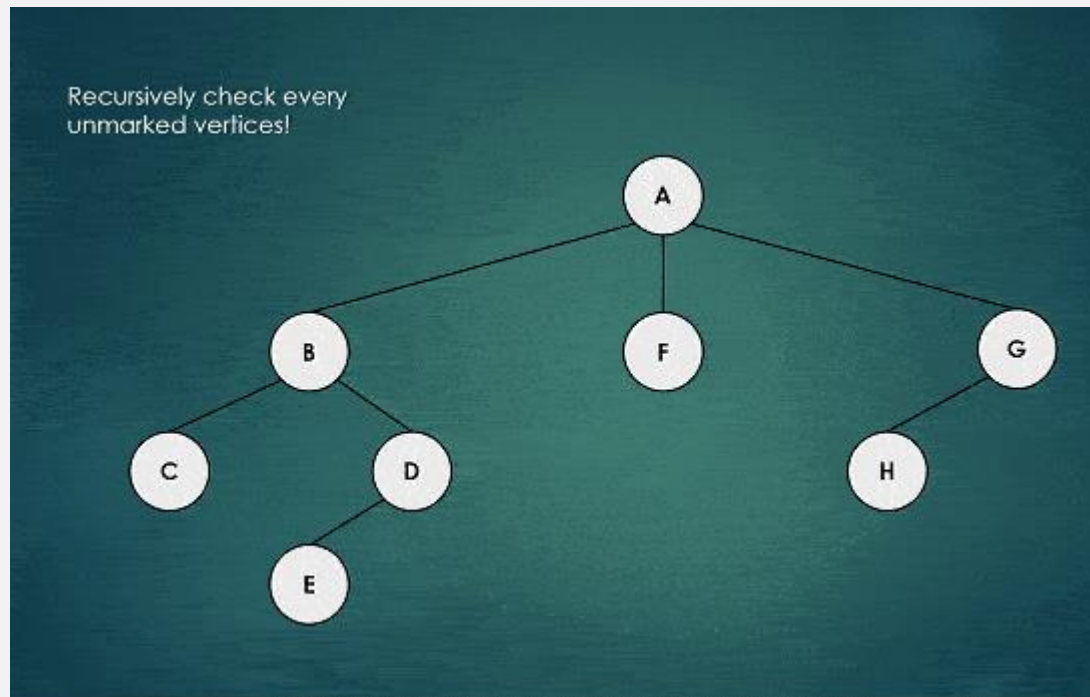




## 4.4 DFS คืออะไร

Search ตามความลึก , ใช้ vector ในการออกสอย, เก็บ

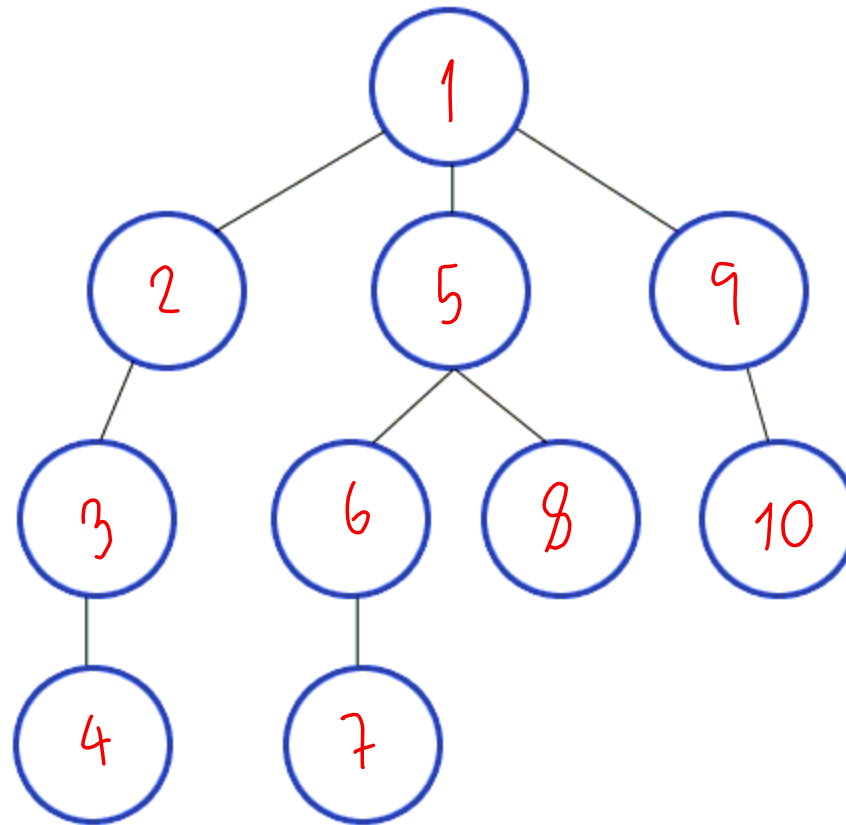
- The Depth First Search is fundamental search algorithm used to explore node and edges of a graph.
- It runs with a time  $O(V+E)$  Big O
- Often used as a building block in other algorithms.





