

## Лабораторна робота №2

### Розв'язування рівнянь та систем рівнянь в Mathematica і Maxima.

#### I частина

##### 1. Знайдіть аналітичний розв'язок рівняння.

1.  $\sqrt{x-a} = 2x-1$ ,
2.  $\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} = a$ ,
3.  $\sqrt{x-4a+16} = 2\sqrt{x-2a+4} - \sqrt{x}$ ,
4.  $\sqrt[3]{(a+x)^2} + 4\sqrt[3]{(a-x)^2} = 5\sqrt[3]{a^2-x^2}$ ,
5.  $\sqrt{x} + \sqrt{a} = \sqrt{1-(x+a)}$ ,
6.  $\frac{a-2}{\sqrt{x+4}} = 1$ ,
7.  $\sqrt{x+a} = a - \sqrt{x}$ ,
8.  $\sqrt{x-2a} - \sqrt{x-a} = 2$ ,
9.  $x + \sqrt{x^2-x} = a$ ,
10.  $\sqrt{x^2+ax-2a} = x+1$ ,
11.  $\sqrt{|x|+1} = \sqrt{|x|} = a$ ,
12.  $\sqrt{2a-3\sqrt{x}} = \sqrt{x-2}$ ,
13.  $\sqrt{2x+8} - a = \sqrt{2x+3}$ ,
14.  $\frac{a^2+2x}{x-a} = \frac{x-a}{x+a}$ ,
15.  $\frac{ax^2}{x-1} - 2a = a^2+1$ ,
16.  $\frac{2x}{x-b} - \frac{12x^2}{x^2-b^2} = \frac{b-x}{b+x}$ ,
17.  $\frac{2a^2+x^2}{a^3-x^3} - \frac{2x}{ax+a^2+x^2} + \frac{1}{x-a} = 0$ ,
18.  $\frac{x+p}{p-x} + \frac{x-p}{x+p} = \frac{p}{p^2-x^2}$ ,
19.  $1 - \frac{3}{x+a-1} = \frac{5a}{(x+a-1)(x+1)}$ ,
20.  $\frac{(x-4)(x+a)}{x^2-(2a-2)x-2a+1} = 0$ ,
21.  $x^4 - (a^2+3)x^2 + 3a^2 = 0$ ,
22.  $x^6 + (8a^3+27)x^3 + 216a^3 = 0$ ,
23.  $\frac{x^2+(3b-1)x+2b^2-2}{x^2-3x-4} = 0$ ,
24.  $\frac{x^2+(3-2k)x+4k-10}{\sqrt{2x^2-2x-1}} = 0$ ,
25.  $x^3 - 3x^2 - 5x + a = 0$ ,
26.  $x^4 + 5x^3 + ax^2 - 40x + 64 = 0$ ,
27.  $x^3 - 9x^2 + ax - 15 = 0$ ,
28.  $x^4 - 11x^3 + ax^2 - 61x + 30 = 0$ ,
29.  $x^3 - 9x^2 + 26x + m = 0$ ,
30.  $\sqrt{3x+5} + a = \sqrt{5x+3}$ .

##### 2. Знайдіть корені полінома.

1.  $2x^5 + x^4 + 3x + 1 = 0$ ,
2.  $x^{10} - 1 = 0$ ,
3.  $(6x+5)^2(3x+2)(x+1) = 35$ ,
4.  $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$ ,
5.  $x(x-1)(x-2)(x-3) = 15$ ,
6.  $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 18$ ,
7.  $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$ ,
8.  $(x^2-2x)^2 - 3x^2 + 6x - 4 = 0$ ,
9.  $3x^3 - 7x^2 - 7x + 3 = 0$ ,
10.  $(x^2+3x-2)^2 + 3(x^2+3x-2) - 2 = x$ ,
11.  $(x-2)(x+1)(x+4)(x+7) = 63$ ,
12.  $(x^2-x-1)^2 + 3x^2 = 3x+7$ ,
13.  $(x+1)^4 = 2(x^4+1)$ ,
14.  $5x^4 - 36x^3 + 62x^2 - 36x + 5 = 0$ ,
15.  $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0$ ,
16.  $2x^4 - 15x^3 + 40x^2 - 45x + 18 = 0$ ,
17.  $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0$ ,
18.  $x^3 + 5x^2 + 15x + 27 = 0$ ,
19.  $8x^3 - 6x^2 + 3x - 1 = 0$ ,
20.  $27x^3 - 15x^2 + 5x - 1 = 0$ ,
21.  $243x^4 - 108x^3 + 1 = 0$ ,
22.  $6x^3 + 11x^2 - x - 6 = 0$ ,
23.  $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ ,

