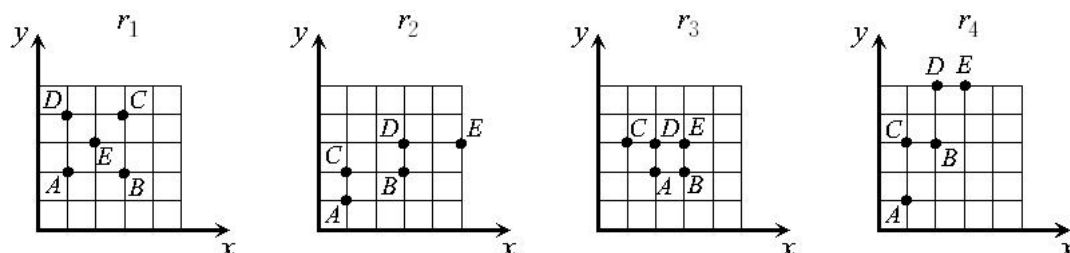


# 高雄中學 107 學年度第一學期第一次段考二年級自然組數學科試題

一、單一選擇題：第1題至第3題，每題選出最適當的一個選項，將答案寫在答案卷上對應題號的空格內。

- 化簡： $\frac{\tan 60^\circ + \cot 90^\circ}{\sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6}} =$  (1)1 (2) $2\sqrt{3}$  (3)4 (4) $\frac{1}{3}$  (5)不存在
- 角 $\theta = \pi^\circ$ 的最大負同界角為 (1) $-\pi$  (2) $-\pi^\circ$  (3) $\frac{\pi}{180} - 2\pi$  (4) $\frac{\pi^2}{180} - 2\pi$  (5) $(\pi - 180)^\circ$
- 下圖中,有四組數據,每組各有A,B,C,D,E等五個資料點,設各組的相關係數由左至右分別為 $r_1, r_2, r_3, r_4$ , 下列敘述何者為真? (1) $r_1 > r_3$  (2) $r_1 > r_2$  (3) $r_2 > r_4$  (4) $r_2 = r_3$  (5) $r_1, r_2, r_3, r_4$ 的數值中,恰有二個為負數



二、多重選擇題：第4題至第6題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，將答案寫在答案卷上對應題號的空格內。

- $\triangle ABC$ 中,  $a, b, c$ 分別表 $\angle A, \angle B, \angle C$ 之對邊長,而其對應三高為 $h_a, h_b, h_c$ , 則下列各選項的條件,何者可使得 $\triangle ABC$ 唯一存在?  
(1) $a=4, b=3, \angle B=40^\circ$  (2) $a=3, b=4, \angle B=40^\circ$  (3) $a=4, b=3, \angle C=40^\circ$  (4) $\sin A : \sin B : \sin C = 2:3:5$   
(5) $h_a = 5, h_b = 6, h_c = 10$
- 雄雄高中舉辦運動會,該校共有72個班級,每班皆有40位學生,現在學校想要列出各班的精神總錦標分數,計分法共有X,Y兩種: 若某一班共有A位學生下場參與競賽,而未下場參與競賽的同學中,有B位學生有到場加油、C位學生未曾到場加油,則 $X=2A+4B, Y=A+5B-3C$ 。 試問下列敘述哪些是正確的?  
(1)同一班級的X分數必大於Y分數  
(2)全校各班級X分數的算術平均數必大於Y分數的算術平均數  
(3)任兩個班級X分數的差之絕對值不可能大於Y分數的差之絕對值  
(4)若想將全校所有班級的精神總錦標分數排名次,則用X分數排名次的結果與用Y分數排名次的結果是完全相同的  
(5)兩種分數的相關係數為 $\frac{1}{2}$
- 在下列各選項的式子均有意義的條件下,何者的值恆為正實數?  
(1) $(\sin \theta + \csc \theta)^2 + (\cos \theta - \sec \theta)^2 - (\tan \theta - \cot \theta)^2$  (2) $\sin(180^\circ - \theta) \cos(90^\circ + \theta) + \cos^2(180^\circ + \theta)$   
(3) $\sec \theta - \tan \frac{\theta}{2}$  (其中 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ) (4) $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta}$  (5) $\tan(75^\circ + \theta) + \tan(60^\circ - \theta) - \tan(75^\circ + \theta) \tan(60^\circ - \theta)$