### วัตถุประสงค์ & ขั้นตอนการทำงาน

- ตรวจสอบความลึกของกราฟ
- โดยหาเส้นทางที่ลึกที่สุดจากการเดินจาก เวอร์เท็กซ์ u ไปยัง เวอร์เท็กซ์ v ซึ่งเป็นเวอร์เท็กซ์ข้างเคียงที่ยังไม่ได้เดินผ่าน ทำเช่นนี้จนกระทั่งไม่มี edge ที่สามารถเดินต่อไปได้อีก จากนั้นจึงทำการเดินกลับ (backtrack) ไปยัง source
- A DFS plunges depth first into a graph without regards for which edge it takes next until it cannot go any further at which point it backtracks and continues.



<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Depth-First-Search.gif>



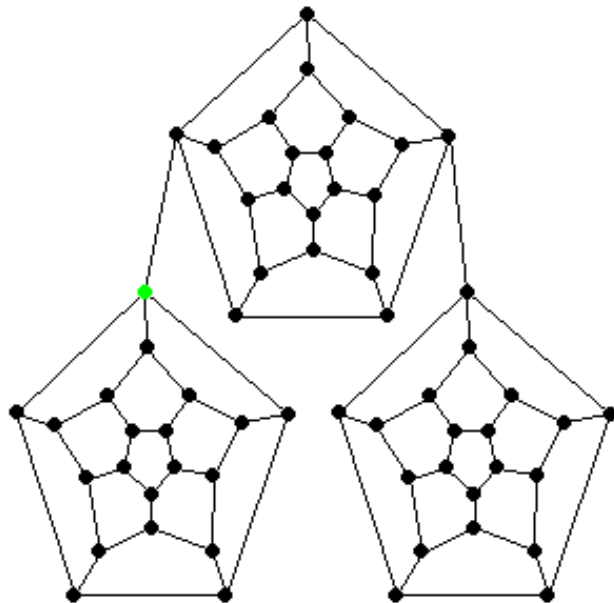
## ขั้นตอน(ภาษาอังกฤษ)

1. Edges are explored out of the most recently discovered vertex  $v$  that still has unexplored edge leaving it.
2. When all of  $v$ 's edges have been explored, the search backtracks to explore edges leaving the vertex from which  $v$  has discovered. Until we have discovered all the vertices that are reachable from the original source vertex



\* เสาหาสั้นสุด

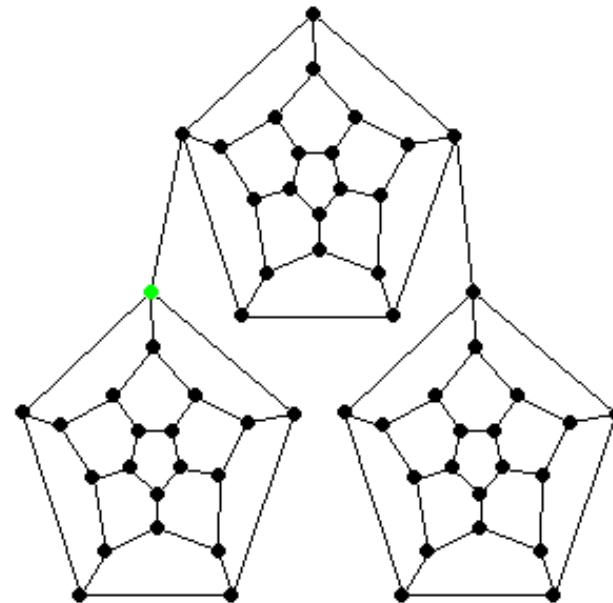
Breadth-First Search



[www.combinatorica.com](http://www.combinatorica.com)

\* เสาหาสั้นสุด

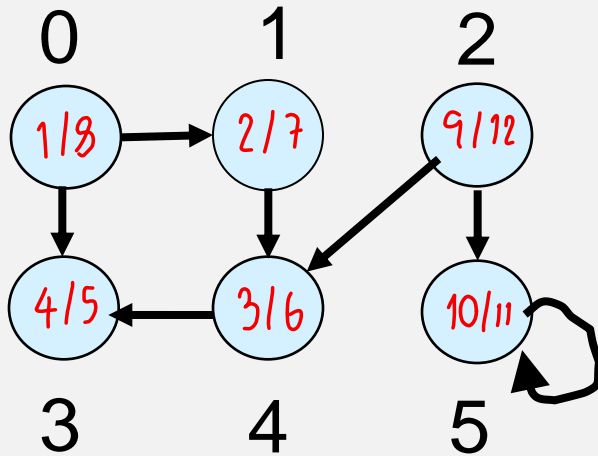
Depth-First Search



[www.combinatorica.com](http://www.combinatorica.com)

