高雄中學 110 學年度第一學期第二次期中考高三 19~21 組數學科試題

※ 作答須使用黑色或藍色的原子筆書寫,除作圖外不得使用鉛筆。 ※ 考題中,第 1.3.4.5.11.12 為進度(占 50%),第 2.6.7.8.9.10.13 為複習(占 50%)。

一、單選題(占14分)

說明:第1題至第2題,每題有5個選項,其中只有一個是正確或最適當的選項,請將正確選項依照題號填入答 案卷之『指定答案欄』當中。每題答對者得7分;答錯、未作答或填入多於1個選項者該題以零分計算。

- 1. 下列選項中,哪一個是正確的?
 - (1) 若 $f(x) = e^{2021}$,則 $f'(x) = 2021e^{2020}$
 - (2) 若 $g(x) = x^{1201}$,則g'(x) = 1201x
 - (3) 若 $h(x) = (3x+1)^2$,則h'(x) = 2(3x+1)
- 2. 正八面體 ABCDEF 是由 8 個正三角形組成的立體圖形,考慮該正八面體的 12 個稜,一共可以找出幾對稜其 所在的直線彼此互為歪斜線?

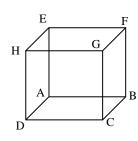
- (1) 12 (2) 24 (3) 36 (4) 48 (5) 60

二、填充題(占56分)

說明:第3至10題,請將正確答案依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中。

- 3. 已知 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2021}x$, f''(x) 為 f(x) 的二階導函數,則 $2^{f''(0)} + 2^{f''(1)} + 2^{f''(2)} + \cdots + 2^{f''(5)} = ?$ (答案請化簡加 總或乘開)
- 5. 在函數 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 5$ 圖形上所有的切線當中,斜率最大的切線方程式為何?(請化簡為斜截式回答)

6. 已知 ABCD - EFGH 為一正方體,設點 P 為 ΔADH 的重心、點 Q 為 ΔABC 的外心、點 R 為 ΔCFG 的垂心,試求 $\cos \angle PQR = ?$



- 7. 空間中 $P \times Q \times R \times S$ 四點, $\overrightarrow{PQ} = 1 \times \overrightarrow{QR} = \sqrt{2} \times \overrightarrow{RS} = \sqrt{3}$,若 $\angle PQR = 120^{\circ}$, $\angle QRS = 150^{\circ}$,且 \overrightarrow{PQ} 與 \overrightarrow{RS} 之 夾角為 30° ,則 \overrightarrow{PS} 之長度為_____。(須化至最簡根式)
- 8. 在坐標平面上,點 D, E, F 分別位於 $\triangle ABC$ 的三邊 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 上,若 $\overline{AD}, \overline{BE}, \overline{CF}$ 交於 P 點且 $\overline{AP} = \frac{1}{5} \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{AC}$,則 $\overline{BD} \times \overline{EC} = -----$ 。(請化為最簡分數回答)
- 9. 空間坐標系中, $P(2\cos\alpha, 2\sin\alpha, 0)$ 、 $Q(\cos\beta, \sin\beta, 1)$,若 $\left|\overrightarrow{OP} \times \overrightarrow{OQ}\right|$ 之最大值為s、最小值為t,則st 之值為多少?
- 10. 空間中,兩直線分別為 $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1}$ 與 $L_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{-1}$,若有一正四面體的四個頂點分別位於 L_1 與 L_2 上,試求此正四面體的稜長。

三、計算證明題(占14分)

說明:第11題,請將答案寫在答案卷之『指定答案欄』當中,同時必須寫出演算過程或理由,否則將予扣分甚至 零分。完全答對得14分。

- 11. 已知實函數 $f(x) = -x^2(x^2 9)$ 、 $g(x) = \cos(\frac{1}{\sqrt{x}})$ 。
 - (1) 若實函數 $h = g \circ f$,則 h(x) 的定義域為何?
 - (2) 承(1), 試求 $\lim_{x\to 0} h(x)$?

