MODULE6–SORT

6.0 Sort

รูปแบบ เฉพาะ

- Sorting refers to arranging data in a particular format.
- Sorting algorithm specifies the way to arrange data in a particular order.

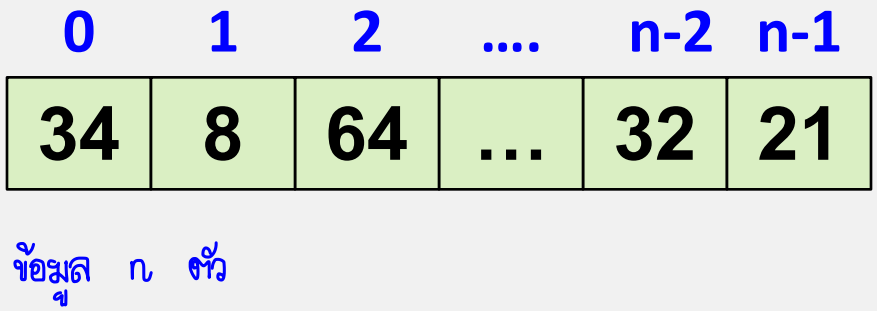
เรียงตามตัวเลข

- Most common orders are in numerical or lexicographical order.

เรียงตามตัวอักษร

- ตัวอย่างในที่นี้จะใช้การเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก

- An array containing the elements. Assume that N,
- Data will start at position 0.



Algorithm

1. Basic/Simple Sorts $O(n^2)$
   - Bubble Sort
   - Selection Sort
   - Insertion Sort

2. Efficient Sorts $O(n\log_n)$ นำไปใช้จริงบ่อยที่สุด
   - Merge Sort
   - Quick Sort
   - Heap Sort

3. Non-Comparison Sorts $O(n+k)$ หรือ $O(n)$
   ใช้การกระจายตัวของข้อมูล
   - Counting Sort
   - Radix Sort
   - Bucket Sort

สิ่งที่จะต้องพิจารณา

1. ความซับซ้อนของเวลา (Time Complexity): ประสิทธิภาพในการทำงานเมื่อขนาดข้อมูล (n) เพิ่มขึ้น

2. กรณีแย่ที่สุด (Worst Case): $O(n^2)$ (Bubble, Selection, Insertion) หรือ $O(nlog_n)$ (Merge, Heap, Quick)

3. ความซับซ้อนของพื้นที่ (Space Complexity): พื้นที่หน่วยความจำที่ต้องใช้เพิ่มเติมนอกเหนือจากพื้นที่เก็บข้อมูลเริ่มต้น

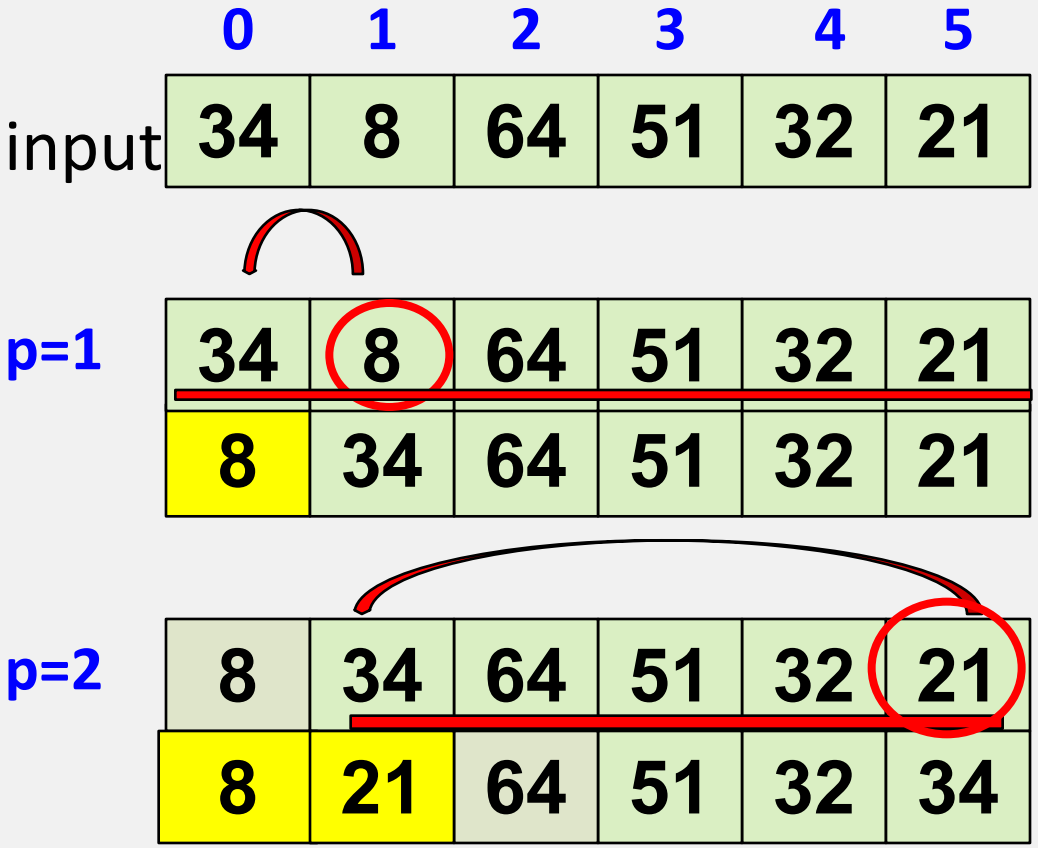
1. Selection Sort

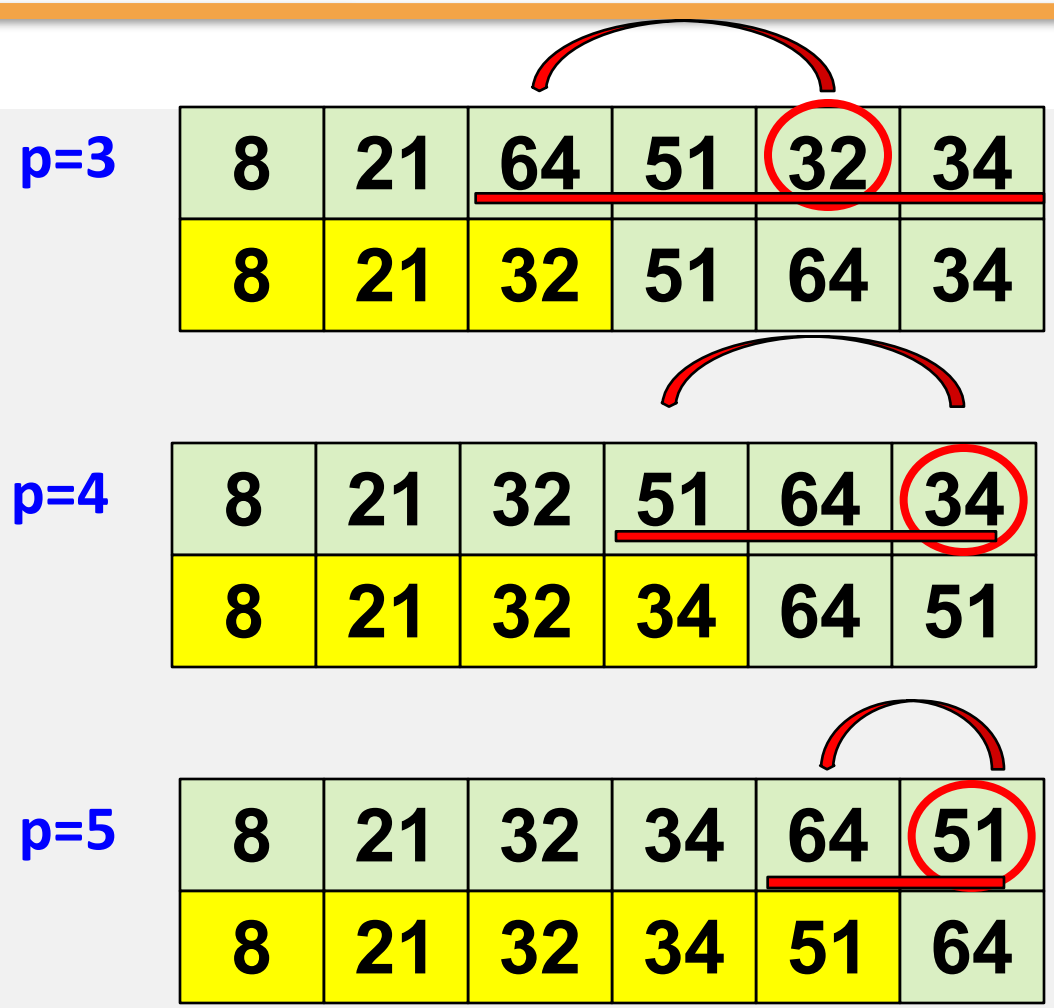
1. ค้นหาค่า **น้อยสุด** จากส่วนที่ยังไม่เรียงลำดับ (0 ถึง n-1) แล้วนำไปวางที่ตำแหน่งแรก
2. ค้นหาค่า **สูงสุด** จากส่วนที่ยังไม่เรียงลำดับ (1 ถึง n-1) แล้วนำไปวางที่ตำแหน่งถัดจากตำแหน่งแรก
3. ค้นหาค่า **สูงสุด** จากส่วนที่ยังไม่เรียงลำดับ (2 ถึง n-1) แล้วนำไปวางที่ตำแหน่ง ถัด ถัดจากตำแหน่งแรก

.....

ทำเช่นนี้จนหมดข้อมูล

1. Selection Sort





$2 - \ldots - (n-2) - (n-1) - n = O(n^2)$

$2 + \ldots + n = O(n^2)$

Input	34	8	64	51	32	21
p=1						
p=2						
p=3						
p=4						
p=5						
p=6						

ขั้นตอน

ข้อมูลตำแหน่ง 0-(N-1) หาค่า min และสลับ min มาตำแหน่ง 0 (N ตัว)
ข้อมูลตำแหน่ง 1-(N-1) หาค่า min และสลับ min มาตำแหน่ง 1 (N-1 ตัว)
ข้อมูลตำแหน่ง 2-(N-1) หาค่า min และสลับ min มาตำแหน่ง 2 (N-2 ตัว)
...

.....

