

## **Permutation Game**

อลิศ (Alice) กับบ๊อบ (Bob) เป็นเพื่อนกันมาตั้งแต่เด็ก ทั้งสองชอบเล่นเกมวัดความฉลาด วันนี้ทั้งสองจะเล่นเกมใหม่ เกี่ยวกับกราฟ

ชุดเกมประกอบไปด้วยกราฟที่ **เชื่อมต่อกัน** (connected ที่มีจุดยอดจำนวน m จุด โดยมีหมายเลขตั้งแต่ 0 ถึง m-1 และมีเส้นเชื่อมจำนวน e เส้น ซึ่งมีหมายเลขตั้งแต่ 0 ถึง e-1 เส้นเชื่อมที่ i เชื่อมจุดยอด u[i] กับ v[i]

ชุดเกมยังประกอบด้วยการเรียงสับเปลี่ยน (permutation)  $p[0], p[1], \ldots, p[n-1]$  ที่มีความยาว n โดยที่  $m \leq n$  การเรียงสับเปลี่ยน (permutation) คืออาร์เรย์ที่จำนวนตั้งแต่ 0 ถึง n-1 ปรากฏหนึ่งครั้งพอดี ตามบางลำดับ **คะแนน** ของการเรียงสับเปลี่ยน p คือจำนวนดัชนี i ที่ p[i]=i.

เกมจะเล่นไปไม่เกิน  $10^{100}$  รอบ 100 ในแต่ละรอบ เกมจะดำเนินไปดังนี้:

- 1. ถ้าอลิศตัดสินใจว่าจะจบเกม เกมจะจบลง
- 2. ไม่เช่นนั้น อลิศจะเลือก **ดัชนีที่แตกต่างกัน**  $t[0], t[1], \ldots, t[m-1]$  สำหรับ  $0 \leq t[i] < n$  สังเกตว่าเกม**ไม่**ได้ ต้องการให้  $t[0] < t[1] < \ldots < t[m-1]$ .
- 3. บ็อบเลือกดัชนี j ที่  $0 \leq j < e$  ของเส้นเชื่อมในกราฟ และสลับ p[t[u[j]]] กับ p[t[v[j]]].

้อลิศต้องการจะทำให้คะแนนสุดท้ายของการเรียงสับเปลี่ยนมีค่ามากที่สุด ในขณะที่บ็อบต้องการทำให้คะแนนสุดท้ายน้อย ที่สุด

้งานของคุณคือช่วยให้อลิศเล่นแข่งกับบ็อบ โดยการเล่นของบ็อบจะถูกดำเนินการโดยเกรดเดอร์

้ เราจะนิยามให้ *คะแนนที่ดีที่สุด* คือคะแนนสุดท้ายของการเรียงสับเปลี่ยนถ้าอลิศและบ็อบเล่นเกมอย่างดีที่สุด

้คุณจะต้องหาคะแนนที่ดีที่สุดดังกล่าวจากนั้นเล่นเกมกับบ็อบเพื่อให้ได้คะแนน**อย่างน้อย**คะแนนที่ดีที่สุดนั้นหลังจากการ เล่นบางตา

สังเกตว่ากลยุทธิ์ของอลิศจะต้องใช้ได้ ไม่ว่าบ็อบจะเล่นอย่างไร รวมถึงในกรณีที่บ็อบไม่ได้เล่นอย่างดีที่สุดด้วย

### รายละเอียดการเขียนโปรแกรม

คุณจะต้องเขียนฟังก์ชันต่อไปนี้:

```
int Alice(int m, int e, std::vector<int> u, std::vector<int> v,
    int n, std::vector<int> p)
```

- m: จำนวนจุดยอดในกราฟ
- *e*: จำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

- ullet u และ v: อาเรย์ขนาด e ที่ระบุเส้นเชื่อมในกราฟ
- n: ความยาวของการเรียงสับเปลี่ยน (permutation)
- p: อาเรย์ความยาว n ที่ระบุการเรียงสับเปลี่ยน (permutation)
- ฟังก์ชันจะถูกเรียกครั้งเดียวเท่านั้น
- ฟังก์ชันจะต้องคืนจำนวนเต็มหนึ่งจำนวน คะแนนที่ดีที่สุดของเกม