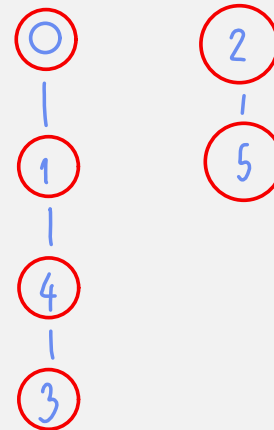


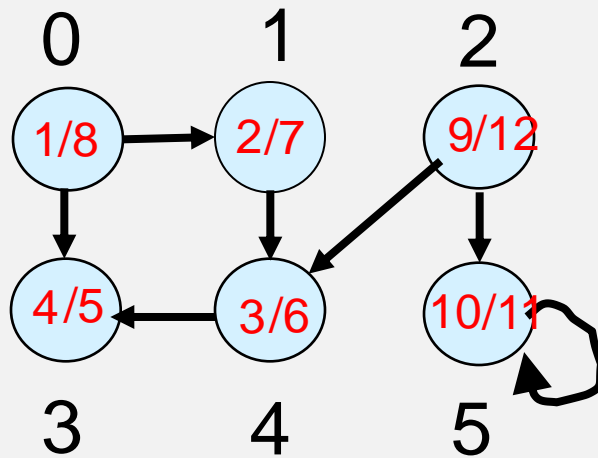
เข้าหน้า / ออกกลับ  
u / v



$S = 0$  \* อ่าน ทาง

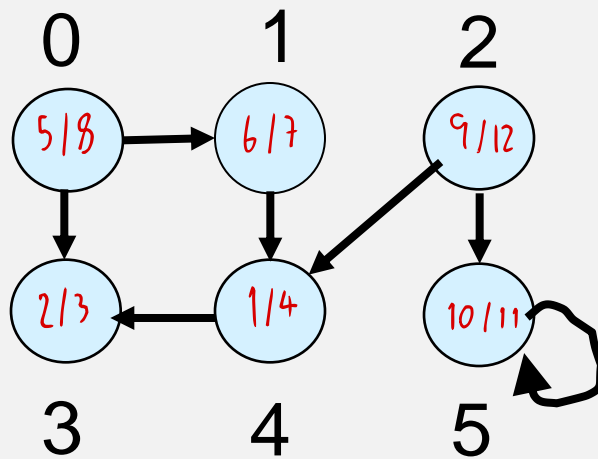
tree



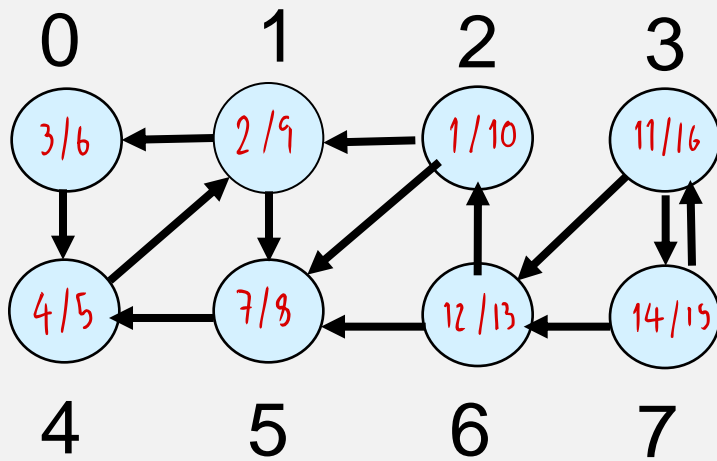




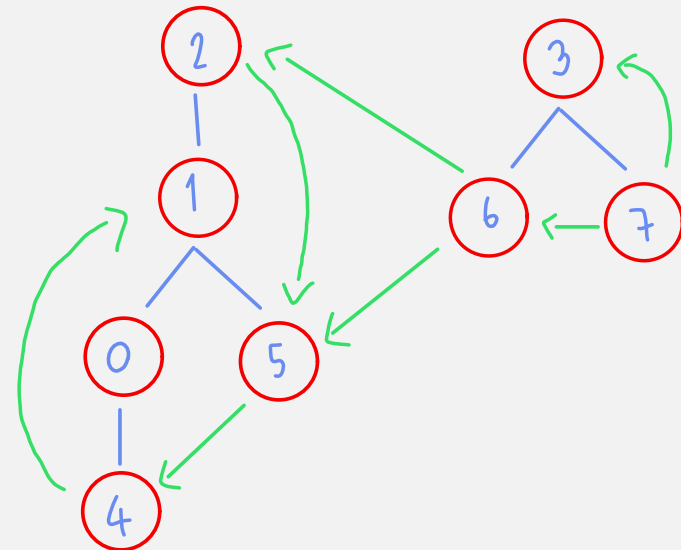
S= 4





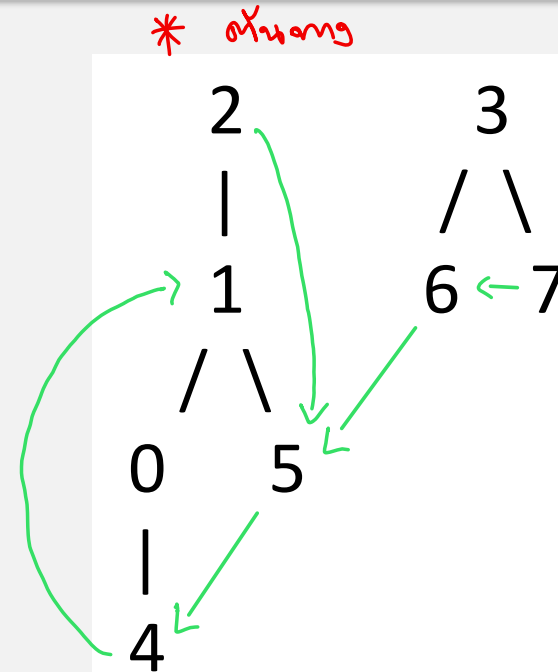
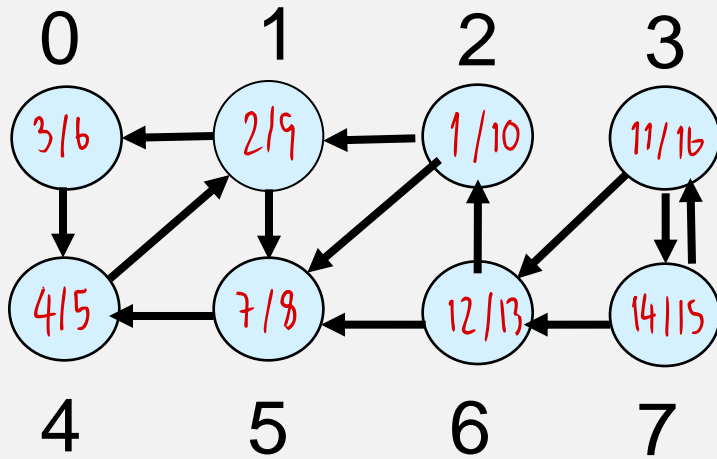


S = 2





## DFS trees $(u, v)$





```
vector<int> adj(MAX);  
int degree[MAX];
```

```
void readInput()  
{  
    int n, m;  
