



Aprenda com quem faz

# Métodos e estratégias quantitativas para Renda Fixa

Leandro Guerra

2022



## SUMÁRIO

Capítulo 1. Fundamentos Qualitativos e Quantitativos de Renda Fixa	5
1.1 Introdução e motivação	5
1.2 O mercado de renda fixa	6
1.3 Estrutura de prazo das taxas de juros e cálculo prático	9
1.4 Risco da taxa de juros	14
1.5 Risco da inflação	16
Capítulo 2. Risco de Crédito	18
2.1 Introdução ao Risco de Crédito	18
2.2 Risco de crédito pessoa física	20
2.3 Risco de crédito pessoa jurídica ( <i>corporate</i> )	22
2.4 Conceitos de inadimplência	24
2.5 Conceitos de recuperação de crédito	24
2.6 A avaliação de solvência	25
Capítulo 3. Spreads e Credit Default Swaps (CDS)	28
3.1 Spreads de Crédito	28
3.2 Credit Default Swaps (CDS)	30
Capítulo 4. Modelos de probabilidade de risco de crédito e recuperação	
35	
4.1 O que é um modelo matemático	35
4.2 Introdução aos modelos de crédito	36
4.3 Conceitos fundamentais de Estatística para os modelos de crédito	
38	
4.4 Relacionamento entre variáveis	41
4.5 Testes estatísticos	44

4.6 Tipos de Distribuição	45
4.7 Por que a distribuição normal é importante?	47
Capítulo 5. A estrutura das crises financeiras	50
5.1 Cisnes negros	50
5.2 Pânico, corrida bancária e crashes	51
5.3 Comportamento dos ativos durante uma crise	54
5.4 Conceitos de fragilidade	56
5.5 Conceitos de antifragilidade	57
5.6 Antecipando crises financeiras	59
Capítulo 6. Elementos de risco de mercado	62
6.1 Passeio aleatório	62
6.2 O processo de Wiener e o movimento browniano	64
6.3 Volatilidade e diversificação	65
Capítulo 7. Processamento e manipulação de dados	68
7.1 Principais fontes de extração de dados	68
Capítulo 8. Algoritmos de aprendizado de máquina para a renda fixa	71
8.1 Os principais métodos utilizados no mercado	71
8.2 Conceitos de Regressão Linear	72
8.3 Conceitos de Regressão Logística	74
8.4 Conceitos de Árvore de decisão	75
8.4 Conceitos de Redes Neurais Artificiais	77
Capítulo 9. Construção de aplicações de modelagem de problemas de Renda Fixa	81
9.1 O aprendizado de máquina transforma a renda fixa	81

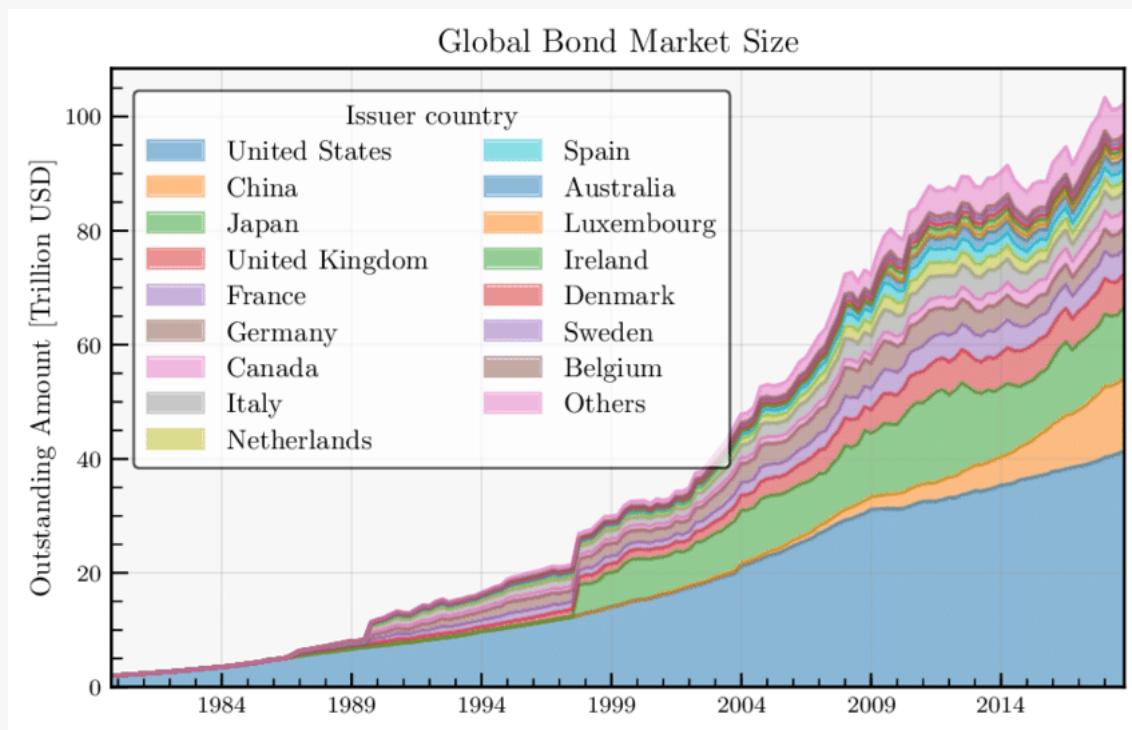
## Capítulo 1. Fundamentos Qualitativos e Quantitativos de Renda Fixa

### 1.1 Introdução e motivação

Talvez não esteja tão claro a todos os agentes do mercado financeiro, mas o mercado de renda fixa é a maior classe de ativos do mundo. Com um valor estimado de mais de \$200 trilhões globalmente, é quase três vezes o tamanho do mercado de ações global combinado avaliação. Exemplos de títulos de renda fixa incluem vários tipos de títulos, como os públicos e privados, bem como investimentos que detêm coleções de títulos, como fundos mútuos de títulos e ETFs de títulos. Estas classes de ativos serão discutidas mais a diante nesta apostila. Naturalmente, a

classe de ativos de renda fixa mais conhecida são os títulos (bonds). Na figura 1 temos o tamanho do mercado de títulos por país.

**Figura 1 – Tamanho do mercado mundial de títulos**



**Fonte: Bank for International Settlements, 2019**

Além da relevância em termos de tamanho e fluxo monetário, a grande motivação para investir e trabalhar com renda fixa é diversificar sua carteira de investimentos e ter potencial de geração de fluxo de caixa estável (não confundir com renda).

A renda fixa refere-se amplamente aos tipos de títulos de investimento que pagam, aos investidores, juros fixos ou pagamentos de dividendos até a data de vencimento. No vencimento, os investidores são reembolsados do valor principal que investiram. Ao contrário das ações que podem não pagar fluxos de caixa aos investidores, pagamentos de um título de renda fixa são conhecidos antecipadamente e permanecem fixo por toda parte.

Além disso,mediamente, o valor dos títulos do governo, como títulos do Tesouro, tende a se mover na direção oposta do mercado de ações e, assim, oferecer benefícios potenciais de diversificação ao seu portfólio.

### 1.2 O mercado de renda fixa

Por definição técnica, os títulos de renda fixa são direitos financeiros com fluxos de caixa prometidos, de valor fixo pagos em datas fixas. Os títulos de renda fixa se dividem em duas categorias gerais: obrigações de dívida e títulos preferenciais. No caso de uma obrigação de dívida, o emissor é chamado de mutuário. O investidor que compra tal título de renda fixa é dito ser o credor. Os pagamentos prometidos, que o emissor concorda em fazer nas datas especificadas, consistem em dois componentes: juros e pagamentos de principal (principal representa o reembolso de fundos emprestados).

De uma maneira simplificada, um título representa essencialmente um empréstimo que se transformou em algo negociável. Um governo ou empresa toma dinheiro emprestado de investidores e emite títulos em troca. Os títulos representam um compromisso do emissor de devolver o valor em algum momento no futuro, geralmente com juros. Um emissor de títulos oferece aos investidores uma taxa de retorno em troca de seu investimento inicial. Os investidores em títulos compararam o potencial de ganho com o risco de que os emissores não os paguem no nível descrito nos termos do contrato do título.

Abaixo, temos a classificação dos principais títulos de renda fixa:

- Títulos do Tesouro:
- Títulos de Agências Federais
- Títulos Municipais

- Títulos Corporativos
  - Notas de médio prazo (MTNs)
  - Títulos corporativos

- Títulos Garantidos por Hipoteca

Há algumas décadas, os títulos de renda fixa eram simples produtos de investimento. Deixando de lado a inadimplência (ausência de pagamento) do emissor, o investidor sabia por quanto tempo os juros seriam recebidos e quando o valor emprestado seria pago. Além disso, a maioria dos investidores comprava esses títulos com a intenção de mantê-los até a data de vencimento. Entretanto, nos últimos 40 anos, o mundo da renda fixa mudou. Primeiro, os títulos de renda fixa tornaram-se mais complexos. Existem características em muitos títulos de renda fixa que tornam difícil determinar quando o valor emprestado será reembolsado e por quanto tempo os juros serão recebidos. Para alguns títulos é difícil determinar o valor dos juros que serão recebidos. Além disso, o investidor que mantém até o vencimento foi substituído por investidores institucionais que negociam ativamente títulos de renda fixa.

#### 1.2.1 Os termos e vocabulário da renda fixa

Antes de prosseguir com qualquer outro tópico, é preciso se acostumar com os termos e vocabulário do mercado de títulos. São seis elementos fundamentais (e saber o correspondente em inglês também é importante):

- Cupom
- Vencimento (*Maturity*)
- Preço
- Taxa (*Yield*)

- Risco de crédito
- Duração (*Duration*)

**Cupom** é a taxa de juros que o emissor de um título promete pagar ao detentor do título até o vencimento ou outro evento de resgate. É expresso como uma porcentagem anual do valor de face do título. Exemplo: Um título com cupom de 2% pagará R\$20 por R\$1.000 do valor de face do título, por ano.

**Vencimento (Maturity)** é a data na qual o valor principal de um título de renda fixa está programado para vencer e ser pago, normalmente junto com qualquer pagamento final de cupom.

Em relação ao **preço**, os investidores em títulos têm dois conceitos-chave a serem considerados:

- **Preço de mercado:** O preço do título atualmente cotado. Haverá um preço que o comprador pode comprar a – “Ask Price”, e geralmente um preço pelo qual eles podem vender – “Bid Price”.
- **Valor nominal:** O valor declarado de um título - normalmente R\$1.000, também conhecido como valor nominal. Os títulos geralmente são emitidos e vencem ao par (ou seja: no vencimento, o detentor do título recebe R\$1.000).

**Taxa (Yield)** é o retorno antecipado de um investimento, expresso em porcentagem anual. Leva em consideração o preço de compra, os cupons ou fluxos de caixa previstos ao longo de sua vida e o retorno do principal quando o título vence ou é resgatado. Exemplo: Um rendimento de 3% significa que o investimento tem um retorno médio de 3% a cada ano.

O **risco de crédito** refere-se à possibilidade de a empresa emissora ou entidade governamental entrar em inadimplência e não conseguir pagar

o principal dos investidores ou efetuar pagamentos de juros. Quando um emissor entra em default, os investidores não recebem o rendimento esperado. O grau de risco de crédito de um título é dado em “classificações de crédito” atribuídas por agências como Moody's e S&P.

**Duração (Duration).** A duração mede a sensibilidade do preço de um título a mudanças no nível das taxas de juros do mercado. Exemplo: de as taxas de juros subissem 1%, um título com duração média de 5 anos provavelmente perderia aproximadamente 5% de seu valor. Se a duração de um título fosse 10 anos, o mesmo aumento de 1% nas taxas de juros faria com que ele perdesse aproximadamente 10% de seu valor.

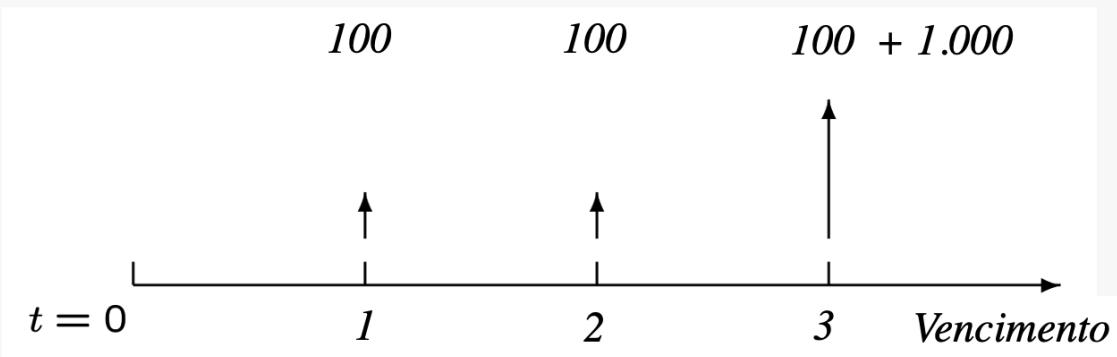
### 1.3 Estrutura de prazo das taxas de juros e cálculo prático

Este é o tema que importa nas vias de fato. O quanto um título oferece de risco e retorno para o investidor? A resposta a esta pergunta está no entendimento da estrutura e prazos das taxas de juros.

Mas antes é preciso também entender os conceitos básicos de fluxo de caixa e *valuation* (precificação e avaliação) dos títulos de renda fixa. Fluxo de caixa é a quantia ou equivalente de dinheiro que a alguém recebe ou distribui como forma de pagamento aos credores. E três pontos estão ligados a ele: o valor do título, os cupons e o vencimento.

A figura 2 abaixo ilustra a estrutura de fluxo de caixa de um título com valor principal de R\$1.000, cupons de 10% e vencimento de 3 anos.

**Figura 2 – Exemplo de fluxo de caixa de um título**



**Fonte: O autor**

Adicionalmente a esta estrutura, o investidor ou analista precisa conhecer os elementos que impactam a avaliação (*valuation*):

- Valor do tempo.
  - Taxa de juros.
- Riscos:
  - Inflação
  - Crédito
  - Liquidez
  - Moeda (taxa de câmbio)

Nosso objetivo aqui é avaliar fluxos de caixa sem risco. Dado o rico conjunto de títulos de renda fixa negociados no mercado, seus preços fornecem as informações necessárias para avaliar os fluxos de caixa sem risco disponíveis.

No mercado, essas informações sobre o valor do dinheiro no tempo são fornecidas de várias formas diferentes, das quais destacamos:

- Taxas de juros à vista

- Preços de títulos com desconto (títulos de cupom zero)
- Preços de títulos com cupom

### 1.3.1 Taxa de juros à vista

A taxa de juros à vista  $r_t$  é a taxa de juros (anualizada) para a data de vencimento  $t$  de um título, sendo que, naturalmente,  $r_t$  é diferente para diferentes datas de  $t$ .

Por exemplo, considere os títulos públicos do mercado brasileiro mostrados na figura 3 a seguir. Os valores foram acessados no dia 12/09/2022.

**Figura 3 – Preços e Taxa dos Títulos Brasileiros**

Título	Rentabilidade anual	Investimento mínimo	Preço Unitário	Vencimento	Simule
TESOURO PREFIXADO 2025	11,69%	R\$ 31,01	R\$ 775,33	01/01/2025	Simule
TESOURO PREFIXADO 2029	11,50%	R\$ 30,28	R\$ 504,69	01/01/2029	Simule
TESOURO PREFIXADO com juros semestrais 2033	11,67%	R\$ 37,02	R\$ 925,66	01/01/2033	Simule
TESOURO SELIC 2025	SELIC + 0,0716%	R\$ 121,23	R\$ 12.123,40	01/03/2025	Simule
TESOURO SELIC 2027	SELIC + 0,1709%	R\$ 120,52	R\$ 12.052,93	01/03/2027	Simule
TESOURO IPCA <sup>+</sup> 2026	IPCA + 5,57%	R\$ 32,00	R\$ 3.200,44	15/08/2026	Simule
TESOURO IPCA <sup>+</sup> 2035	IPCA + 5,73%	R\$ 39,17	R\$ 1.958,63	15/05/2035	Simule
TESOURO IPCA <sup>+</sup> 2045	IPCA + 5,73%	R\$ 33,71	R\$ 1.123,68	15/05/2045	Simule
TESOURO IPCA <sup>+</sup> com juros semestrais 2032	IPCA + 5,70%	R\$ 40,66	R\$ 4.066,82	15/08/2032	Simule
TESOURO IPCA <sup>+</sup> com juros semestrais 2040	IPCA + 5,74%	R\$ 40,94	R\$ 4.094,74	15/08/2040	Simule
TESOURO IPCA <sup>+</sup> com juros semestrais 2055	IPCA + 5,81%	R\$ 41,52	R\$ 4.152,70	15/05/2055	Simule

**Fonte:** <https://www.tesourodireto.com.br/titulos/precos-e-taxas.htm>

Cada título possui uma diferente taxa de rentabilidade anual  $r_t$  (segunda coluna da esquerda para a direita) e, conforme a data  $t$  fica mais distante (vencimento mais longo), o seu valor aumenta, dado o impacto do tempo nas taxas.