ข้อมูลตำแหน่ง (N-2)-(N-1) หาค่า min และสลับ min มาตำแหน่ง N-2 (2 ตัว)

รอบสุดท้ายที่เหลือตัวเดียวไม่นิยม หา min

Analysis of Selection sort:

Time = (N) + (N-1) + .. +2 = $O(n^2)$

2. Bubble Sort

ทำการเทียบค่าทีละคู่ จากด้านท้ายไปด้านหน้า ถ้าค่าใดน้อยกว่าจะถูกสลับไปด้านหน้า เช่นเดียวกับฟองอากาศในน้ำที่เบา จะลอยขึ้นไปด้านหน้า

2. Bubble Sort

เทียบได้ 5-6 ครั้ง

	0	1	2	3	4	5
input	34	8	64	51	32	21

P=1	34	8	64	51	32	21
	34	8	64	51	21	32
	34	8	64	21	51	32
	34	8	21	64	51	32
	34	8	21	64	51	32
	8	34	21	64	51	32

P=2

0	1	2	3	4	5
8	34	21	64	51	32
8	34	21	64	32	51
8	34	21	32	64	51
8	34	21	32	64	51
8	21	34	32	64	51
8	21	34	32	64	51

input

0	1	2	3	4	5
34	8	64	51	32	21

P=1

34	8	64	51	32	21
8	34	21	64	51	32

P=2

8	34	21	64	51	32
8	21	34	32	64	51

Input	34	8	64	51	32	21
p=1						
p=2						
p=3						
p=4						
p=5						
p=6						

P=3

8	21	34	32	64	51
8	21	32	34	51	64

P=4

8	21	32	34	51	64
8	21	32	34	51	64

P=5

8	21	32	34	51	64
8	21	32	34	51	64

ขั้นตอน

จะทำการเปรียบเทียบข้อมูลทีละคู่ จากด้านหน้าไปด้านหลังหรือด้านหลังไปด้านหน้าก็ได้ ในที่นี้จะทำจากหลังไปหน้า

เฟส1 index N-1 ถึง 0
เฟส2 index N-1 ถึง 1
เฟส3 index N-1 ถึง 2
...
ทำเช่นนี้จนถึง N-1 ถึง N-2

Analysis of Selection sort:

Time = (N) + (N-1) + .. +2

Time = 5 + 4 + 3 + 2

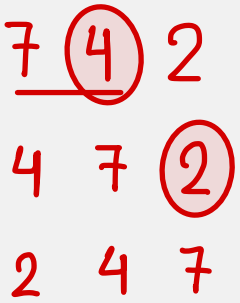
3. Insert Sort

Best : O(n)

Avg : O(n+i)

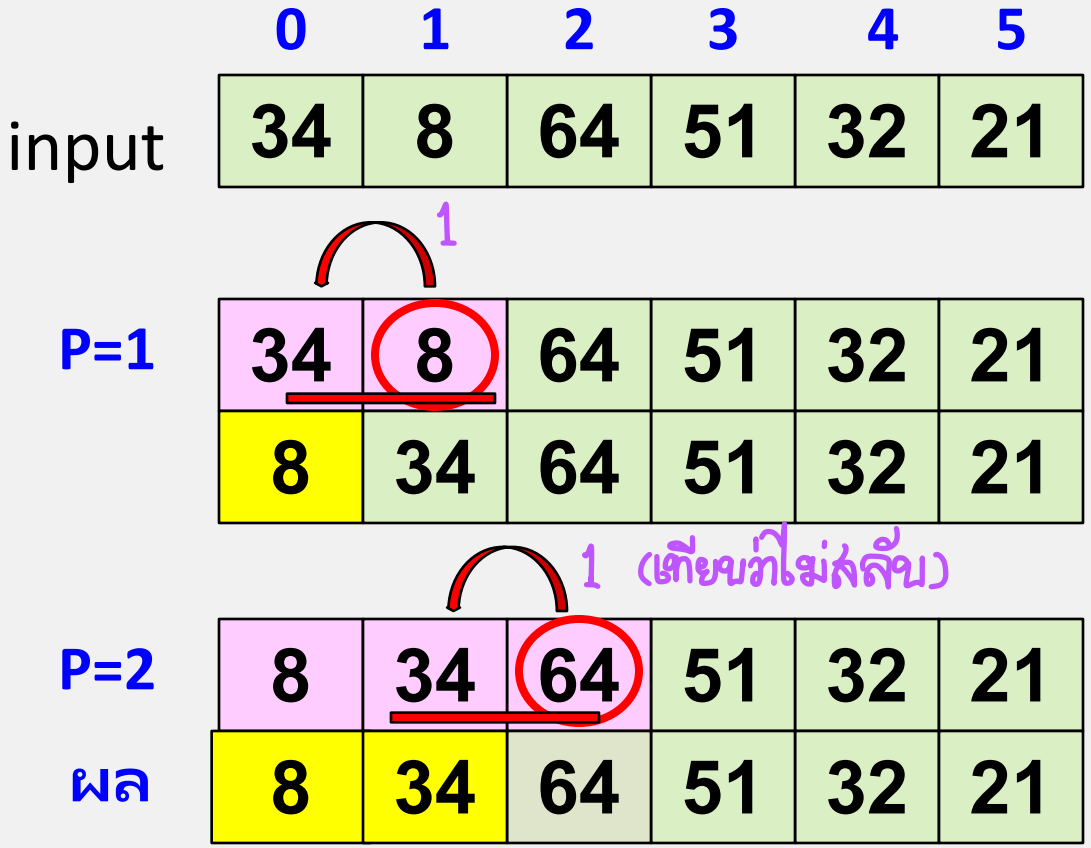
Worst : $O(n^2)$

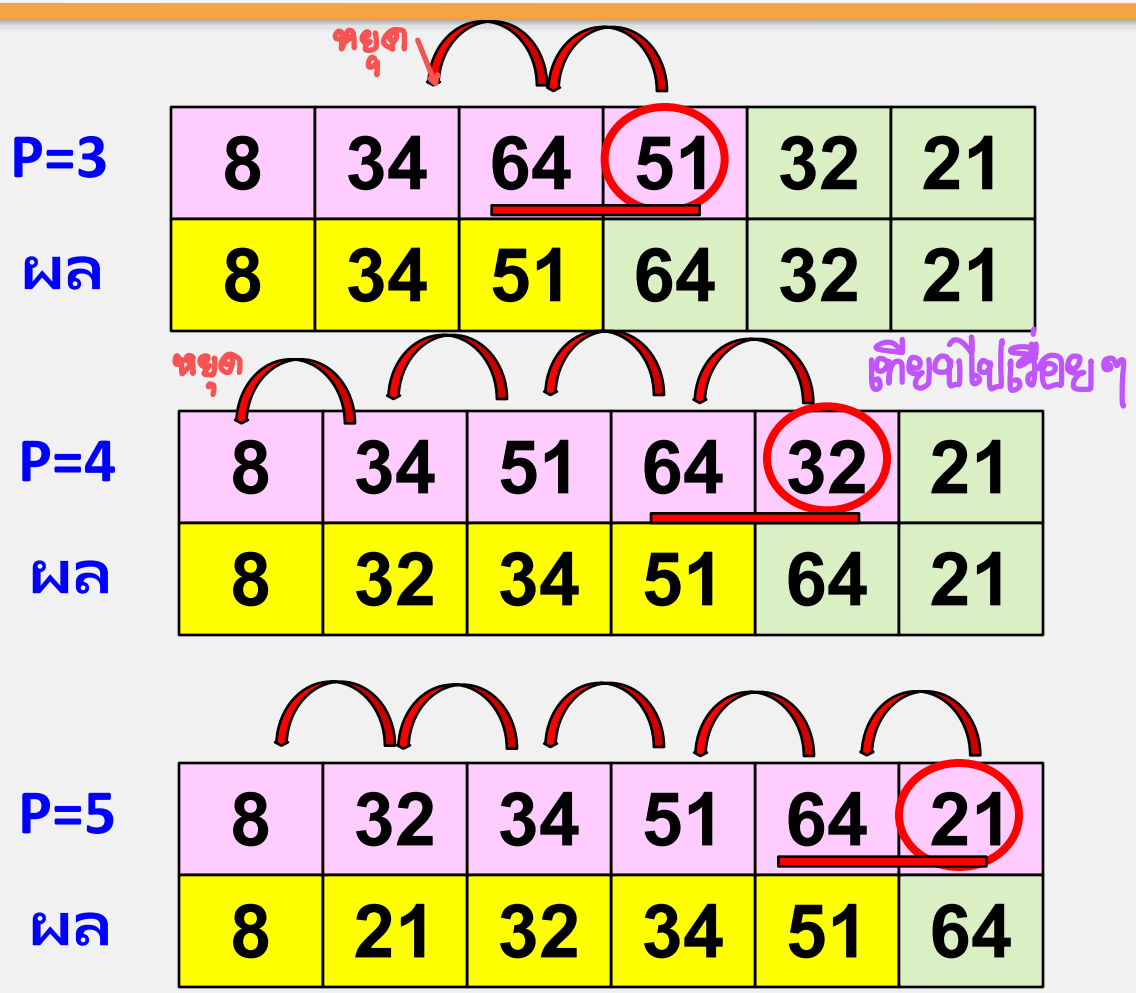
นำข้อมูลทีละค่ามาใส่ในตำแหน่งที่ถูกต้องของส่วนที่ **เรียงลำดับแล้ว** เหมือนกับการเรียงไพ่ในมือ



3. Insertion Sort

ขาลครั้งได้ O(n) ขาลครั้งได้ O(n²)




หยุด
P=3
8 34 64 51 32 21
ผล
8 34 51 64 32 21
หยุด
เทียบไปเรื่อยๆ
P=4
8 34 51 64 32 21
ผล
8 32 34 51 64 21
P=5
8 32 34 51 64 21
ผล
8 21 32 34 51 64

Input	34	8	64	51	32	21
p=1	34	8	64	51	32	21
p=2	8	34	64	51	32	21
p=3	8	34	64	51	32	21
p=4	8	34	51	64	32	21
p=5	8	32	34	51	64	21
ผล	8	21	32	34	51	64

Analysis of Insertion sort:

กรณีแย่สุด $O(n^2)$

กรณีดีสุด ?

$O(n^2)$ 50 40 30 20 แย่

$O(n)$ 20 30 40 50 ดี

An inversion in an array of numbers is any ordered pair (i,j) having the property that i< j but A[i] > A[j].

list 34,8,64,51,32,21 had nine inversions,

(34,8), (34,32),(34,21) 8 16 1

(64,51),(64,32),(64,21)

(51,32),(51,21),(32,21)

running time of insertion sort O(I+N), where I is the number of inversions in the original array.