24.  $x^6 + 35x^3 + 216 = 0$ ,
25.  $x(x+1)(x-1)(x+2) = 24$ ,
26.  $(8x^2 - 3x + 1)^2 = 32x^2 - 12x + 1$ ,
27.  $(12x - 1)(6x - 1)(4x - 1)(3x - 1) = 5$ ,
28.  $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 4$ ,
29.  $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$ ,
30.  $(x^2 - x + 1)^4 - 6x^2(x^2 - x + 1) + 5x^4 = 0$ .

3. Знайдіть аналітичні розв'язки тригонометричного рівняння.

1.  $\cos 6x + \sin \frac{5x}{2} = 2$ ,
2.  $\cos^{-4} x + 8 \cos^{-1} x - 7 = 0$ ,
3.  $\sin \pi \sqrt{t} + \sin \pi t = 0$ ,
4.  $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 2x = \sin x$ ,
5.  $12 \sin x + 4\sqrt{3} \cos(\pi + x) = \sqrt{3}$ ,
6.  $\sin \left(x + \frac{5}{2}\right) + \sin \left(x + \frac{1}{2}\right) = \cos \frac{\pi}{3}$ ,
7.  $\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x = \sin x + \cos x$ ,
8.  $\sin 3x + \sin x - \sin 2x = 2 \cos x (\cos x - 1)$ ,
9.  $4 \sin^4 x + \cos 4x = 1 + 12 \cos^4 x$ ,
10.  $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = \sin^{-1} x - \cos^{-1} x$ ,
11.  $1 + \sin z + \cos z + \sin 2z + \cos 2z = 0$ ,
12.  $\cos t(1 - \operatorname{tg} t)(\sin t + \cos t) = \sin t$ ,
13.  $\operatorname{tg}(35^\circ + x) \operatorname{ctg}(10^\circ - x) = 2/3$ ,
14.  $\cos^2 \left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{12} - x\right) = 0$ ,
15.  $(1 + \cos x) \sqrt{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 2} + \sin x = 2 \cos x$ ,
16.  $\operatorname{ctg} x \left(1 - \frac{1}{2} \cos 2x\right) = 1$ ,
17.  $\cos z + \sin z = \sqrt{1 - 2 \cos^2 z}$ ,
18.  $\operatorname{tg}(t^2 - t) \operatorname{ctg} 2 = 1$ ,
19.  $\frac{\cos^2(\pi/2 - 2t)}{1 + \cos 2t} = \cos^{-2} 2t - 1$ ,
20.  $4 \cos x \cos 2x \cos 3x = \cos 6x$ ,
21.  $\frac{\sin^2 t - \operatorname{tg}^2 t}{\cos^2 t - \operatorname{ctg}^2 t} + 2 \operatorname{tg}^3 t + 1 = 0$ ,
22.  $\sin^2(t + 45^\circ) - \sin^2(t - 30^\circ) - \sin 15^\circ \cos(2t + 15^\circ) = 0, 5 \sin 6t$ ,
23.  $\left(\cos^{-6} z - \operatorname{tg}^6 z - \frac{7}{3}\right) (\sin z + \cos z + 2) = 0$ ,
24.  $\sin^4 3t + \sin^4 \left(\frac{\pi}{4} + 3t\right) = \frac{1}{4}$ ,
25.  $\operatorname{tg} x \cdot \frac{3 - \operatorname{tg}^2 x}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 x} = \sin 6x$ ,
26.  $(\operatorname{ctg} z - 1)(1 + \sin 2z) = 1 + \operatorname{ctg} z$ ,
27.  $\frac{1}{\sin^2 2x} + \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x - 4 = 0$ ,
28.  $\sin 2x \sin 6x \cos 4x + \frac{1}{4} \cos 12x = 0$ ,
29.  $\operatorname{tg}(x+1) \operatorname{ctg}(2x+3) = 1$ ,
30.  $\sin x + \cos x + \sin 2x + \sqrt{2} \sin 5x = \frac{2 \operatorname{ctg} x}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}$ .

4. Знайдіть аналітичні розв'язки трансцендентного рівняння.

