

Лабораторна робота №5
Комп'ютерні технології обчислення інтегралів
в Mathematica і Maxima.

1. Знайдіть значення невизначеного інтеграла.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $\int (3 - x^2)^3 dx,$ | 11. $\int \frac{\sqrt{x^4 + x^{-4} + 2}}{x^3} dx,$ | 21. $\int \sqrt{1 + \sin 2x} dx,$ |
| 2. $\int x^2(5 - x)^4 dx,$ | 12. $\int \frac{x^2}{1 + x^2} dx,$ | 22. $\int \operatorname{ctg}^2 x dx,$ |
| 3. $\int (1 - x)(1 - 2x)(1 - 3x) dx,$ | 13. $\int \frac{x^2}{1 - x^2} dx,$ | 23. $\int \operatorname{tg}^2 x dx,$ |
| 4. $\int \left(\frac{1 - x}{x}\right)^2 dx,$ | 14. $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1} dx,$ | 24. $\int \sqrt[3]{1 - 3x} dx,$ |
| 5. $\int \frac{a}{x} + \frac{a^2}{x^2} + \frac{a^3}{x^3} dx,$ | 15. $\int \frac{\sqrt{1 + x^2} + \sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - x^4}} dx,$ | 25. $\int \frac{dx}{\sqrt{2 - 5x}},$ |
| 6. $\int \frac{x + 1}{\sqrt{x}} dx,$ | 16. $\int \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^4 - 1}} dx,$ | 26. $\int \frac{dx}{(5x - 2)^{5/2}} dx,$ |
| 7. $\int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx,$ | 17. $\int (2^x + x^3) dx,$ | 27. $\int \frac{\sqrt[5]{1 - 2x + x^2}}{1 - x} dx,$ |
| 8. $\int \frac{(1 - x)^3}{x\sqrt[3]{x}} dx,$ | 18. $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx,$ | 28. $\int \frac{dx}{2 + 3x^2},$ |
| 9. $\int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \sqrt{x\sqrt{x}} dx,$ | 19. $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx,$ | 29. $\int \frac{dx}{3x^2 - 2},$ |
| 10. $\int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx,$ | 20. $\int (1 + \sin x + \cos x) dx,$ | 30. $\int \frac{dx}{1 + \cos x}.$ |

2. Знайдіть значення визначеного інтеграла використавши знак інтегрування, функцій символічного та числового інтегрування.

- | | | |
|---|--|--|
| 1. $\int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx,$ | 8. $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 + 2 \cos x},$ | 15. $\int_{1/e}^e \ln x dx,$ |
| 2. $\int_{-1}^8 \sqrt[3]{x} dx,$ | 9. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} dx,$ | 16. $\int_0^1 \arccos x dx,$ |
| 3. $\int_0^\pi \sin x dx,$ | 10. $\int_1^2 x^2 \sqrt{1 + x^3} dx,$ | 17. $\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x dx,$ |
| 4. $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1 + x^2},$ | 11. $\int_{-1}^0 \sqrt{x^3 - 2x^2} dx,$ | 18. $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5 - 4x}} dx,$ |
| 5. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}},$ | 12. $\int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx,$ | 19. $\int_0^2 x^2 \sqrt{4 - x^2} dx,$ |
| 6. $\int_0^2 1 - x dx,$ | 13. $\int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx,$ | 20. $\int_0^{3/4} \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{x^2 + 1}},$ |
| 7. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 - 2x \cos 1 + 1},$ | 14. $\int_0^\pi x \sin x dx,$ | 21. $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx,$ |

$$22. \int_0^1 \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x(1-x)}} dx,$$

$$25. \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}},$$

$$28. \int_0^1 e^{2x} \cos x dx,$$

$$23. \int_1^e \frac{1 + \lg x}{x} dx,$$

$$26. \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5},$$

$$29. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos 4x) dx,$$

$$24. \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx,$$

$$27. \int_0^{\sqrt[3]{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx,$$

$$30. \int_0^1 \frac{\sqrt{e^x}}{\sqrt{e^x + e^{-x}}} dx.$$

3. Обчисліть інтеграл із завдання 2, задавши підінтегральну функцію у вигляді таблиці (5, 10, 20 значень). Порівняйте із значеннями, обчисленими іншими способами.