34,8,64,51,32,21

- (34,8)(64,51)
- (34,32)(64,32)
- (51,32)(34,21)
- (64,21)(51,21)(32,21)

9 คู่

i = จน.ที่อยู่ผิดคีย์ผิดทาง

n = จน.ที่หยุด

การเปรียบเทียบ

= O(n+I) #

```
  int a[6]={38,18,12,7};
  int p,j,tmp,N=4;
  for ( p=1; p<N; p++ )   // phase
 {     for(j=p;j>0;j--)
       {          if(a[j]<a[j-1])
                  {          tmp=a[j];
                             a[j]=a[j-1];
                             a[j-1]=tmp;
                  }
                  else     break;
       }
}
```

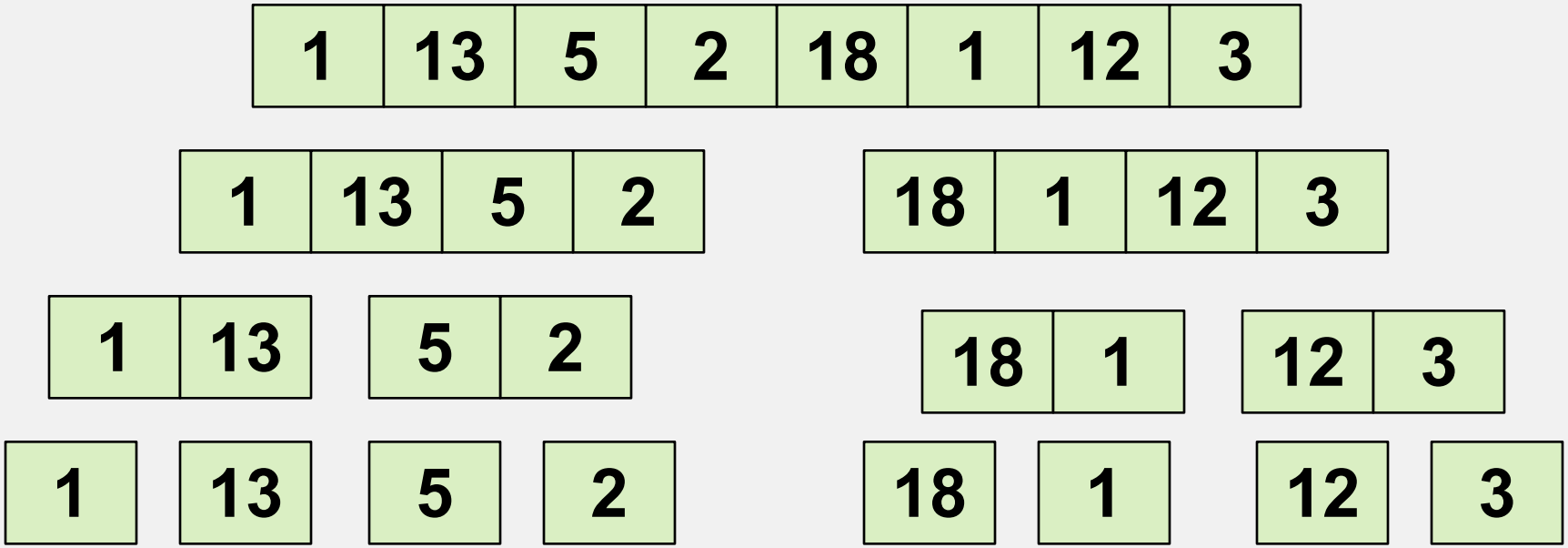
Efficient Sorts O(nlog$_n$)

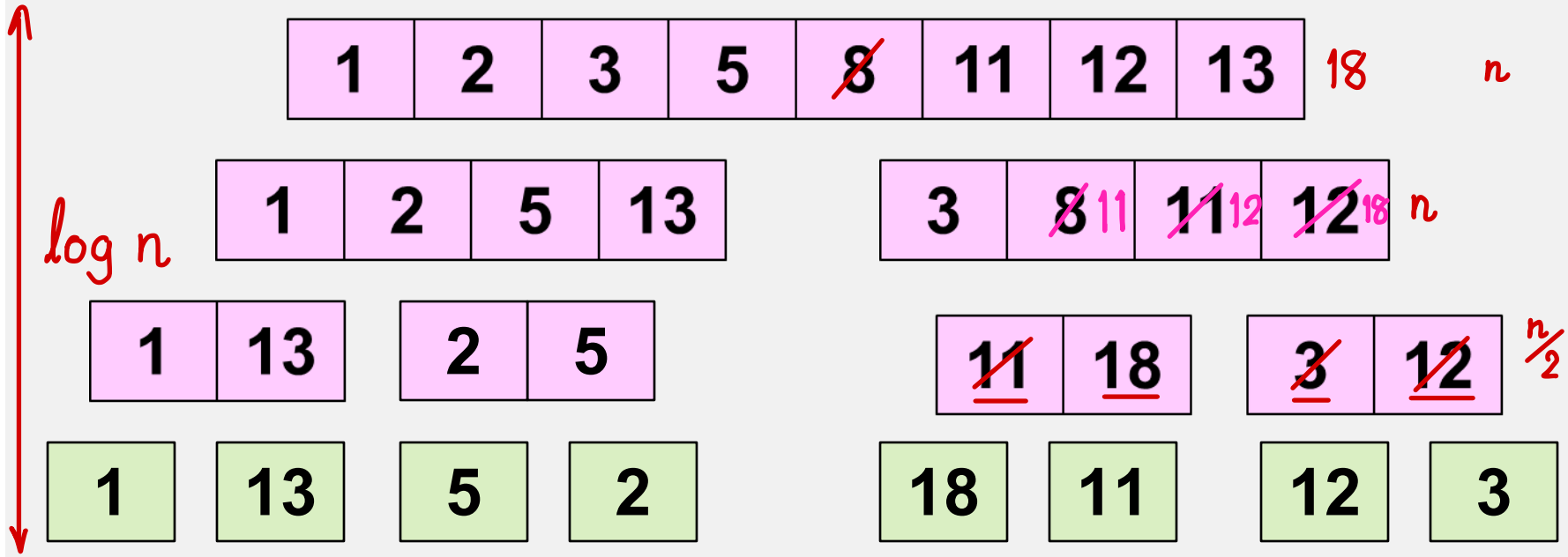
4. Merge Sort

ใช้หลักการ **Divide and Conquer** (แบ่งและเอาชนะ): แบ่งข้อมูลออกเป็นส่วนเล็กๆ จนกว่าจะเหลือเพียงตัวเดียว จากนั้น **รวม (Merge)** ส่วนที่เรียงลำดับแล้วเข้าด้วยกัน

4. Merge Sort

- $O(N\log_N)$ in 3 cases running time.
- Merge two sorted lists.




1 2 3 5 8 11 12 13
18
n
log n
1 2 5 13
3 8 11 11 12 12 18
n
1 13 2 5
11 18 3 12
n/2
1 13 5 2 18 11 12 3

$n \log n$

สมมุติว่ามีข้อมูล 4 ตัว

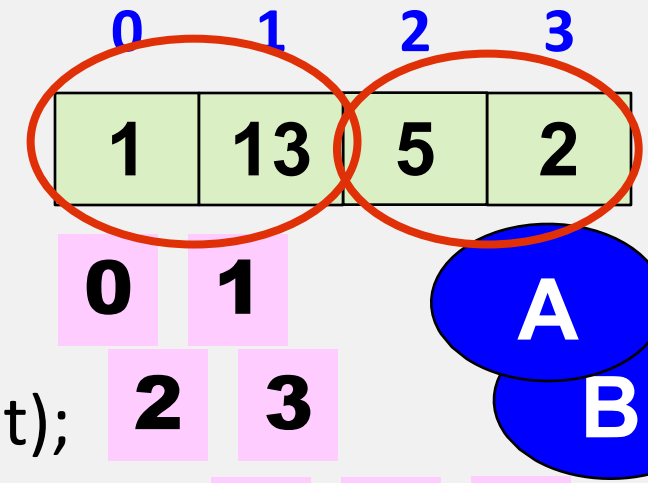
0 3

```
1) void msort(int A[],int tmparray[],int left, int right)
2) {   int center;
3)     if ( left < right)
4)     {  center = (left+right)/2;
5)        msort(A,tmparray,left,center);
6)        msort(A,tmparray,center+1,right);
7)        merge(A,tmparray,left,center+1,right);
8)     }
9)  }
```

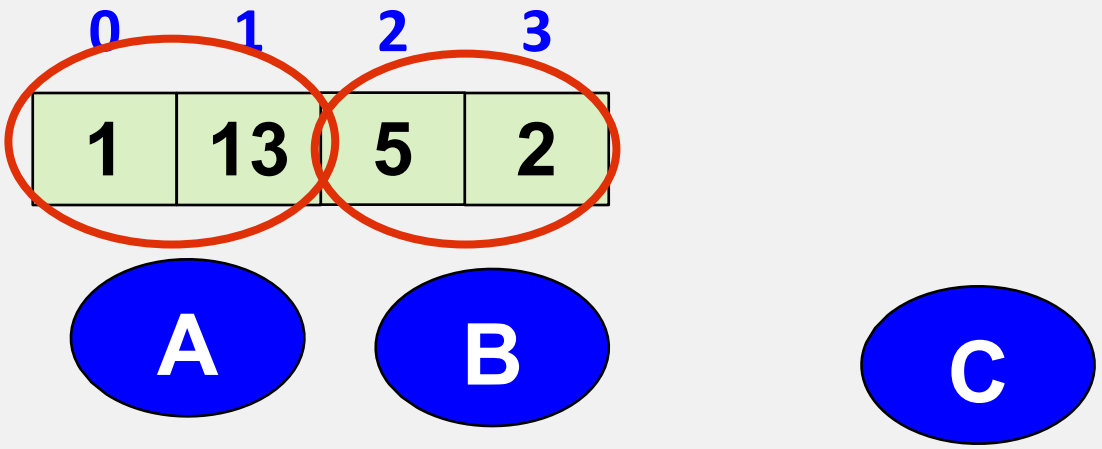
ยังแบ่งได้

0 3

1



สมมุติว่ามีข้อมูล 4 ตัว



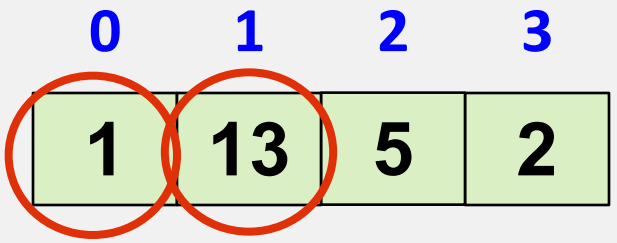
พิจารณาที่ A

A

0

1

```
1) void msort(int A[],int tmparray[],int left, int right)
2) {   int center;
3)     if ( left < right)
4)     {  center = (left+right)/2;
5)        msort(A,tmparray,left,center);
6)        msort(A,tmparray,center+1,right);
7)        merge(A,tmparray,left,center+1,right)
8)     }
9) }
10)
```



