

高雄中學 106 學年度第二學期第一次期中考三年級社會組數學科試題

一、多重選擇題(每題 6 分，錯一個選項 3 分，錯兩個以上不給分，共 18 分)

1. 下列數列何者收斂？

(A) $\langle -(-1)^n \rangle$ (B) $\langle \frac{(-1)^n + 2^n}{3^n} \rangle$ (C) $\langle \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n} \rangle$ (D) $\langle \cos n\pi \rangle$ (E) $\langle \frac{n^5}{3^n} \rangle$

2. 下列敘述何者正確？

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ 收斂 (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 2^n}{3^n} = 0$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 收斂 (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (2i)^n = \frac{2i}{1-2i}$ (E) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2 + n}} = 1$

3. 下列函數在滿足其定義域中，何者為偶函數？

(A) $f(x) = \frac{\sin x}{x^3 + x}$ (B) $f(x) = \sec x + |x^2 - 1|$ (C) $f(x) = \frac{3^x - 3^{-x}}{(3^x + 3^{-x})x}$ (D) $f(x) = \frac{x}{3^x - 1} + \frac{x}{2}$ (E) $f(x) = \log(\sqrt{x^2 + 1} + x)$

二、填充題(共 82 分)

1. 試求下列各式之極限值

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n + 1} - \frac{n^2 + 3n + 1}{n - 2} \right)$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n(n+1)^2}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7 \cdot (-1)^n + 2^{n-1} + 3^n}{6^n}$

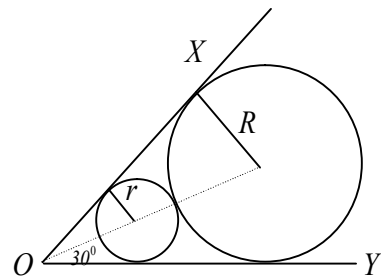
(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{4^n}$

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{1}{\sqrt{2k+1} + \sqrt{2k-1}} \right)$

2. 設 $x \in R$, 若數列 $\langle (x^2 + x - 1)^n \rangle$ 收斂, 則 (1) x 的範圍為何? (2) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (x^2 + x - 1)^n = \frac{-x}{x+1}$, 則 $x = ?$

3. 有無窮多個圓內切一角 $\angle XOY$ 且 $\angle XOY = 60^\circ$, 而相鄰兩圓外切 ,

若最大圓的面積為 24 , 則所有圓之面積和為何?



4. 設 a 為常數, 若多項式 $x^3 + x^2 + ax + 4 = 0$ 之三根為 $1, \alpha, \beta$ 且 $\alpha < \beta$, 則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\alpha^n + 2\beta^n}{-\alpha^n + \beta^n} = ?$

5. 設 $a \in \{1, 2, \dots, 9\}$, 求滿足 $\frac{2}{15} < 0.1\bar{a} < \frac{7}{45}$ 之 a 值

6. 設函數 $f\left(\frac{x+2}{1-x}\right) = \frac{x^2-1}{2x+3}$, 求 $f(-2)$ 之值

7. 設 $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ 且 $f_2(x) = f(f(x))$, $f_{n+1}(x) = f_n(f(x))$, $\forall n \in N$,

(1) 若 $f_4(x) = ax + b$, 求數對 $(a, b) = ?$

(2) 若 $f_n(x)$ 的常數項為 a_n , 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$

8. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) = ?$

高雄中學 106 學年度第二學期第一次期中考三年級社會組數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題(每題 6 分，錯一個選項 3 分，錯兩個以上不給分，共 18 分)

1.	2.	3.
----	----	----

二、填充題

題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	64	70	74	78	82

1(1).	1(2).	1(3).
1(4).	1(5).	2(1).
2(2).	3.	4.
5.	6.	7(1).
7(2).	8.	

高雄中學 106 學年度第二學期第一次期中考三年級社會組數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題(每題 6 分，錯一個選項 3 分，錯兩個以上不給分，共 18 分)

1.	BCE	2.	CE	3.	ABCD
----	-----	----	----	----	------

二、填充題

題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	64	70	74	78	82

1(1).	-6	1(2).	$\frac{1}{3}$	1(3).	$\frac{1}{4}$
1(4).	1	1(5).	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	2(1).	$-2 \leq x < -1 \cup 0 < x \leq 1$
2(2).	$-1 + \sqrt{2}$	3.	27	4.	-1
5.	4	6.	$\frac{15}{11}$	7(1).	$(\frac{1}{16}, \frac{5}{8})$
7(2).	$\frac{2}{3}$	8.	2		