

# 順列ゲーム (permgame)

Alice と Bob は幼馴染であり,知的なゲームを遊ぶことを愛している.今日,彼らはグラフ上における新たなゲームを遊んでいる.

そのゲームセットは0 からm-1 までの番号が付けられているm 個の頂点と,0 からe-1 までの番号が付けられているe 本の辺からなる **連結な** グラフを含んでいる.i 番目の辺は頂点 u[i] と頂点 v[i] を結んでいる.

加えて,そのゲームセットは長さ n の順列  $p[0],p[1],\dots,p[n-1]$  も含んでいる.ここで, $m\leq n$  である.順列は 0 から n-1 までの数が,ある順序でちょうど一度ずつ現れる数列である.順列 p の **スコア**は p[i]=i となるインデックス i の個数である.

ゲームは最大で  $10^{100}$  ターンまで続く. 各ターンでは,以下の出来事が起こる:

- 1. もし Alice がゲームを終了すると決めた場合、ゲームは終了する.
- 2. そうでない場合,Alice は **相異なるインデックス**  $t[0], t[1], \ldots, t[m-1]$  を選ぶ. ただし,  $0 \le t[i] < n$  を満たす必要がある.ゲームでは  $t[0] < t[1] < \ldots < t[m-1]$  であることは **要求されない** ことに注意せよ.
- 3. Bob は  $0 \leq j < e$  を満たすグラフの辺のインデックスを選び,p[t[u[j]]] と p[t[v[j]]] を交換する。

Alice は最終的な順列のスコアを最大化しようとし,Bob は最終的な順列のスコアを最小化しようとしている.

あなたの課題は Alice の手助けをして Bob とゲームを行うことである.ただし,Bob の行動は採点プログラムによりシミュレーションされる.

最適なスコアとは、Alice と Bob が最適に行動した場合の最終的な順列のスコアである.

あなたは最適なスコアを求め、さらに、ゲームの終了時にその値以上のスコアを達成するように Bob と ゲームを行う必要がある.

Bob がどのような行動をとった場合でも Alice の戦略は正しく機能する必要がある. Bob は最適でない 行動をとる可能性があることに注意せよ.

## 実装の詳細

あなたは以下の関数を実装する必要がある:

- *m*:グラフの頂点の個数
- *e*:グラフの辺の本数
- u,v:グラフの辺を表す長さeの配列
- n:順列の長さ
- p:順列を表現する長さ n の配列
- この関数はちょうど1回呼び出される.
- この関数はゲームの最適なスコアである整数を返さなければならない.

この関数の中で、あなたは以下の関数を呼び出すことができる:

int Bob(std::vector<int> t)

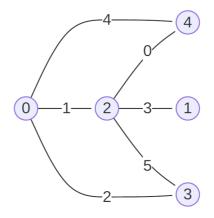
- ・ t:相異なるインデックスを含んだ長さ m の配列.ただし,各  $i \neq j$  に対し, $0 \leq t[i] < n$  および  $t[i] \neq t[j]$  を満たすこと.
- この関数は0 < j < eを満たす1つの整数jを返す.
- この関数は何回でも呼び出すことができる.

#### 例

以下の呼び出しを考える:

```
Alice(5, 6, [4, 0, 3, 1, 4, 2], [2, 2, 0, 2, 0, 3], 10, [8, 2, 7, 6, 1, 5, 0, 9, 3, 4])
```

グラフは以下のように表される:



また,pは最初 [8,2,7,6,1,5,0,9,3,4] である.

これらの制約の下で、最適なスコアは1となることが証明できる.

Alice が以下の4回の行動をしたと考える:

Bob の引数となる $t$	Bob の返り値	対応する $p$ のインデックス	Bob が交換した後の $p$
[3,1,5,2,0]	5	5,2	[8, 2, 5, 6, 1, 7, 0, 9, 3, 4]
[9, 3, 7, 2, 1]	0	1,7	[8,9,5,6,1,7,0,2,3,4]
[5,6,7,8,9]	1	5,7	[8,9,5,6,1,2,0,7,3,4]
[7, 5, 2, 3, 6]	3	5,2	[8,9,2,6,1,5,0,7,3,4]

上にあげた Alice と Bob の行動は必ずしも最適なものであるとは限らないことに注意せよ.これらの行動は単に説明のためのものである.また,順列の最初のスコアは1であるため Alice はただちにゲームを終了させることもできる.

Alice が上の全ての行動をした後,順列のスコアは3となる (p[2]=2,p[5]=5,p[7]=7).

最後に、関数 Alice() は最適なスコアである1を返す.

もし Alice が Bob とゲームを行うことでスコアを 3 にすることが達成できた場合でも,Alice() の返り値を 1 の代わりに 3 とした場合,あなたは得点を得ることができない.

### 制約

- 2 < m < 400
- $m-1 \le e \le 400$
- $0 \le u[i], v[i] < m$
- $m \le n \le 400$
- $0 \le p[i] < n$
- グラフは連結で、自己ループや多重辺を含まない.
- p は順列である.すなわち,任意の  $i \neq j$  について  $p[i] \neq p[j]$ .

## 小課題

- 1.(6 点) m = 2
- 2. (6 点) e > m
- (10 点) e = m-1
- 4.(24 点) e = m = 3
- 5.(24 点) e = m = 4
- 6. (30 点) e = m

各小課題について,あなたは部分点を獲得することができる.k をターンの回数 (すなわち, $\mathsf{Bob}()$  の呼び出し回数) として,r を小課題の全てのテストケースの中における  $\frac{k}{n}$  の最大値とする.このとき,その小課題におけるあなたの点数は,小課題の配点に以下の値を掛けたものである.

条件	かけられる数	
$12 \leq r$	0	
3 < r < 12	$1-\log_{10}(r-2)$	
$r \leq 3$	1	

特に、あなたが 3n ターン以内で問題を解けば、あなたはその小課題について満点が得られる. 12n ターン以上を要すれば、その小課題は 0 点となる (Output isn't correct と表示される).

## 採点プログラムのサンプル

採点プログラムのサンプルは以下の形式で入力を受け取る:

• 1行目:me

•  $2+i \ (0 \le i \le e-1)$  行目: $u[i] \ v[i]$ 

2+e行目:n

• 3+e行目:p[0] p[1] ... p[n-1]

採点プログラムのサンプルは以下の形式で出力する:

• 1行目:最終的な順列 p

• 2行目: Alice() の返り値

• 3行目:最終的な順列のスコア

• 4 行目:ターンの回数