0

0 0

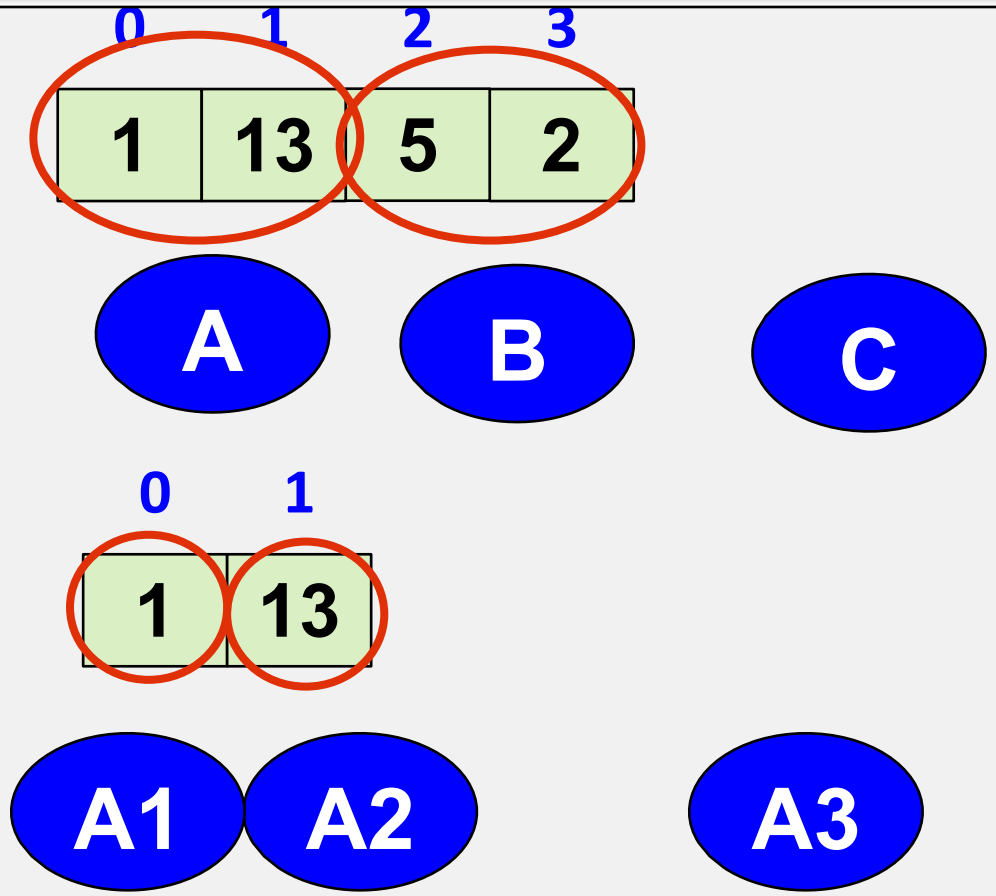
1 1

0 1 1

A1

A2

A3


0
1
2
3
1
13
5
2
A
B
C
0
1
1
13
A1
A2
A3

A1

0

0

```
1) void msort(int A[],int tmparray[],int left, int right)
2) {   int center;
3)     if ( left < right)
4)     {  center = (left+right)/2;
5)        msort(A,tmparray,left,center);
6)        msort(A,tmparray,center+1,right);
7)        merge(A,tmparray,left,center+1,right);
8)     }
9) }
10)
```

F

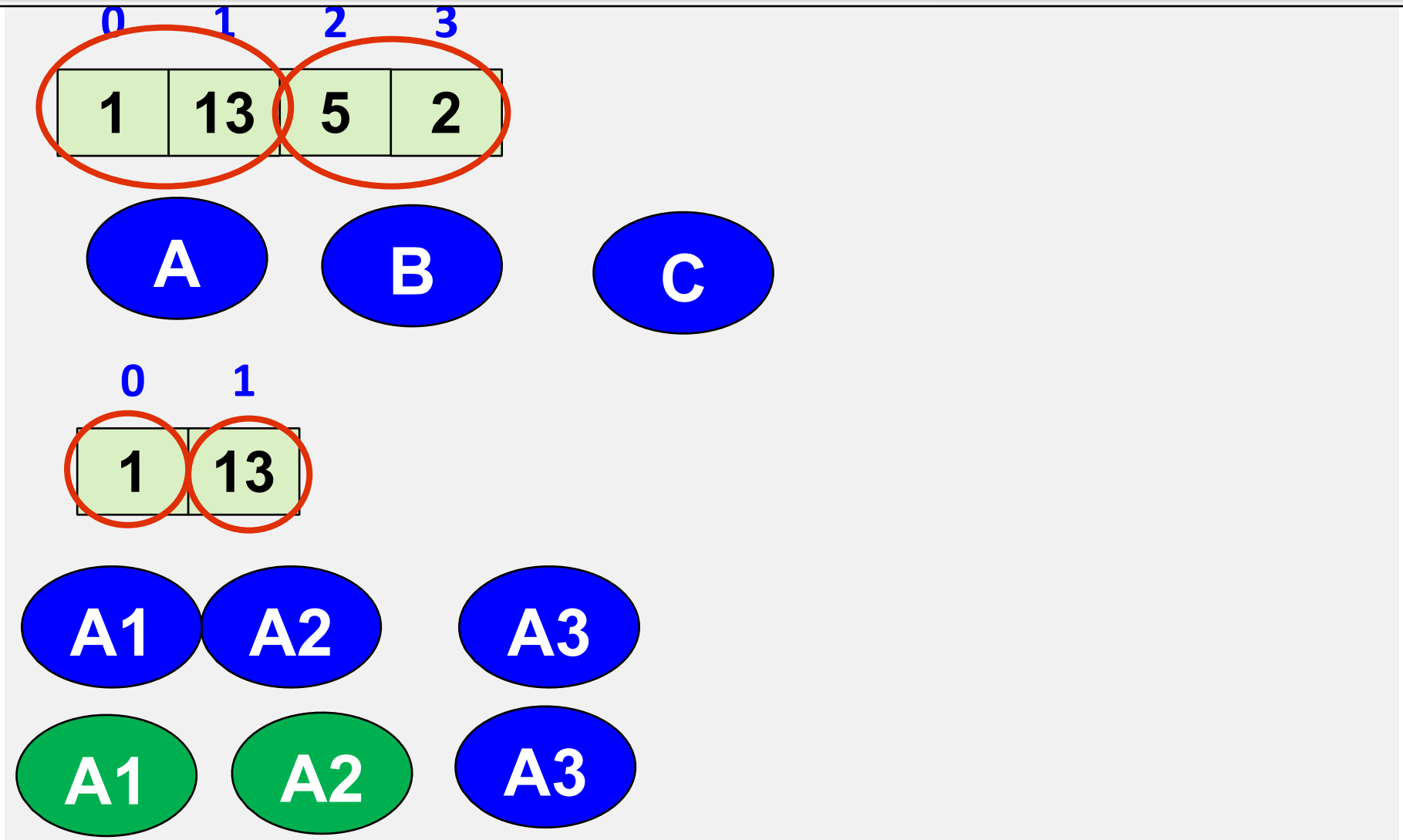
0	1	2	3
1	13	5	2

A2 1 1

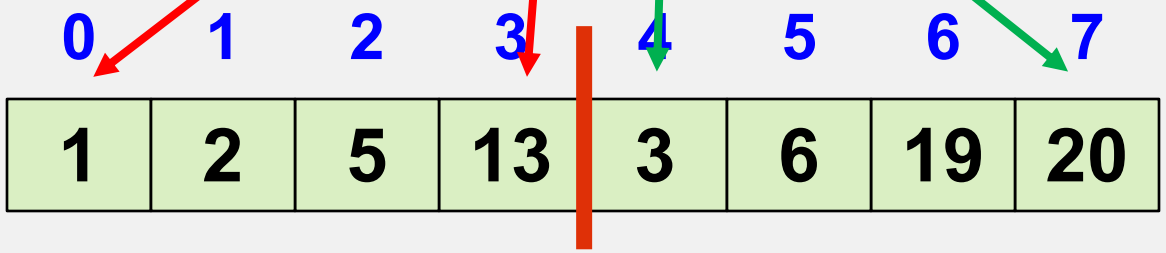
```
1) void msort(int A[],int tmparray[],int left, int right)
2) {   int center;
3)     if ( left < right)
4)     {  center = (left+right)/2;
5)        msort(A,tmparray,left,center);
6)        msort(A,tmparray,center+1,right);
7)        merge(A,tmparray,left,center+1,right);
8)     }
9)  }
```