    cout << "Enter v & e: ";  
    cin >> n >> m;  
    for(int i = 0; i < m; i++){  
        int u, v;  
        cin >> u >> v;  
        adj[u].push_back(v);  
        degree[u]++; // u is 1st get Count();  
    }  
}
```

```
for(int i = 0; i < 3; i++){  
    for(int j = 0; j < degree[i]; j++){  
        cout << adj[i][j] << " ";  
    }
```

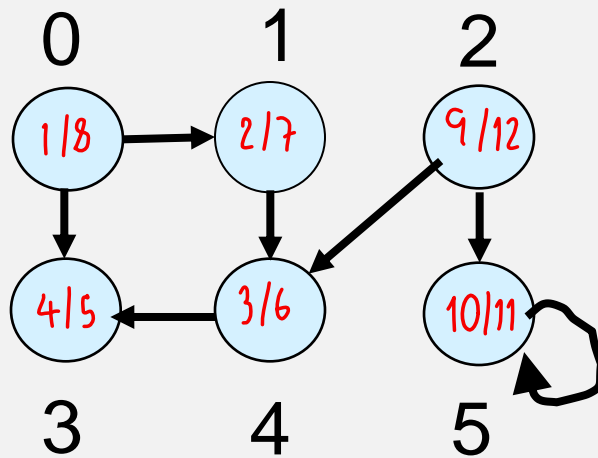
DFS

\* วนซ้ำ



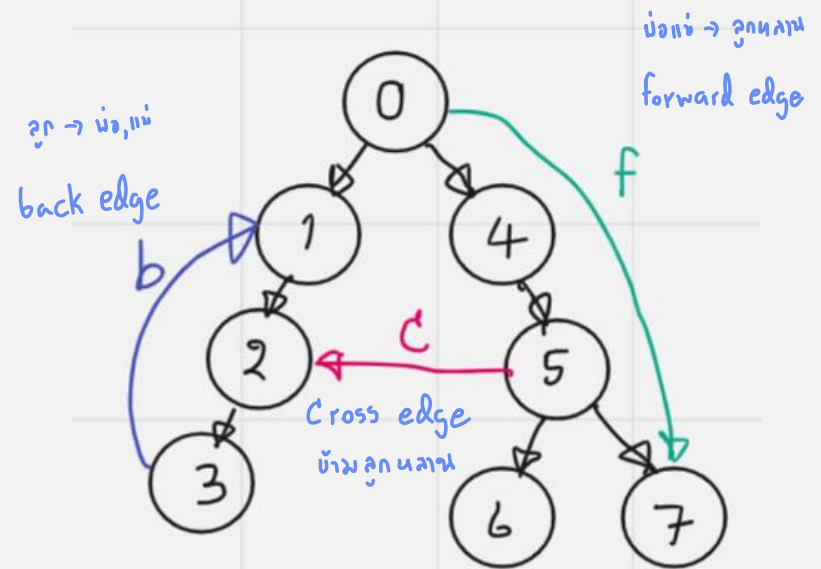
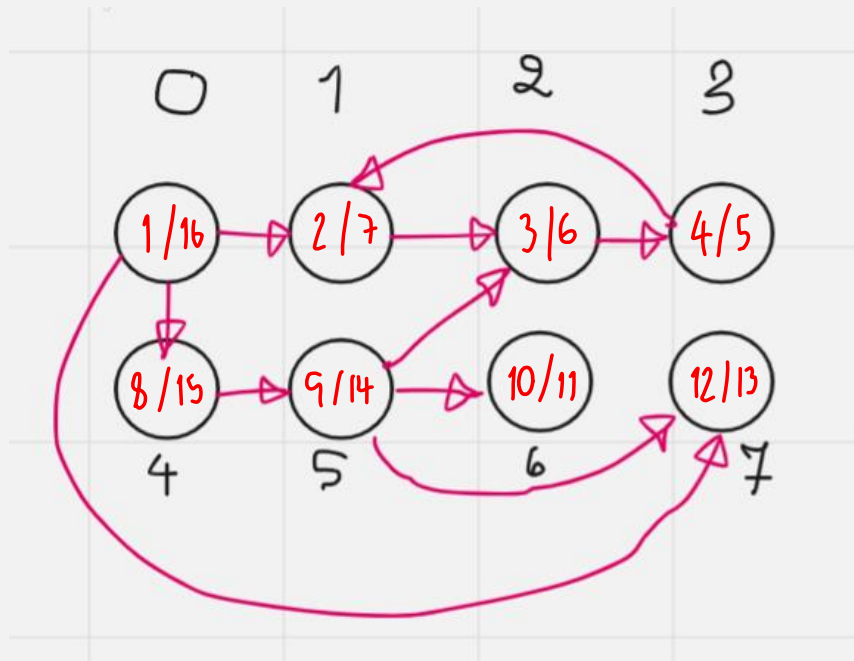
## Edge Classification

