

高雄中學 107學年度 第2學期 期末考 高三自然組數學科試題(共3頁)

*所有答案請按題號依序填入答案卷之答案欄中，否則不予計分

一、多重選擇題:(每題均至少有一選項正確)

1. 下列函數中，那些在 $x=0$ 是不可微的？

(1) $f(x) = x|x^3|$

(2) $g(x) = [x+0.5]$ (高斯函數 $[x]$: 小於或等於 x 之最大整數)

(3) $h(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

(4) $k(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$

(5) $l(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

2. 設 $f(x)$ 為實係數三次多項式，且 $y = f'(x)$ 的圖形如右，頂點為 $(-1, -3)$ ，且過原點，則下列敘述何者正確？

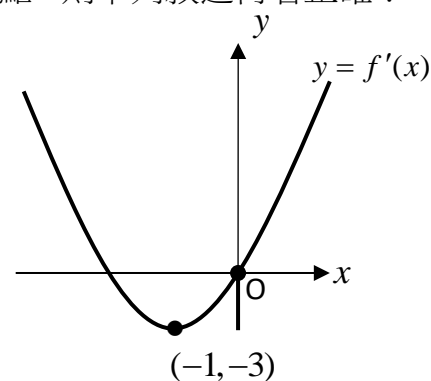
(1) $f(x)$ 在區間 $(-1, 0)$ 是遞增函數

(2) $f(x)$ 在區間 $(-\infty, -2)$ 是遞增函數

(3) $f(x)$ 在 $x = -1$ 有極小值

(4) 點 $(-1, f(-1))$ 為 $y = f(x)$ 的圖形之反曲點

(5) $f(\cos x)$ 之最大值與最小值的差為 4



3. 承第 2 題，設 $f(x)$ 的常數項為 k ，則下列敘述何者正確？

(1) 若方程式 $f(x) = 0$ 有重根，則 $k = 0$

(2) 若 $k < -4$ ，則方程式 $f(x) = 0$ 恰有一實根

(3) 若方程式 $f(x) = 0$ 恰有三實根，則 $-4 \leq k \leq 0$

(4) 若方程式 $f(x) = 0$ 恰有三相異實根，則此三根必為一負根，兩正根

(5) 若 $k = 2$ ，則 $f(f(x)) = 0$ 恰有一實根

4. 設連續函數 $y = f(x)$ 的圖形如右，且已知 $\int_{-3}^0 f(x) dx = 2$ ， $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$ ， $\int_{-3}^2 |f(x)| dx = 7$ ，則下列敘述何者正確？

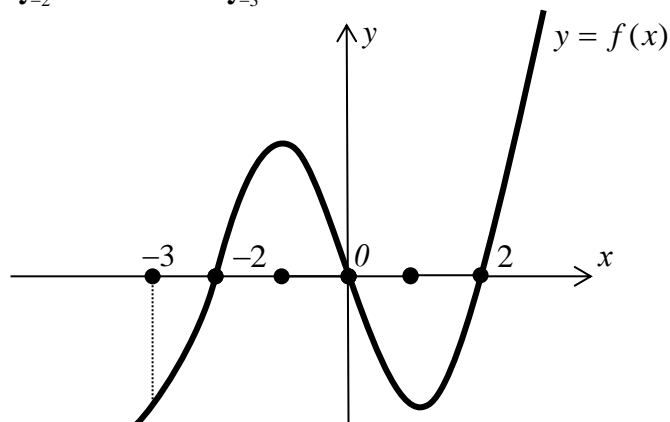
(1) $\int_{-3}^0 |f(x)| dx = 4$

(2) $\int_{-3}^2 f(x) dx = 1$

(3) $\int_2^0 f(x) dx = -3$

(4) $\int_{-2}^0 f(x+2) dx = 3$

(5) $\int_{-2}^2 |f(x)| dx = 6$



5. 設 $f(x) = x^3 + 7x^2 - 15x + 9$ ，在 $y = f(x)$ 的圖形上，以下列那些選項的點為切點，所作之切線可通過原點？
- $(-3, f(-3))$
 - $(1, f(1))$
 - $(\frac{3}{2}, f(\frac{3}{2}))$
 - $(-\frac{3}{2}, f(-\frac{3}{2}))$
 - $(-1, f(-1))$
6. 設 $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ ，若 $a_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f(\frac{k}{n})$ ， $b_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(\frac{k}{n})$ ， $c_n = \frac{1}{2n} \sum_{k=0}^{n-1} \left[f(\frac{k+1}{n}) + f(\frac{k}{n}) \right]$ ， $d_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f(\frac{2k+1}{2n})$ ，其中 $n \in N$ ，則下列敘述何者恆成立？
- $a_n < b_n$
 - $d_n > c_n$
 - $c_n > a_n$
 - $a_n < \frac{5}{3}$
 - $y = f(x)$ 、 $y = 0$ 、 $x = 0$ 、 $x = 1$ 所圍封閉區域面積恰等於 $\lim_{n \rightarrow \infty} d_n$
7. 下列哪一定積分其值為 0？
- $\int_1^2 (2x - \frac{4}{x^2} - 1) dx$
 - $\int_0^\pi \cos x dx$
 - $\int_{-5}^5 (2^x - 2^{-x}) dx$
 - $\int_{-999}^{999} (379x^5 - 476x^3 + 791x - 1) dx$
 - $\int_{-3}^3 |x| dx$
8. 下列選項何者正確？
- 若 $f(x) = 3(x-1)(x-2)^3(x+1)$ ，則 $f'(1) = 6$
 - 若 $f(x) = (x^3 + 1)^2$ ，則 $f'(1) = 12$
 - 若 $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{2x + 1}$ ，則 $f'(-1) = -1$
 - 若 $f(x) = (x+1)(2x-3)$ ，則 $f'(0) = -1$
 - 若 $f(x) = \sqrt{2x+1}$ ，則 $f'(4) = 3$