F

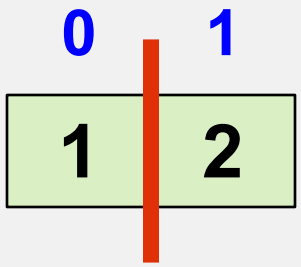
0	1	2	3
1	13	5	2


0
1
2
3
1
13
5
2
A
B
C
0
1
1
13
A1
A2
A3
A1
A2
A3

จำชื่อ

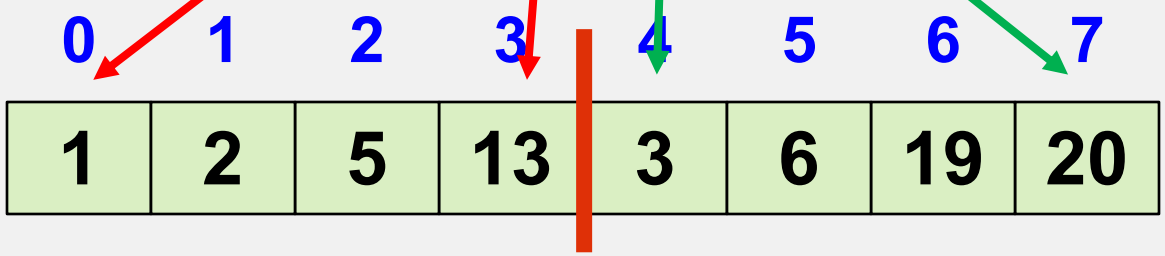


lpos = 0
leftend = 3
rpos = 4
rightend = 7

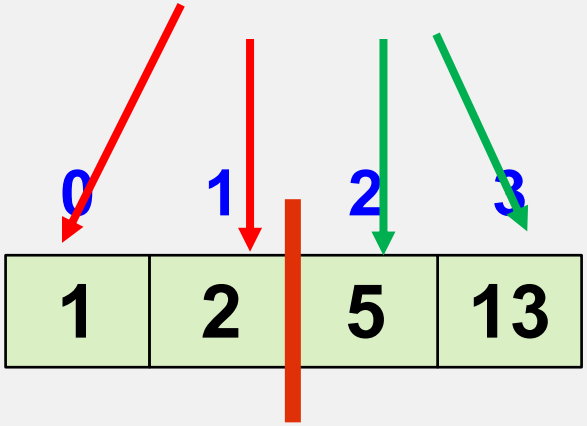


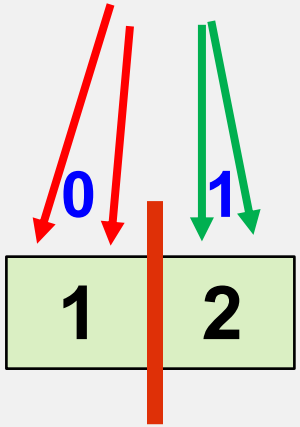
lpos =
leftend =
rpos =
rightend =

จำชื่อ

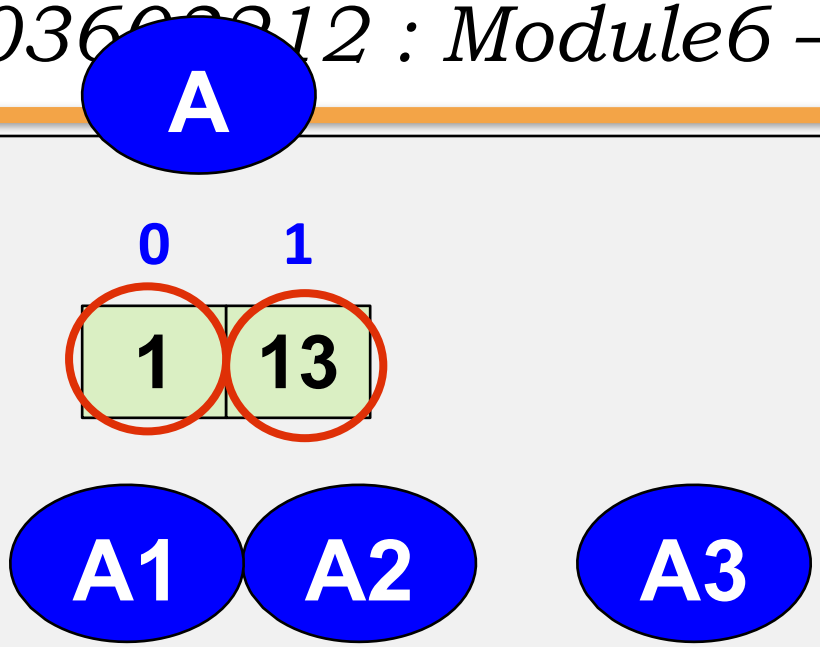


lpos = 0
leftend = 3
rpos = 4
rightend = 7





lpos = 0
leftend = 1
rpos = 2
rightend = 3



พิจารณาที่ A จะจัดเรียง A3

0	1
1	13

ขณะที่ ข้อมูลครึ่งซ้ายและขวายัง merge ไม่หมด
ถ้า value ด้านหน้าของครึ่งซ้าย ด้านหน้าของครึ่งขวา
เอาตัวมากไปใส่ Arrayผลลัพธ์
ตน. ด้านหน้า ของตัวมาก++
ตน. array ผลลัพธ์++

ถ้าข้อมูลหมดด้านเดียว
เอาข้อมูลที่เหลือวนใส่ array ผลลัพธ์

A 0 1

```
1) void msort(int A[],int tmparray[],int left, int right)
2) {   int center;
3)     if ( left < right)
4)     {  center = (left+right)/2;
5)        msort(A,tmparray,left,center);
6)        msort(A,tmparray,center+1,right);
7)        merge(A,tmparray,left,center+1,right)
8)     }
9) }
10)
```

0

0	1	2	3
1	13	5	2

0 0

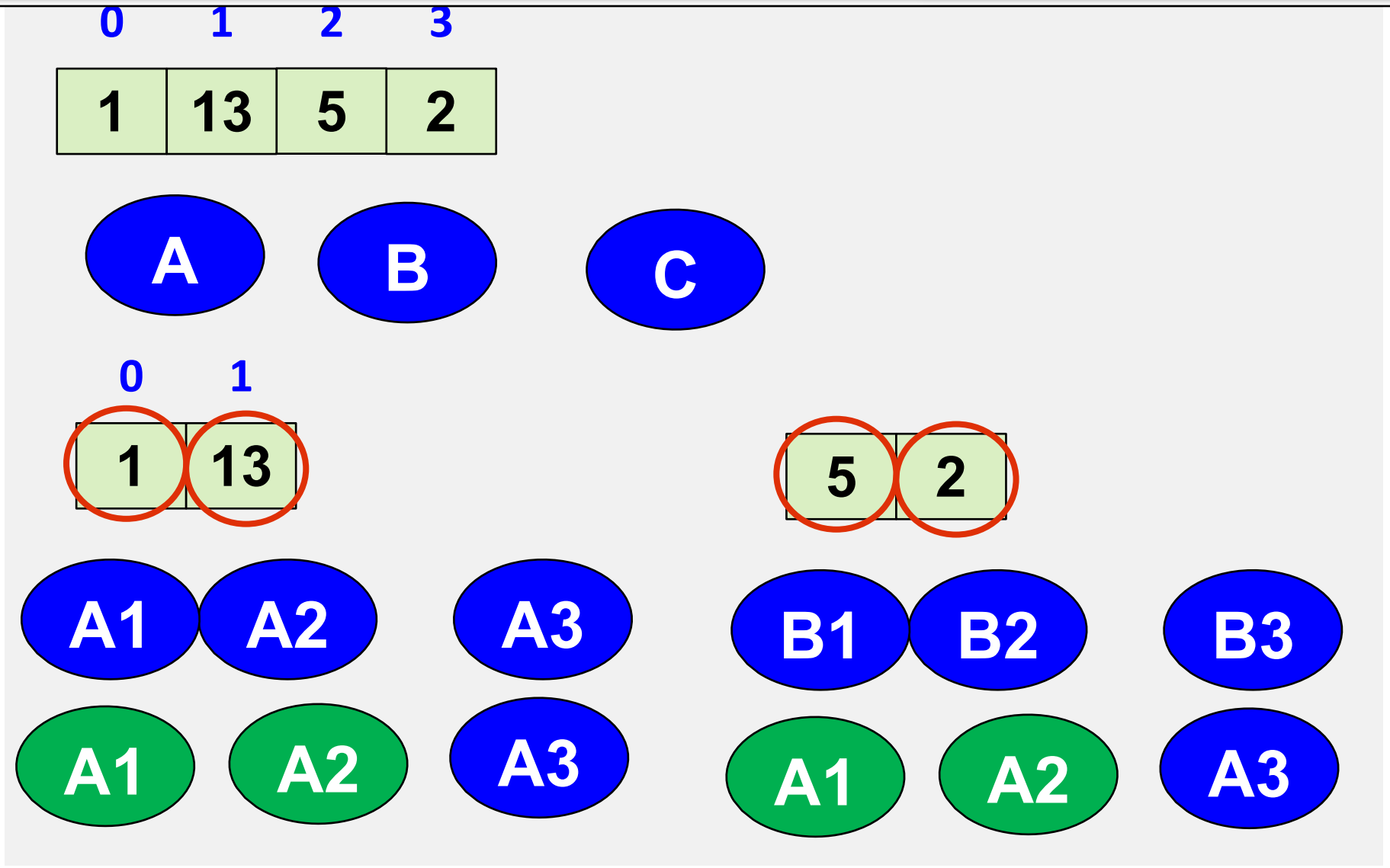
1 1

0 1 1

A1

A2

A3


0
1
2
3
1
13
5
2
A
B
C
0
1
1
13
5
2
A1
A2
A3
B1
B2
B3
A1
A2
A3
A1
A2
A3

0360

A3

merge(A,tmparray,left,center+1,right);

0 1 1

0 1 1

```
void merge(int A[], int tmparray[],int lpos,int rpos,int rightend)
{    int i, leftend, numelements,tmppos;
     leftend = rpos -1;
     tmppos = lpos;
     numelements = rightend-lpos +1;
```

0

0

2

0	1	2	3
1	13	5	2

lpos	หน้าซ้าย
leftend	หลังซ้าย
rpos	หน้าขวา
rightend	หลังขวา

lpos = 0
leftend = 0
rpos = 1
rightend = 1
tmppos = 0
numelement = 2

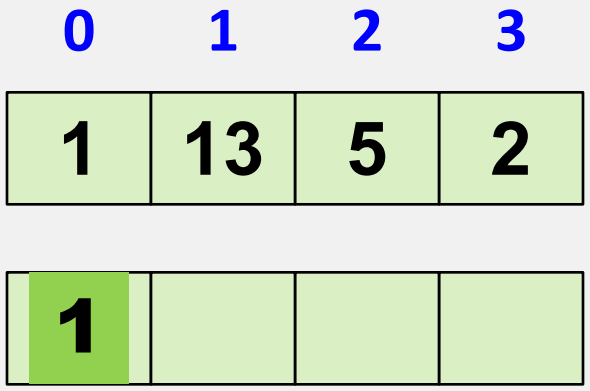
```
while ( lpos <= leftend && rpos <= rightend)
    if (A[lpos] <= A[rpos])
      tmparray[tmppos++] = A[lpos++];
    else
      tmparray[tmppos++] = A[rpos++];
```

1<=13

ตน. sort

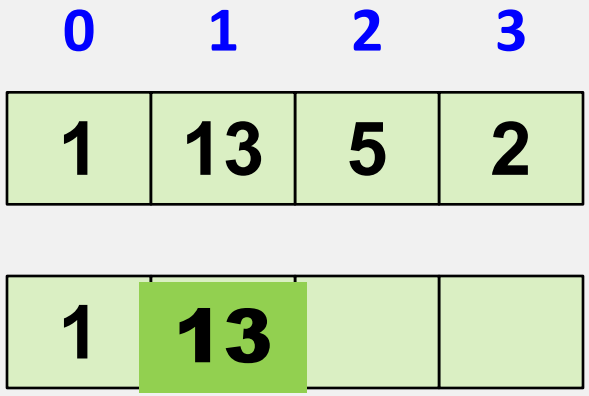
ค่าน้อย

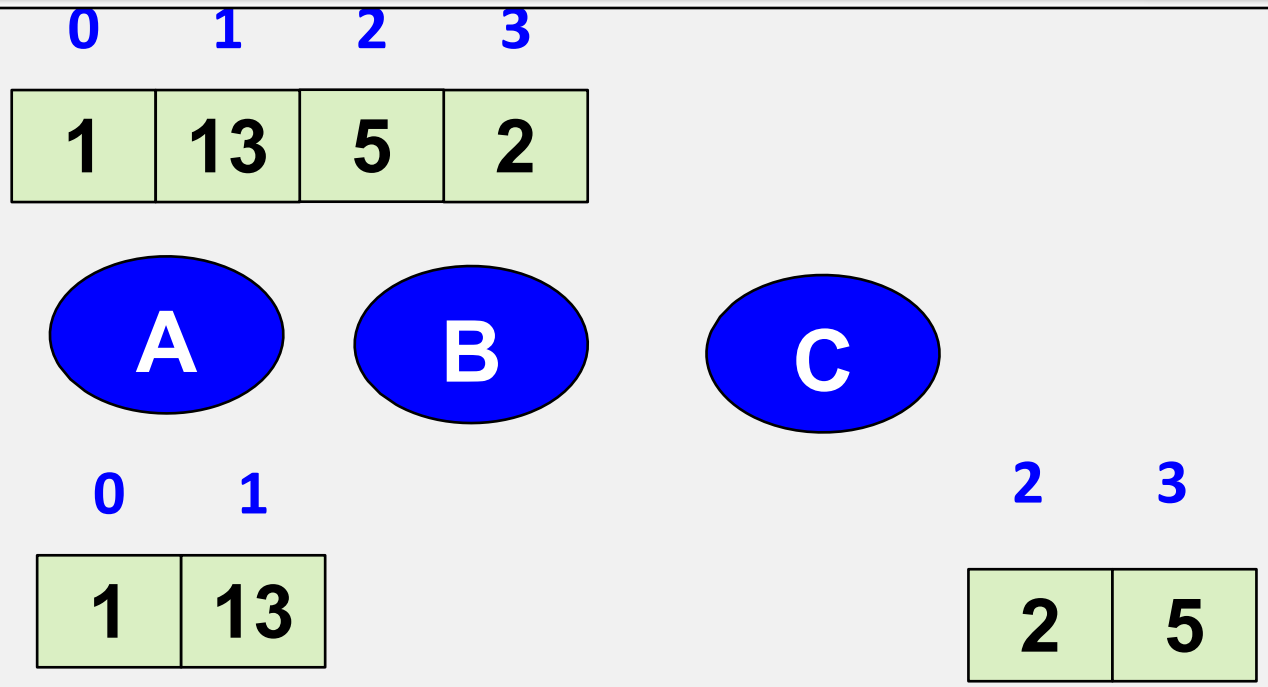
lpos = 0
leftend = 0
rpos = 1
rightend = 1
tmppos = 0
numelement = 2



```
    while(lpos <= leftend)
            tmparray[tmpos++]= A[lpos++];
    while(rpos <= rightend)
            tmparray[tmpos++]= A[rpos++];
    for(i=0;i<numelement;i++, rightend--)
        A[rightend] = tmparray[rightend];
}
```

lpos = 0
rpos = 1
rightend = 1
leftend = 0
tmppos = 0
numelement = 2




0
1
2
3
1
13
5
2
A
B
C
0
1
1
13
2
3
2
5

C

0 2 3

```
void merge(int A[], int tmparray[],int lpos,int rpos,int rightend)
{    int i, leftend, numelements,tmppos;
     leftend = rpos -1;
     tmppos = lpos;
     numelements = rightend-lpos +1;
```