### 1.3.2 Preços de títulos com desconto (títulos de cupom zero)

Em não raras ocasiões, pode-se ter títulos que não pagam cupons, retornando ao investidor o valor dos juros e capital investido apenas no vencimento do título. O cálculo da taxa de rentabilidade é dado pela equação 1 abaixo,

$$P_t = \frac{1}{(1+r_t)^t} \quad (1)$$

onde  $P_t$  é o preço do título sem cupom e  $r_t$  é taxa de rentabilidade anual. Para calcular  $r_t$  diretamente, reorganizamos a equação 1 na forma da equação 2.

$$r_t = \frac{1}{P_t^{1/t}} - 1 \quad (2)$$

Nas aulas práticas os cálculos e fórmulas serão apresentados com a linguagem de programação Python. Por hora, temos um exemplo prático como o a seguir.

Considere um título público com cupom zero com os seguintes preços em diferentes vencimentos:

Preço	Vencimento
R\$0.967	2023
R\$0.930	2024
R\$0.810	2027
R\$0.599	2032
R\$0.199	2052

Qual seria a taxa de rentabilidade anual do título que vence em 2027?

Utilizando a equação 2, tem-se:

$$r_t = \frac{1}{0,810^{1/5}} - 1$$

$$r_t = 0,043 \text{ ou } 4,3\% \text{ ao ano}$$

### 1.3.3 Preços de títulos com cupom

Um título de cupom paga um fluxo regular de pagamentos de cupom e um principal no vencimento. Da Figura 3, é o caso do Título do Tesouro Pré-fixado com juros semestrais e vencimento em 2033.

Então, um título com pagamento de cupons  $C$ , com preço em  $P$  e vencimento em  $T$  é composto de:

- $C_t$  cupons com diferentes vencimentos em  $t$ ,  $t = 1, \dots, T$
- Montante principal  $M$  com vencimento em  $T$

O que nos leva à equação 3 para o preço  $P$  de um título de um cupom:

$$P = \sum_{t=1}^T (C_t * P_t) + (M * P_T)$$

$$P = \frac{C_1}{1+r_1} + \dots + \frac{C_{T-1}}{(1+r_{T-1})^{T-1}} + \frac{C_T}{(1+r_T)^T} + \frac{M}{(1+r_T)^T} \quad (3)$$

Suponha que exista um título vencendo em 2 anos com cupons de R\$10 e taxa de 5% e valor de face de R\$1000. O preço deste título é dado por:

$$P = \frac{C_1}{1+r_1} + \frac{C_T}{(1+r_T)^T} + \frac{M}{(1+r_T)^T}$$

$$P = \frac{10}{1+0,05} + \frac{10}{(1+0,05)^2} + \frac{1000}{(1+0,05)^2}$$

$$P = 9,52 + 9,07 + 907,03 = R\$925,62$$

Um outro importante conceito é o de rendimento até o vencimento (*YTM – Yield to Maturity*) que é o retorno total antecipado de um título se o título for mantido até o vencimento. O rendimento até o vencimento é considerado um rendimento de títulos de longo prazo, mas é expresso

como uma taxa anual. Esta é a taxa mais comumente encontrada no mercado.

O cálculo do retorno até o vencimento é dado pela equação 4

$$YTM = \sqrt[n]{\frac{\text{Valor de Face}}{\text{Preço Atual}}} - 1 \quad (4)$$

E o preço do título é dado então pela mesma equação 3 acima, mas com o valor de 4 sendo substituído pelo valor de YTM.

Um exemplo seria o preço de um título de cupom do tesouro de 2 anos com valor nominal (de face) de R\$1000 e uma taxa de cupom de 12% e YTM de 8,6% é

$$\begin{aligned} P &= \frac{120}{1+0,086} + \frac{120}{(1+0,086)^2} + \frac{1000}{(1+0,086)^2} \\ P &= 110,50 + 101,75 + 847,89 = R\$1060,14 \end{aligned}$$

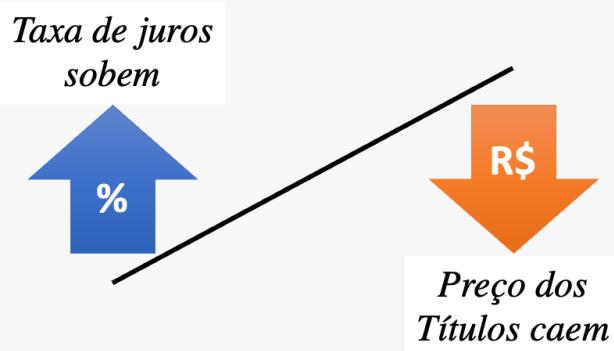
#### 1.4 Risco da taxa de juros

À medida que as taxas de juros mudam (estocásticamente) ao longo do tempo, os preços dos títulos também mudam. Portanto, valor de um título está sujeito ao risco de taxa de juros. Mas como?

O risco de taxa de juros é o potencial de que uma mudança nas taxas de juros gerais (no caso do Brasil, a Selic) reduza o valor de um título ou outro investimento de taxa fixa: à medida que as taxas de juros aumentam, os preços dos títulos caem e vice-versa. Isso significa que o preço de mercado dos títulos existentes cai para compensar as taxas mais atraentes das novas emissões de títulos.

De maneira implicada, temos o comportamento do preço de um título unicamente e variadamente vinculado à taxa de juros como a figura 4.

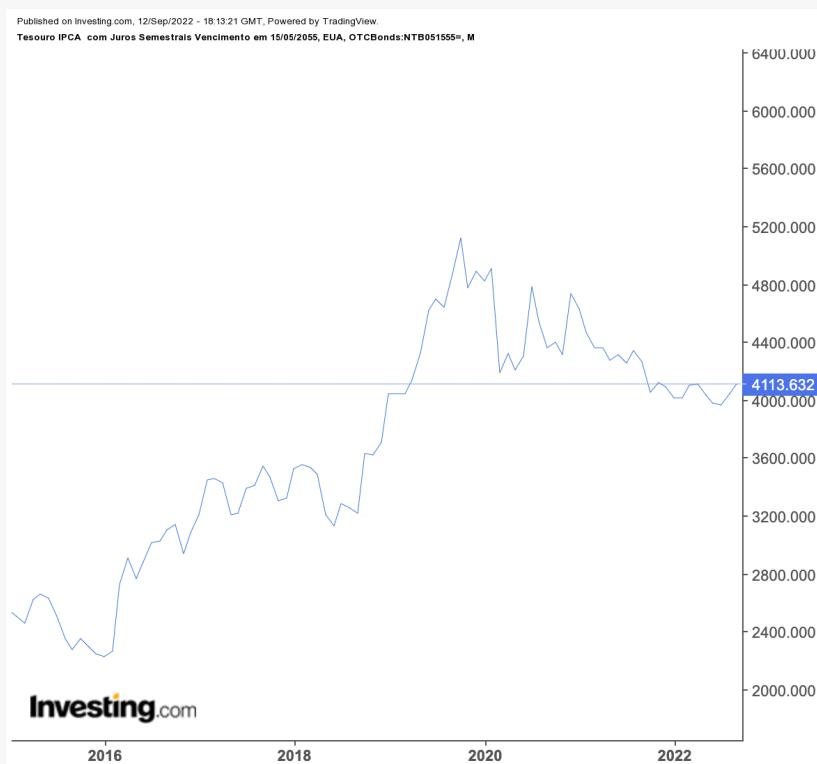
**Figura 4 – Comportamento teórico do preço de um título**



**Fonte: O autor**

Por exemplo, na figura 5 a seguir temos a variação dos preços do título público brasileiro Tesouro IPCA com Cupons Semestrais e vencimento em 15/05/2055.

**Figura 5 – Preço Título IPCA com Cupons Semestrais**



**Fonte: Investing.com**

Observe como a variação do preço supera os 60% em pouco mais de 7 anos. Isso mostra um outro aspecto interessante da renda fixa, que é a ideia de que não há riscos. Porém, neste caso, se um investidor ou

especulador estivesse em uma operação contrária ao movimento, as perdas podem ser significativas.

### 1.5 Risco da inflação

Resumidamente, a inflação é o aumento dos preços ou a diminuição no valor do dinheiro. A inflação normalmente reflete uma alta demanda por quantidades limitadas de bens ou serviços. Quando isso acontece, os preços aumentam. E vice-versa.

Embora muitos investimentos possam ser vulneráveis aos riscos de inflação, os títulos tendem a ter maior exposição a esse problema. Quanto maior a inflação, maior a probabilidade de os rendimentos dos títulos não acompanharem o poder de compra.

Portanto, se você comprou um título com uma taxa de cupom de 5%, essa taxa permanece a mesma durante todo o prazo do título. Se a inflação estiver em 2% ou 8,5%, a taxa de juros do seu título ainda será de 5%. Como nota, títulos de longo prazo tendem a ser mais sensíveis à inflação do que seus homólogos de curto prazo. Especificamente, quanto maior o prazo do seu título, mais valor você pode perder ao longo do tempo.

A alternativa para minimizar este risco são os títulos atrelados à inflação como os pós-fixados Tesouro IPCA mais uma taxa fixa.



> Capítulo 2



## Capítulo 2. Risco de Crédito

---

### 2.1 Introdução ao Risco de Crédito

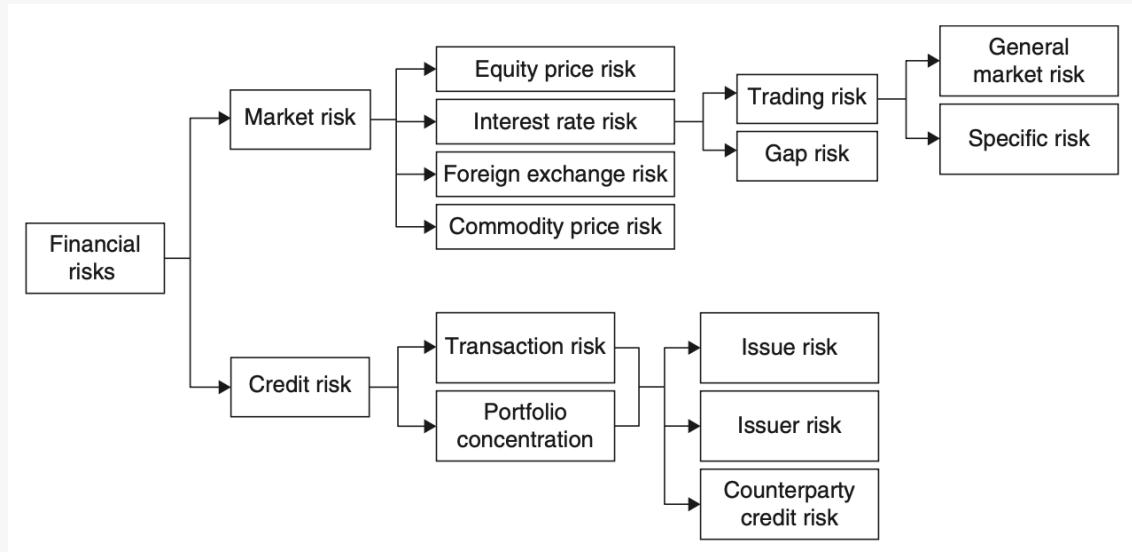
O crédito é uma obrigação econômica para um “terceiro”, uma entidade que não possui participação acionária na empresa. O risco de crédito é o risco de perda econômica por inadimplência (ausência de pagamento) ou mudanças nos ratings ou outros eventos de crédito.

Os títulos com risco de crédito incluem:

- Os títulos de dívida corporativa;
- A dívida soberana é denominada na moeda local da entidade soberana ou em moeda estrangeira. Pode ser emitido pelo governo central ou por uma empresa estatal ou controlada pelo Estado;
- Derivativos de crédito são contratos cujos *payoffs* são funções dos *payoffs* de títulos com risco de crédito. Os mais importantes e difundidos são os *credit default swaps* (CDS);
- Os produtos de crédito estruturado são títulos garantidos por pools de empréstimos hipotecários, estudantis e de cartão de crédito para pessoas físicas, por hipotecas comerciais e outros empréstimos comerciais e por outros tipos de garantias.

Na figura 6 (em inglês) temos os principais riscos financeiros.

**Figura 6 – Tipos de riscos financeiros**



**Fonte:** Financial Risk Manager Part I Foundation, página 24

O risco de crédito é composto pelo risco da transação e pela concentração da carteira. Ambos possuem o risco do emissor, da emissão e de qualquer contraparte que exista na operação. Em todos os casos podem estar incluídos os riscos referentes às pessoas físicas ou jurídicas.

Embora seja impossível saber exatamente quem ficará inadimplente nas obrigações, avaliar e gerenciar adequadamente o risco de crédito pode diminuir a gravidade de uma perda. Os pagamentos de juros do mutuário ou emissor de uma obrigação de dívida são a recompensa de um credor ou investidor por assumir o risco de crédito. E aqui é que entramos com a ciência de dados e os modelos matemáticos, para ajudar a calcular esta probabilidade de inadimplência e o risco associado a elas.

Uma fonte comum de confusão nas discussões sobre riscos de renda fixa é a distinção entre risco de crédito e risco de mercado. Não há distinção universalmente aceita entre os dois. Risco de mercado é o risco de perdas econômicas decorrentes de mudanças nos preços de mercado, incluindo flutuações nos preços de mercado de títulos com risco de crédito.

Um exemplo de um evento de crédito puro é este: uma empresa com classificação AAA anteriormente rebaixada para AA, mas nenhuma alteração nos spreads AAA ou nas taxas livres de risco. Um exemplo de um evento de mercado puro é um spread crescente entre as taxas AAA e sem risco, ou um aumento nas taxas sem risco.

## 2.2 Risco de crédito pessoa física

Um elemento indispensável para o bom funcionamento do mercado financeiro é baseá-lo em uma forte base moral, de acordo com Robert Shiller. Isto é particularmente verdade no setor bancário, no qual as contradições entre os interesses do banco e os interesses do cliente são cada vez mais perceptíveis. Em parte, isso se deve à transformação ocorrida no setor bancário no início do século XXI. Isso também se traduziu na ocorrência de um problema relacionado à avaliação da solvência dos clientes, em decorrência da existência de assimetria de informações entre eles.

Quando o assunto é pessoa física (ou varejo) o risco de crédito caracteriza-se pelo seguinte:

- Muitos empréstimos pequenos e de baixo valor
- Concentração no financiamento ao consumidor ou empresarial
- O risco incremental de qualquer exposição única ser pequeno
- Empréstimos parcelados (por exemplo, finanças pessoais, empréstimos educacionais, empréstimos para automóveis, leasing)
- Hipotecas residenciais
- Linhas de crédito rotativo
- Cartões de crédito
- Empréstimos a pequenas empresas

- O crédito ser uma obrigação econômica para um “terceiro”, uma entidade que não possui participação acionária na empresa. O risco de crédito é o risco de perda econômica por inadimplência.

O risco é o de um mutuário deixar de pagar a dívida. E aqui entra a ciência de dados. Um modelo de pontuação de crédito (*credit score*) usa técnicas estatísticas para converter informações sobre um solicitante de crédito ou um titular de conta existente em números. Os números são então combinados (geralmente adicionados) para formar uma pontuação. Quanto maior a pontuação, maior a probabilidade de reembolso pelo mutuário e menor o risco geral.

A pontuação de crédito é importante de várias maneiras:

- Ele ajuda os bancos a evitar clientes de risco e avaliar se um produto de negócios provavelmente será lucrativo. Isso é feito calculando a margem de lucro que resta uma vez que os custos operacionais e de inadimplência foram subtraídos da receita bruta.
- Ele automatiza a avaliação do cliente, uma tarefa que, de outra forma, precisaria ser realizada por muitos oficiais de crédito qualificados e experientes.
- A distinção dos modelos de pontuação de crédito é sua capacidade de ponderar e tratar consistentemente os itens de informação que extraem de aplicativos e/ou relatórios de agências de crédito. Na linguagem do setor de crédito, o termo “item” refere-se a uma “característica”, como as perguntas em um pedido de crédito ou as entradas em um relatório de agência de crédito. Cada característica atrai uma entrada, ou melhor, uma resposta dada por um candidato. Essa resposta é chamada de atributo.

Os modelos de risco de crédito são comumente desenvolvidos pelas agências de crédito (Bureau de Crédito, como a Serasa Experian ou

Boa Vista). Eles levam em consideração 5 tipos diferentes de informações do mutuário: histórico de pagamentos, tipos de crédito usados, duração do histórico de crédito, novas contas de crédito e nível atual de endividamento.

### 2.3 Risco de crédito pessoa jurídica (*corporate*)

O varejo está exposto a um risco de crédito que tem uma dinâmica muito diferente do risco de crédito dos negócios, pessoas jurídicas e de banco comercial e de investimento.

Para começar, a exposição ao crédito de varejo vem em pedaços pequenos. A implicação disso é que a inadimplência de um único cliente não desencadeia uma perda financeira grande o suficiente para ameaçar um banco. As exposições de bancos comerciais e de investimento podem ser grandes e caras. Consequentemente, a inadimplência de um único mutuário corporativo pode sujeitar o negócio a uma turbulência financeira significativa.