1.  $\frac{2 - 4 \log_{12} 2}{\log_{12}(x+2)} - 1 = \frac{\log_6(8-x)}{\log_6(x+2)}$ ,
2.  $x^{2-\lg^2 x - \lg x^2} - \frac{1}{x} = 0$ ,
3.  $\sqrt{\log_5 x} + \sqrt[3]{\log_5 x} = 2$ ,
4.  $5^x \cdot \sqrt[3]{8^{x-1}} = 500$ ,
5.  $\lg^4(x-1)^2 + \lg^2(x-1)^3 = 25$ ,
6.  $\frac{2}{\sqrt{3 \log_2 \sqrt{x^2}}} - \frac{1}{\sqrt{\log_2(-x)}} = 0$ ,
7.  $\frac{10x^{2 \lg^2 x}}{x^3} = \frac{x^{3 \lg x}}{10}$ ,
8.  $5^{\lg x} = 50 - x^{\lg 5}$ ,
9.  $|x-3|^{3x^2-10x+3} = 1$ ,
10.  $\sqrt[4]{|x-3|^{x+1}} = \sqrt[3]{|x-3|^{x-2}}$ ,
11.  $\left(3 \cdot \left(3^{\sqrt{x}+3}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right)^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}} = \frac{3}{\sqrt[10]{3}}$ ,
12.  $\log_2 3 + 2 \log_4 x = x^{\frac{\log_9 16}{\log_3 x}}$ ,
13.  $x^{2 \lg^2 x} = 10x^3$ ,

$$14. \sqrt{\log_x \sqrt{5x}} = -\log_x 5,$$

$$15. \log_6 \sqrt[7]{3^{x(15-x)}} + 8 \log_6 2 = 8,$$

$$16. \sqrt[3]{27^5 \sqrt{x}} = 3^{x(\sqrt{x}-4)},$$

$$17. 7^x (\sqrt{2})^{2x^2-6} - \left(\frac{7}{4}\right)^x = 0,$$

$$18. \log_5 x + \log_x 25 = \operatorname{ctg}^2 \frac{25\pi}{6},$$

$$19. \lg(\sqrt{6+x} + 6) = \frac{2}{\log_{\sqrt{x}} 10},$$

$$20. 8^{\frac{x-3}{3x-7}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{0,25^{\frac{3x-1}{x-1}}}} = 1,$$

$$21. \sqrt{2^x \cdot \sqrt[3]{4^x \cdot 0,125^{1/x}}} = 4\sqrt[3]{2},$$

$$22. \sqrt{3} \cdot 3^{\frac{x}{1+\sqrt{x}}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2+\sqrt{x}+x}{2(1+\sqrt{x})}} = 81,$$

$$23. \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \lg 3 + \lg 2 = \lg(27 - 3^{1/x}),$$

$$24. x \lg \sqrt[5]{5^{2x-8}} - \lg 25 = 0,$$

$$25. \log_{0,5}^2 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8,$$

$$26. \log_4 x + \log_x 2 - \log_4 \sqrt{x} = 1,$$

$$27. (x^2 - x - 1)^{x^2-1} = 1,$$

$$28. |x - 3|^{x^2-x} = (x - 3)^2,$$

$$29. \sqrt{\log_2(2x^2) \cdot \log_4(16x)} = \log_4 x^3,$$

$$30. (2 + \sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2 - \sqrt{3})^{x^2-2x-1} = \frac{4}{2 - \sqrt{3}}.$$

5. Знайдіть числові розв'язки рівнянь із завдань 2, 3, 4.

6. Знайдіть числові розв'язки рівняння із завдання 4 за допомогою інтервальних методів (метод половинного ділення, метод січних, метод дотичної). Порівняйте точність розв'язків, одержаних різними методами.

7. Визначте корені рівняння із завдання 3 з використанням інтерполяції.

8. Порівняйте знайдені аналітичні та числові розв'язки рівнянь з попередніх пунктів.