1

0

4

0	1	2	3
1	13	2	5

```
while ( lpos <= leftend && rpos <= rightend)
    if (A[lpos] <= A[rpos])
      tmparray[tmppos++] = A[lpos++];
    else
      tmparray[tmppos++] = A[rpos++];
```

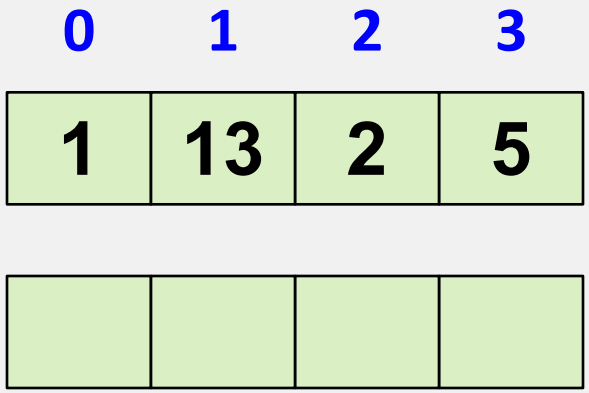
lpos = 0
leftend = 1
rpos = 2
rightend = 3
tmppos = 0
numelement = 4

0	1	2	3
1	13	2	5

1	2	5	13

```
    while(lpos <= leftend)
            tmparray[tmpos++]= A[lpos++];
    while(rpos <= rightend)
            tmparray[tmpos++]= A[rpos++];
    for(i=0;i<numelement;i++, rightend--)
        A[rightend] = tmparray[rightend];
}
```

lpos = 0
leftend = 1
rpos = 2
rightend = 3
tmppos = 0
numelement = 4



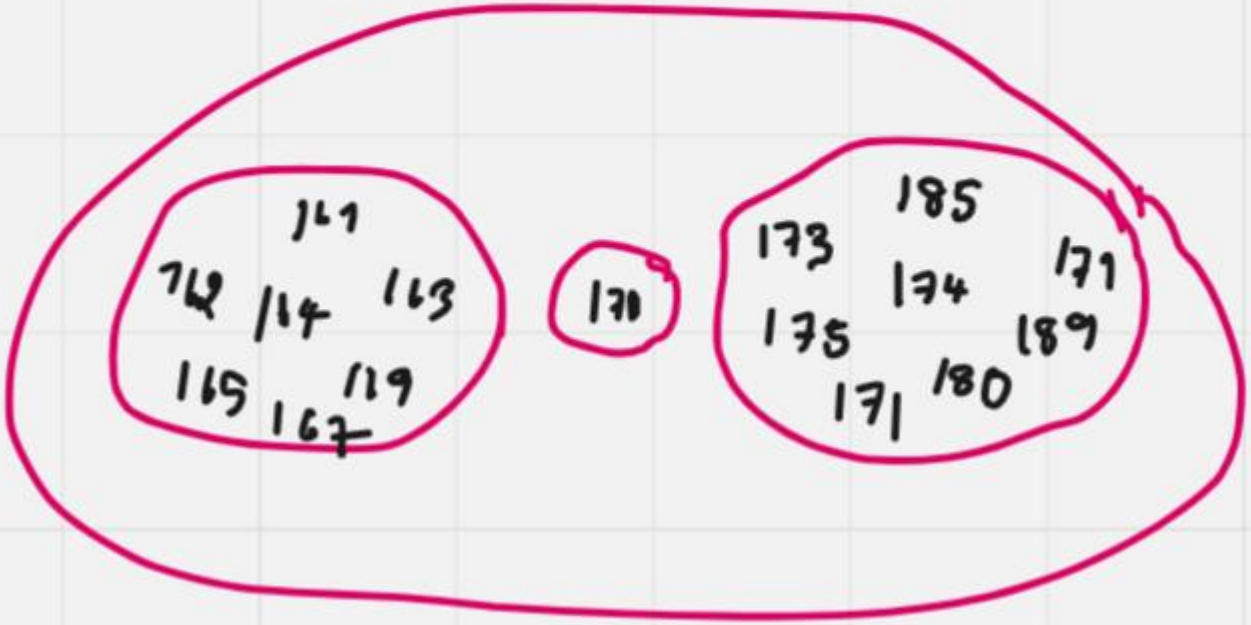
5. Quick Sort $O(n \log n)$

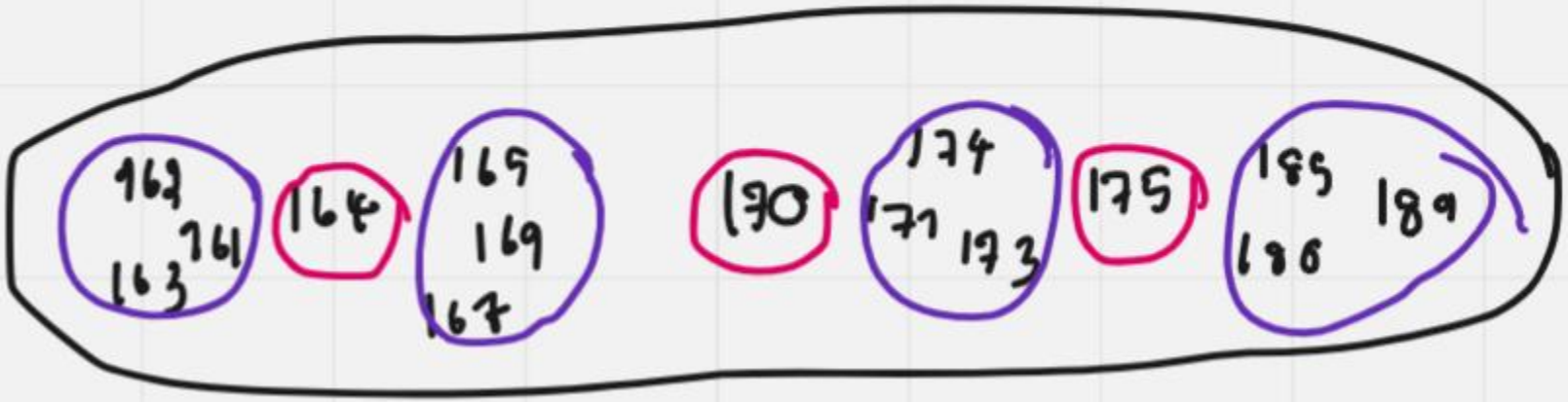
ใช้หลักการ Divide and Conquer: เลือก Pivot (ตัวหลัก) มาหนึ่งตัว แล้วแบ่ง (Partition) ข้อมูลที่เหลือออกเป็นสองกลุ่มคือกลุ่มที่น้อยกว่า Pivot และกลุ่มที่มากกว่า Pivot จากนั้นเรียกซ้ำ (Recursion) กับทั้งสองกลุ่ม 🚀