S= 0





## Edge Classification

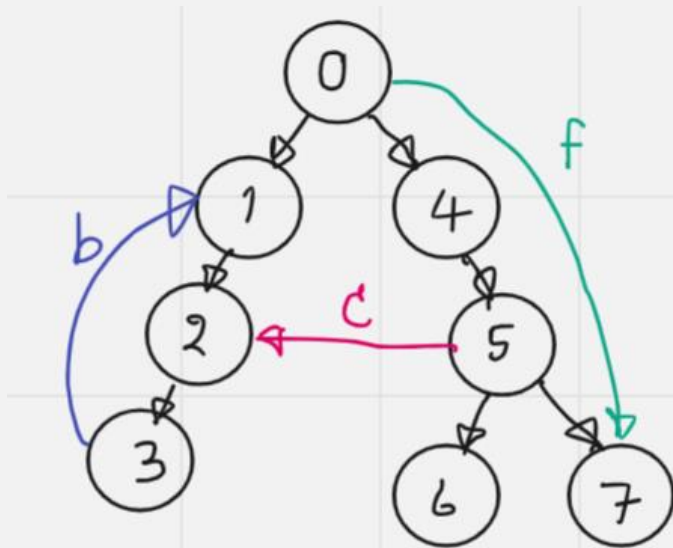




## Edge Classification

1. **Tree edges** : are edges in the dfs forest  $G''$ . Edge  $(u,v)$  is a tree edge if  $v$  was discovered by exploring edge  $(u,v)$ .
2. **Back edge** : are those edges  $(u,v)$  connecting a vertex  $u$  to an ancestor  $v$  in a dfs tree. Self-loop are considered to be back edges.

**which point from a node to one of its ancestors**



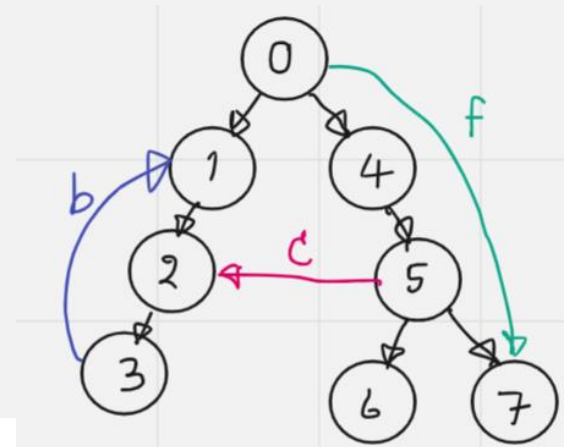


## Classification of Edge

**3. Forward edges** : are those non tree edge  $(u,v)$  connecting a vertex  $u$  to a descendent  $v$  in a dfs tree.

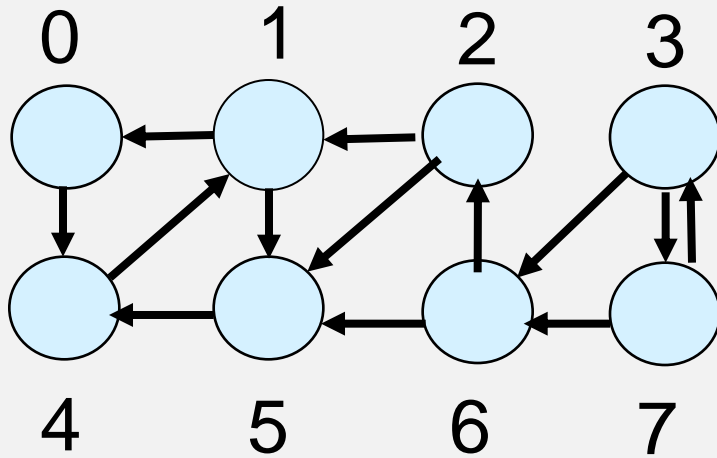
which point from a node of the tree to one of its descendants

**4. Cross edge** : are all other edges. They can go between vertices in the same depth-first search tree, as long as one vertex is not ancestor of the other, or they can go between vertices in difference dfs tree.

