

## 数列

魅惑的な APIO 王国には、Alice という名前の若い学生が住んでいた。Alice は、彼女の数学の腕前を試す魅力的な問題を解くことに対して飽くことのない好奇心を持っていた。ある日、彼女は神秘的な長さ  $N$  の数列  $A$  (これを  $A[0], A[1], \dots, A[N-1]$  とする) を偶然発見し、その秘密を探求する魅惑に抗うことができなかった。

今から、彼女は発見したことのいくつかをあなたと共有したいと思っている。しかしその前に、便宜のためいくつかのことを定義する必要がある:

- $W(l, r, x)$  を  $\sum_{i=l}^r \mathbb{I}[A[i] = x]$ , すなわち、 $A[l] \cdots A[r]$  の中に  $x$  が現れる回数として定義する。
- 非空な整数列  $B[0] B[1] \cdots B[k-1]$  の中央値の集合を  $S(\{B[0], B[1] \cdots B[k-1]\})$  と定義し、中央値の集合を求める方法を以下で Alice があなたにひとつひとつ説明する:
  - 最初に、数列の要素  $B[0], B[1], \dots, B[k-1]$  を昇順に並び替えることで数列  $C[0], C[1], \dots, C[k-1]$  を得る。
  - このとき、 $S(\{B[0], B[1] \cdots B[k-1]\}) = \{C[\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor], C[\lceil \frac{k-1}{2} \rceil]\}$  である。
  - $S$  の計算に対するあなたの理解を助けるため、いくつかの例を考えてみよう:
    - $S(\{6, 3, 5, 4, 6, 2, 3\}) = \{4\}$ .
    - $S(\{4, 2, 3, 1\}) = \{2, 3\}$ .
    - $S(\{5, 4, 2, 4\}) = \{4\}$ .

Alice は、 $0 \leq l \leq r \leq N-1$  という条件の下での  $\max_{x \in S(l, r)} W(l, r, x)$  の最大値を求めるという挑戦的な課題に取り組みたがっている。 $S(l, r)$  は  $A[l] \cdots A[r]$  から得られた中央値の集合 (前述の  $S(A[l], \dots, A[r])$  に該当する) を表す。Alice は既に答えを得ているが、その答えを確かめるための手伝いを探しており、答えを計算するプログラムを書くのを手伝ってくれるようあなたにお願いしている。

## 実装の詳細

あなたは以下の関数を実装しなければならない:

```
int sequence(int N, std::vector<int> A);
```

- $N$ : 数列  $A$  の長さ。
- $A$ : 数列  $A$  を表す長さ  $N$  の配列。

- この関数は、すべてのあり得る  $(l, r)$  のペアにおける最大値を表す整数を返さなければならない。
- この関数はちょうど 1 回呼び出される。

## 入出力例

### 入出力例 1

以下のような呼び出しを考える:

```
sequence(7, {1, 2, 3, 1, 2, 1, 3});
```

この関数は 3 を返さなければならない。

このケースでは、 $S(0, 5) = \{1, 2\}$ ,  $W(0, 5, 1) = 3$ ,  $W(0, 5, 2) = 2$  である。よって、 $(0, 5)$  に対する値は 3 である。

$(0, 5)$  に対する値がすべてのあり得るペアにおける最大値であることは簡単に確かめられる。

### 入出力例 2

以下のような呼び出しを考える:

```
sequence(9, {1, 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1, 1});
```

この関数は 2 を返さなければならない。

### 入出力例 3

以下のような呼び出しを考える:

```
sequence(14, {2, 6, 2, 5, 3, 4, 2, 1, 4, 3, 5, 6, 3, 2});
```

この関数は 3 を返さなければならない。

## 制約

- $1 \leq N \leq 5 \times 10^5$
- $1 \leq A[i] \leq N$

## 小課題

1.(11 点):  $N \leq 100$ .

2.(17 点):  $N \leq 2 \times 10^3$ .

3.(7 点):  $\forall 0 \leq i < x, A[i] \leq A[i + 1]$  かつ  $\forall x < i < N, A[i] \leq A[i - 1]$  を満たす  $x$  が存在する.

4.(12 点):  $A[i] \leq 3$ .

5.(13 点):  $0 \leq i \leq N - 1$  を満たすそれぞれの  $i$  について,  $W(0, N - 1, A[i]) \leq 2$ .

6.(22 点):  $N \leq 8 \times 10^4$ .

7.(18 点): 追加の制約はない.

## 採点プログラムのサンプル

採点プログラムのサンプルは以下の形式で入力を受け取る:

1 行目:  $N$

2 行目:  $A[0] A[1] \cdots A[N - 1]$ .

採点プログラムのサンプルは以下の形式であなたの答えを出力する:

1 行目: sequence の戻り値.