Heap

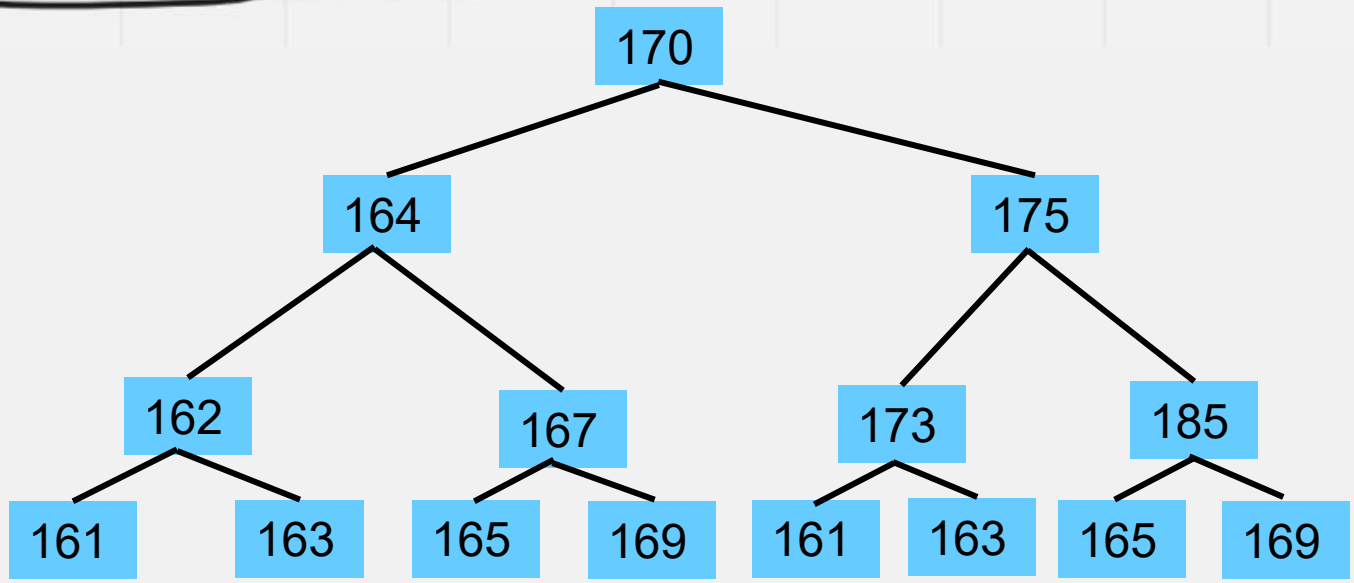
5. Quick Sort

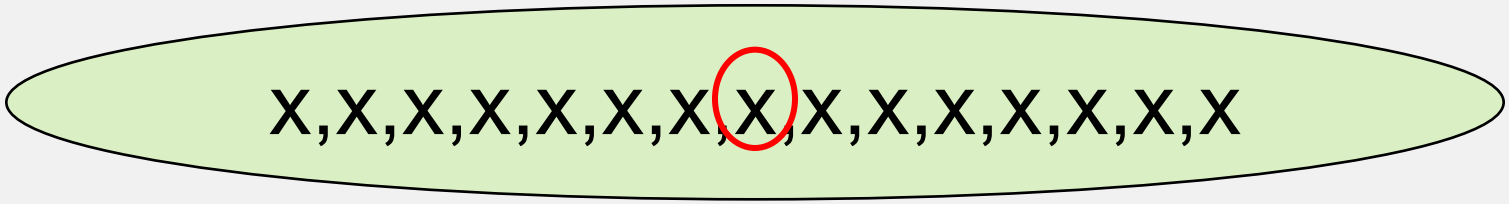

180
164
174
185
112
179
170
115
163
175
173
161
175
189
167
169
171
189


141
74
114
163
165
119
167
170
185
173
174
171
175
189
171
180

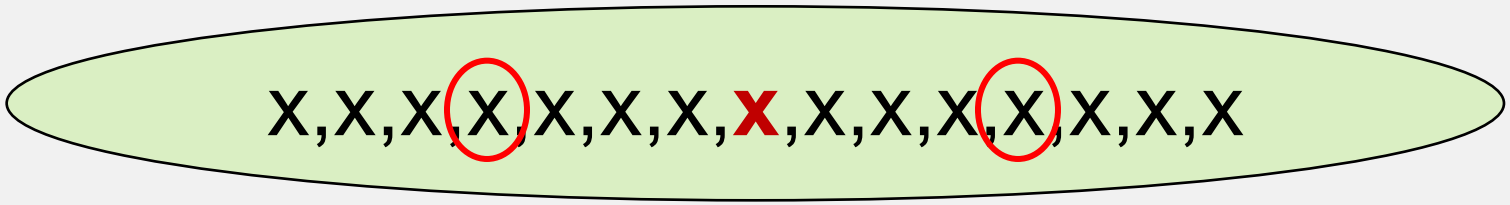

162
163
161
164
165
169
167
170
174
171
173
175
185
186
189


161 162 163 164 165 167 169 170 171 173 174 175 180 185 189

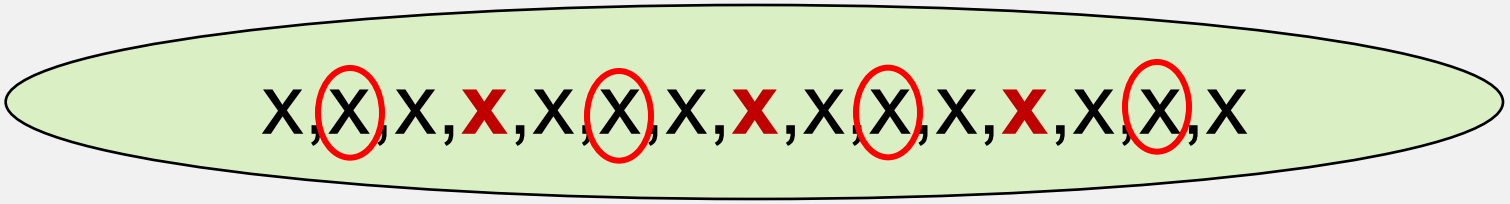

170
164
175
162
167
173
185
161
163
165
169
161
163
165
169



รอบ	เทียบ	จำนวนตำแหน่งที่ถูก	รวม
1	n	1	1



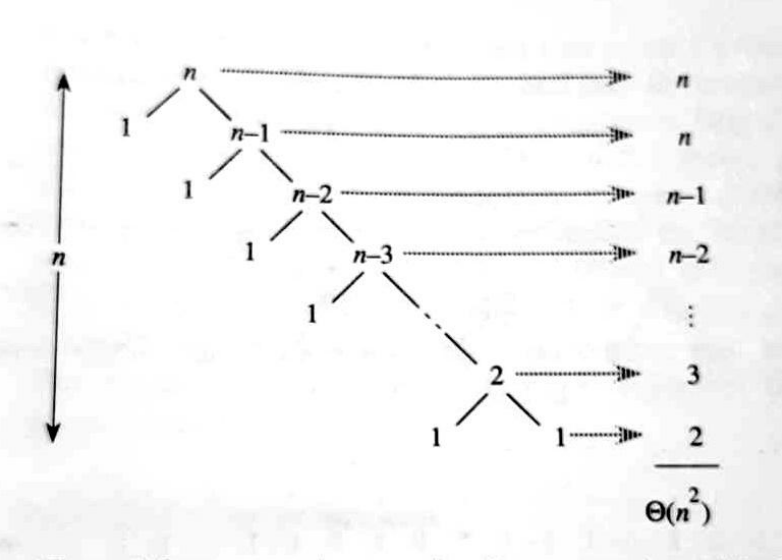
รอบ	เทียบ	จำนวนตำแหน่งที่ถูก	รวม
2	n/2+n/2	2	1+2

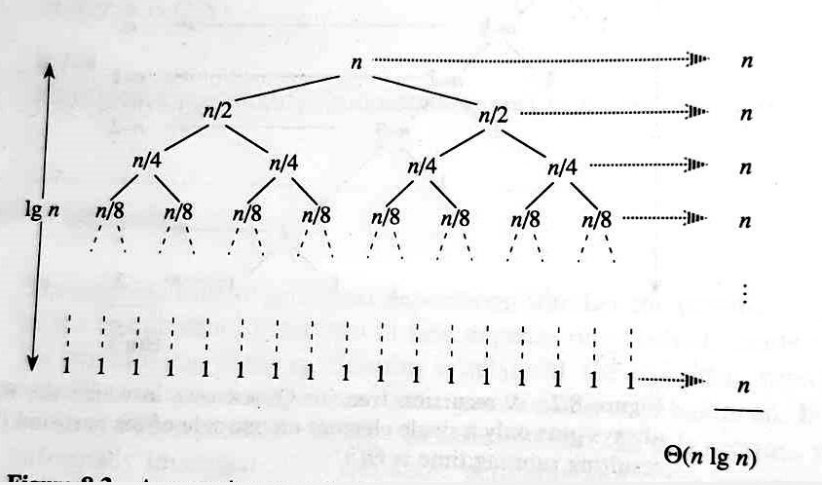


รอบ	เทียบ	จำนวนตำแหน่งที่ถูก	รวม
3	n/4+n/4+n/4+n/4		

Worst-case $O(n^2)$

Best-case O(nlogn)





Step

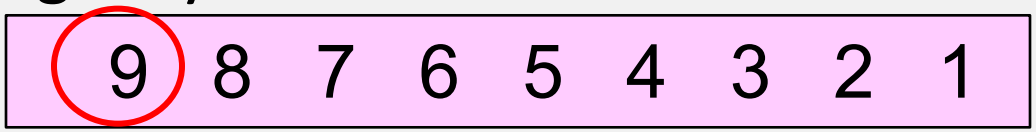
1) If the number of elements in S is 0 or 1, then return.
2) Pick any element v in S. This is called the pivot.
3) Partition S – {v} (the remaining elements in S) in to two disjoint groups:

S1 and S2

4) Return { quicksort(S1) followed by v followed by quicksort (S2)}.

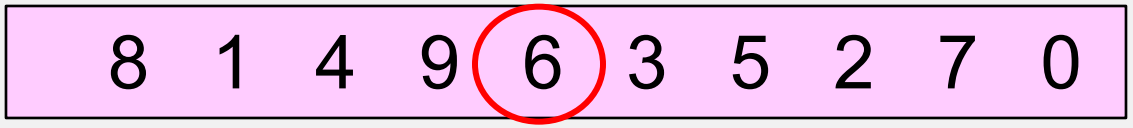
6.4.1 Picking the pivot

- Wrong way : use the first element as the pivot.



Problem : Input is presorted or in reverse order.

- Median of three partitioning : he median of a group of N numbers is the N/2 largest number.
  Input 8,1,4,9,6,3,5,2,7,0
  Input Center = (Left + Right)/2 = (1+10)/2 = 5
  v = 6

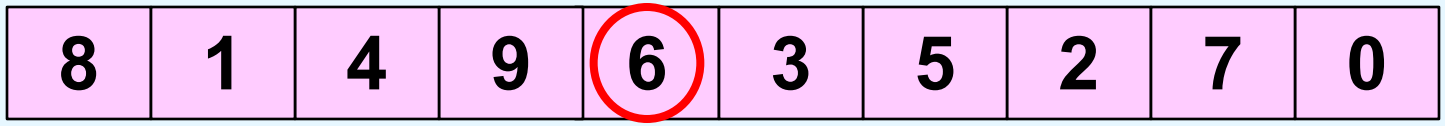


1	13	5	2

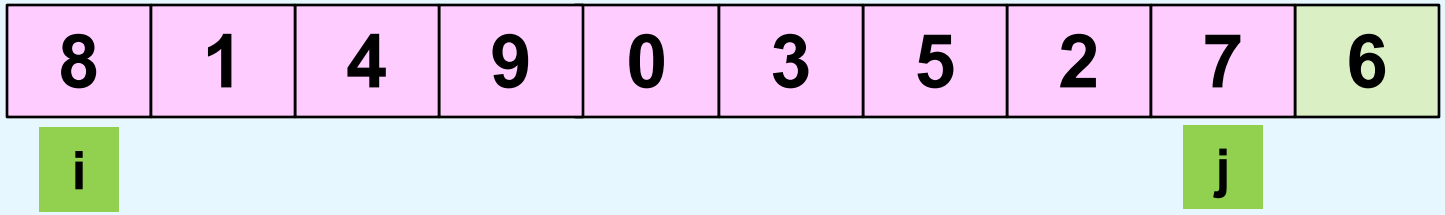
Correct : sorted input.

