

Лабораторна робота №3

Інтерполяційна задача, апроксимація числових даних, розв'язування оптимізаційних задач в Mathematica і Maxima.

1. Для заданої функції $f(x)$ обчисліть значення у точках $x = [0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0]$ та сформууйте список значень y функції. Сформований набір точок $\{x, y\}$ буде використовуватись у завданнях 2, 3, 4.

- | | | |
|--|---|---|
| 1. $f(x) = x^3 \sin x$, | 11. $f(x) = \operatorname{ctg} e^{-x}$, | 21. $f(x) = 1 - \cos x$, |
| 2. $f(x) = \sin x$, | 12. $f(x) = 1 - \operatorname{tg} x$, | 22. $f(x) = 1 + \sqrt{x} \cos x$, |
| 3. $f(x) = x^4(x - 2) \cos 2x$, | 13. $f(x) = 1 + \operatorname{tg} x$, | 23. $f(x) = \sin e^{\sqrt{x}}$, |
| 4. $f(x) = \cos x$, | 14. $f(x) = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$, | 24. $f(x) = \cos(1 + e^x)$, |
| 5. $f(x) = \sin 2x$, | 15. $f(x) = e^x \cos x$, | 25. $f(x) = \sin(1 + x)$, |
| 6. $f(x) = -\sin \sqrt{x}$, | 16. $f(x) = \sin x \operatorname{tg} x$, | 26. $f(x) = \cos(1 + 2^x)$, |
| 7. $f(x) = 1 - 0.5 \sin 2x$, | 17. $f(x) = \cos x \operatorname{ctg} x$, | 27. $f(x) = x^3 - 10 \cos x$, |
| 8. $f(x) = \sqrt{x} - \sin 3x$, | 18. $f(x) = \sqrt{ \sin x }$, | 28. $f(x) = x^2 + \ln(1 + x)$, |
| 9. $f(x) = e^{\cos x} + 0.5 \sin 2x$, | 19. $f(x) = \sin x \cos x $, | 29. $f(x) = e^x \cos x$, |
| 10. $f(x) = \operatorname{tg} \sqrt[3]{x}$, | 20. $f(x) = \ln(1 + \sqrt{x})$, | 30. $f(x) = \sin \sqrt[5]{(x^3 + x + 3)}$. |

2. Задано функцію у вигляді набору точок $\{x, y\}$ (результат виконання завдання 1). Інтерполюйте функцію поліномами. Побудуйте інтерполяційні форми Лагранжа і Ньютона. Виконайте частково-неперервну інтерполяцію (частково-лінійну інтерполяцію, частково-кубічну інтерполяцію), сплайн-інтерполяцію (кубічний сплайн, Bezier-сплайн, Beziercomposite-сплайн).

3. Апроксимуйте функцію у вигляді набору точок $\{x, y\}$ за допомогою методу найменших квадратів, логарифмічного перетворення, нелінійного наближення.

4. Вихідні дані, результати інтерполяції та апроксимації зобразіть візуально за допомогою графіків. Причому вихідні дані і дані інтерполяції/апроксимації повинні знаходитись на одному графіку, по одному для кожного із застосованих методів.

5. Знайдіть мінімальне та максимальне числа в списку чисел.

- | | |
|--|---|
| 1. $\left\{ \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{4} \right\}$; | 9. $\left\{ \sin 0.5, 2, 1, e^{\operatorname{tg} 5}, 5^{0.3}, \sqrt{2} \right\}$; |
| 2. $\{ \sin 1, \sin 2, \sin 0.5, \sin 3.14, \sin 8 \}$; | 10. $\left\{ \sqrt[3]{54}, e^2, 1/4, 1.5, 3^{4.5} \right\}$; |
| 3. $\left\{ e^{-0.1}, e^{-0.6}, \frac{1}{2.5}, \sin 1, \cos 1, 0.6^5 \right\}$; | 11. $\left\{ 1.1, e^{\sqrt{2}}, \sqrt[5]{7}, \frac{1}{5}, \sin 2 \right\}$; |
| 4. $\left\{ \cos 6, \frac{9}{4}, \operatorname{tg} 2, 3, 2, 7.2^2 \right\}$; | 12. $\left\{ \sqrt[3]{100 \cos 1}, \sqrt{1 + e^2}, 2, 1, 5 \sin 1, e^{0.5} \right\}$; |
| 5. $\{ e^3, 3^3, 2^4, 10 \sin 4, \operatorname{tg} 0.5 \}$; | 13. $\left\{ \sqrt{2}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[5]{2}, 2/3, 1/5 \right\}$; |
| 6. $\left\{ \frac{13}{\sin 5}, 45 \cos 3, 5, 0.1, 2\frac{1}{8}, \frac{3.2}{5} \right\}$; | 14. $\{ \sin 1, \sin 2, \sin 3, \sin 4, \sin 5, \sin 6 \}$; |
| 7. $\left\{ 6, e^{10 \sin 1}, 5, 9.1, \frac{1}{\cos 5} \right\}$; | 15. $\left\{ \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, 2.5, 1.2, \sqrt{6} \right\}$; |
| 8. $\left\{ \ln 8, 0.3^4, 3^{0.4}, 6, 1, \frac{1}{6} \right\}$; | 16. $\left\{ \frac{1}{4}, \sin 4, \frac{1}{3}, \sin 3, \frac{1}{6}, \sin 5, \frac{1}{5}, \sin 6 \right\}$; |