Além disso, os clientes de varejo tendem a ser financeiramente independentes com poucos vínculos econômicos. De fato, as fortunas financeiras de um cliente de varejo podem ser muito diferentes das de outros clientes. Em contraste, os negócios corporativos e comerciais contêm exposições concentradas com empresas com vínculos econômicos, industriais e geográficos significativos.

Por esse motivo, os bancos de varejo conseguem fazer estimativas mais confiáveis da perda percentual de uma carteira cujo *default* eles “antecipam”. Observe que os eventos padrões acionam a perda. Estar em posição de estimar com segurança a perda esperada tem duas implicações:

- Um banco conhece o custo de fazer negócios e, portanto, é capaz de projetar ganhos e desenvolver estratégias futuras sem se preocupar muito com a solvência.

- A perda esperada pode ser transformada no preço cobrado por um produto ou serviço.

Por outro lado, a perda esperada de empréstimos corporativos é muito mais difícil de modelar e geralmente é um valor altamente flutuante.

As carteiras de varejo também tendem a ter sinais de alerta facilmente perceptíveis que podem ser usados para prever um aumento nos defaults. Por exemplo, um cliente envolvido em algum tipo de dificuldade financeira pode deixar de fazer um pagamento mínimo em seu cartão de crédito. Uma vez recebido esse sinal de alerta, um banco pode tomar medidas preventivas para reduzir o risco de crédito. Nesses casos, um banco pode:

- Introduzir mudanças nas regras que regem o desembolso de dinheiro aos clientes. Por exemplo, o banco pode reduzir o limite de um cartão de crédito ou até mesmo sacar um cheque especial.
- Altere as regras de aceitação do cliente para evitar negócios arriscados.
- Aumente a taxa de juros para levar em consideração a maior probabilidade de inadimplência.

É muito mais difícil perceber sinais de alerta nas carteiras de crédito comercial. Quando um problema se torna óbvio, muitas vezes é tarde demais para fazer muito a respeito.

Toda a parte de modelagem e ciência de dados está contida com mais detalhes nas aulas em vídeo.

## 2.4 Conceitos de inadimplência

Até o momento viu-se a definição de risco e falamos sobre capacidade de pagamento, a inadimplência e seu termo em inglês, *default*. A inadimplência é a falta de pagamento de uma obrigação financeira. Os

eventos de inadimplência incluem pagamentos em dificuldades, nas quais o credor recebe títulos com valor inferior ou uma quantia menor que a dívida original. No caso de uma pessoa jurídica, uma definição alternativa de inadimplência é baseada no balanço patrimonial da empresa: a inadimplência ocorre quando o valor dos ativos é menor que o da dívida, ou seja, o patrimônio é reduzido a zero ou a uma quantidade negativa.

Outro conceito importante é o de falência. A falência é um procedimento legal em que uma pessoa ou empresa “busca alívio” de seus credores para reorganizar e reestruturar seu balanço e operações, ou liquidar e sair do negócio de forma ordenada. Na prática, as empresas geralmente pedem proteção contra falência bem antes de seu patrimônio ser reduzido a zero. Durante a falência, os credores são impedidos de processar o devedor falido para cobrar o que lhes é devido, e o devedor pode continuar o negócio. Ao final do processo de falência, a dívida é extinta ou quitada. Existem muito poucas exceções. Por exemplo, muitos empréstimos estudantis não podem ser quitados por meio de falência pessoal.

Estes pontos são relevantes para determinar futuramente o alvo do nosso modelo de crédito. E por que modelos de crédito são importantes para a renda fixa? Porque eles impactam diretamente a solvência (capacidade de pagamento) de uma empresa. E, se ela emitiu uma debênture – um título de dívida – ele pode ter risco de *default* e não ser pago.

## 2.5 Conceitos de recuperação de crédito

Nem sempre que existe a inadimplência o dinheiro está completamente perdido. Para isto, existem os processos de recuperação de crédito (cobrança ou recuperação de dívidas), que trabalham para ajudar a recuperar o máximo possível do capital que está a risco para a empresa.

Recuperação de dívidas e cobrança de dívidas são termos semelhantes com uma pequena, mas muito importante distinção. A diferença é quem está tentando recuperar uma dívida. A cobrança de dívidas é a tentativa de um credor de recuperar crédito ao consumidor e empréstimos que não foram pagos por um cliente. Já a recuperação de dívidas ocorre quando um empréstimo – como um saldo de cartão de crédito – continua sem ser pago e um credor contrata um terceiro, conhecido como serviço de cobrança, para se concentrar na cobrança do dinheiro.

A recuperação de dívidas é importante porque está diretamente relacionada à pontuação de crédito da empresa ou da pessoa física. Se o sujeito em questão está sendo contatado por um serviço de recuperação de dívidas, isso significa que há um registro de ele está inadimplente em um empréstimo e atualmente tem inadimplência. Essas inadimplências são relatadas às agências de crédito, prejudicando a pontuação de crédito, o que pode prejudicar quaisquer oportunidades futuras de empréstimo.

Existem várias etapas no processo de recuperação de dívidas e é importante saber o que esperar quando for contactado por um agente de recuperação de dívidas. De fato, como a dívida financeira pode ser uma situação complicada, foi estabelecida legislação para orientar o processo de recuperação de dívidas e garantir que os consumidores estejam protegidos contra práticas de cobrança de dívidas.

## 2.6 A avaliação de solvência

A avaliação de solvência é comumente feita via índice de solvência, que é uma métrica que nos ajuda a examinar a saúde financeira de uma empresa. Ela permite-nos determinar se a empresa pode cumprir as suas obrigações financeiras a longo prazo.

A fórmula mais utilizada para calcular o índice de solvência (IS) é dada pela equação 5:

$$IS = \frac{\text{Lucro Líquido} + \text{Depreciação}}{\text{Todos os passivos}} (5)$$

O numerador comprehende o fluxo de caixa atual da empresa, enquanto o denominador é composto por seus passivos de curto e de longo prazo. Assim, é seguro concluir que o índice de solvência determina se o fluxo de caixa de uma empresa é adequado para pagar seu passivo total. E, como ele é uma razão, é geralmente expresso em percentual (%).

Embora o índice de solvência seja uma medida útil, ele não considera a capacidade de uma empresa adquirir novas fontes de financiamento a longo prazo, como fundos de ações ou títulos. Por esse motivo, deve ser usado em conjunto com outros tipos de análise para fornecer uma visão mais abrangente.



> Capítulo 3



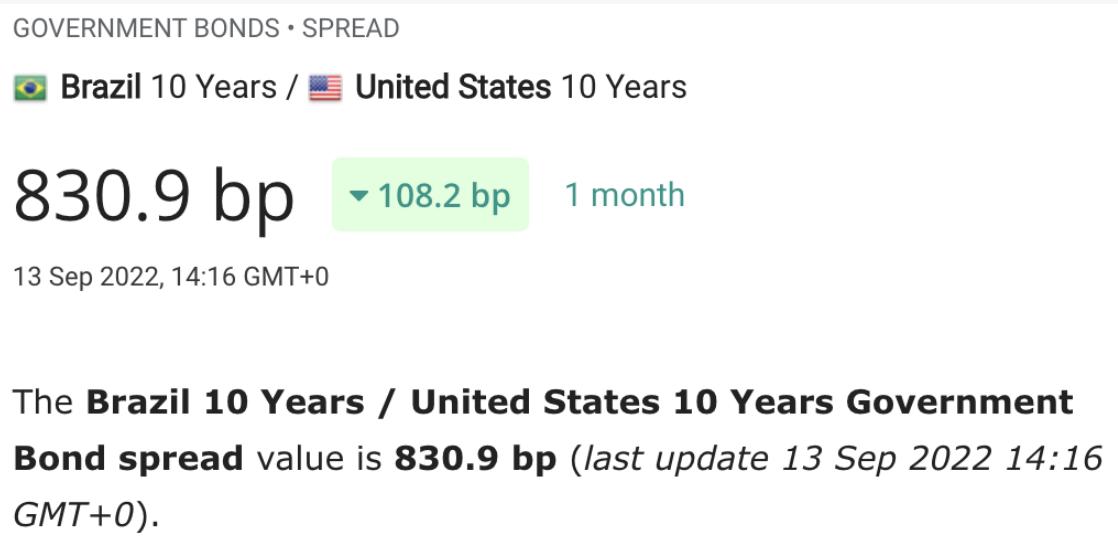
## **Capítulo 3. Spreads e Credit Default Swaps (CDS)**

### **3.1 Spreads de Crédito**

Por definição, o spread de crédito é a diferença de rendimento entre títulos de vencimento semelhante, mas com qualidade de crédito diferente. O spread é medido em pontos base. Normalmente, é calculado como a diferença entre o rendimento de um título corporativo e a taxa de referência. O rendimento de um título do governo geralmente é considerado uma taxa de referência. O spread de crédito, portanto, dá uma indicação do risco adicional que os credores assumem quando compram dívida corporativa versus dívida do governo com o mesmo vencimento.

Um exemplo prático e excelente pode ser encontrado neste site: [World Government Bonds](#). Vamos analisar o spread entre os títulos do governo brasileiro e americanos de 10 anos.

**Figura 7 – Spread entre os títulos de 10 anos Brasil/EUA**

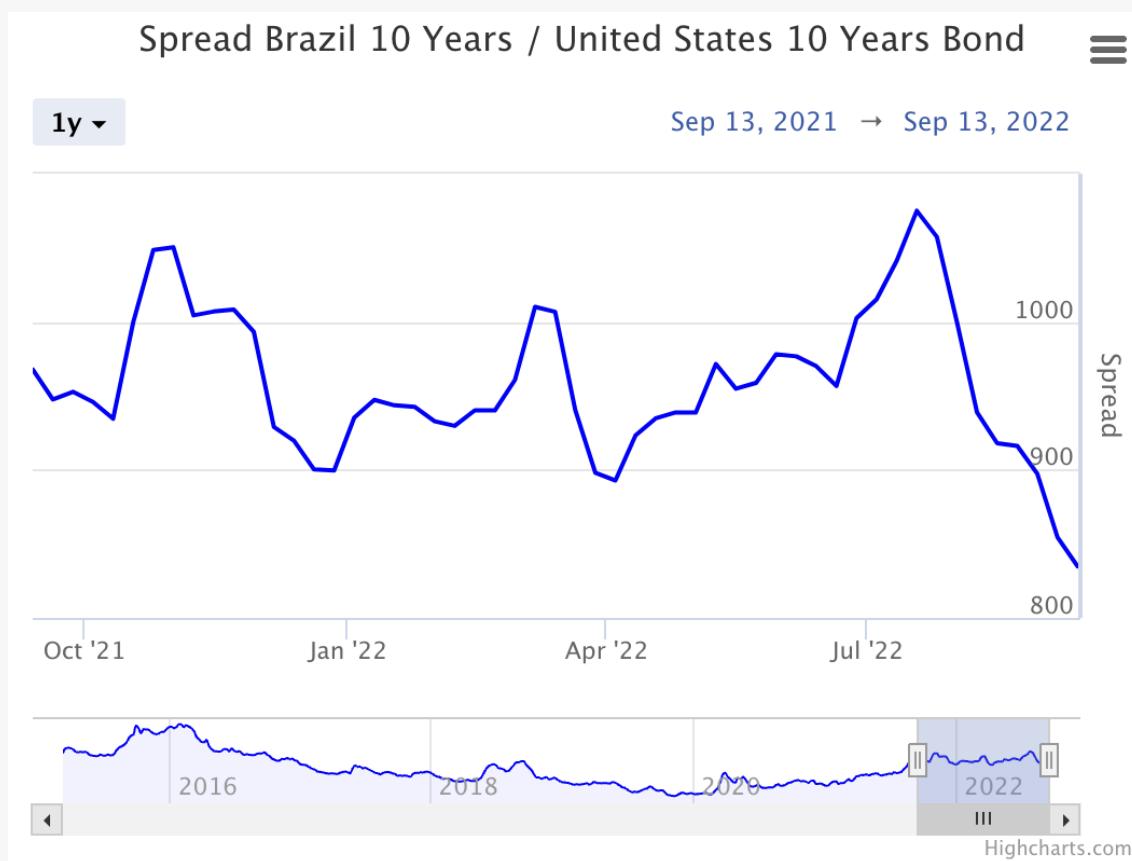


**Fonte: World Government Bonds**

No momento temos que o spread é de 830,9 bp (pontos base). Como Um ponto base é equivalente a 0,01% (1/100 de um por cento), isto

significa que o título brasileiro tem uma taxa 8,309% maior que a do americano. E ele diminuiu 108,2 bp (1,082%) no último mês. Na figura 8 temos o gráfico de variação do spread nos últimos 12 meses.

**Figura 8 – Variação do spread nos últimos 12 meses**



**Fonte: World Government Bonds**

Mudanças no spread indicam que as percepções do risco de um emissor específico mudaram ou que as percepções das condições gerais do mercado mudaram. Por exemplo, se o mercado se tornar mais cético em relação à qualidade de crédito de uma empresa emissora, o spread dos títulos dessa empresa aumenta (seu rendimento em relação ao benchmark aumenta). Além disso, se os mercados se tornarem mais negativos e avessos ao risco, os spreads em geral tendem a aumentar. Da mesma forma, se o sentimento em relação a um emissor ou mercado melhorar, os spreads relevantes diminuirão.

Como no caso da figura 8 o spread diminuiu, significa que a percepção de risco entre Brasil em relação aos EUA também diminuiu.

Também é justo observar que esta é uma perspectiva relativamente de curto prazo. Na figura 9 temos a visão mais completa com mais anos de vencimento; e, na data em que este material é escrito, temos uma inversão no spread entre os títulos de 5 e 10 anos.

**Figura 9 – Variação do spread em diferentes vencimentos**

## Country Bond Spread

### Brazil vs United States

Residual Maturity	Bonds Yield		Current Spread
	Brazil	United States	
1 year	13.588%	3.888%	970.0 bp
2 years	12.967%	3.733%	923.4 bp
3 years	11.906%	3.744%	816.2 bp
5 years	11.572%	3.579%	799.3 bp
10 years	11.746%	3.437%	830.9 bp

**Fonte: World Government Bonds**

### 3.2 Credit Default Swaps (CDS)

A maneira mais fácil de entender o que é um *Credit Default Swap* (CDS) é pensar nele como um seguro contra a inadimplência. Ele nada mais é do que um derivativo financeiro, mas, diferente das opções que são derivativos das ações, o CDS é um derivativo de um ativo de crédito.

Os contratos de derivativos são contratos formais celebrados entre duas partes, uma compradora e outra vendedora, que atuam como contrapartes uma da outra e envolvem uma transação física de um ativo subjacente no futuro ou um pagamento financeiro de uma parte a outra com base sobre eventos futuros específicos do ativo subjacente. Em outras

palavras, o valor de um Contrato Derivativo é derivado do ativo subjacente no qual o Contrato se baseia.

Embora semelhante, o CDS é diferente de um seguro tradicional. Os vendedores de CDS não precisam ser entidades regulamentadas. Embora a maioria dos vendedores de CDS sejam bancos, alguns vendedores são menos responsáveis. Ao contrário do seguro, os vendedores de CDS não são obrigados a manter uma reserva. Como resultado, se houver uma inadimplência, um vendedor de CDS pode não ter fundos para pagar o comprador de volta.

Os swaps de inadimplência de crédito surgiram em 1994, quando foram inventados por Blythe Masters do JP Morgan. Eles se tornaram populares no início dos anos 2000 e, antes da crise financeira de 2008, havia mais dinheiro investido em CDS do que em outros pools. O valor dos CDS ficou em US\$ 45 trilhões em comparação com US\$ 22 trilhões investidos no mercado de ações, US\$ 7,1 trilhões em hipotecas e US\$ 4,4 trilhões em títulos do Tesouro dos EUA. Em meados de 2010, o valor dos CDS em circulação era de US\$ 26,3 trilhões.

