Trabajo práctico integrador: Problema inverso de conducción de calor no lineal y en estado estacionario*

Dr. Ing. Benjamin A. TOURN - Ing. Carlos G. MASSOBRIO

Martes 22 de Octubre - B52024

1 Enunciado

Estamos interesados en estimar el número de generación de calor en una aleta rectangular con conductividad térmica y generación de calor dependientes de la temperatura. La ecuación gobernante se muestra a continuación,

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) - \frac{hP}{A}(T - T_\infty) + q = 0 \tag{1.1}$$

donde k es la conductividad térmica y q es la fuente interna de calor, que varía linealmente con la temperatura y se expresa como,

$$k = k_0[1 + \beta(T - T_\infty)] \tag{1.2}$$

$$q = q_0[1 + \epsilon(T - T_\infty)] \tag{1.3}$$

La forma no dimensional de la ecuación diferencial ordinaria no lineal se muestra a continuación,

$$\frac{d}{dx^*}\left[(1 + \epsilon_C)\frac{d\theta}{dx^*}\right] - N^2\theta G(1 + \epsilon_G\theta) = 0 \tag{1.4}$$

con,

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_b - T_\infty} \tag{1.5}$$

$$N = \sqrt{\frac{hPL^2}{k_0 A}} \tag{1.6}$$

$$G = \frac{q_0 A}{hP(T_b - T_\infty} \tag{1.7}$$

$$\epsilon_G = \epsilon(T_b - T_\infty) \tag{1.8}$$

*Basado en la contribución del Vivek Ommen de la Universidad de Brown para curso NVIDIA Modulus

$$\epsilon_C = \beta(T_b - T_\infty) \tag{1.9}$$

y las condiciones de contorno están definidas como,

$$en\, x^* = 0,\ \theta = 1$$
$$en\, x^* = 1,\ \frac{d\theta}{dx^*} = 0$$

donde G es el número de generación de calor a estimar, ϵ_C es el parámetro de conductividad térmica no dimensional, ϵ_G es el parámetro de generación de calor no dimensional, y N es el parámetro de conducción por convección.

2 Dataset

La temperatura base $T_b = 127^\circ C$ y la temperatura ambiente $T_\infty = 27^\circ C$. Los datos sintéticos se crearon en el software COMSOL Multi-Physics para diferentes valores de G. $T_1, T_2, ..., T_9$ representan los valores de temperatura en 9 ubicaciones equidistantes entre $x^* = 0$ y $x^* = 1$. El conjunto de datos consta de 500 muestras de vectores de temperatura para diferentes valores de G [1].

3 Tareas

1. Entrenar un modelo de red neuronal *fully connected* a partir del dataset proporcionado para aprender la relación del campo de temperatura con G. El conjunto de datos puede dividirse en datos de entrenamiento y prueba en una proporción de 80:20. Investigar el número de muestras de entrenamiento necesarias para esta tarea entrenando el modelo con 10, 20, 30, ..., 400 muestras en el conjunto de datos de entrenamiento. Graficar el error cuadrático medio de prueba contra el número de muestras de entrenamiento. Informar el tiempo de CPU/GPU tomado.
2. A continuación, tomar una de las muestras del conjunto de datos de entrenamiento y usar PINN [2] para estimar el valor de G. Informar el tiempo de CPU/GPU tomado. Puede usarse la ecuación 1.4 para calcular la pérdida residual.
3. ¿Cuáles creen que son las principales ventajas/desventajas de PINN en comparación con el modelo de red neuronal estándar que crearon en el punto 1?
4. Realicen un experimento para investigar la sensibilidad de PINN al ruido. Añadir ruido blanco gaussiano con media cero al vector de temperatura. Varíar la desviación estándar del ruido y observar cómo cambian las predicciones de PINN. Describir las observaciones.

Referencias

[1] Vivek Oommen and Balaji Srinivasan. Solving inverse heat transfer problems without surrogate models: A fast, data-sparse, physics informed neural network approach. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 22(4):041012, 2022.

[2] Maziar Raissi, Paris Perdikaris, and George E. Karniadakis. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational physics*, 378:686–707, 2019.

[3] Ameya D. Jagtap, Kenji Kawaguchi, and George E. Karniadakis. Adaptive activation functions accelerate convergence in deep and physics-informed neural networks. *Journal of Computational Physics*, 404:109136, 2020.