

排列遊戲 (permgame)

Alice 與 Bob 是兒時玩伴,他們喜歡玩益智遊戲, 他們今天在玩圖論上的一種新遊戲。

這個遊戲給定一個無向的連通圖(connected graph),共有 m 的頂點(vertex)與 e 個邊(edge),頂點的編號從數字 0 到 (m-1),邊的編號則從數字 0 到 (e-1);第 i 個邊連接頂點 u[i] 與 v[i]。

這個遊戲也給定一個長度為 n 的排列(permutation) $p[0],p[1],\ldots,p[n-1]$,其中 $m\leq n$ 。這裡的排列可視為一個陣列(array),陣列中元素的值為 0 到 (n-1) 的某個數字,且每個數字恰好出現一次。排列 p 的積分(score)係指滿足 p[i]=i 的註標(index)的總個數。

這個遊戲可以持續最多 10^{100} 回合,每回合的過程如下:

- 1. 如果 Alice 決定遊戲停止,那麼遊戲就結束。
- 2. 否則,Alice 將選出排列 p 的 m 個相異註標(令其為 $t[0], t[1], \ldots, t[m-1]$,其中 $0 \le t[i] < n$),注意,此處並未要求 $t[0] < t[1] < \ldots < t[m-1]$ 。
- 3. 接下來,Bob 將根據 Alice 的選擇,挑出圖中的一個邊(令編號為 j,其中 $0 \le j < e$),並且交換 (swap)排列 p 的兩個元素 p[t[u[j]]] 與 p[t[v[j]]]。

Alice 希望排列的積分愈高愈好, Bob 則希望積分愈低愈好。

你的任務是協助 Alice 對抗 Bob,其中 Bob 是由評分程式來操作。 所謂的最佳積分,是指當玩家們皆以最 佳策略來操作,遊戲結束時可得到的最大積分。

你需要計算出最佳積分是多少。同時,你還需要與 Bob 對弈,使得在某一回合,遊戲的積分至少會達到 (或超過)前述的最大積分(此時遊戲結束)。

注意, Alice 的對弈策略必須能適用在 Bob 任意的對弈策略,縱使當 Bob 進行非最佳的策略時。

實作細節 (Implementation details)

你需要實作出下列函式(procedure):

- *m*:圖的頂點數。
- e:圖的邊數。
- $u \bowtie v$: 各為長度為 e 的陣列,表示圖的邊。
- n:排列的長度。

- p: 長度為 n 的陣列,用來表示此排列。
- 此程序僅被呼叫一次。
- 此程序須回傳一整數(integer),亦即當Alice與Bob皆以最佳策略對奕時,可得到的最大積分。

你的函式可呼叫下列函式:

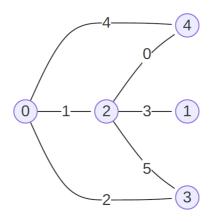
int Bob(std::vector<int> t)

- t:長度為m的陣列,表示相異註標,其中 $0 \le t[i] < n$,且對於 $i \ne j$ 則 $t[i] \ne t[j]$ 。
- 此函式回傳單一整數j,其中 $0 \le j < e$ 。
- 此函式可被呼叫多次。

範例 (Example)

考慮下列呼叫實例:

同時給定下列之圖:



且 p 一開始是 [8,2,7,6,1,5,0,9,3,4]。

給定上述條件後,可證明最佳策略下的最大積分為1。

假設 Alice 操作下列 4 回合:

Bob 的參數 t	Bob 的回傳值	p中 Bob 欲交換的註標	交換後的 p
[3,1,5,2,0]	5	5, 2	[8, 2, 5, 6, 1, 7, 0, 9, 3, 4]
[9, 3, 7, 2, 1]	0	1,7	[8,9,5,6,1,7,0,2,3,4]
[5,6,7,8,9]	1	5,7	[8,9,5,6,1,2,0,7,3,4]
[7, 5, 2, 3, 6]	3	5,2	[8,9,2,6,1,5,0,7,3,4]

注意,在上述對弈過程中,雙方並非使用最佳策略,此處僅為了展示與說明。同時注意,假如一開始所給定的排列的積分已經是1,那麼 Alice 可以立刻中止遊戲。

當 Alice 完成上述操作,此時積分為 3(由於 $p[2] = 2 \cdot p[5] = 5 \cdot p[7] = 7$ 之故)。

最終,函式 Alice()將回傳數值1,也就是雙方皆以最佳策略對奕後之最佳積分。

注意,在上述範例中,雖然實際的最終積分為3,但如果函式Alice()回傳數值3(而不是1),你將會得到0分。

限制 (Constraints)

- $2 \le m \le 400$
- $m-1 \le e \le 400$
- $0 \le u[i], v[i] < m$
- $m \le n \le 400$
- $0 \le p[i] < n$
- 輸入為連通圖,並且沒有自環(self-loops,自己連到自己的邊)與多重邊(multiple edges,兩點間有許多邊)。
- p 為一排列,亦即對於任意 $i \neq j$,則 $p[i] \neq p[j]$ 。

子任務 (Subtasks)

- 1.(6分) m = 2
- 2. (6 分) e > m
- (10 分) e = m 1
- 4.(24分)e=m=3
- (24 分) e = m = 4
- 6. (30 分) e = m

對於每項子任務,你可得到部分給分。就每項子任務而言,令r為此處所有測資中比值 $\frac{k}{n}$ 的最大值,其中k為該測資的總回和數(亦即呼叫Bob()的次數)。那麼,你在該子任務實際的得分則為原始配分乘上下列係數:

條件	係數	
$12 \leq r$	0	
3 < r < 12	$1-\log_{10}(r-2)$	
$r \leq 3$	1	

換言之,若你總是能在 3n 回合內(含)解出,那麼你將獲得該項子任務配分的滿分。同樣的,若你需要用 到超過 12n 回合,那麼該子任務將獲得 0 分(系統會顯示 Output isn't correct)。

範例評分程式 (Sample Grader)

範例評分程式的輸入格式如下:

- line 1: *m e*
- line 2+i (其中 $0 \leq i \leq e-1$): u[i] v[i]
- line 2 + e: n
- line 3+e: p[0] p[1] \dots p[n-1]

範例評分程式的輸出格式如下:

- line 1:遊戲結束時的排列 *p*
- line 2: 函式 Alice() 的回傳值
- line 3: 遊戲結束時的積分
- line 4: 總回合數