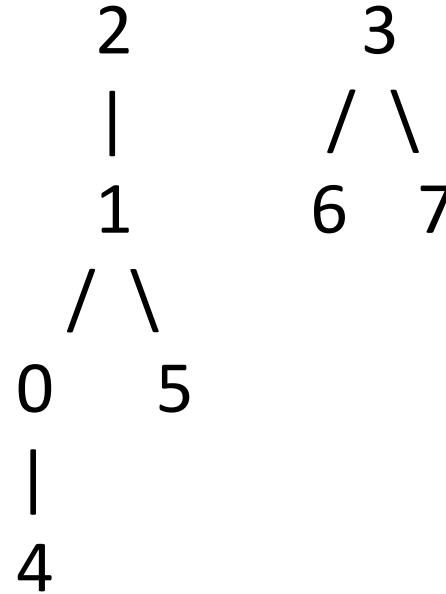




## DFS trees



1. Tree edges
2. Back edges
3. Forward edges
4. Cross edges







### 4.4.2 Algorithm DFS (G)

DFS(G)

time=0;

for ( u=0;u< 6; u++)

```

{
    pass[u]=0
    pred[u]=d[u]=f[u]=-1;

```

}

u=S //สมมุติ s คือ โหนด 0

DFS\_Visit(u) *กลับ*

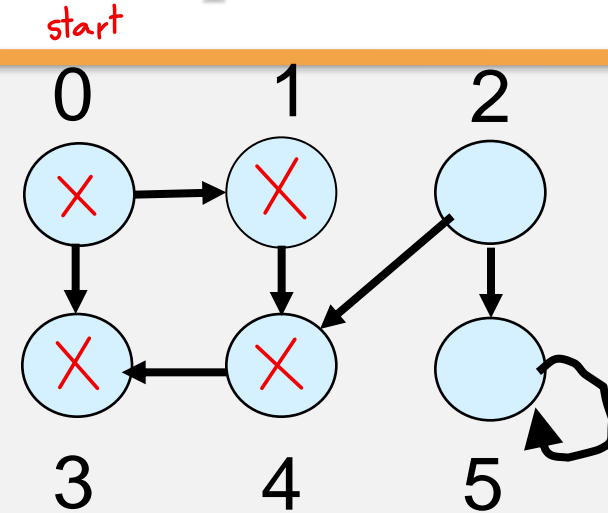
for ( u=0;u<6;u++)

```

{
    if (pass[u]=0)
    {
        DFS_Visit(u) 2
    }

```

}



*\*adj*

			pass	<i>start</i> d	<i>fini</i> f	pred
0	<div>→ [1] → [3]</div>	0	0	-1	-1	-1
1	<div>→ [4]</div>	1	0	-1	-1	-1
2	<div>→ [4] → [5]</div>	2	0	-1	-1	-1
3		3	0	-1	-1	-1
4	<div>→ [3]</div>	4	0	-1	-1	-1
5	<div>→ [1]</div>	5	0	-1	-1	-1



// time=0 is global

DFS\_Visit(u)  $0, 1, 4, 3$

1 pass[u]=1

2 d[u]=++time;

3 for each v  $\in$  adj[u]

4 { if (pass[v] == 0)

5 { pred[v] = u

6 DFS\_Visit(v)

7 }

8 }

9 pass[u]=1

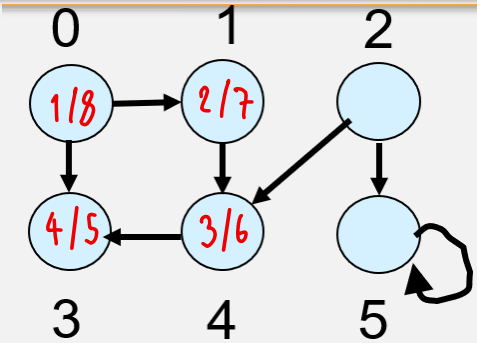
10 f[u]=++time;

$u(0) \begin{cases} V(1) \\ V(3) \end{cases}$

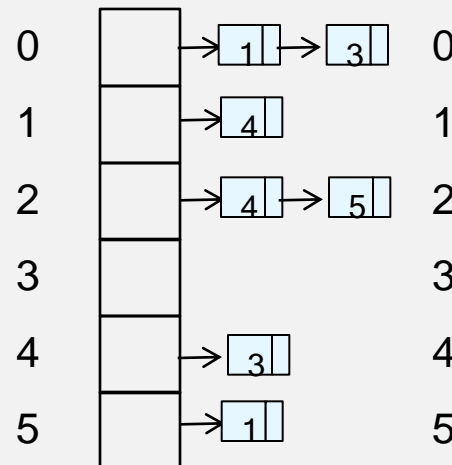
$u(1) \text{ — } V(4) \text{ — return แล้ว}$

$u(4) \text{ — } V(3) \text{ — return แล้ว}$

$u(3) \text{ — return แล้ว}$



\*adj



pass	d	f	pred
0 1	-1 1	-1 8	-1
0 1	-1 2	-1 7	-1 0
0 1	-1 9	-1 12	-1
0 1	-1 4	-1 5	-1 4
0 1	-1 3	-1 6	-1 1
0 1	-1 10	-1 11	-1 2