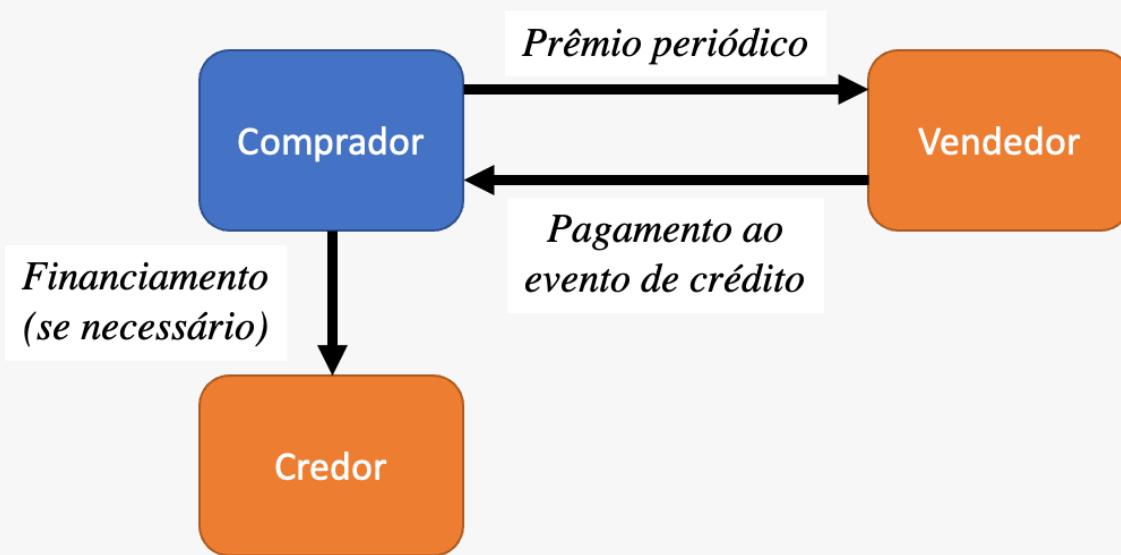
Muitos bancos de investimento estavam envolvidos, mas a maior vítima foi o banco de investimento Lehman Brothers, que tinha US\$ 600 bilhões em dívidas, dos quais US\$ 400 bilhões eram cobertos por CDS. A seguradora do banco, American Insurance Group, não tinha fundos suficientes para liquidar a dívida, e o Federal Reserve dos Estados Unidos precisou intervir para salvá-lo.

As empresas que negociavam swaps foram atingidas durante a crise financeira. Como o mercado não era regulamentado, os bancos usavam swaps para garantir produtos financeiros complexos. Os investidores deixaram de estar interessados em comprar swaps e os bancos passaram a deter mais capital e a tornar-se avessos ao risco na concessão de empréstimos.

O Dodd-Frank Wall Street Report Act de 2009 foi introduzido para regular o mercado de swaps de inadimplência de crédito. Eliminou os swaps mais arriscados e proibiu os bancos de usar depósitos de clientes para investir em swaps e outros derivativos. A lei também exigia a criação de uma câmara de compensação para negociar e precificar swaps.

Na figura 10 temos a ilustração do fluxo de pagamento de uma CDS.

**Figura 10 – Fluxo de pagamento de um CDS**



**Fonte:** O autor

Suponha que um investidor tenha em sua carteira dez pacotes de títulos de dez emissores diferentes, todos classificados como BBB, e que cada título produza um fluxo de caixa de R\$100.000 por ano.

Dada a probabilidade de insolvência dos emitentes BBB, o investidor que pretenda proteger-se do risco de inadimplência poderá celebrar um CDS pagando anualmente uma quantia fixa (semelhante a um prémio de seguro) para ter a certeza de que, no caso um ou mais emissores estejam inadimplentes, a contraparte do CDS efetua um pagamento igual ao valor não cobrado.



Além da cobertura do risco de crédito, os potenciais benefícios do CDS incluem:

- Acesso a exposições de vencimento não disponíveis no mercado à vista
- Acesso ao risco de crédito com risco de juros limitado
- Investimentos em créditos estrangeiros sem risco cambial



> Capítulo 4

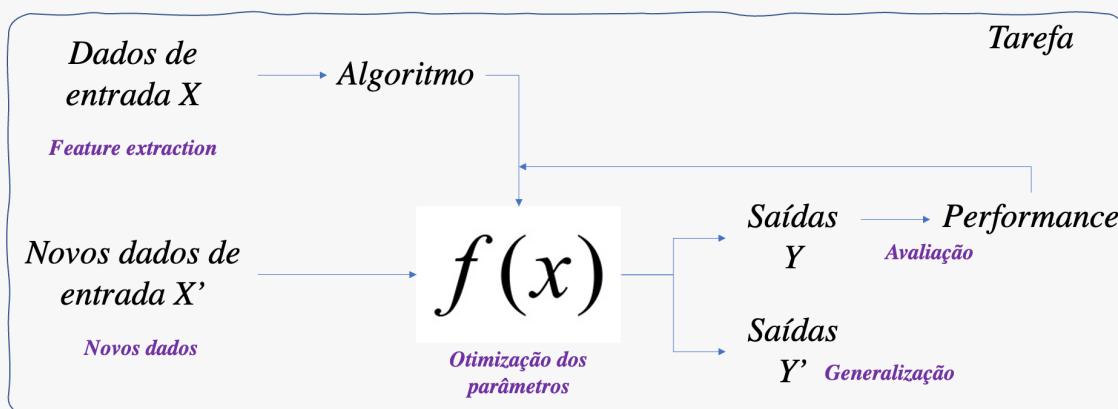


## Capítulo 4. Modelos de probabilidade de risco de crédito e recuperação

### 4.1 O que é um modelo matemático

Muitos autores costumam apresentar a definição de modelo matemático com equações e teorias complexas. Eu prefiro seguir o caminho da lógica e de conceitos que possam ser generalizados para quaisquer tipos de aplicações. Vamos estudar a figura 11, que mostra os componentes principais necessários ao desenvolvimento de qualquer modelo.

**Figura 11 – Ilustração do desenvolvimento de um modelo**



**Fonte: O autor**

Um modelo matemático pode ser facilmente entendido como uma caixa de calcular – a  $f(x)$  da figura 11 – que aproxima uma realidade (tarefa), onde inserimos um determinado conjunto de informações como entrada ( $X$ ) e temos como saída ( $Y$ ) a probabilidade futura – predição – da ocorrência de um determinado evento. Para ser mais preciso, a saída de um modelo pode ser uma classificação, uma regressão, um agrupamento ou uma associação, sendo a classificação a tarefa que gera uma probabilidade.

Agora, esta caixa de calcular que é o modelo, tem que ser preenchida com algo que calcule a saída, ou seja, ser preenchida com a

equação matemática que aproxime o nosso caso da realidade, do nosso alvo, para que previsões possam ser feitas. Dado que nossa caixa de calcular é uma aproximação da realidade, a equação precisa produzir uma saída que seja o mais próxima possível da mesma. A ação de encontrar os elementos da equação é chamada de treinamento do modelo. É o momento de aprendizado da máquina, onde ela vai passar, via um conjunto de informações a priori, a aproximar o conjunto de informações a posteriori e ter uma relação entre realidade e alvo que seja a mais próxima possível. Ou, mais tecnicamente, que tenha um erro próximo a zero.

Esta definição pode ser aplicada a qualquer modelo. Este é o passo a passo que um analista quantitativo tem que ter memorizada e carregar por toda a sua carreira profissional.

#### 4.2 Introdução aos modelos de crédito

Neste caso, a realidade que iremos estimar com o modelo matemático – a  $f(x)$  da figura 11 – é a inadimplência. Em outras palavras, iremos calcular a probabilidade de uma entidade – pessoa jurídica ou física – não pagar o seu débito nos próximos 12 meses (intervalo de tempo mais utilizado no mercado).

Como visto anteriormente, a inadimplência afeta diretamente o fluxo de caixa das empresas, instituições ou governos que emprestam dinheiro. Isto reflete diretamente no risco associado ao título de renda fixa emitido pelos mesmos – seja ele um *bond* ou uma debênture, por exemplo.

Diversos fatores – as variáveis X que servirão como base de entrada para o modelo – podem influenciar a probabilidade de inadimplência. Elas incluem atributos do tomador, prazos e estrutura do empréstimo, além de outros fatores que podem variar de empresa para empresa. Como exemplo, no artigo de Khemakhem, et. al., por exemplo, é enunciado que os principais fatores para prever a qualidade de crédito das empresas são:

- Índices de rentabilidade
- Capacidade de reembolso
- Solvência
- Duração de um relatório de crédito
- Garantias
- Tamanho da empresa
- Número do empréstimo
- Estrutura de propriedade
- Relacionamento bancário corporativo (duração)

Em um outro exemplo para pessoas físicas, Meisenzahl, et. al., confirmam que o desempenho do crédito para veículos está relacionado aos níveis de desemprego. Com base em seus modelos de risco de crédito, eles estimaram que a “taxa de desemprego explicava cerca de 55% e 66% do desempenho das perdas nas perdas com empréstimos de automóveis prime e subprime, respectivamente”, e ainda, que um “aumento de 100% na taxa de desemprego resultou em um aumento de 119% nas perdas com empréstimos de primeira linha durante crises econômicas com aumento das taxas de desemprego.”

Calcular probabilidade geralmente envolve selecionar e construir um modelo preditivo. Como mencionamos, nos modelos de risco de crédito a variável alvo é frequentemente o evento de inadimplência ou o evento de pagamento antecipado do empréstimo. Dados históricos sobre empréstimos reais são usados para construir ou “ajustar” o modelo de risco

e, em seguida, o modelo ajustado fornece as probabilidades estimadas em diferentes valores dos fatores.

Existem muitos tipos de métodos e modelos para previsão. Para resultados binários, como padrão/não padrão ou pré-pagamento/não-pagamento, os modelos preditivos populares incluem regressão logística, árvores de decisão, redes neurais, classificador Naïve Bayes e outros. Entretanto, a regressão logística é o mais aceito no mercado há 30 anos.

Com um modelo preditivo ajustado, os níveis de fator em um novo pedido de empréstimo podem ser “percorridos” no modelo para prever a probabilidade de inadimplência ou pré-pagamento. Isso faz parte do processo conhecido como “*credit scoring*”.

#### 4.3 Conceitos fundamentais de Estatística para os modelos de crédito

As bases fundamentais da estatística são

- Feitas com base em observações ou medições de dados
- A estatística é indutiva - medições ou observações específicas produzem uma conclusão mais geral
- Inferência estatística também é inferência científica. (Inferência é uma conclusão baseada em fatos conhecidos)

A estatística serve para

- Promover o pensamento crítico e analítico
- Descrever e resumir dados
- Generalizar padrões complexos

- Estimar probabilidades para um evento em um determinado domínio
- Análise comparativa de padrões. Um padrão esperado corresponde a um padrão real?

Mas, afinal, o que é estatística? Ela trata da coleta, classificação, descrição, apresentação e análise (interpretação) dos dados (informações numéricas). Pode também ser considerada como um estudo sobre a variação nos dados. O aprendizado estatístico refere-se a um conjunto de ferramentas para modelar e entender conjuntos de dados complexos. É uma área recentemente desenvolvida em estatística e combina-se com desenvolvimentos paralelos em ciência da computação e, em particular, aprendizado de máquina.

É fundamental ter os termos abaixo sempre em mente:

- Dados: Informação numérica.
- Conjunto de dados: grupos de dados em formato tabular ou não estruturado
- Observações: elementos, registros dos fenômenos (indivíduos, casos)
- Variável: uma propriedade que pode ser medida, classificada ou contada, por exemplo masculino / feminino, descarga / velocidade etc.
- Estatística descritiva: um resumo conciso, numérico ou quantitativo é relatado para uma variável ou conjunto de dados.

Exemplos:

- Medidas de tendência central

- Medidas de dispersão e variabilidade
  - Medidas de forma ou posição relativa
  - Dados espaciais
- Inferência: um resultado relatado (generalização) derivado de uma amostra de uma população maior. Baseado na teoria da probabilidade.
    - Estimativa - com base em intervalos de confiança.
    - Teste de hipóteses - testes Z e t.
  - Estatística descritiva: um resumo conciso, numérico ou quantitativo é relatado para uma variável ou conjunto de dados.
  - Medidas de tendência central
  - Medidas de dispersão e variabilidade
  - Medidas de forma ou posição relativa
  - Dados espaciais
- Inferência: um resultado relatado (generalização) derivado de uma amostra de uma população maior. Baseado na teoria da probabilidade.
  - Estimativa - com base em intervalos de confiança.
  - Teste de hipóteses - testes Z e t.
  - Amostragem: uma parte do conjunto total de dados
  - Parâmetro: uma propriedade descritiva de uma população. Expressa por letras gregas:  $\sigma$  é desvio padrão,  $\mu$  é uma média populacional e  $\sigma^2$  é a variância.

- Estimativa (estatística): uma propriedade de uma amostra retirada aleatoriamente de uma população. As estimativas são expressas por letras romanas. O desvio padrão é  $s$ , a média é  $x$  e a variação é  $s^2$ .
- Função: quando duas variáveis estão relacionadas, de modo que os valores de uma dependem dos valores da outra.
  - Se a relação funcional não for conhecida, as conclusões causais não poderão ser inferidas.

Embora as técnicas estatísticas e diagnósticos tradicionais sejam usados no desenvolvimento de modelos de risco de crédito, a principal métrica para avaliar o desempenho do modelo é o “back-testing”: como os modelos se comportam em dados históricos de retenção.

Mas o maior desafio aqui, como em qualquer exercício de previsão que usa o passado para prever o futuro, é que o passado seja representativo do futuro. Nesse caso, os economistas dizem que o passado deve incluir pelo menos um ciclo econômico completo. Mas este certamente não é o caso aqui, pois as condições econômicas desde a última crise financeira não são típicas do que vimos antes da crise ou do que poderemos ver nos próximos anos. Este é, obviamente, um desafio difícil, que deve ser abordado por meio de experiência no assunto, discussão extensa e levantamento sistemático de informações e escrutínio de quaisquer modificações propostas aos resultados estatísticos.

#### 4.4 Relacionamento entre variáveis

Quando o assunto é relacionamento entre variáveis, dois tipos de medidas são fundamentais: covariância e correlação.

A covariância é um indicador do grau em que duas variáveis mudam em relação uma à outra. Ou seja, ele mede a direção da relação linear entre essas duas variáveis. A sua fórmula é dada pela equação 6 abaixo:

$$Cov(x, y) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} \quad (6)$$

Os valores de covariância podem estar na faixa de -infinito para +infinito e a covariância da própria variável é a variância dela ( $x=y$ ). Repare que o denominador na equação é  $n-1$ . Quando usar  $n$  ou  $n-1$ ?

Livros de estatística geralmente mostram duas equações para calcular o desvio padrão, por exemplo. Uma usando  $n$  e a outra usando  $n-1$ , no denominador. A equação com  $n-1$  é usada na situação comum em que você está analisando uma amostra de dados e deseja tirar conclusões mais gerais. Portanto, o desvio calculado desta forma é sua melhor estimativa para o valor do desvio na população geral.

Se você simplesmente deseja quantificar a variação em um determinado conjunto de dados e não planeja extrapolar para tirar conclusões mais amplas, pode calcular o desvio usando apenas o  $n$  no denominador. Só faz sentido usar  $n$  no denominador quando não há amostragem de uma população, não há desejo de tirar conclusões gerais. O objetivo da ciência é sempre generalizar, portanto, a equação com  $n$  no denominador deve ser usada apenas quando realmente necessária.

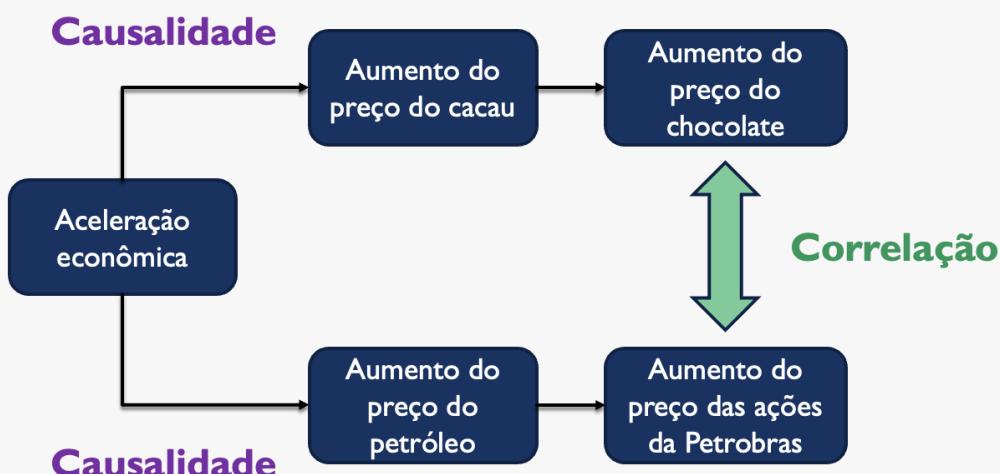
Uma outra consideração importante sobre a variância é que ela é afetada diretamente pela dimensionalidade das variáveis. Para resolver isto, normalizamos a medida dividindo-a pelos desvios padrão de cada variável.

No caso da correlação, ela é usada para determinar como a mudança em uma variável está afetando a mudança em outra variável. Lembre-se que é feita a observação de duas variáveis tal como elas existem; nenhuma manipulação de dados é feita. Sua equação é dada pela equação 7.

$$Cor(x, y) = \frac{Cov(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (7)$$

Ou seja, a correlação é uma versão normalizada a covariância e a correlação de uma variável com ela mesma é 1. Outra observação: correlação não implica em causalidade. Para que a correlação implique em causalidade, um verdadeiro experimento deve ser feito com as amostras sendo aleatoriamente escolhidas e submetidas a diferentes condições!

**Figura 12 – Causalidade versus Correlação**



**Fonte: O autor**

Existem outros tipos de correlação que podem ser encontradas na figura 13.