二、填充題(所有答案均需化至最簡，否則不予計分)

1. 設 $f(1) = 1$ ，且 $f'(1) = 11$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(x) - 1}{x^2 + x - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 設 $a \in R$ ，若 $f(x)$ 滿足 $\int_a^x f(t)dt = x^3 - x^2 + 3x - 3$ ，則

(1) $a =$ _____

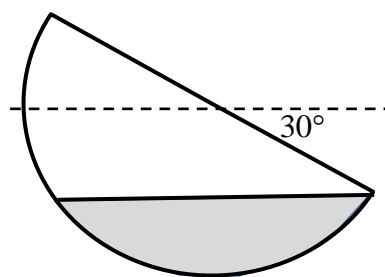
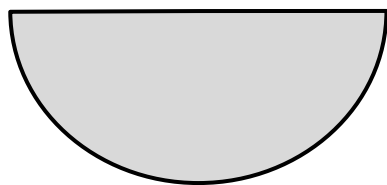
(2) $y = f(x)$ 的圖形上，以 $(a, f(a))$ 為切點之切線方程式為 _____

3. 已知一實係數多項式 $f(x)$ 在 $x=1$ 有極值，且在 $y = f(x)$ 圖形上，以 $(0, f(0))$ 為切點之切線平行直線 $3x + y = 4$ ，則 $\int_0^1 f''(x)dx =$ _____

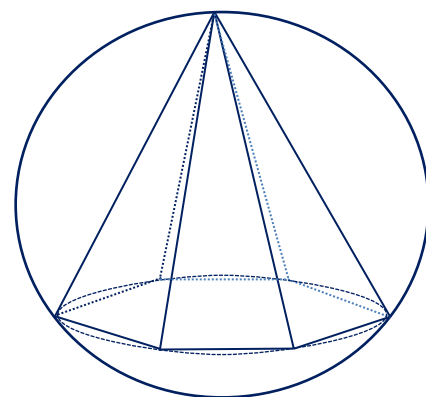
4. 設 $f(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - x + 9$ ， $g(x) = x^4 - 7x^3 + 7x^2 + x + 9$ ，則 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 兩圖形間所圍封閉區域之面積為 _____

5. 設 $a \in R$ ，三次多項式 $f(x) = 4x^3 - (a^2 + 8)x^2 - 6ax + 3a^2$ ，集合 $A = \{x | 0.995 < x < 1.007\}$ ，集合 $B = \{x | f(x) \geq f(1)\}$ 若 $A \subset B$ ，則集合 $B =$ _____ (請以集合或區間形式表之，若僅以不等式表之，不予計分)

6. 半球形容容器內裝滿水，將此容器傾斜 30° ，如圖，若已知溢流出去的水體積為 550 立方公分，則留在容器內的水體積為 _____ 立方公分



7. 有一球面半徑為 $\frac{9}{2}$ ，則其內接正六角錐(底面為正六邊形的角錐)之最大體積為 _____



高雄中學 107 學年度 第 2 學期 期末考 高三自然組數學科答案卷

高三____班 ____號 姓名:_____

一、多重選擇題: (每題全對給 6 分，錯一選項給4分，錯兩選項給2分，其餘情形者一律不給分)

題號	1	2	3	4
答案				
題號	5.	6.	7.	8.
答案				

二、填充題(所有答案均需化至最簡，否則不予計分)

總對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	8	16	24	32	40	44	48	52

題號	1	2(1)	2(2)	3
答案				
題號	4	5	6	7
答案				

高雄中學 107 學年度 第 2 學期 期末考 高三自然組數學科答案卷

一、 多重選擇題: (每題全對給 6 分，錯一選項給4分，錯兩選項給2分，其餘情形者一律不給分)

題號	1	2	3	4
答案	(4)(5)	(2)(4)(5)	(2)(3)(5)	(1)(5)
題號	5.	6.	7.	8.
答案	(1)(2)(4)	(2)(5)	(1)(2)(3)	(2)(4)

二、填充題(所有答案均需化至最簡，否則不予計分)

總對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	8	16	24	32	40	44	48	52

題號	1	2(1)	2(2)	3
答案	4	1	$4x - y = 0$	3
題號	4	5	6	7
答案	1	$\left\{x \mid x \geq \frac{1}{4}\right\}$ 、 $\left[\frac{1}{4}, \infty\right)$ 二擇一回答即可 *只寫 $x \geq \frac{1}{4}$ 扣 2 分	250	$54\sqrt{3}$