

# Hack! (hack)

你参加了一场 Codeforces 的编程比赛，现在离比赛结束只有一个小时了。你发现同房间的另外一位选手通过使用 `unordered_set` 通过了一道题目。是时候把他的代码 hack 掉了！

你知道 `unordered_set` 是使用一个包含  $n$  个桶的哈希表实现的，其中桶的编号为  $0$  到  $n - 1$ 。不过很可惜，你并不知道  $n$  具体是多少，所以你希望通过下面的操作将  $n$  还原出来。

当你将一个整数  $x$  插入哈希表时，它将会被插入到第  $(x \bmod n)$  个桶中。如果在这次插入之前这个桶中已经有  $b$  个元素，这将会导致  $b$  次哈希冲突的产生。

每次操作中，你可以向交互库提交  $k$  个不同的整数  $x[0], x[1], \dots, x[k - 1]$  进行查询，交互库会依次将这些整数插入到哈希表中，并返回创建包含这些数字的哈希表会引起的哈希冲突总次数。然而，向交互库提交一次包含  $k$  个不同的整数的查询需要  $k$  的花费。

例如，当  $n = 5$  时，如果你向交互库提交数组  $x = [2, 15, 7, 27, 8, 30]$ ，将会引起总共 4 次哈希冲突，具体如下：

操作	新增哈希冲突次数	桶状态
初始状态	—	$[], [], [], [], []$
插入 $x[0] = 2$	0	$[], [], [2], [], []$
插入 $x[1] = 15$	0	$[15], [], [2], [], []$
插入 $x[2] = 7$	1	$[15], [], [2, 7], [], []$
插入 $x[3] = 27$	2	$[15], [], [2, 7, 27], [], []$
插入 $x[4] = 8$	0	$[15], [], [2, 7, 27], [8], []$
插入 $x[5] = 30$	1	$[15, 30], [], [2, 7, 27], [8], []$

请注意：交互库在每次你提交的时候都将 `unordered_set` 初始化为空集，然后把提交的数字依次插入来创建哈希表。也就是说，每一次的交互查询是相互独立的。

你的任务是使用不超过 1 000 000 的花费求出桶的数量  $n$ 。

## 实现细节

你需要实现以下函数：

```
int hack()
```

- 该函数返回一个整数  $n$ 。
- 对于每个测试点，评测程序可能会调用该函数多于一次。每次调用都应该当做新的情况分别处理。

在这个函数中，你可能会调用以下交互函数：

```
long long collisions(std::vector<long long> x)
```

- $x$ : 一个包含不同整数的数组，其中对于所有  $i$ ，满足  $1 \leq x[i] \leq 10^{18}$ 。
- 该函数返回一个整数，表示将数组  $x$  中所有元素依次插入哈希表引起的哈希冲突总次数。
- 该函数可以多次调用。在一次 `hack()` 的调用中，多次调用的数组  $x$  的总长度不能超过 1 000 000。

注意：由于 `hack()` 函数调用可能会发生多次，选手需要注意之前调用的残余数据对于后续调用的影响，尤其是全局变量的状态。

1 000 000 的花费限制应用于每一组测试数据。即，如果 `hack()` 函数被调用了  $t$  次，你可以使用不超过  $t \times 1\,000\,000$  的总花费，并且每次独立调用 `hack()` 时的花费不能超过 1 000 000。

$n$  的值在交互函数调用前已经固定。

## 例子

假设有两组测试用例，评测程序将首先调用 `hack()` 函数：

```
hack()
```

在这个函数中，你可以进行以下调用：

函数调用	返回值
<code>collisions([2, 15, 7, 27, 8, 30])</code>	4
<code>collisions([1, 2, 3])</code>	0
<code>collisions([10, 20, 30, 40, 50])</code>	10

如果你还原出  $n = 5$ ，那么函数 `hack()` 返回 5。

接下来，评测程序将再一次调用 `hack()` 函数：

```
hack()
```

在这个函数中，你可以进行以下调用：

函数调用	返回值
<code>collisions([1, 3])</code>	<b>1</b>
<code>collisions([2, 4])</code>	<b>1</b>

你从上述调用中还原出唯一满足的  $n$  是 **2**，那么函数 `hack()` 返回 **2**。

## 约束条件

- $1 \leq t \leq 10$ ，其中  $t$  为每组测试点中的测试用例数量。
- $2 \leq n \leq 10^9$
- 对于每次 `collisions()` 调用， $1 \leq x[i] \leq 10^{18}$

## 子任务

1. (8 分)  $n \leq 500\,000$
2. (17 分)  $n \leq 1\,000\,000$
3. (75 分) 没有额外的约束条件。

在最后一个子任务中，你可以获得部分分。令  $q$  为该子任务下所有测试用例 `hack()` 函数中的最大总花费。该子任务的部分分计算如下：

条件	分数
$1\,000\,000 < q$	0
$110\,000 < q \leq 1\,000\,000$	$75 \cdot \log_{50} \left( \frac{10^6}{x-90000} \right)$
$q \leq 110\,000$	75

在任意测试用例中，如果对 `collisions()` 函数调用不满足实现细节中的约束条件，或者 `hack()` 函数调用的返回值错误，该子任务的分数为 0。

## 评测程序示例

评测程序示例按以下格式读取输入：

- 第 1 行：  $t$

对于接下来  $t$  组数据的每一组：

- 第 1 行：  $n$

对于每组测试用例，令  $m$  为函数 `hack()` 的返回值， $c$  为所有查询的总花费。评测程序示例按以下格式打印你的答案：

- 第 1 行：  $m\ c$