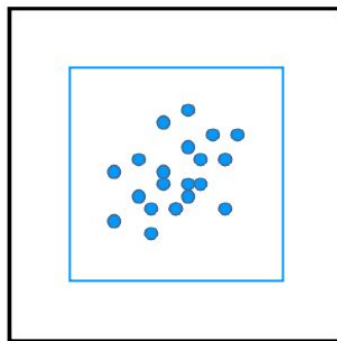


Figura 3: Ejemplo de la estrategia de muestreo dentro del sub-dominio Ω' .

Referencias

- [1] Maziar Raissi, Paris Perdikaris, and George E Karniadakis. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational physics*, 378:686–707, 2019.