三、填充題：第7題至第16題為填充題，將答案寫在答案卷上對應題號的空格內。

- 設 $\theta$ 為銳角, $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,求值: $\tan \theta + \tan(\frac{\pi}{2} - \theta) =$ \_\_\_\_\_。
- 平面上有三點,其極坐標為 $A[r, 10^\circ]$ 、 $B[4, 70^\circ]$ 、 $O[0, 40^\circ]$ ,其中 $r > 0$ ,若 $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ ,則 $\triangle OAB$ 的面積為\_\_\_\_\_。
- 在 $\triangle ABC$ 中, 若D點在 $\overline{BC}$ 邊上,且 $\overline{AB}=4, \overline{AC}=6, \overline{BD}=2, \overline{CD}=6$ ,則 $\overline{AD}$ 長=\_\_\_\_\_。
- 若 $\sin(-100^\circ) = k$ ,請以k表示 $\cos 440^\circ$ 之值=\_\_\_\_\_。
- $x \in R$ ,則 $2\cos^2 x - \sin^2 2x$ 的最小值為\_\_\_\_\_。
- 設兩變數X與Y的算術平均數分別為 $\mu_X = 4, \mu_Y = 2$ ,標準差分別為 $\sigma_X, \sigma_Y$ ,且滿足 $5\sigma_X = 4\sigma_Y$ 。若Y對X的迴歸直線通過點(2,1),則X與Y的相關係數=\_\_\_\_\_。
- 設n為正整數且 $1 \leq n \leq 200$ ,則滿足 $\begin{cases} \sin(60^\circ n + 90^\circ) < 0 \\ \tan(60^\circ n + 90^\circ) > 0 \end{cases}$ 的n值共有\_\_\_\_\_個。

14. 設二變量  $X$  與  $Y$ , 其資料如右, 已知  $X$  與  $Y$  的相關係數為  $-\frac{1}{6}$ , 且以最小平方方法求得的「 $Y$  對  $X$  的迴歸直線」與「 $X$  對  $Y$  的迴歸直線」交於一點  $(c, 4)$ , 其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆為定實數, 求值:  $a \times b \times c =$  \_\_\_\_\_。

$X$	3	1	3	4	4
$Y$	3	4	$a$	$b$	4

15. 設  $a = \cos \frac{2\pi}{7}$ , 化簡並求值:  $\sqrt{1+a}(2a^3 - a) =$  \_\_\_\_\_。

16.  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分別表  $\angle A, \angle B, \angle C$  之對邊長, 已知  $a+b+c=14$ ,  $\triangle ABC$  的外接圓與內切圓半徑分別為  $\frac{45\sqrt{14}}{56}$  與  $\frac{2\sqrt{14}}{7}$ , 求值:  $a(b^2 + c^2)\cos A + b(c^2 + a^2)\cos B + c(a^2 + b^2)\cos C =$  \_\_\_\_\_。

四、計算證明題：第 17~18 題為計算證明題，將過程詳細寫在答案卷上。

17. (1) 設  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分別表  $\angle A, \angle B, \angle C$  之對邊長,  $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ , 證明:  $\triangle ABC$  面積  $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 。

(2) 若一平行四邊形的兩條對角線長為 10 與 14, 且有一邊長為 4, 則此平行四邊形的面積為何?

18. (1) 設  $\alpha, \beta, \gamma$  分別為銳角  $\triangle ABC$  之三內角, 證明:  $\cot \alpha \cot \beta + \cot \beta \cot \gamma + \cot \gamma \cot \alpha = 1$ 。

(2)  $\frac{\cos 50^\circ}{\sin 60^\circ \sin 70^\circ} + \frac{\cos 60^\circ}{\sin 50^\circ \sin 70^\circ} + \frac{\cos 70^\circ}{\sin 50^\circ \sin 60^\circ}$  之值為何?

班級：2 年\_\_\_\_\_組      座號：\_\_\_\_\_      姓名：\_\_\_\_\_

依下列配分表計分。共 92 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
總得分	8	16	23	32	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80	84

1	3	2	4	3	1	4	235
5	34	6	134	7	4	8	$6\sqrt{3}$
9	3	10	$\sqrt{1-k^2}$	11	$-\frac{1}{4}$	12	$\frac{2}{5}$
13	34	14	54	15	$-\frac{\sqrt{2}}{8}$	16	270

計算證明題：

17.

(1)略

(2) $16\sqrt{6}$

18.

(1)略

(2) 2