**Figura 13 – Tipos de correlação**

	Categórica	Contínua
Categórica	Crammer's V, Lambda/Phi (nominal), spearman rho(ordinal), Rank Biserial (ordinal x nominal)	Point Biserial (nominal) ou Biserial (ordinal)
Contínua	Point Biserial (nominal) ou Biserial (ordinal)	Pearson, Spearman

**Fonte: O autor**

#### 4.5 Testes estatísticos

Um teste estatístico fornece um mecanismo para tomar decisões quantitativas sobre um ou mais processos. A intenção é determinar se há evidências suficientes para "rejeitar" uma conjectura ou hipótese sobre o processo. A conjectura é chamada de hipótese nula. Não rejeitar pode ser um bom resultado, se quisermos continuar a agir como se "acreditássemos" que a hipótese nula é verdadeira. No entanto, pode ser um resultado decepcionante, possivelmente indicando que ainda não temos dados suficientes para "provar" algo rejeitando a hipótese nula.

Um uso clássico de teste estatístico ocorre em estudos de controle de processo. Por exemplo, suponha que estamos interessados em verificar se as empresas com receita menores que R\$100mil por ano sejam mais inadimplentes que empresas com receitas maiores. A hipótese nula, neste caso, é que a receita abaixo deste valor implica em mais inadimplência. Implícita nesta declaração está a necessidade de sinalizar as empresas que tenham receitas muito maiores ou menores que R\$100mil. Isso se traduz na hipótese alternativa de que a receita das inadimplentes sejam maiores do que R\$100mill. Esta é uma alternativa bilateral porque protege contra

alternativas em direções opostas; ou seja, que as receitas são maiores ou menores.

A estatística de teste é comparada com um valor crítico mais baixo, e se for menor que este limite, a hipótese nula é rejeitada. Assim, um teste estatístico requer um par de hipóteses; nomeadamente,

- $H_0$ : uma hipótese nula
- $H_a$ : uma hipótese alternativa.

A hipótese nula é uma afirmação sobre uma crença. Podemos duvidar que a hipótese nula seja verdadeira, e talvez seja por isso que a estamos "testando". A hipótese alternativa pode, de fato, ser o que acreditamos ser verdade. O procedimento de teste é construído de forma que o risco de rejeitar a hipótese nula, quando de fato verdadeira, seja pequeno. Este risco,  $\alpha$ , é muitas vezes referido como o nível de significância do teste. Ao ter um teste com um pequeno valor de  $\alpha$ , sentimos que realmente "provamos" algo quando rejeitamos a hipótese nula.

O risco de não rejeitar a hipótese nula quando ela é de fato falsa não é escolhido pelo usuário, mas é determinado, como se poderia esperar, pela magnitude da discrepância real. Este risco,  $\beta$ , é normalmente referido como o erro do segundo tipo. Grandes discrepâncias entre a realidade e a hipótese nula são mais fáceis de detectar e levam a pequenos erros do segundo tipo; enquanto pequenas discrepâncias são mais difíceis de detectar e levam a grandes erros do segundo tipo. Além disso, o risco  $\beta$  aumenta à medida que o risco  $\alpha$  diminui.

#### 4.6 Tipos de Distribuição

Uma distribuição de probabilidade é a caracterização da probabilidade de uma variável aleatória assumir certos valores. De um modo mais técnico, é a caracterização da probabilidade de uma variável

aleatória assumir certos valores. Na figura 14 abaixo temos os principais tipos de distribuição.

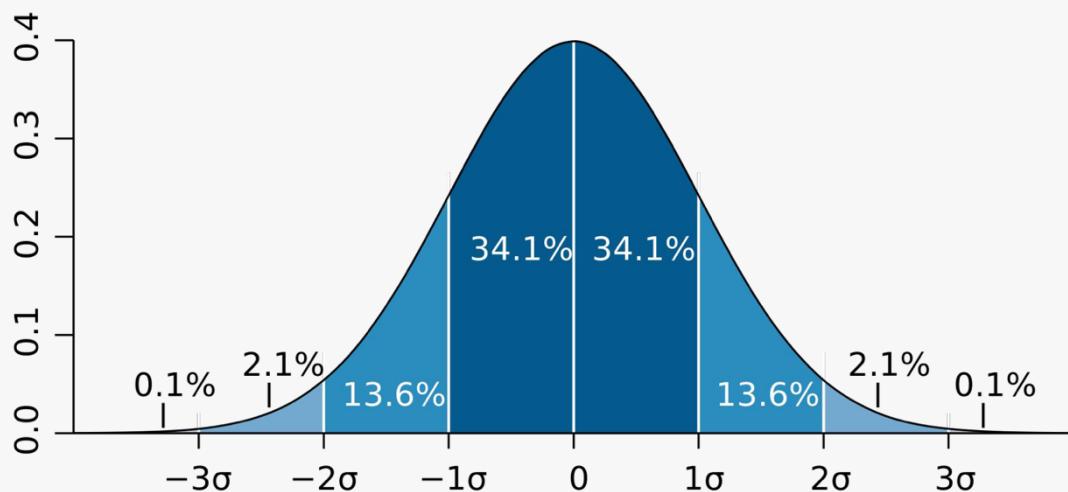
**Figura 14 – Principais tipos de distribuição**



**Fonte: O autor**

Destas, vamos destacar uma em especial para o escopo deste curso: a distribuição normal, mostrada em detalhes na figura 15.

**Figura 15 – Distribuição normal**



**Fonte: [Wikipedia](#)**

Uma distribuição normal é uma distribuição de probabilidade contínua de pontos de dados que aparece como uma curva de sino, quando representada graficamente usando um gráfico de linhas ou histograma. Também atende pelo nome de distribuição de Gauss. Em comparação com

outras distribuições de probabilidade, uma distribuição normal tem várias propriedades notáveis.

A começar, temos o seu gráfico com uma forma simétrica distinta. Uma curva de distribuição normal aparece simetricamente na forma de um sino. Ela também se caracteriza por valores iguais. A média, mediana e moda de seu conjunto de dados serão todos o mesmo número. Por este mesmo motivo, a distribuição dos dados é dividida igualmente e, independentemente do tamanho da amostra e da média da amostra, uma metade dos pontos de dados estará abaixo da média e outra estará acima da média.

Outra propriedade fundamental é que ela divide seus dados usando desvios padrão. Um desvio padrão é uma medida de quão longe um ponto de dados está da média. A assimetria de um ponto de dados dependerá do número de desvios padrão que ele cai da média da amostra. Por este motivo, a distribuição dos dados segue uma regra empírica de probabilidade normal. Com uma distribuição normal de dados, 99,7% de todos os pontos de dados estão dentro de três desvios padrão da média em qualquer direção. O primeiro desvio padrão da média cobre 34,1% de todos os pontos de dados acima da média e 34,1% de todos os pontos de dados abaixo da média. O segundo desvio padrão engloba 13,6% adicionais de pontos de dados acima da média e outros 13,6% abaixo da média. O terceiro desvio padrão inclui 2,1% dos pontos de dados em qualquer direção – tanto no topo da escala quanto na base da escala. Isso significa que você pode cair no nonagésimo nono percentil de um tamanho de amostra e ainda estar dentro de três desvios padrão da média. Você tem que ser um verdadeiro outlier, ou caso especial, para ir além de três desvios padrão.

Por fim, por ser normalizada pelo desvio padrão, a área total sob a curva tem o valor de um. Se você fosse calcular a área total sob uma curva de distribuição normal, seu valor seria igual a uma unidade de medida.

#### 4.7 Por que a distribuição normal é importante?

A distribuição normal é conhecida por ser uma das distribuições de probabilidade mais importantes no campo da estatística. Isso ocorre porque a distribuição normal se ajusta a vários fenômenos naturais. Por exemplo, erro de medição, altura, pontuação de QI e pressão arterial seguem a distribuição normal.

As curvas de frequência são definidas como estendendo-se através do eixo X do infinito negativo para o infinito positivo. A área sob a curva é sempre finita e, por conveniência, tomada como unidade.

Ocasionalmente, torna-se necessário encontrar a proporção da área total da curva entre as ordenadas, de modo que essa proporção seja a probabilidade de um determinado valor X ser sorteado aleatoriamente da população que a curva descreve entre os pontos escolhidos.

Os pontos fundamentais da distribuição normal são:

- As curvas de frequência são chamadas de curvas de probabilidade
- A curva normal é escrita na forma de pontuação padrão ( $Z$ ) com uma média igual a 0, variância igual a 1 e desvio padrão igual a 1
- A área sob a curva é tomada como unidade – valor igual à 1
- Assim, a área sob a curva normal é dividida em unidades de desvio padrão, de modo que +1 unidade de desvio padrão represente 0,3413 da área total sob a curva
- Alternativamente, a unidade de desvio padrão -1 também é responsável por 0,3413 da área total sob a curva.



> Capítulo 5



## Capítulo 5. A estrutura das crises financeiras

### 5.1 Cisnes negros

Existem inúmeros erros conceituais quando falamos de cisnes negros. O erro de conceito fundamental é que cisnes negros podem ser previstos. Justamente por ser um cisne negro, eles não podem ser previstos. Com certeza você já se deparou com uma notícia do tipo:

**Figura 16 – Manchete sobre um “cisne negro”**

### O ‘cisne negro’ que pode abalar a produção de carros elétricos

Disparada do preço do níquel, causada pela guerra e enorme posição vendida em Londres, pode provocar ruptura na produção de baterias

**Fonte: [Capital Reset](#)**

Da própria definição do termo, que foi popularizado por Nassim Taleb, a teoria do Cisne Negro refere-se a eventos imprevistos de grande escala nos quais não existe um modelo científico que possa prever esses eventos. Esses eventos ocorrem não apenas nos negócios, na política e na natureza, mas também nos mercados de ações. Outra característica importante dos eventos do cisne negro é que eles não se repetem, por isso é difícil modelá-los.

O colapso do Lehman no ano de 2008 foi um desses eventos que pegou os mercados financeiros de surpresa. Isso criou um efeito cascata não apenas nos mercados dos EUA, mas nos mercados financeiros em todo o mundo.

Não há como negar o fato de que o risco de outro Lehman pode ser real, mas as regras são mais rigorosas agora em termos de empréstimo ou

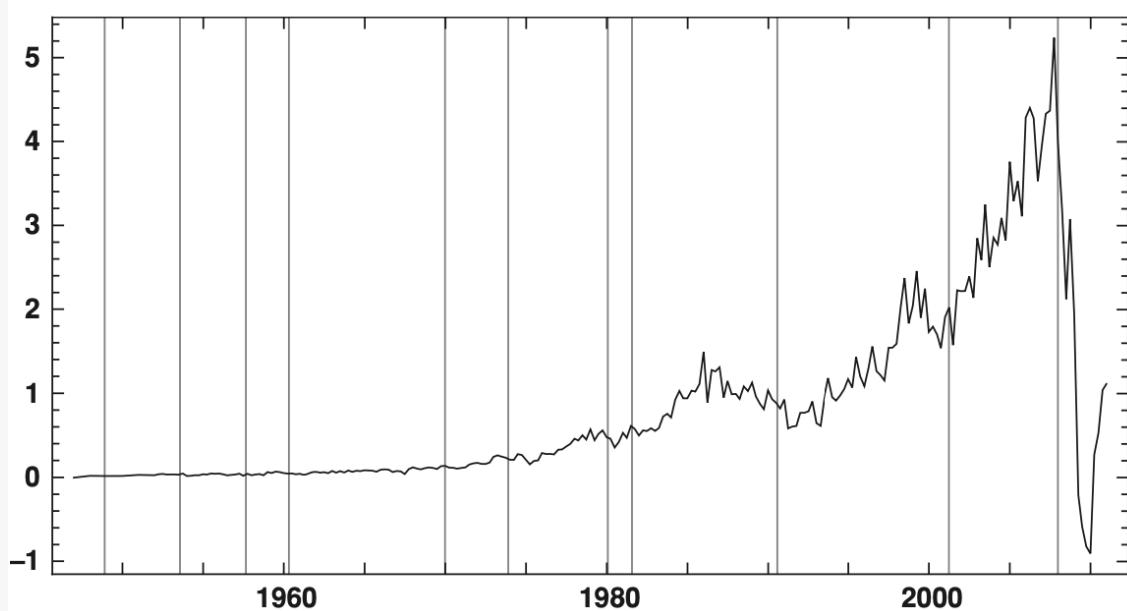
concessão de crédito a clientes, o que poderia ajudar a impedir tal evento não apenas no Brasil, mas em todo o mundo.

Oras, pela definição é auto evidente que não são possíveis de prever.

### 5.2 Pânico, corrida bancária e crashes

Estando clara a definição de um evento do tipo “cisne negro”, podemos nos aprofundar na estrutura das crises financeiras. Duas das características mais relevantes das crises financeiras são a **crise de crédito**, que se define como uma retirada generalizada do crédito e o declínio na disposição de emprestar. Outra importante característica é a crise de liquidez, dada por um aumento intenso da preferência por liquidez e desejo de trocar outros ativos financeiros por dinheiro. Nos casos mais extremos, todos, exceto os substitutos de dinheiro mais próximos, são rejeitados em favor de dinheiro ou metais preciosos. Na figura 17 temos o fluxo que resume a criação líquida de crédito nos Estados Unidos. As linhas de grade verticais representam as datas dos picos do ciclo de negócios, quando as contrações começam, conforme determinado pelo *National Bureau of Economic*.

**Figura 17 – Criação Líquida de Crédito nos EUA**



**Fonte: Federal Reserve Board, Flow of Funds Accounts of the United States**

Naturalmente, pelo crescimento econômico ao longo dos anos, temos também um aumento do fluxo. Entretanto, é claro perceber que quando temos a contração de crédito, ela é a causa ou parte da causa de grandes crises que aconteceram ao longo da história, com destaque para o fim do fluxo que mostra a crise financeira de 2008.

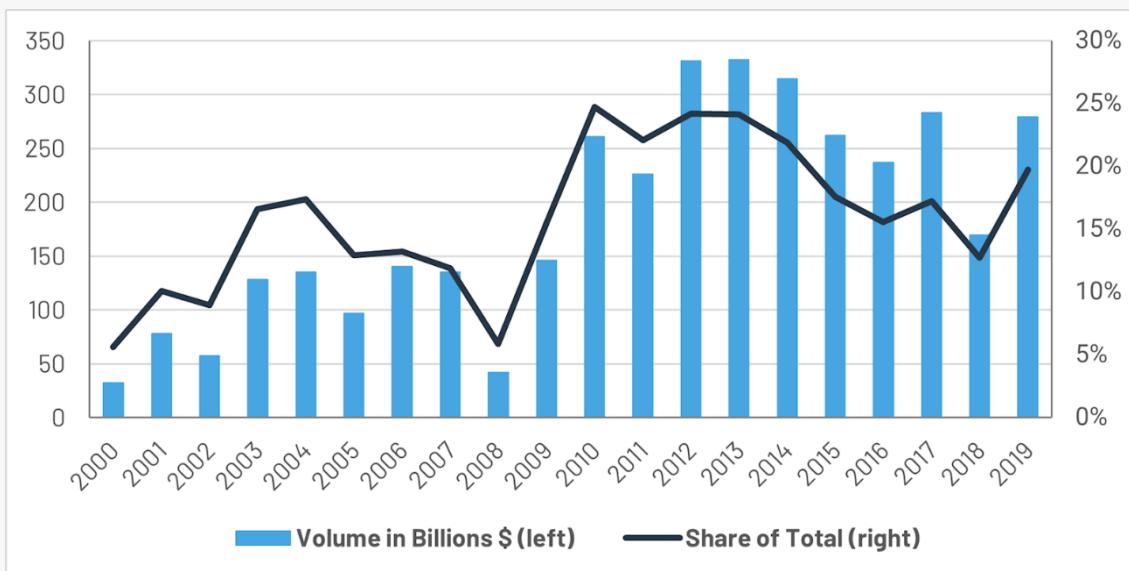
As crises de crédito geralmente são “crises de capital”, um termo que descreve uma motivação para uma crise de crédito. Os bancos tornam-se mais relutantes em conceder crédito, não em primeira instância porque ficaram mais preocupados com a qualidade de crédito do mutuário ou com o uso dos fundos, mas porque estão preocupados com o fato de seu capital próprio ser insuficiente. E isto afeta todo o mercado de renda fixa, mas também os demais mercados financeiros do planeta.

Uma corrida bancária é um tipo de restrição de financiamento. Ocorre quando todos ou uma fração considerável dos depositantes exigem simultaneamente a devolução dos fundos que emprestaram a um banco. As corridas bancárias ocorrem esporadicamente como eventos isolados, mesmo em tempos de silêncio. Mas nas crises financeiras mais sérias eles

podem se generalizar. Uma corrida bancária geralmente leva à falência do banco afetado e de muitos terceiros que estão diretamente relacionados à instituição afetada.

A emissão no mercado de títulos também diminui durante uma crise. Isso tem um impacto potencialmente muito maior na atividade econômica real hoje em vista da maior importância dos mercados de capitais em relação aos empréstimos bancários na intermediação de crédito agregado. A emissão de títulos corporativos (debêntures) também é afetada, como podemos ver no ano de 2008, na figura 18.