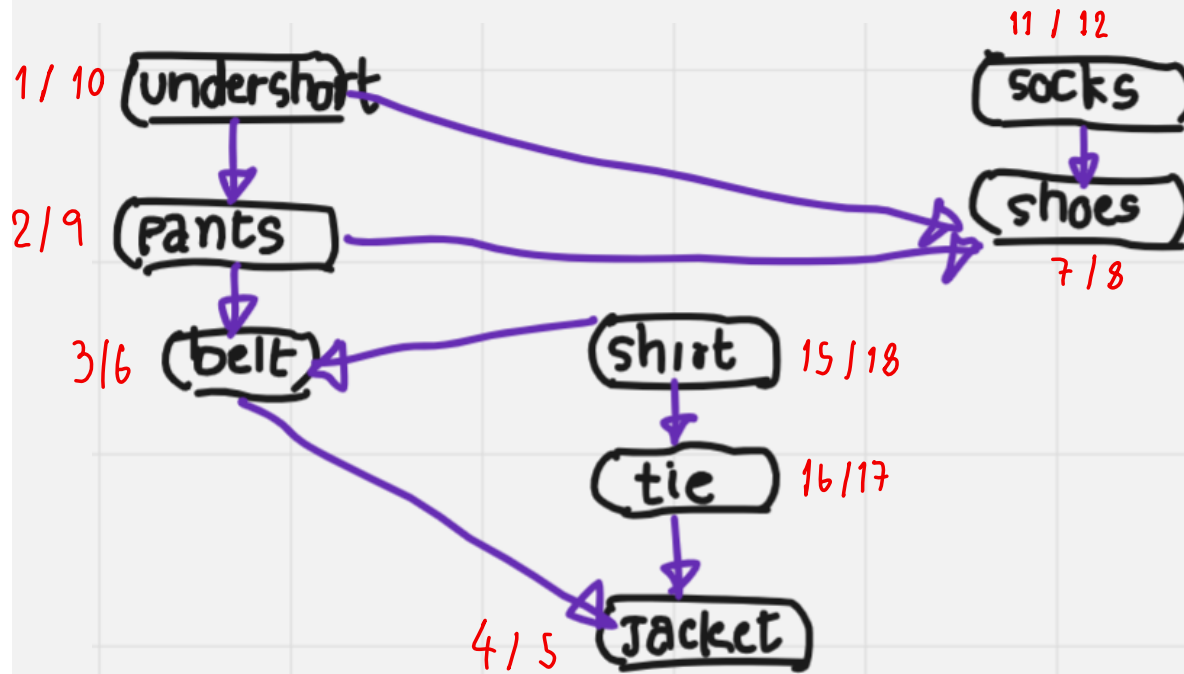
### 4.4.3 Topological sort

Topological sort of a DAG  $G=(V,E)$  is a linear ordering of all its vertices such that if  $G$  contains an edge  $(u,v)$ , then  $u$  appears before  $v$  in the ordering. ( If the graph is not acyclic, then no linear ordering is possible.)

**Topological sort** คือการนำเวอร์ทีซของกราฟกราฟหนึ่งมา

- เรียงเป็นเส้นตรงแบบมีลำดับ

- มีข้อกำหนดว่ากราฟนั้นจะต้องมีคุณสมบัติเป็น directed acyclic graph หรือ DAG (คือกราฟที่ไม่มีไซเคิล)



1. ทำ DFS  
โหนดเริ่มต้นจาก node  
ที่ไม่ได้ incident to  
(ไม่ถูกชี้)
2. เลือก node ที่ f สูงสุด



#### 4.4.4 Algorithm Topological\_sort(G)

Topological\_sort(G)

**1)** call DFS(G) to computer finishing times  $f[v]$  for each vertex  $v$ .

- ทำ DFS กราฟ

เลือก โหนด ๑ ๗ ไม่ถูกชี้



**2)** as each vertex is finished, insert it onto the front of a linked list

- เมื่อ DFS แล้ว ให้นำ vertex ที่มี finish time สูงสุดใส่ไว้ตำแหน่งแรกของ linklist

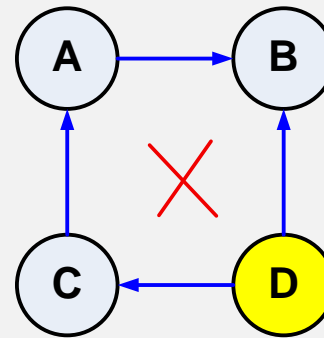
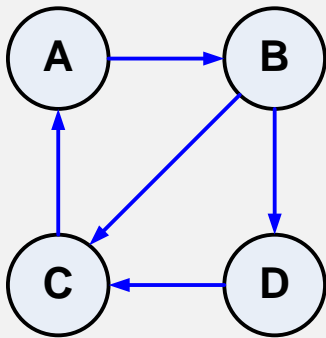
- finish time ที่มีค่ารองลงมาให้นำไปใส่ไว้ตำแหน่งที่ 2 ของ linklist และทำเช่นนี้โดยเรียงจากมากไปน้อย

