高雄中學107學年度第二學期期末考二年級第一類組數學科 試題卷

班級______姓名____________座號________

請以原子筆或鋼筆作答，答案必須完全正確，否則不予計分。

一、是非題（每格2分,共16分）

1. 設$\Gamma: x^2-12x+y^2-2y+21=0$為坐標平面上的圓.試問下列敘述何者正確?

(1)Γ的圓心坐標為$(6,1)$

(2)Γ上的點與直線L: $3x+4y-15=0$的最遠距離等於4

(3)直線L_1: $3x+4y+15=0$與Γ相切

(4)Γ上恰有兩個點與直線L_2: $3x+4y=0$的距離等於2

2. 考慮坐標平面上所有滿足$\sqrt{x^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x+4)^2+(y-2)^2}=10$的點$(x,y)$所成的圖形,

下列敘述何者正確?

(5)此圖形為一橢圓

(6)此圖形的中心在$(2,-2)$

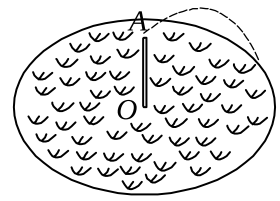
(7)此圖形對稱於$x-2=0$

(8)此圖形有一頂點$(3,2)$

二、填充題I（每格2分,共24分）

1. 棒球隊為了拯救漸漸光禿的外野草皮,在棒球場架設灑水系統.其中高為1公尺的噴水管OA直立於地面（如圖一）,水自噴嘴A噴出後呈拋物線狀,先向上至最高點後落下.若最高點離地面2公尺,但A距拋物線對稱軸2公尺,經理為了分析灑水系統效果,將整個系統坐標化如圖二所示.

試回答下列問題.



圖一

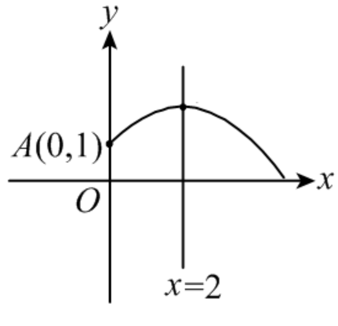
1.系統坐標化後,拋物線方程式____(1)_____(請用拋物線的標準式表示)

2.準線方程式____(2)_____

3.焦點座標____(3)_____

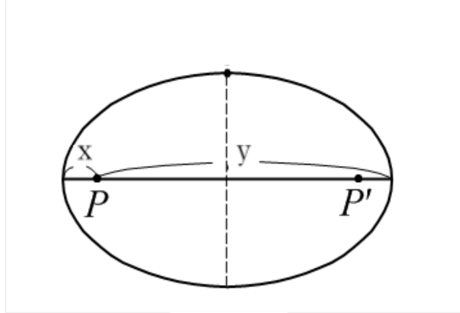
4.此噴嘴A經360度旋轉後，可噴灑的草地區域為圓形,

其直徑為____(4)____公尺.



圖二

2. 各個星體繞太陽公轉的軌道大致是一個橢圓, 太陽就在這個橢圓的一個焦點上, 現已知某行星繞太陽的軌道為如圖之橢圓， 太陽位於橢圓軌道之一焦點 P 處. 行星在太陽最近的時候, 這一點位置叫做近日點。離太陽最遠的時候, 這一點位置叫做遠日點。據觀測, 此行星在近日點與太陽的距離為 x 萬公里, 遠日點距離太陽 y 萬公里.



圖三

試回答下列問題.

1. 若 x 值為 1, y 值為 5 , 試求此橢圓形軌道的長軸長____(5)_____
2. 短軸長____(6)_____
3. 正焦弦長____(7)_____
4. 在天文動力學，軌道離心率是定義軌道形狀的重要參數。

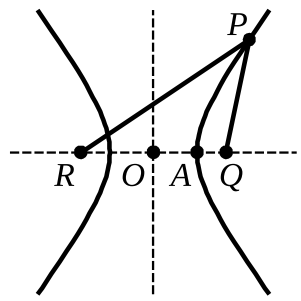
   離心率可以解釋為軌道形狀從圓形偏離了多少的程度, 定義為 $e=\dfrac{c}{a}$, $2a$ 為長軸長, $2c=\overline{PP'}$ ，

   求離心率 $e=$____(8)_____

3. 美國太空總署（NASA）署長於年初於華盛頓召開的行星防禦會議上表示，大型彗星撞擊地球有可能在我們有生之年發生，科學家應該集合起來共商對策。

現有一實驗室正在模擬彗星行進路線, 假定有兩個行星 Q, R 相距 26 萬公里，今有彗星 P 的運動軌跡是以兩行星 Q, R 為焦點的雙曲線之其中一支（如圖四），已知 P 與 Q, R 的距離分別為 8 萬公里，18 萬公里，為了方便研究分析, 研究人員將雙曲線中心 O 點定為原點, 將雙曲線設定貫軸在 x 軸上, 每 1 萬公里定為 1 單位長. 試回答下列問題.