6.4.2

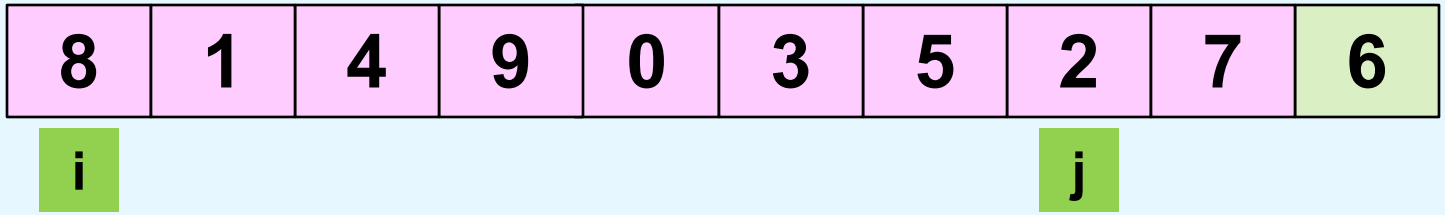
1. Position = 5, v = 6



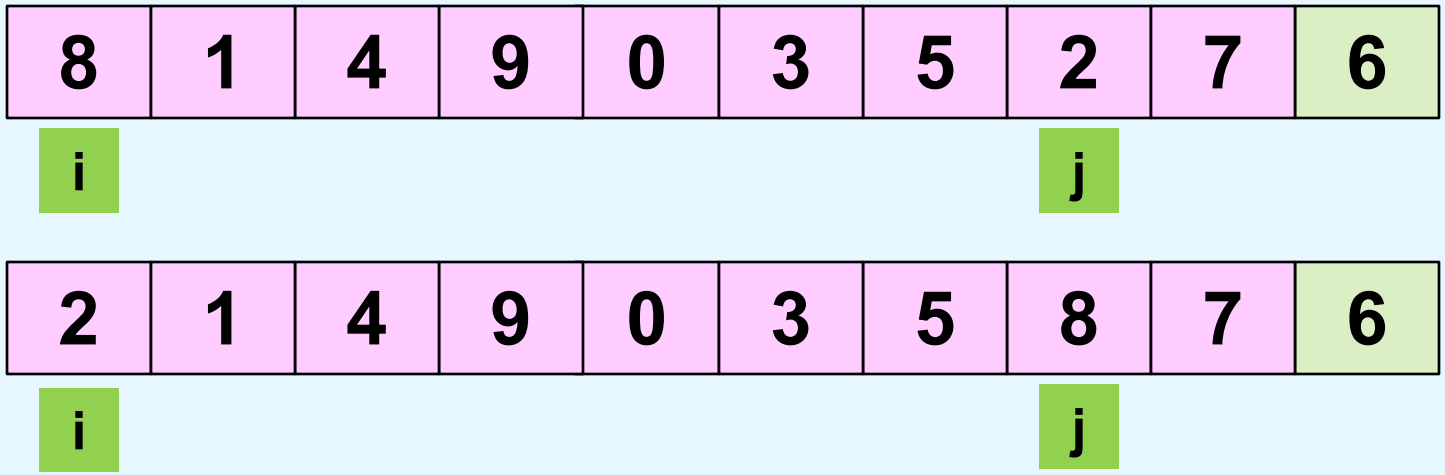
2. Swap between position and Last array กำหนด i,j



3. จากตำแหน่ง i (i<j) หาค่า a[i] ที่มีค่ามากกว่า v หยุด
จากตำแหน่ง j หาค่า a[j] ที่มีค่าน้อยกว่า v หยุด

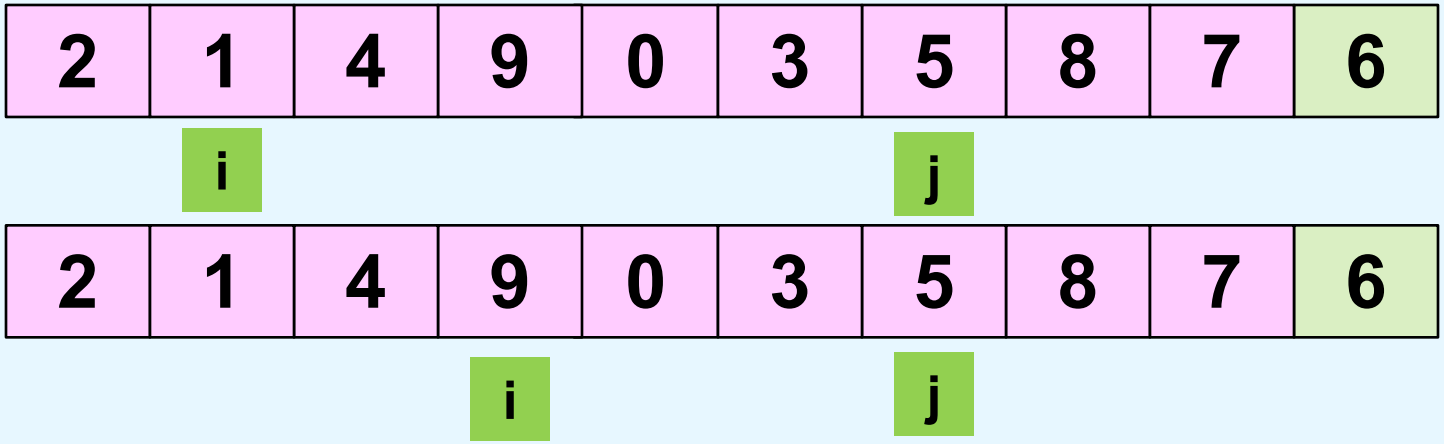


4. สลับค่าในตำแหน่ง a[i] กับ a[j] จะเห็นว่าค่าที่มากกว่า 6 จะถูกสลับไปด้านหลัง ส่วนค่าที่น้อยกว่า 6 จะถูกสลับไปด้านหน้า

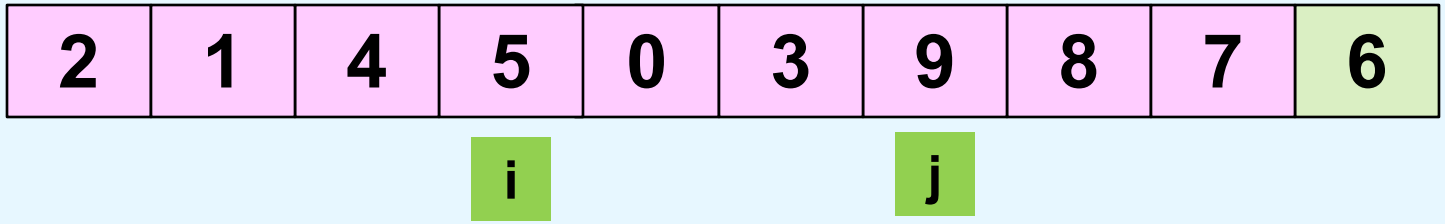


5. หาค่า i, j ต่อ

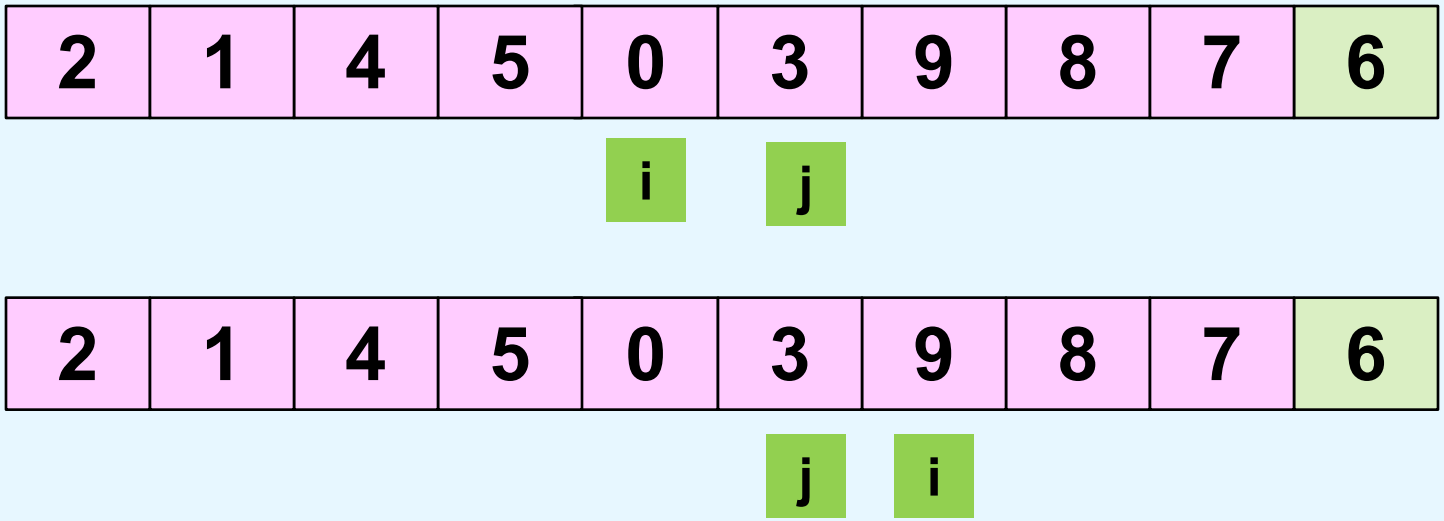
หาค่า a[i] ที่มีค่ามากกว่า v หาค่า a[j] ที่มีค่าน้อยกว่า v



6. สลับ

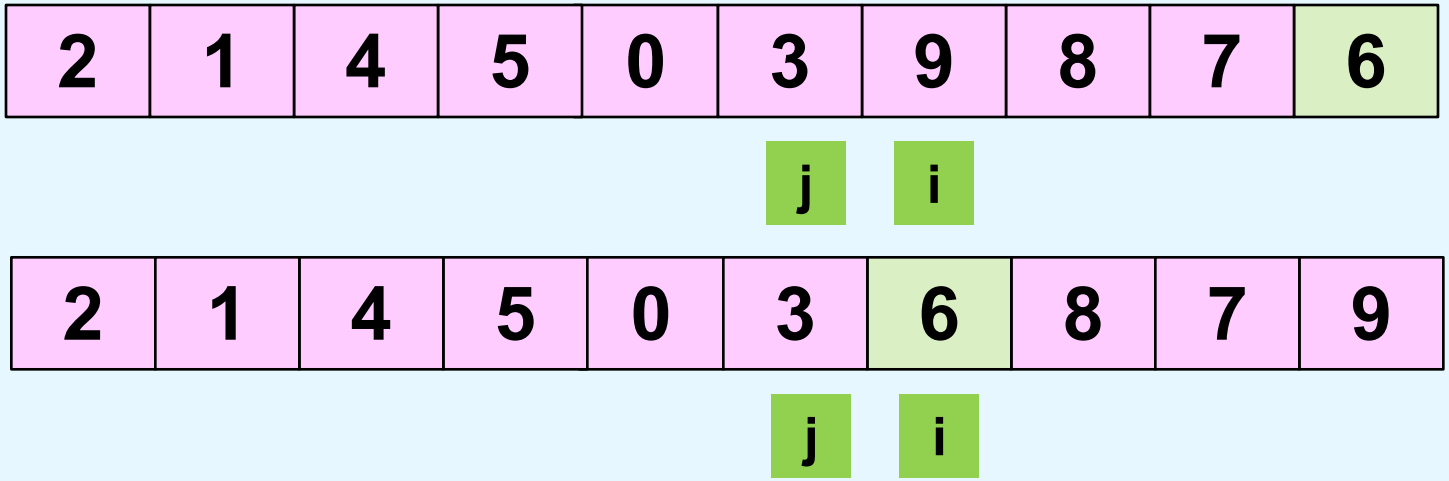


7. ทำเหมือนเดิม หาค่า i,j loop สิ้นสุดเมื่อค่า i>j



8. สลับระหว่างค่าpivot กับค่า I

จะเห็นว่า 6 เป็นตำแหน่งที่ถูกต้อง เมื่อทำการเรียงข้อมูลแล้ว



9. จากนั้น recursive ทำซ้ำครึ่งหน้าและครึ่งหลัง