4. Обчисліть кратний інтеграл.

$$1. \int_0^1 dx \int_0^2 dy \int_0^3 dz,$$

$$12. \int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} x^3 y dx,$$

$$2. \int_0^1 dx \int_0^2 xy dy,$$

$$13. \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sin xy dy,$$

$$3. \int_0^1 dx \int_0^1 e^{x+y} dy,$$

$$14. \int_0^{e-1} dx \int_0^{e-x-1} dy \int_e^{x+y+e} \frac{\ln(z-x-y)}{(x-e)(x+y-e)} dz,$$

$$4. \int_0^1 dx \int_0^2 dy \int_0^3 (x+y+z) dz,$$

$$15. \int_0^2 dx \int_x^{\sqrt{x-x^2}} e^{x+y} dy,$$

$$5. \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{x^2}{1+y^2} dy,$$

$$16. \int_{-2}^2 dx \int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}} x + \sin y dy,$$

$$6. \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{1}{(x+y+1)^2} dy,$$

$$17. \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^1 dz,$$

$$7. \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y xyz dz,$$

$$18. \int_1^2 dx \int_x^{2x} (2x + \operatorname{tg} x) dy,$$

$$8. \int_0^{\pi} dx \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin(x+y) dy,$$

$$19. \int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} x^y dy,$$

$$9. \int_0^1 dx \int_0^2 x^2 y e^{xy} dy,$$

$$20. \int_0^1 dx \int_0^x (e^x + 2^y) dy,$$

$$10. \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^2 x^2 y \cos(xy^2) dy,$$

$$21. \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy \int_0^1 z \sqrt{x^2 + y^2} dz,$$

$$11. \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{xy} x^3 y^3 z dz,$$

$$22. \int_1^2 dx \int_0^{2-x} xy dy,$$

23. $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} \cos(xy) dy,$
24. $\int_1^3 dx \int_0^{\frac{1}{2}(3-x)} (x + xy + y^2) dy,$
25. $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz,$
26. $\int_0^1 dx \int_0^{x^{2/3}} (x + 6yx) dy,$
27. $\int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{4x-x^2-3}} (\sin x + \cos x) dy,$
28. $\int_2^4 dx \int_x^{2x} \frac{y}{x} dy,$
29. $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} (x^2 - y^2) dz,$
30. $\int_1^2 dx \int_0^{\ln y} e^x dy.$

5. Знайдіть значення невласного інтеграла.

1. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4},$
2. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}},$
3. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}},$
4. $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3},$
5. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x dx}{x^2 + 1},$
6. $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}},$
7. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2},$
8. $\int_0^1 x \ln x dx,$
9. $\int_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx,$
10. $\int_0^{1/e} \frac{dx}{x \ln x},$
11. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)},$
12. $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}},$
13. $\int_0^{\infty} \frac{x}{(1+x)^3} dx,$
14. $\int_{-1}^1 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx,$
15. $\int_{\sqrt{2}}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}},$
16. $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{\sqrt[5]{x^3}} dx,$
17. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}},$
18. $\int_{-1}^1 \frac{\ln(2 + \sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}} dx,$
19. $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx,$
20. $\int_{-1}^0 \frac{e^{1/x}}{x^3} dx,$
21. $\int_0^{\infty} x \sin x dx,$
22. $\int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x-3)(5-x)}},$
23. $\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx,$
24. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x^2}},$
25. $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx,$
26. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(2-x)}},$
27. $\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx,$
28. $\int_0^1 \frac{dx}{e^x - \cos x},$
29. $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2} dx,$
30. $\int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} - 1},$
31. $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{1-x^4}},$
32. $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{e^{\sin x} - 1}.$