1. 坐標化後, 雙曲線的焦點坐標____(9)_____
2. 貫軸頂點坐標____(10)_____
3. 雙曲線方程式____(11)_____（請用標準式表示）
4. 彗星與行星 Q 的最近距離為____(12)_____萬公里



圖四

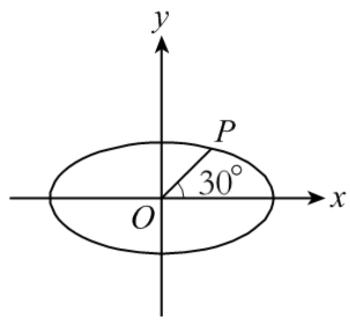
三、填充題II（共60分）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	6	12	18	24	30	36	42	46	50	54	58	60

1. 已知圓 C 過 $P(3,-1)$、$Q(-5,3)$、$R(1,5)$ 三點, 求圓 C 的方程式.（請用標準式表示）

2. 將拋物線 $y^2=8x$ 依向量 $(-1,4)$ 移動後, 新的拋物線的方程式為何？(請用標準式表示）

3. 在坐標平面上有一橢圓, 它的長軸落在 x 軸上, 短軸落在 y 軸上, 長軸短軸的長度分別為 4，2，如圖五所示. 通過橢圓的中心 O 且與 x 軸正向夾為 $30°$的直線在第一象限跟橢圓相交於 P, 則此交點 P 與中心 O 的距離為?



圖五

4. 若直線 $x-y+1=0$ 與橢圓 $x^2+4y^2=4$ 相交於 A,B 兩點, 求弦 $\overline{AB}$ 的長？

5. 若雙曲線的中心在原點, 貫軸平行坐標軸且長為 6, 且一條漸近線為 $2x-3y=0$, 求其方程式？（請用標準式表示, 有兩解）

6. 設方程式 $(24-k)x^2+(8-k)y^2=(k-24)(k-8)$ 為雙曲線，則其焦點坐標為何？

7. 設 P 為雙曲線 $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{144}=1$ 上的一點, 若 F_1, F_2 為此雙曲線的兩個焦點, 且 $\overline{PF_1}:\overline{PF_2}=2:7$, 則 $\triangle F_1PF_2$ 的周長為何？

8. 已知橢圓與雙曲線 $(x+3)^2-\frac{(y+1)^2}{4}=1$ 共焦點, 且橢圓的正焦弦長度等於 1, 則橢圓的方程式為何？（請用標準式表示）

9. 在坐標平面上 $(7,5)$ 處有一光源, 將圓 $x^2+(y-1)^2=1$ 投射到 x 軸的影長為何？

10. 坐標平面上給定點 $A(3,3)$, 直線 $L: y=-5$ 與拋物線 $\Gamma: x^2=12y$, 以 $d(P,L)$ 表示點 P 到直線 L 的距離.

若點 P 在 Γ 上變動, 則 $|d(P,L)-\overline{AP}|$ 之最大值為何？

11. 設 $E_1: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（其中 $a>0$）為焦點在 $(5,0)$, $(-5,0)$ 的橢圓, E_2 : 焦點在 $(5,0)$ 且準線為 $x=-5$ 的拋物線．已知 E_1, E_2 的交點在直線 $x=5$ 上，則 $a=$_______．

12. 設 R 代表坐標平面上由下列兩個不等式所定義的區域 $\begin{cases} x^2+y^2\le 25 \\ y\ge 1 \end{cases}$, 求函數 $f(x)=x+y$ 在區域 R 上的最大值與最小值．

高雄中學107學年度第二學期期末考二年級第一類組數學科 答案卷

班級_______姓名______________座號_________

請以原子筆或鋼筆作答，答案必須完全正確，否則不予計分。

一、是非題（每格2分,共16分）

(1)	(2)	(3)	(4)
T	F	F	T
(5)	(6)	(7)	(8)
T	F	F	T

二、填充題I（每格2分,共24分）

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$(x-2)^2=-4(y-2)$	$y=3$	$(2,1)$	$4+4\sqrt{2}$	6	$2\sqrt{5}$
(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
$\frac{10}{3}$	$\frac{2}{3}$	$(\pm 13,0)$	$(\pm 5,0)$	$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{144}=1$	8

三、填充題II（共60分）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	6	12	18	24	30	36	42	46	50	54	58	60

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$(x+1)^2+(y-1)^2=(\sqrt{20})^2$	$(y-4)^2=8(x+1)$	$\frac{4\sqrt{7}}{7}$	$\frac{8}{5}\sqrt{2}$	$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$, $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{\frac{81}{4}}=1$	$(0,\pm 4)$
(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
送分	$\frac{(x+3)^2}{\frac{25}{4}}+\frac{(y+1)^2}{\frac{5}{4}}=1$	$\frac{16}{3}$	5	$5+5\sqrt{2}$	$5\sqrt{2},1-2\sqrt{6}$