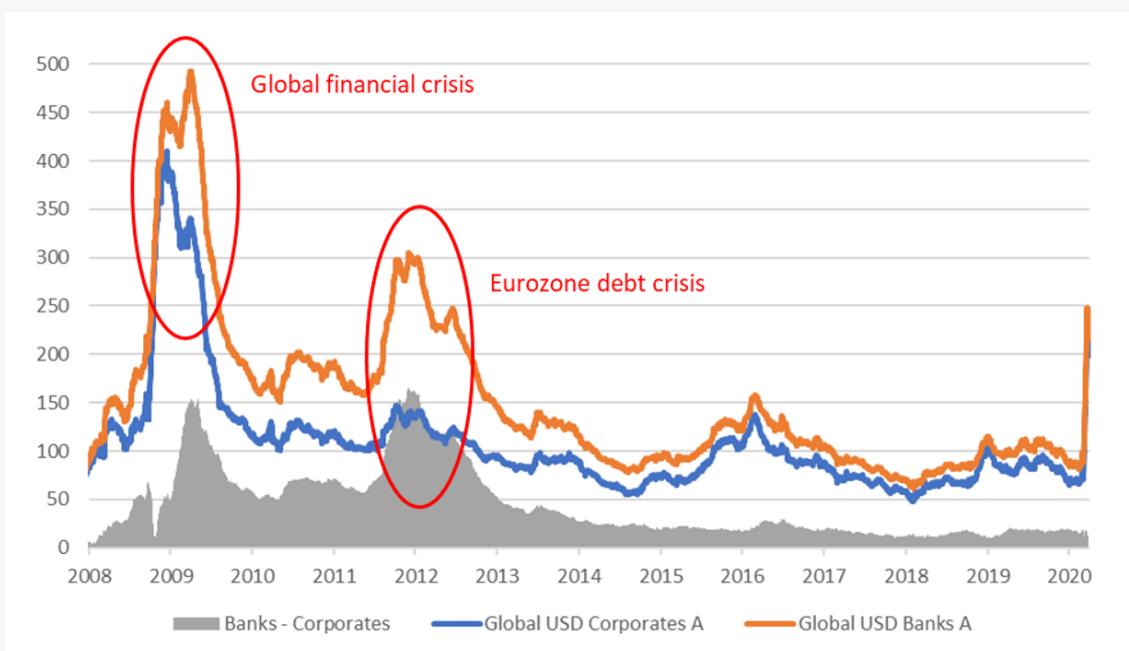
**Figura 18 – Emissão de títulos corporativos de alto rendimento nos EUA**



**Fonte:** [Vega Economics](#)

Por fim, na figura 19 temos o comportamento histórico dos spreads de crédito bancário, com destaque para as crises de 2008 (*subprime*) e a crise da dívida europeia de 2012.

**Figura 19 – Comportamento histórico dos spreads de crédito**



**Fonte:** [Qontigo](#)

### 5.3 Comportamento dos ativos durante uma crise

A característica mais imediatamente visível das crises financeiras é o aumento da volatilidade dos retornos. Não apenas as flutuações dos preços dos ativos aumentam drasticamente, mas o caráter da volatilidade muda. Em particular, a volatilidade da volatilidade, ou “vol do vol”, aumenta de forma imprevisível e flutua amplamente. Novas informações se tornam muito mais importantes, mas também muito mais difíceis de interpretar. Os traders geralmente gostam de volatilidade, pois não podem lucrar sem mudanças nos preços dos ativos, mas em crises, o aumento no vol of vol torna a volatilidade difícil de lucrar e induz o mercado a negociações mais arriscadas e até mesmo em escassez de liquidez.

O aumento da volatilidade durante as crises é precedido, por definição, por uma menor volatilidade durante o período pré-crise. Mas a volatilidade também exibe importantes flutuações de baixa frequência; a volatilidade pré-crise tende a ser menor não apenas em comparação com a crise, mas também com a volatilidade média de longo prazo.

O comportamento dos preços dos ativos durante as crises está intimamente ligado à contração do crédito típica das crises. Durante uma crise, os participantes do mercado são obrigados a pagar dívidas que esperavam prorrogar ou rolar. Eles não poderão usar alguns ativos como garantia, ou poderão tomar muito menos empréstimos contra a garantia à medida que os cortes de cabelo e os requisitos de margem forem aumentados. Eles também podem ser forçados a vender ativos não prometidos.

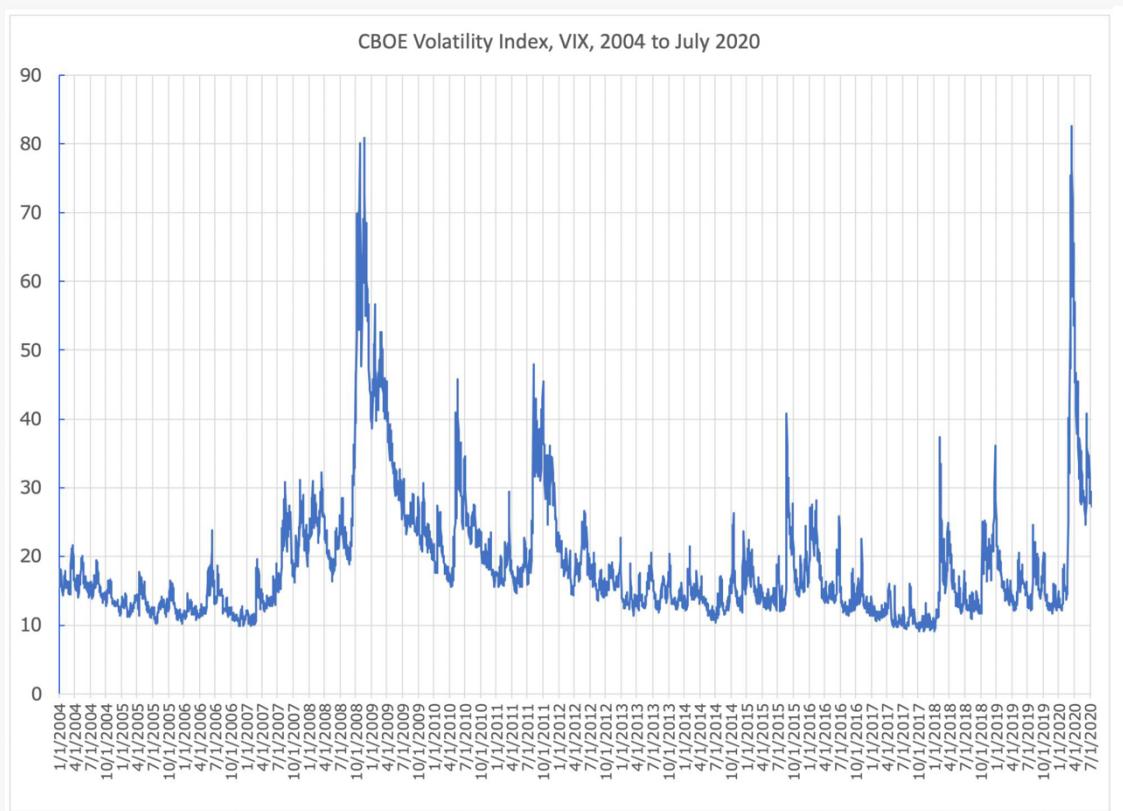
As crises financeiras também provocam uma fuga para a qualidade, ou seja, um aumento nos valores dos ativos menos arriscados em relação aos mais arriscados. Os investidores também favorecem ativos mais líquidos em uma fuga para a qualidade. Um voo para a qualidade também

pode assumir a forma de compra de porto seguro, em que as moedas são percebidas como menos geopoliticamente arriscados, como o franco suíço e o dólar americano, que se valorizam em relação a outros.

Em uma crise de inflação, a fuga pode assumir a forma de uma fuga para ativos reais, ou seja, ativos como commodities, imóveis e obras de arte. Os preços nominais desses ativos tendem a subir no mesmo ritmo que o nível geral de preços em tempos normais e a superar o nível geral de preços durante inflações mais extremas, proporcionando um hedge de inflação.

Na figura 20 temos o gráfico histórico do VIX.

**Figura 20 – Comportamento histórico VIX**



Fonte: [Wikimedia](#)

Ao observar o gráfico, não é difícil notar os anos de crise e o aumento na volatilidade de mercado.

Mas, o que é o VIX? O Cboe Volatility Index (VIX) é um índice em tempo real que representa as expectativas do mercado para a força relativa das mudanças de preços de curto prazo do S&P 500 Index (SPX). Por ser derivado dos preços das opções do índice SPX com datas de vencimento de curto prazo, gera uma projeção futura de volatilidade de 30 dias. A volatilidade, ou a rapidez com que os preços mudam, é frequentemente vista como uma forma de avaliar o sentimento do mercado e, em particular, o grau de medo entre os participantes do mercado.

O índice é mais comumente conhecido por seu símbolo ticker e é muitas vezes referido simplesmente como “o VIX”. Foi criado pela Cboe Options Exchange (Cboe) e é mantido pela Cboe Global Markets. É um índice importante no mundo da negociação e do investimento porque fornece uma medida quantificável do risco de mercado e dos sentimentos dos investidores.

#### 5.4 Conceitos de fragilidade

Do senso comum – e do dicionário – entendemos fragilidade com algo que “quebra” se exposto a situações ou eventos abruptos.

Nassim Taleb, quem popularizou o termo no mundo dos investimentos, descreve a fragilidade na seguinte equação (7).

$$H = \frac{f(a-) + (a-)}{2} - f(a) \quad (7)$$

Se  $f(a)$  é algum modelo de  $a$  (entenda  $a$  como um fenômeno qualquer), então existe fragilidade quando  $H < 0$ . Teremos robustez quando  $H = 0$ , e existe antifragilidade quando  $H > 0$  (estudaremos isto na próxima seção).

O que a equação 7 significa? Significa se após os eventos incrementais no fenômeno “ $a$ ” o resultado médio do modelo for

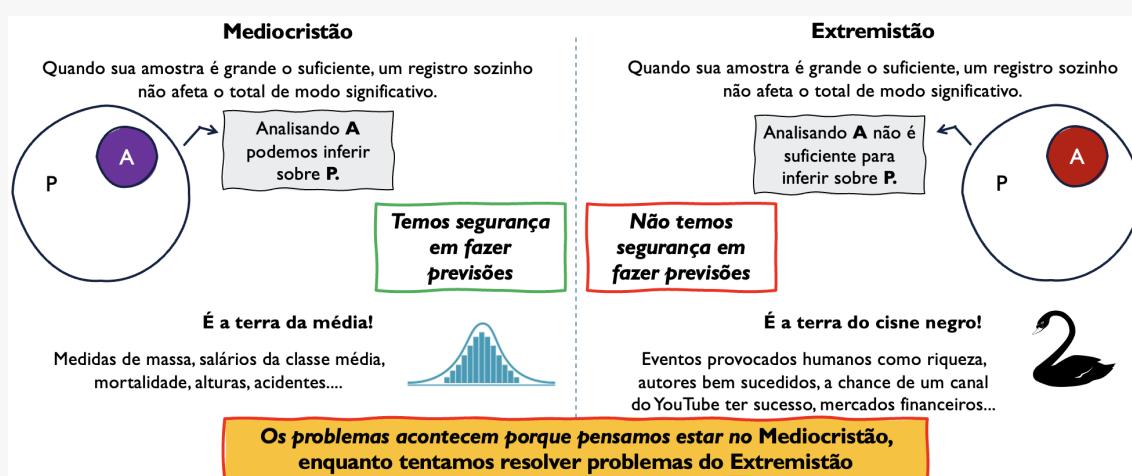
significativamente pior do que a linha de base do modelo, então o modelo é frágil em relação a essa entrada.

Na visão de Taleb, em seu livro Antifrágil:

*"Temos fragilizado a economia, nossa saúde, vida política, educação, quase tudo" ao "suprimir a aleatoriedade e a volatilidade", da mesma forma que "prevenir sistematicamente os incêndios florestais 'para ser seguro' torna o grande muito pior."*

Isto pode ser ilustrado e resumido na imagem 21 abaixo:

**Figura 21 – Mediocristão versus Extremistão**



**Fonte: o autor**

## 5.5 Conceitos de antifragilidade

Ao contrário do senso comum acerca da definição de anti-fragilidade definida pelo próprio Nassim Taleb, a antifragilidade descreve uma categoria de coisas que não apenas ganham com o caos, mas podem precisar dele para sobreviver e florescer. As palavras existentes usadas para descrever o oposto de "fragilidade", como "robustez," são imprecisos – para não dizer incorretos, e não representam de fato o que é antifragilidade. Robustez significa ser resistente a uma falha, enquanto antifragilidade significa se favorecer de uma falha.

Do próprio livro do autor – Antifrágil:

*"Algumas coisas se beneficiam de choques; elas prosperam e crescem quando expostas à volatilidade, aleatoriedade, desordem e estressores e adoram aventura, risco e incerteza frágil. Vamos chamá-lo de antifrágil. A antifragilidade está além da resiliência ou da robustez. O resiliente resiste aos choques e permanece o mesmo; o antifrágil melhora."*

Antifrágil é o antídoto para Cisnes Negros. O mundo moderno pode aumentar o conhecimento técnico, mas também tornará as coisas mais frágeis. Ao compreender os mecanismos da antifragilidade, segundo Taleb, podemos construir um guia sistemático e amplo para a tomada de decisões não preditivas sob incerteza nos negócios, no mercado financeiro e na vida em geral – em qualquer lugar que o desconhecido prepondera, qualquer situação em que haja aleatoriedade, imprevisibilidade, opacidade ou compreensão incompleta das coisas.

É muito mais fácil descobrir se algo é frágil do que prever a ocorrência de um evento que pode prejudicá-lo. A fragilidade pode ser medida; o risco não é mensurável (fora dos cassinos ou das mentes das pessoas que se autodenominam “especialistas em risco”).

Esta é uma crítica aos métodos tradicionais utilizados principalmente em finanças e deve ser mencionada em qualquer aula sobre o tema. Para finalizar, na figura 22 temos uma visão exemplificada sobre o que é frágil, robusto e antifrágil.

**Figura 22 – Exemplos do livro Antifrágil de Nassim Taleb**

	FRAGILE	ROBUST	ANTIFRAGILE
<i>Mythology—Greek</i>	Sword of Damocles, Rock of Tantalus	Phoenix	Hydra
<i>Mythology—New York and Brooklyn</i>	Dr. John	Nero Tulip	Fat Tony, Yevgenia Krasnova*
<i>Black Swan</i>	Exposed to negative Black Swans		Exposed to positive Black Swans
<i>Businesses</i>	New York: Banking system		Silicon Valley: "Fail fast," "Be foolish"
<i>Biological &amp; economic systems</i>	Efficiency, optimized	Redundancy	Degeneracy [functional redundancy]
<i>Errors</i>	Hates mistakes	Mistakes are just information	Loves mistakes [since they are small]
<i>Errors</i>	Irreversible, large [but rare] errors, blowups		Produces reversible, small errors
<i>Science/technology</i>	Directed research	Opportunistic research	Stochastic tinkering [antifragile tinkering or bricolage]
<i>Dichotomy event-exposure</i>	Studying events, measuring their risks, statistical properties of events	Studying exposure to events, statistical properties of exposures	Modifying exposure to events
<i>Science</i>	Theory	Phenomenology	Heuristics, practical tricks
<i>Human body</i>	Mollification, atrophy, "aging," sarcopenia	Mithridatization, recovery	Hormesis, hypertrophy

**Fonte: Antifrágil – Nassim Taleb**

## 5.6 Antecipando crises financeiras

Existe sempre a tentativa dos participantes do mercado de antecipar crises financeiras. Entretanto, pelas definições supracitadas nas seções 5.4 e 5.6, vemos que não é apenas um caso de ser uma tarefa

“difícil”, mas também impraticável por definições matemáticas. Embora não seja possível então antecipar uma crise, o próprio mercado pode dar alguns sinais de stress. Por exemplo, identificar aumentos acentuados nos preços dos ativos que não sejam acompanhados por melhorias nos fundamentos, de modo que os retornos prospectivos ou os prêmios de risco estejam diminuindo, pode ajudar a identificar bolhas. Outro conjunto de indicadores pertinentes à fragilidade financeira são as medidas de alavancagem (catalizador da crise de 2008).

A alavancagem aumentou de forma constante desde o início da década de 1980 até a crise do subprime. A maior parte do aumento da alavancagem ocorreu no setor privado, especialmente nas famílias e no setor financeiro. Como é possível perceber, não é algo imediato e levou algumas décadas para acontecer.

No contexto da renda fixa, certos preços de ativos, particularmente a estrutura de prazos das taxas de juros e spreads de crédito, são usados com considerável precisão para prever flutuações na atividade econômica. Por exemplo, o spread entre os rendimentos dos títulos do Tesouro de 10 anos e os títulos do Tesouro de 3 meses tem sido um precursor confiável de recessões.

As crises geralmente coincidem com as desacelerações econômicas, mas ocorrem com muito menos frequência, por isso é mais desafiador identificar indicadores antecedentes e verificar seu conteúdo de informação estatisticamente.