**3)** return the link list of vertices.

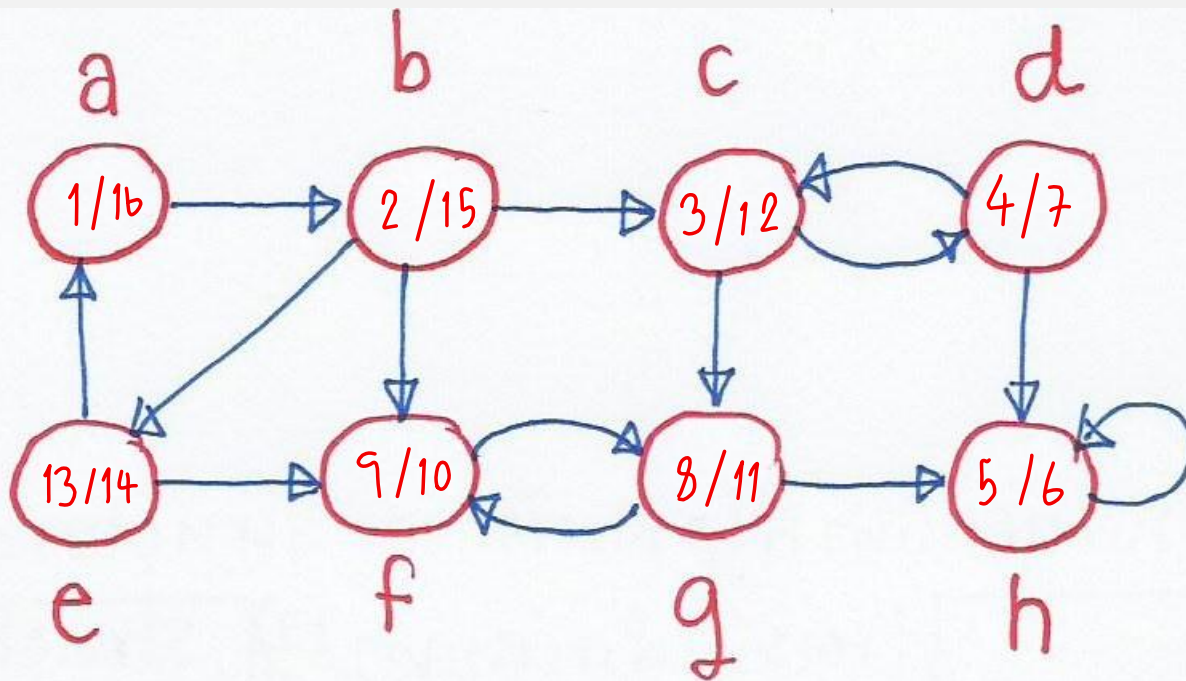


#### 4.4.5 Strongly connected components

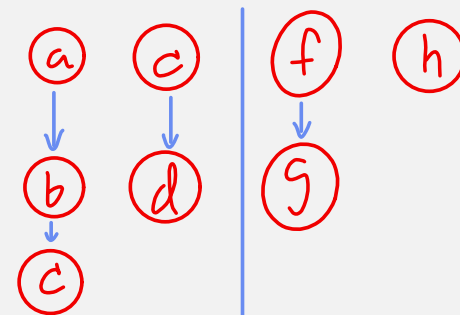
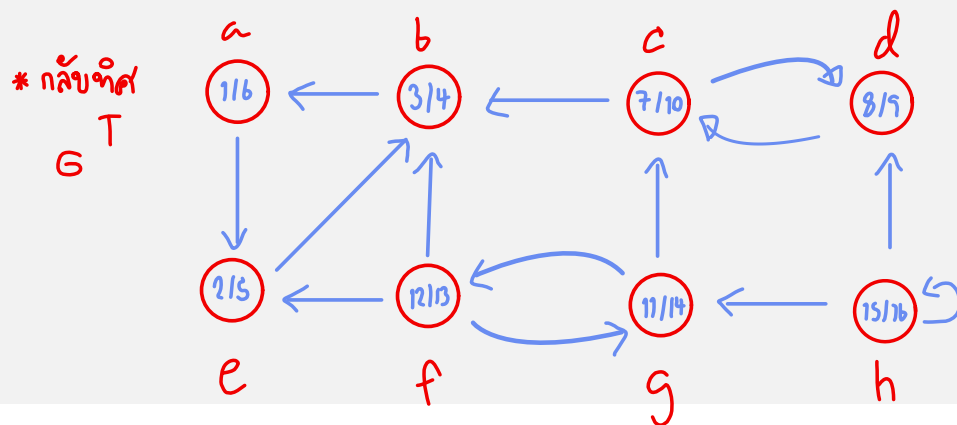
A digraph is **strongly connected** if every two vertices are reachable from each other. The **strongly connected components** of a graph are the equivalence classes of vertices under the “are **mutually reachable**” relation.



\* ทุกโหนดไปทางกันได้



DFS







#### **4.4.6 Strongly-Connected-Component Algorithm**

- 1)** call DFS( $G$ ) to compute finishing times  $f[u]$  for each vertex  $u$
- 2)** compute GT (transpose graph)
- 3)** call DES(GT), but the main loop of DFS, consider the vertices in order of decreasing  $f[u]$  (as computed in line 1)  $\text{Max } F[u] \longrightarrow \text{min } F[u]$
- 4)** output the vertices of each tree