

壹、填充題：共 12 題（84 分）

1. 已知 $z \in \mathbb{C}$ ，且 $z + \bar{z} = 0$ 、 $|z| = 3$ ，試求 $|z - \bar{z}|$
2. 已知 $a \in \mathbb{R}$ 、 $a \neq 0$ 、 $\sqrt{a^2} + (\sqrt{a})^2 = 0$ ，試求 $\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{a}}$ 之值
3. 已知 $z \in \mathbb{C}$ ，若 $|z - 2i| = 3$ ，試求 $|z - 8 - 8i|$ 的最大值
4. 已知 $z \in \mathbb{C}$ ，且 $z^6 - 64 = 0$ 、 $\frac{\pi}{2} < \text{Arg}(z) < \pi$ ，試求 z
5. 已知實係數函數 $y = f(x) = -2x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形與 x 軸沒有交點，若 $f(x) = 0$ 的根為 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ，且 $\alpha\beta = -10$ ，試求 $\gamma\delta$ 之值
6. 已知 $z \in \mathbb{C}$ ，設函數 $f(x) = x^2 + 4x + z$ ，若 $f(1+2i) = 0$ ，試求 $f(1-2i)$ 之值
7. 已知函數 $f(x) = x^3 + x - 5$ ，試問 $f(x) = 0$ 的實根最靠近下列哪個數
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 (E) 3
8. 已知 $k \in \mathbb{R}$ ，若函數 $y = f(x) = (x^2 + kx + 1)(x^2 + x + k)$ 的圖形與 x 軸沒有交點，試求 k 的範圍
9. 設 $\vec{v} = (\cos \theta_1, \sin \theta_1)$ 、 $\vec{u} = (\cos \theta_2, \sin \theta_2)$ 、 $x = \cos \theta_1 + i \sin \theta_1$ 、 $y = \cos \theta_2 + i \sin \theta_2$ ，若 $\vec{v} \cdot \vec{u} = \frac{2}{3}$ ，試求 $\frac{x}{y} + \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$ 之值

10. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 若兩方程式 $(1+i)x^2 + (a+2i)x + (-9+i) = 0$ 、 $x^2 + 4x + b = 0$ 有一個相同的實根，試求數對 (a, b)

11. 設 $A(z_1)$ 、 $B(z_2)$ 為複數平面上的兩個點、 O 為原點，若 $z_1 \cdot z_2 = 1 + \sqrt{99}i$ 、 $\frac{z_1}{z_2} = 4 + 3i$ ，試求 $\triangle OAB$ 的面積

12. 已知 x, y 皆為實數，今定義關於數對 $[x, y]$ 的運算規則如下：

- (A) 若 $[x_1, y_1] = [x_2, y_2]$ ，則 $x_1 = x_2$ 且 $y_1 = y_2$
- (B) $[x_1, y_1] \otimes [x_2, y_2] = [x_1x_2 - y_1y_2, x_1y_2 + y_1x_2]$

試依此規則計算 $\underbrace{[1, \sqrt{3}] \otimes [1, \sqrt{3}] \otimes \dots \otimes [1, \sqrt{3}] \otimes [1, \sqrt{3}]}_{\text{共 10 個}} \text{ 之值}$

貳、證明與計算題：（兩題，各 8 分）

1. 若 z_1, z_2 為複數，試證明： $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$

2. 若 x, y 皆為實數，試將方程式 $\sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{xy} = 0$ 作圖於直角坐標上

1. 6	2. $-i$	3. 13	4. $-1 + \sqrt{3}i$
5. -10	6. $-24i$	7. (D)	8. $\frac{1}{4} < k < 2$
9. $\frac{4}{3}$	10. $(-8, 3)$	11. 3	12. $[-512, -512\sqrt{3}]$