> Capítulo 6



## Capítulo 6. Elementos de risco de mercado

---

### 6.1 Passeio aleatório

É possível antecipar ou prever os preços de um ativo no mercado financeiro? Esta é uma pergunta que a maioria dos investidores tenta responder diariamente. De fato, se fosse possível, seria possível também auferir grandes retornos financeiros em um curto período. Entretanto, há uma teoria de que não, não é possível predizer o valor de ativo financeiro, por exemplo. Ela é conhecida como Teoria dos Mercados Eficientes.

Essa teoria se baseia na hipótese de que toda informação disponível é rapidamente absorvida pelo mercado, por todos os seus participantes, sendo impossível que sejam auferidos ganhos significativamente acima da média do mercado. Esta característica é o conceito de mercado eficiente (FAMA, 1970). Ainda segundo (FAMA, 1991), existem três variantes para esta hipótese dos mercados eficientes. A primeira é a hipótese fraca, que considera que os mercados absorvem apenas as informações históricas que estão publicamente disponíveis. Uma hipótese média ou “semiforte” é baseada no princípio de que os preços dos ativos refletem estas informações públicas de forma instantânea. Fama ainda acrescenta a hipótese forte, dizendo que o mercado reflete instantaneamente até mesmo as informações consideradas privilegiadas.

Ou seja, a teoria dos mercados eficientes sugere que o preço dos ativos segue a teoria do Passeio Aleatório ou *Random Walk*. Ela afirma que não é possível prever o futuro com base nos dados do passado (em linha com a teoria de mercados eficientes), ou seja, não quer dizer (por exemplo) que pelo fato do preço da ação ter aumentado hoje, ontem, ou em outro período que esse preço irá aumentar amanhã também, pois o mercado funciona de maneira irracional, portanto o preço de uma ação seria imprevisível (assim como o movimento de uma molécula em um fluido).

Na teoria da probabilidade, um passeio aleatório é um processo estocástico no qual a mudança na variável aleatória não está relacionada às mudanças passadas. Portanto, a mudança na variável aleatória não pode ser prevista. Para um passeio aleatório, não há padrão para as mudanças na variável aleatória, pois a existência de qualquer padrão significaria que as mudanças podem ser previstas.

A renda fixa é um caso particular de passeio aleatório. Por exemplo, os títulos públicos têm data e valor de vencimento determinado e, salvo algum problema mais sério de solvência de um determinando emissor, sabemos o valor futuro do ativo. Porém, até o momento do vencimento, títulos também são negociados no livre mercado e podem sofrer consideráveis variações no curto e médio prazo, como visto anteriormente.

Posto isto, é possível precisar movimentos de quaisquer ativos com a seguinte fórmula:

$$S_{t+1} = S_t + \mu S_t + \sqrt{t} S_t Y_i \quad (8)$$

com:

- $\mu$  sendo uma constante de *drift*
- $\sigma$  é o desvio padrão dos retornos
- $t$  é a mudança no tempo
- $Y_i$  é uma variável aleatória que satisfaz  $Y_i \sim N(0, 1)$

Em Python, temos a seguinte simulação de um random walk simples:

```
# Simulando um random walk simples

def randomwalk(n):
    x, y = 0, 0
    tempo = np.arange(n + 1)
    caminho = [y]
    direcao = ["Alta", "Baixa"]
    for i in range(1, n + 1):
        step = random.choice(direcao)
        if step == "Alta":
            y += 1
        elif step == "Baixa":
            y -= 1
        caminho.append(y)
    return tempo, caminho
```

## 6.2 O processo de Wiener e o movimento browniano

Em matemática, o processo de Wiener (ou movimento browniano) é um processo estocástico de tempo contínuo de valor real, nomeado em homenagem ao matemático americano Norbert Wiener por suas investigações sobre as propriedades matemáticas do movimento browniano unidimensional.

É um dos processos estocásticos mais conhecidos com incrementos independentes estacionários e encontra aplicações frequentes em uma ampla gama de campos que abrangem matemática pura e aplicada, economia, finanças quantitativas, biologia evolutiva e física.

De forma mais geral, o movimento browniano modela um passeio aleatório de tempo contínuo, onde uma partícula evolui no espaço fazendo passos aleatórios independentes em todas as direções. Ou seja, é um limite de um passeio aleatório com um tamanho de passo infinitesimal. Usamos essa propriedade aqui para simular o processo.

Matematicamente, o movimento browniano é um processo estocástico contínuo de Markov particular. O movimento browniano está no centro de domínios matemáticos como o cálculo estocástico e a teoria dos processos estocásticos, mas também é central em campos aplicados como finanças quantitativas, ecologia e neurociência.

O movimento browniano  $W(t)$  tem várias propriedades importantes. Primeiro, dá origem (quase certamente) a trajetórias contínuas. Segundo,

seus incrementos  $W(t+\tau)-W(t)$  são independentes de intervalos não sobrepostos. Terceiro, esses incrementos são variáveis aleatórias gaussianas. Mais precisamente, na equação 9, temos:

$$\forall \tau > 0, W(t + \tau) - W(t) \sim N(0, \tau) \quad (9)$$

Em particular, a densidade de  $W(t)$  é uma distribuição normal com variância  $t$ . Em Python, temos:

```
# A nossa classe para o movimento browniano
class mov_brow():

    def __init__(self, x = 0):
        self.x = float(x)

    def normal_dist(self, n_step = 100):
        w = np.ones(n_step)*self.x
        for i in range(1, n_step):
            y = np.random.normal()
            w[i] = w[i-1]+(y/np.sqrt(n_step)) # Processo de Weiner
        return w

    def preco(self, s0 = 10, mu = 0.2,
              sigma = 0.25, deltaT = 252, dt = 1):

        # Processo de criação do preço:
        # S(t) = S(0).exp{(mu-(sigma^2/2).t)+sigma.W(t)}
        # s0: Preço inicial do ativo
        # mu: 'Drift' do ativo (para cima ou para baixo)
        # sigma: Conhecido como volatilidade
        # deltaT: Período de tempo para o cálculo em semanas
        # dt: granularidade do período

        n_step = int(deltaT/dt)
        tempo = np.linspace(0, deltaT, num = n_step)
        preços = (mu-(sigma**2/2))*tempo
        weiner = sigma*self.normal_dist(n_step)
        s = s0*(np.exp(preços + weiner))
        return tempo, s
```

### 6.3 Volatilidade e diversificação

Títulos de renda fixa emitidos por governos e outros emissores de alta qualidade são tipos de ativos defensivos por sua própria natureza, que podem ser usados para ancorar os retornos do portfólio em tempos de baixo crescimento econômico, desacelerações do mercado de ações ou volatilidade do mercado. Embora as avaliações de outros ativos possam flutuar de acordo com a taxa de juros e os ciclos econômicos, os preços dos títulos de renda fixa são menos voláteis ao longo do tempo do que os preços das ações e da maioria dos outros ativos financeiros. Como consequência, a distribuição dos retornos de renda fixa é significativamente diferente daquela das ações.

Quando a incerteza e a volatilidade aumentam e o potencial de retorno cai, a diversificação global pode ser uma solução, especialmente em momentos de crise generalizada. Um bom exemplo é o uso de diversificação com os títulos corporativos de mercados emergentes quando estes estão em bases sólidas, dados os baixos níveis de alavancagem das empresas, fortes perfis de liquidez e a recuperação contínua dos lucros corporativos. Os títulos corporativos de mercados emergentes também têm muito pouca sobreposição com índices corporativos globais de grau de investimento e alto rendimento, o que significa que uma alocação pode fornecer uma verdadeira diversificação, além de complementar a exposição de crédito existente dos investidores.

Esta classe de ativos em particular cresceu e amadureceu rapidamente na última década: a capitalização de mercado aumentou três vezes para quase US\$ 3 trilhões, tornando o setor quase 50% maior do que o alto rendimento dos mercados desenvolvidos.

Neste momento, as empresas de mercados emergentes geralmente podem fornecer rendimentos mais altos do que outros segmentos de crédito sem sacrificar sua qualidade. Além disso, os retornos absolutos ao longo de vários ciclos de mercado estiveram consistentemente na casa de um dígito médio a alto. Na verdade, a classe de ativos não apresentou um retorno negativo em um período de 5 anos, com base no JP Morgan Corporate Emerging Markets Bond Index Broad Diversified em 31 de março de 2022. Finalmente, porque a duração das empresas de mercados emergentes geralmente é baixa—menos de cinco anos—e sua classificação média está acima do grau de investimento, a volatilidade tende a ser baixa; como resultado, as empresas de mercados emergentes apresentaram alguns dos retornos ajustados ao risco mais fortes de qualquer classe de ativos de crédito.



Esta é apenas uma de inúmeras estratégias possíveis para alocação e diversificação em renda fixa.



> Capítulo 7



## **Capítulo 7. Processamento e manipulação de dados**

---

### **7.1 Principais fontes de extração de dados**

A maior dificuldade de um cientista de dados está em adquirir os dados e no tempo empregado para processá-los. Dentre todo o processo necessário para o desenvolvimento de um modelo matemático, estima-se que cerca de 70% do tempo total de um projeto é consumido nestas duas tarefas. Posto isto, é fundamental termos uma boa fonte de dados e, qualquer otimização ou automação que possa ser feita representará ganhos significativos ao projeto.

Para clarificar o contexto, o objetivo é a coleta de dados e a formulação de hipóteses. De fato, começamos com uma coleta de dados e prosseguimos com as atividades para nos familiarizar com os dados, identificar problemas de qualidade de dados, descobrir as primeiras informações sobre os dados ou detectar subconjuntos interessantes para formular hipóteses de informações ocultas.

Além disso, é necessário distinguir os dados em

- Dados existentes: dados transacionais, pesquisas, cadastros etc. É importante estabelecer se eles são suficientes para atingir os objetivos.
- Dados adquiridos: entenda se a empresa utiliza dados adicionais e estabeleça a necessidade dos objetivos.
- Dados adicionais: Entender as fontes de aquisição atende às nossas necessidades ou precisamos adquirir mais.
- Por fim, identificar os dados mais promissores, quais são irrelevantes, de quais fontes eles vêm e estabelecer as principais características dos dados: Quantidade – Tipo – Codificação.

Após esta etapa, temos a preparação. A fase de preparação de dados indica todas as atividades úteis para preparar o conjunto de dados final a partir dos dados iniciais. Este é um dos aspectos mais demorados do projeto. Esse estágio envolve operações como agregação de registros, seleções de subconjuntos de dados, classificação de dados, mesclagem de registros, substituição ou remoção de espaços em branco e divisão de conjuntos de dados de treinamento e dados de teste.

Quando o assunto é renda fixa, uma excelente fonte no Brasil são os sites do próprio governo. E são 3:

- <https://www.tesourodireto.com.br/titulos/historico-de-precos-e-taxas.htm>
- <https://dados.gov.br/dataset/taxas-dos-titulos-ofertados-pelo-tesouro-direto1>
- <http://www.tesourotransparente.gov.br/ckan/dataset/taxas-dos-titulos-ofertados-pelo-tesouro-direto>



> Capítulo 8



## Capítulo 8. Algoritmos de aprendizado de máquina para a renda fixa

---

### 8.1 Os principais métodos utilizados no mercado

Existem inúmeros tipos e técnicas de modelagem matemática de fato. Não é muito difícil para um iniciante se perder no mar de terminologia, técnicas e, pode-se dizer, empolgação. Entretanto, existem 4 tipos de modelos que são de fundamental importância para o entendimento de quaisquer outros: regressão linear, regressão logística, árvores de decisão e as redes neurais. Poderia encaixar um 5º tipo, que é o k-means, um algoritmo utilizado para tarefas de agrupamento (*clustering*, em inglês).

Por que estes são o que poderíamos chamar de “Modelos Fundamentais”? Porque eles, além da simplicidade e do potencial para resolver a maioria dos problemas reais de um cientista de dados, contém as bases das tarefas de modelagem matemática, detalhados a seguir:

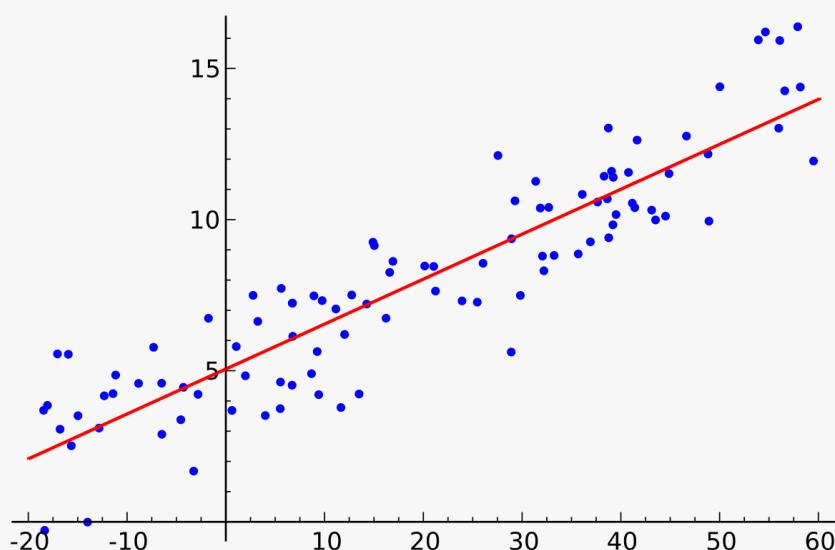
- **Régressão linear:** lida com problemas nos quais a linearidade está presente. A análise de regressão linear é usada para prever o valor de uma variável com base no valor de outras variáveis. A variável que você deseja prever é chamada de variável dependente. A variável que você está usando para prever o valor da outra variável é chamada de variável independente. Portanto, a regressão linear é apropriada quando a variável dependente Y tem uma relação linear com as variáveis independentes X.
- **Régressão logística:** A regressão logística é um tipo de análise de regressão. Então, antes de nos aprofundarmos na regressão logística, vamos primeiro introduzir o conceito geral de análise de regressão. É essencialmente usado para calcular (ou prever) a probabilidade de ocorrência de um evento binário (sim/não).

- **Árvore de decisão:** são extremamente úteis para análise de dados e aprendizado de máquina porque dividem dados complexos em partes mais gerenciáveis. Eles são frequentemente usados nesses campos para análise de previsão, classificação de dados e regressão, além de terem um entendimento muito simples, dado que a árvore é construída em um sistema de regras do tipo Se/Então.
- **Redes Neurais:** As redes neurais são sistemas de computação com nós interconectados que funcionam como neurônios no cérebro humano. Usando algoritmos, eles podem reconhecer padrões e correlações ocultos em dados brutos, agrupá-los e classificá-los e, com o tempo, aprender e melhorar continuamente. Já deve estar claro que, embora as redes neurais sejam ótimas, elas carecem de algumas propriedades críticas: interpretabilidade e explicabilidade.

## 8.2 Conceitos de Regressão Linear

De uma maneira simples, o objetivo é ajustar a linha mais próxima da maioria dos pontos. Isso reduziria a distância ('erro') entre o valor y de um ponto de dados e a linha.

**Figura 23 – Regressão Linear**



**Fonte: o autor**

No gráfico acima, os pontos azuis são os pontos de dados e, como precisamos encontrar uma relação linear, os conectamos com uma linha. É bem conhecido que a equação para uma reta é  $y = mX + c$ , que também pode ser escrita como a equação 10 abaixo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 * X_1 \text{ (10)}$$

onde,  $\beta_0$  é C da equação original - ou seja, o intercepto e  $\beta_1$  é m da equação original - ou seja, a inclinação da reta, ou o peso.

Se esta equação da linha for completada, Y pode ser previsto para futuro X. Aqui, a partir de alguns dados anteriores, X e y são conhecidos. O objetivo é encontrar valores de  $\beta_0$  e  $\beta_1$  para completar nossa equação. E este processo é o que chamamos de treinamento da regressão linear.

É claro que a regressão linear é uma abordagem simples de prever com base em dados que seguem uma tendência linear. Falharemos se houver um conjunto de dados curvo. Também existem certas suposições para quando a Regressão Linear pode ser usada. Eles são:

- Relação linear
- Normalidade multivariada
- Sem multicolinearidade
- Homocedasticidade

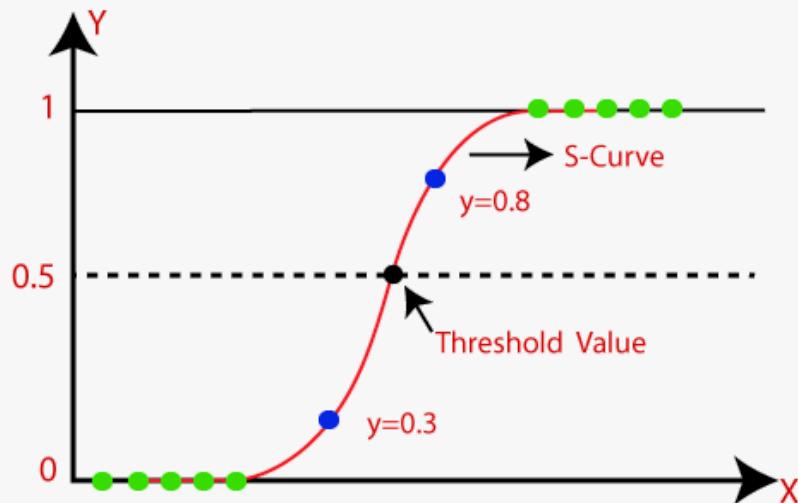
Finalmente, quase todos os algoritmos de regressão têm alguma matemática semelhante, como regressão linear. A regressão linear é sempre um bom primeiro passo (se os dados forem visualmente lineares) para um iniciante.