四、多選題(占16分)

說明:第12題至第13題,每題有5個選項,其中至少有一個是正確的選項,請將正確選項依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中。各題之選項獨立判定,所有選項均答對者,得8分;答錯1個選項者,得5分;答錯2個選項者,得2分;答錯多於2個選項或所有選項均未作答者,該題以零分計算。

- 12. 已知 $f(x) = x^2 4x$ 、 g(x) = |x|。若函數 $h = f \circ g$,試選出正確的選項。
 - (1) h(-4) = h(0) = h(4)
 - (2) 函數 h(x) 在 x=0 處的極限值存在且該極限值為 0
 - (3) 函數 h(x)在 x = -2 處的導數存在且該導數值為 0

$$(4) \quad \frac{h(-2) - h(0)}{-2 - 0} = 4$$

(5)
$$\lim_{x \to 0^{-}} \frac{h(x) - h(0)}{x - 0} = 4$$

- 13. 已知正四面體 ABCD 的中心點為G , \overline{CD} 的中點為M 。試問下列哪些選項是正確的?
 - $(1) \sin ABC = \frac{1}{2}$
 - $(2) \sin BMD = 1$
 - $(3) \sin AMB = \frac{1}{3}$
 - $(4) \sin MAB = \sqrt{\frac{2}{3}}$
 - $(5) \sin AGB = \frac{1}{3}$

高雄中學 110 學年度第一學期第二次期中考高三 19~21 組數學科試題

一、單選題(占14分)

1.	2.
(4)	(2)

二、填充題(占56分)

3.	4.	5.	6.
1365	4	y = 12x + 4	$\sqrt{21}$
			21
7.	8.	9	10
$2\sqrt{2} + 1$	<u>25</u>	$4\sqrt{2}$	$2\sqrt{6}$
	6		

三、計算證明題(占14分)

11.

已知
$$f(x) = -x^2(x^2 - 9)$$
、 $g(x) = \cos(\frac{1}{\sqrt{x}})$ 。

(1)
$$h(x) = g \circ f(x) = \cos \frac{1}{\sqrt{-x^2(x^2 - 9)}}$$

⇒ $-x^2(x^2 - 9) > 0$ ⇒ $x^2(x^2 - 9) < 0$ ⇒ $-3 < x < 0$ 或 $0 < x < 3$
函數 $h(x)$ 的定義域為 ⇒ $\{x | -3 < x < 0$ 或 $0 < x < 3\} = (-3,0) \cup (0,3)$

(2)
$$\lim_{x \to 0} x^{2} h(x) = \lim_{x \to 0} x^{2} \cos \frac{1}{\sqrt{-x^{2}(x^{2} - 9)}} ?$$

$$\therefore -1 < \cos \frac{1}{\sqrt{-x^{2}(x^{2} - 9)}} < 1 \qquad \therefore -x^{2} < x^{2} \cos \frac{1}{\sqrt{-x^{2}(x^{2} - 9)}} < x^{2}$$

$$\stackrel{\square}{=} \ln \lim_{x \to 0} (-x^{2}) = 0 \qquad \qquad \square \lim_{x \to 0} x^{2} = 0$$

根據函數的夾擠定理,
$$\lim_{x\to 0} x^2 \cos \frac{1}{\sqrt{-x^2(x^2-9)}} = 0$$

※第(1)題中,共7分,定義域沒有以集合或區間記號表示者,扣2分

※第(2)題中,共7分,只有求出正確極限值而沒有過程者,給2分

四、多選題(占16分)

所有選項均答對者,得8分;答錯1個選項者,得5分;答錯2個選項者,得2分;

签錯多於 2 個攤項或所有攤項均未作签者,該題以緊分計質。

合蜎多於 4 個選項或所有選項時本作合有,該題以令方計算。		
12.	13.	
(1)(2)(3)(5)	(2)(4)	

試題更正 13. 已知正四面體 ABCD 的中心點為G , \overline{CD} 的中點為M 。試問下列哪些選項是正確的?

(1)
$$\sin ABC = \frac{1}{2}$$
 (2) $\sin BMD = 1$ (3) $\sin AMB = \frac{1}{3}$ (4) $\sin MAB = \sqrt{\frac{2}{3}}$ (5) $\sin AGB = \frac{1}{3}$