17. $\{\sin \sqrt{2}, \sin \sqrt{3}, \sin \sqrt{5}, \sin \sqrt{6}, \sin \sqrt{7}, \sin \sqrt{8}\}$; 25. $\{0.5 \cos 1, 0.3 \cos 2, 0.6 \cos 7, \sin 8, e^{0.6}\}$;
 18. $\{1.5, \sin 4, \cos 1.5, \operatorname{tg} 1.5, \operatorname{ctg} 1.5, \cos 4\}$; 26. $\{1, 1.2 \sin 3, \cos 2, \sqrt{6}, \operatorname{ctg} 3, \sin 5, 3\}$;
 19. $\{e^{\sqrt{2}}, e^{\sqrt[3]{3}}, e^{\sqrt[5]{5}}, e^{\sqrt[7]{7}}, e^{\sqrt[9]{9}}\}$; 27. $\{\operatorname{tg} 1, \operatorname{tg} 2, \operatorname{tg} 3, \operatorname{ctg} 1, \operatorname{ctg} 2, \operatorname{ctg} 3\}$;
 20. $\{\sin 2.1, \sin 3.1, \sin 4.1, \sin 5.1, \sin 6.1, \sin 7.1\}$; 28. $\{9, 10 \sin 1, \sqrt{90}, 4.6, e^5, 11\}$;
 21. $\{1.4, \cos 5, \exp 5, 7, 17/4, 8/6\}$; 29. $\{1 + \sqrt{2}, 2 - e^{0.6}, \sqrt{3}, \sqrt{7}, 10 \sin 2\}$;
 22. $\{\sqrt{7}, \sin \sqrt{6}, 6, 8, 1.7, \sqrt{3}\}$; 30. $\{\ln 2, \sin 2, \operatorname{tg} 2, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}\}$;
 23. $\{\cos 1.2, \sin 1.2, \operatorname{tg} 1.2, \operatorname{ctg} 1.2, e^{1.2}\}$;
 24. $\{\ln e^{-1}, \ln e^{-2}, \ln e^{-3}, \ln e^{-4}, \ln e^{-5}, \ln e^{-6}, \}$;

6. Знайдіть локальні мінімуми (максимуми) аналітичної функції за допомогою вбудованих функцій.

1. $f(x) = x^4 - 13x^3 + 35x^2 + 13x - 36$,
2. $f(x) = 2 + x - x^2$,
3. $f(x) = (x - 1)^3$,
4. $f(x) = (x - 1)^4$,
5. $f(x) = \cos x + \sin x$,
6. $f(x) = 2 - x^2(2 + \sin 1/x)$,
7. $f(x) = x^3 - 6x^3 + 9x - 4$,
8. $f(x) = 2x^3 - x^4$,
9. $f(x) = x(x - 1)^2(x - 2)^3$,
10. $f(x) = x + 1/x$,
11. $f(x) = 2x/(1 + x^3)$,
12. $f(x) = (x^3 - 13x + 1)/(x^3 + 2x + 1)$,
13. $f(x) = \sqrt{2x - x^3}$,
14. $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$,
15. $f(x) = xe^{-x}$,
16. $f(x) = \operatorname{sqr}(x) \ln x$,
17. $f(x) = (\ln^2 x)/x$,
18. $f(x) = \cos x + 1/2 \cos 2x$,
19. $f(x) = 10/(1 + \sin^2 x)$,
20. $f(x) = \operatorname{arctg} x - 1/2 \ln(1 + x^2)$,
21. $f(x) = e^x \sin x$,
22. $f(x) = |x|e - |x - 1|$,
23. $f(x) = 2^x$,
24. $f(x) = x^2 - 4x + 6$,
25. $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$,
26. $f(x) = x + 1/x$,
27. $f(x) = \sqrt{5 - 4x}$,
28. $f(x) = xe^{-x}$,
29. $f(x) = (1 + x^2)/(1 + x^4)$,
30. $f(x) = e^{-x^2}$.

7. Знайдіть глобальний максимум (мінімум) аналітичної функції із завдання 6.