### 8.3 Conceitos de Regressão Logística

As previsões de regressão logística são valores discretos (ou seja, se um título pode subir ou cair em um período posterior) após aplicar uma função de transformação. A regressão logística é mais adequada para classificação: conjuntos de dados onde  $y = 0$  ou  $1$ , onde  $1$  denota a classe padrão.

A regressão logística é análoga à regressão linear, a única diferença entre ambas é que a regressão logística é utilizada quando a variável alvo é categórica, enquanto a regressão linear é utilizada quando se trabalha com variável alvo contínua. Como resultado, a regressão logística é usada para classificação, enquanto a regressão linear é usada para regressão. Classificação é o termo usado quando um modelo está prevendo a classe à qual uma observação pertence, enquanto a regressão está associada a um modelo que prevê o valor numérico de uma variável de resposta. Por exemplo, prever se uma transação bancária é fraudulenta ou não fraudulenta é uma tarefa de classificação porque estamos tentando marcar transações como fraudulentas ou não. No entanto, se quisermos prever a receita gerada pelos bancos, precisamos usar um modelo de regressão, pois o que queremos prever (quantidades de receita) são valores numéricos.

**Figura 24 – Regressão Logística**



Fonte: <https://www.javatpoint.com/logistic-regression-in-machine-learning>

Ela é chamada de regressão dada a relação linear que temos demonstrada na equação 11.

$$\ln\left(\frac{P}{1-P}\right) = \beta_0 + \beta_1 * X_1$$

$$P = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 * X_1}}{1+e^{\beta_0 + \beta_1 * X_1}} \quad (11)$$

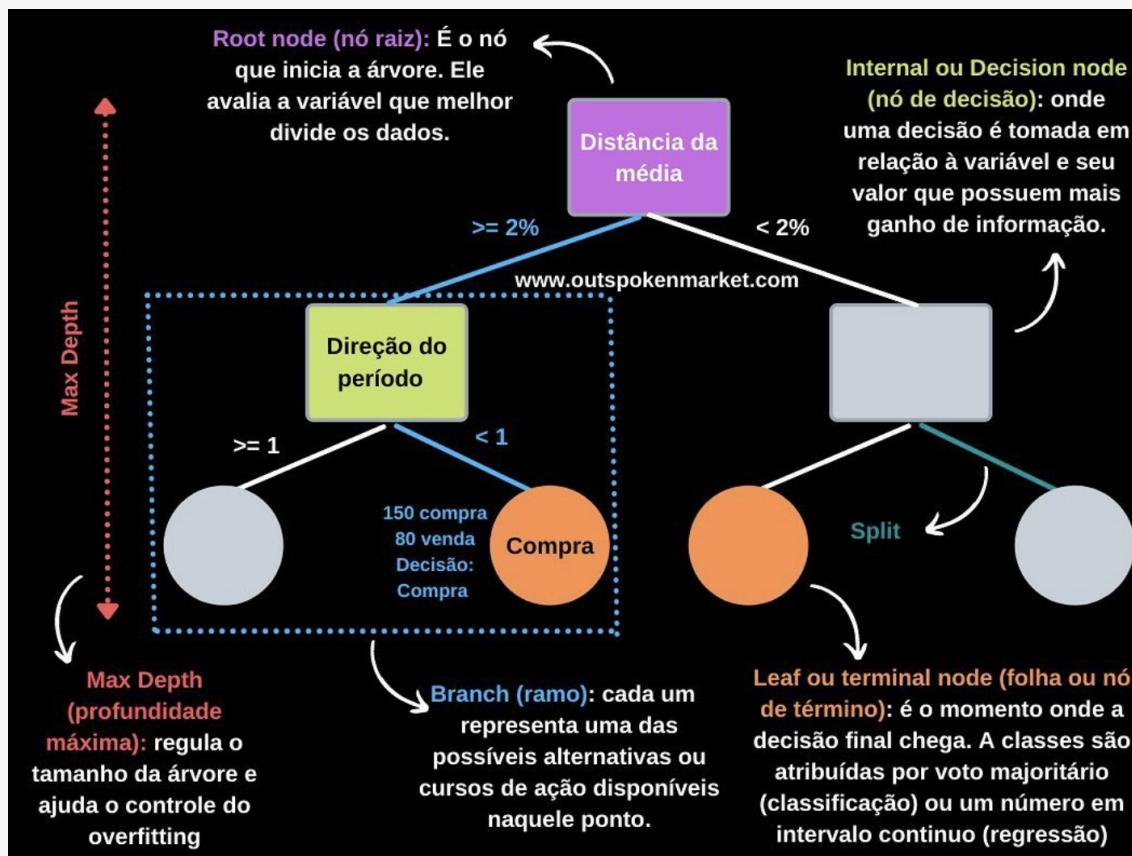
A regressão logística é usada principalmente para classificar observações em duas classes, de modo que cada observação seja classificada em uma e apenas uma classe. Esse tipo de classificação é chamado de classificação binária. Por exemplo, prever se a imagem em uma foto é de um gato ou de um cachorro. Outros tipos de problemas de classificação são a classificação multiclass e multi-rótulo.

A classificação multiclass envolve a classificação de observações em três ou mais classes, de modo que cada observação seja classificada em uma e apenas uma classe. Por exemplo, prever se a imagem em uma foto é a de um gato, cachorro ou pássaro. No entanto, é usado principalmente para classificação binária.

#### 8.4 Conceitos de Árvore de decisão

Uma árvore de decisão é um algoritmo eficiente para descrever um conjunto de dados e, ao mesmo tempo, definir um caminho semelhante a uma árvore para os resultados esperados. Pode ser usada para tarefas de classificação ou regressão.

**Figura 25 – Árvore de Decisão**



**Fonte: O autor**

Uma árvore de decisão é um tipo de aprendizado de máquina supervisionado usado para categorizar ou fazer previsões com base em como um conjunto anterior de perguntas foi respondido. O modelo é uma forma de aprendizado supervisionado, o que significa que o modelo é treinado e testado em um conjunto de dados que contém a categorização desejada.

A árvore de decisão nem sempre pode fornecer uma resposta ou decisão clara. Em vez disso, pode apresentar opções para que o cientista de dados possa tomar uma decisão informada por conta própria. As árvores de decisão imitam o pensamento humano, por isso geralmente é fácil para os cientistas de dados entender e interpretar os resultados.

Existem dois tipos principais de árvores de decisão: categórica e contínua. As divisões são baseadas no tipo de variáveis de resultado usadas.

- **Árvore de decisão de variável categórica:** Em uma árvore de decisão de variável categórica, a resposta se encaixa perfeitamente em uma categoria ou outra. O lançamento da moeda foi cara ou coroa? O animal é um réptil ou mamífero? Nesse tipo de árvore de decisão, os dados são colocados em uma única categoria com base nas decisões nos nós da árvore.
- **Árvore de decisão de variável contínua:** é aquela em que não há uma resposta simples de sim ou não. Também é conhecida como árvore de regressão porque a decisão ou variável de resultado depende de outras decisões mais acima na árvore ou do tipo de escolha envolvido na decisão. O benefício de uma árvore de decisão de variável contínua é que o resultado pode ser previsto com base em várias variáveis, em vez de uma única variável, como em uma árvore de decisão de variável categórica. Árvores de decisão de variáveis contínuas são usadas para criar previsões. O sistema pode ser usado para relacionamentos lineares e não lineares se o algoritmo correto for selecionado.

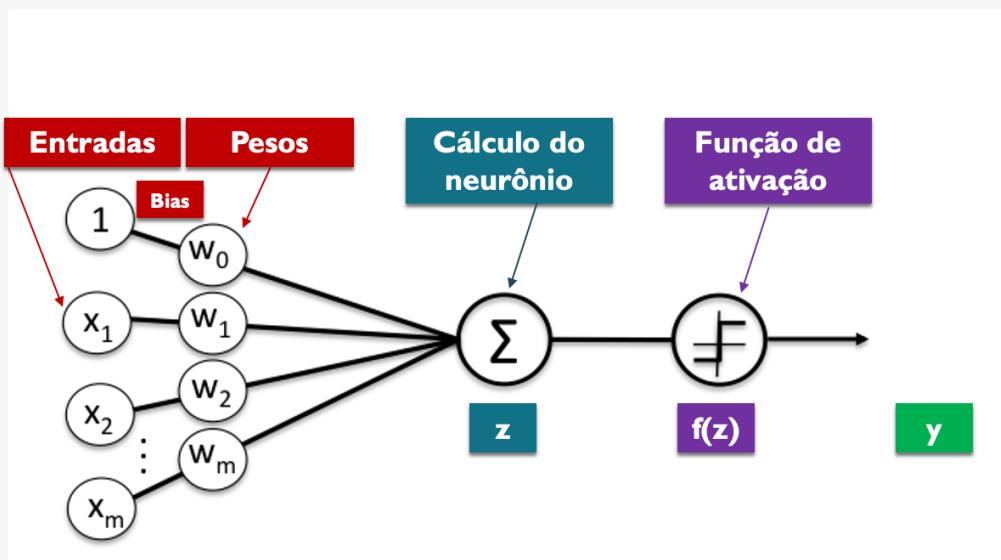
#### 8.4 Conceitos de Redes Neurais Artificiais

Uma rede neural é uma série de algoritmos que se são utilizados para reconhecer as relações subjacentes em um conjunto de dados por meio de um processo que imita a maneira como o cérebro humano opera. Nesse sentido, redes neurais referem-se a sistemas de neurônios, de natureza artificial.

As redes neurais podem se adaptar às mudanças de entrada para que a rede gere o melhor resultado possível sem a necessidade de redesenhar os critérios de saída. O conceito de redes neurais, que tem suas

raízes na inteligência artificial, está ganhando popularidade rapidamente no desenvolvimento de sistemas de negociação.

**Figura 26 – Rede Neural Artificial**



**Fonte:** O autor

A representação matemática é dada pela equação 12.

$$\begin{aligned} z &= w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_mx_m + b \\ z &= \sum_{m=0}^n w_m x_m + b \\ y &= f(z)(12) \end{aligned}$$

Uma rede neural típica tem de algumas dezenas a centenas, milhares ou até milhões de neurônios artificiais chamados unidades organizadas em uma série de camadas, cada uma das quais se conecta às camadas de cada lado. Alguns deles, conhecidos como unidades de entrada, são projetados para receber várias formas de informação do mundo exterior que a rede tentará aprender, reconhecer ou processar de outra forma. Outras unidades ficam no lado oposto da rede e sinalizam como ela responde às informações que aprendeu; essas são conhecidas como unidades de saída. Entre as unidades de entrada e as unidades de

saída estão uma ou mais camadas de unidades ocultas que, juntas, formam a maior parte do cérebro artificial. A maioria das redes neurais está totalmente conectada, o que significa que cada unidade oculta e cada unidade de saída está conectada a todas as unidades nas camadas de cada lado.

As conexões entre uma unidade e outra são representadas por um número chamado peso, que pode ser positivo (se uma unidade excita outra) ou negativo (se uma unidade suprime ou inibe outra). Quanto maior o peso, mais influência uma unidade tem sobre a outra. (Isso corresponde à maneira como as células cerebrais reais acionam umas às outras através de pequenas lacunas chamadas sinapses.)

A informação flui através de uma rede neural de duas maneiras. Quando está aprendendo (sendo treinado) ou operando normalmente (após ser treinado), os padrões de informação são alimentados na rede através das unidades de entrada, que acionam as camadas de unidades ocultas, e estas, por sua vez, chegam às unidades de saída. Nem todas as unidades "disparam" o tempo todo. Cada unidade recebe entradas das unidades à sua esquerda, e as entradas são multiplicadas pelos pesos das conexões que percorrem. Cada unidade soma todas as entradas que recebe desta forma e (no tipo mais simples de rede) se a soma for superior a um determinado valor limite, a unidade "dispara" e aciona as unidades às quais está conectada (aqueelas à sua direita).



> Capítulo 9



## **Capítulo 9. Construção de aplicações de modelagem de problemas de Renda Fixa**

### **9.1 O aprendizado de máquina transforma a renda fixa**

Tecnologias como aprendizado de máquina e automação de processos têm o potencial de revolucionar o comércio de renda fixa. Uma ruptura significativa já ocorreu, com os mercados das economias mais desenvolvidas tendo o benefício de usar essas tecnologias de ponta para aumentar a liquidez, a transparência e a facilidade e velocidade da trading nos últimos anos.

À medida que os traders de renda fixa contemplam a possibilidade de confiar decisões comerciais vitais a uma máquina, é a hora certa de considerar as implicações da implantação generalizada de IA e suas tecnologias associadas no mercado global. Novos serviços e novas maneiras de encontrar liquidez com base em software e processos digitais estão mudando os fluxos de trabalho dos traders humanos, que devem abraçar esses desafios ou procurar emprego em outro lugar.

Os algoritmos complexos e os recursos de manipulação multimercado das plataformas de negociação de alta frequência não estão mais na vanguarda das fintechs. O HFT está dando lugar à IA e plataformas alimentadas por matemática ainda mais complexa e potencial de autonomia. Os sistemas de IA com capacidade de aprendizado profundo são capazes de detectar e raciocinar os melhores resultados, com base na quantidade e no tipo de dados que absorvem - pelo menos até certo ponto. Com o tempo, e com conjuntos de dados aumentados, sua capacidade de tomar decisões baseadas em contexto pode melhorar para níveis que os tornarão "parceiros" consultivos viáveis para traders de renda fixa.

Grande parte do debate se concentra no grau de automação e autonomia que os sistemas de negociação baseados em IA e aprendizado de máquina devem ter. Para adotar o aprendizado de máquina para geração de alfa, é necessário identificar quais aspectos do fluxo de trabalho do trader melhor se prestam à automação - e onde você precisa manter o toque humano.

Para negociação de renda fixa, esse ato de equilíbrio entre automação em toda a mesa e intervenção humana também requer a tomada de decisões sobre operações de alto e baixo toque. Com os avanços na tecnologia e as expectativas de compra mais altas alimentando uma mudança para negociação de baixo contato, as organizações devem desenvolver uma política de execução mais adequada para automação, definindo um conjunto de critérios para negociação de baixo contato que ainda permita que os traders se concentrem no alto toque do negócio.

Existem algumas áreas que o cientista de dados pode se especializar:

- **Descoberta de preço e liquidez:** análise preditiva de tendências de preços e ferramentas de liquidez e módulos integrados de aprendizado de máquina fornecem uma redução no risco de precificação de crédito, permitindo o monitoramento sistemático da tensão de precificação de crédito cobrindo um grande universo de nomes de emissores, bem como o monitoramento de prováveis novos títulos.
- **Validação de preços do lado da demanda:** recursos de prospecção de investidores do lado da compra e feedback sistemático de demanda que são calibrados com modelos e se traduzem em capacidade aprimorada de desenvolver e aplicar modelos de IA personalizados, para determinar com precisão avaliações de risco de crédito, perspectivas de compradores tradicionais e não

tradicionais e utilizando a preferência do investidor proprietário e os sinais de sentimento do mercado para precificar títulos ilíquidos.

- **Sistemas de informação automatizados:** integração e análise personalizada de fluxos de dados de preços indicativos e históricos novos capacitam a negociação, o gerenciamento de portfólio e a análise de negócios para uma tomada de decisão ideal.

Como guia de aprofundamento para além deste curso, fica a recomendação para a leitura e estudo do seguinte trabalho: ***Machine Learning in Fixed Income Markets:***

***Forecasting and Portfolio Management***, disponível para download neste link: [https://eprints.soton.ac.uk/467523/1/Final\\_Thesis\\_unsigned.pdf](https://eprints.soton.ac.uk/467523/1/Final_Thesis_unsigned.pdf)

## Referências bibliográficas

Nunes, M. C. M. (2022). Machine learning in fixed income markets: forecasting and portfolio management (Doctoral dissertation, University of Southampton).

Cvitanic, J., & Zapatero, F. (2004). Introduction to the economics and mathematics of financial markets. MIT press.

Jorion, P. (2010). Financial Risk Manager Handbook: FRM Part I/Part II. John Wiley & Sons.

Bluhm, C., Overbeck, L., & Wagner, C. (2016). Introduction to credit risk modeling. Chapman and Hall/CRC.

Jorion, P., & Khouri, S. (1996). Financial risk management. Cambridge/Massachusetts.

Hastie, T., Tibshirani, R., Friedman, J. H., & Friedman, J. H. (2009). The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction (Vol. 2, pp. 1-758). New York: springer.