## II частина

9. Знайдіть розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь з використанням матричного методу, де  $a$  – номер варіанту.

$$\begin{cases} ax_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 + a^2x_2 + x_3 = 2, \\ \sqrt{a}x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5. \end{cases}$$

10. Знайдіть аналітичний розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь, де  $a$  – номер варіанту.

$$\begin{cases} ax_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 + a^2x_2 + x_3 = 2, \\ \sqrt{a}x_1 + 2x_2 + 3x_3 = b. \end{cases}$$

11. Знайдіть аналітичний розв'язок системи нелінійних алгебраїчних рівнянь.

$$1. \begin{cases} y^2 + xy = 231, \\ x^2 + xy = 210, \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y + \frac{x}{y} = 9, \\ \frac{(x+y)x}{y} = 20, \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} (x-y)(x^2 - y^2) = 45, \\ x + y = 5, \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + xy - y = 13, \\ x^2y - xy^2 = 30, \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x^2 + xy + 2y^2 = 37, \\ 2x^2 + 2xy + y^2 = 26, \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ x^2 + xy + y^2 = 7, \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 3x - y = 4, \\ 27x^3 - y^3 = 28, \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x - y = 1, \\ x^2 - xy + y^2 = 7, \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x^2 + y^2 + x - 2y = 1, \\ 5x^2 + 2.5y^2 + 3x - 4y = 4, \end{cases}$$

10.  $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 + 12x - 4y + 8 = 0, \\ 2x^2 - y^2 + 8x + 2y + 9 = 0, \end{cases}$
11.  $\begin{cases} x + y = 10, \\ \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2.5, \end{cases}$
12.  $\begin{cases} y^2 + xy + y = 20, \\ x^2 + xy + x = 10, \end{cases}$
13.  $\begin{cases} x^2 = 13x + 4y, \\ y^2 = 13y + 4x, \end{cases}$
14.  $\begin{cases} xy = 12, \\ y(x + z) = 32, \\ x(y + z) = 27, \end{cases}$
15.  $\begin{cases} xy = 6, \\ yz = 2, \\ x^2 + z^2 = 10, \end{cases}$
16.  $\begin{cases} (x^2 + xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 185, \\ (x^2 - xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 65, \end{cases}$
17.  $\begin{cases} (x - 2)^2 + (y^2 - 1)^2 = 4, \\ x^2 + y^2 = x - y, \end{cases}$
18.  $\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{3} + 1 = 0, \\ \frac{y}{x} - \frac{2}{y - 2} = 1, \end{cases}$
19.  $\begin{cases} y = x^2 - 2x, \\ x^2 - 2x + y^2 = 0, \end{cases}$
20.  $\begin{cases} y = 2x - x^2, \\ y^2 = x(2 - x), \end{cases}$
21.  $\begin{cases} y = 1 - x^2, \\ y^2 - x^2 - 2y - 2x = 0, \end{cases}$
22.  $\begin{cases} y = x^2 + 2x + 2, \\ x^2 + 2x + y^2 = 0, \end{cases}$
23.  $\begin{cases} x^2 + 2y = 4x, \\ x^2 + y^2 = 4x, \end{cases}$
24.  $\begin{cases} x - 2 = 2y, \\ y^4 - x^2 + 4x + 8y^2 + 12 = 0, \end{cases}$
25.  $\begin{cases} y + x^2 + 2 = 0, \\ x^2 - y^2 - 2x - 2y + \frac{x}{2} - \frac{y}{2} - 1 = 0, \end{cases}$
26.  $\begin{cases} y = \frac{x^2}{2} + 2, \\ y^2 - x^2 - 2y - 2x + \frac{y}{2} + \frac{x}{2} + 1 = 0, \end{cases}$
27.  $\begin{cases} x^2 - 6x + (y - 1)^2 = 16, \\ \frac{x}{\sqrt{xy}} + 1 = 0, \end{cases}$
28.  $\begin{cases} y = 2x - x^2, \\ y^2 - x^2 + x - 3y + 2 = 0, \end{cases}$
29.  $\begin{cases} y = \sqrt{16 - 6x - x^2}, \\ x = y - 4, \end{cases}$
30.  $\begin{cases} x - 2y + 1 = 0, \\ y = \sqrt{2(x - 1)}, \end{cases}$
31.  $\begin{cases} 2\sqrt{y} = x - 1, \\ y^2 - x^2 - 2x + 6y + 8 = 0, \end{cases}$
32.  $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ y + 2\sqrt{9 - 2x - x^2} = 3. \end{cases}$

**12.** Знайдіть числовий розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь із завдання 9.

**13.** Знайдіть числовий розв'язок системи нелінійних алгебраїчних рівнянь із завдання 11.

**14.** Знайдіть числовий розв'язок системи алгебраїчних рівнянь із завдання 11 методами ітерацій.

**15.** Одержіть еквівалентну систему із завдання 9, яка буде містити два рівняння з двома невідомими, виключивши третю змінну і одне рівняння.