ในฟังก์ชันดังกล่าว คุณสามารถเรียกฟังก์ชันด้านล่างได้ :

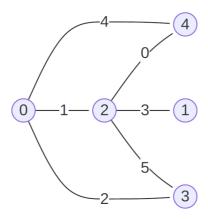
```
int Bob(std::vector<int> t)
```

- ullet t: อาเรย์ขนาด m ที่มีดัชนีแตกต่างกัน โดยที่  $0 \leq t[i] < n$  และ t[i] 
  eq t[j] สำหรับ i 
  eq j
- ullet ฟังก์ชันจะคืนจำนวนเต็มหนึ่งจำนวน j ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข  $0 \leq j < e$
- สามารถเรียกฟังก์ชันนี้ได้หลายครั้ง

#### ตัวอย่าง

พิจารณาการเรียกต่อไปนี้:

กราฟแสดงดังรูปด้านล่าง:



และ p จะมีค่าเริ่มต้นเป็น [8,2,7,6,1,5,0,9,3,4].

จากเงื่อนไขด้านบน เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า คะแนนที่ดีที่สุดของการเรียงสับเปลี่ยนจะเท่ากับ 1สมมติว่า อลิศ เล่นเกมดังด้านล่าง 4 ตา:

ค่า $t$ ที่ส่งให้ Bob	ค่าที่คืนจาก воь	คู่ดัชนีที่เกี่ยวข้องใน $p$	$p$ ภายหลังการสลับโดย ${f Bob}$
[3,1,5,2,0]	5	5,2	[8, 2, 5, 6, 1, 7, 0, 9, 3, 4]
[9, 3, 7, 2, 1]	0	1,7	[8,9,5,6,1,7,0,2,3,4]
[5,6,7,8,9]	1	5,7	[8,9,5,6,1,2,0,7,3,4]
[7, 5, 2, 3, 6]	3	5,2	[8,9,2,6,1,5,0,7,3,4]

สังเกตว่าการเล่นของอลิศและบ็อบข้างต้นไม่จำเป็นต้องเป็นการเล่นที่ดีที่สุด การเล่นที่แสดงด้านบนมีไว้เพื่อเป็นตัวอย่าง ของการเล่นเกมเท่านั้น สังเกตด้วยว่าอลิศสามารถจบเกมได้เลยทันทีเช่นกัน เนื่องจากคะแนนของการเรียงสับเปลี่ยนใน ตอนแรกนั้นมีค่าเท่ากับ 1 แล้ว

หลังจากที่อลิศได้เล่นเกมตามด้านบนแล้ว คะแนนที่ได้จริงของการเรียงสับเปลี่ยนจะเท่ากับ 
$$3$$
 (  $p[2]=2,p[5]=5,p[7]=7$ ).

สุดท้าย ฟังก์ชัน Alice () จะคืนค่า 1 – คะแนนที่ดีที่สุดของการเรียงสับเปลี่ยน

สังเกตว่า แม้ว่าอลิศจะสามารถทำคะแนนได้ 3 โดยเล่นกับบ็อบ คุณจะได้ 0 คะแนนในกรณีนี้ ถ้าค่าที่คืนจากฟังก์ชัน Alice() เท่ากับ 3 แทนที่จะเป็น 1

# เงื่อนไข

- $2 \le m \le 400$
- $m-1 \le e \le 400$
- $0 \le u[i], v[i] < m$
- $m \le n \le 400$
- $0 \le p[i] < n$
- กราฟเชื่อมต่อกัน (connected) ไม่มี self-loops หรือเส้นเชื่อมหลายเส้นที่เชื่อมจุดยอดคู่เดียวกัน (นั่นคือไม่มี multiple edges)
- ullet p เป็นการเรียงสับเปลี่ยน (permutation) นั่นคือ p[i] 
  eq p[j] สำหรับ i 
  eq j

## ปัญหาย่อย

- 1. (6 points) m=2
- 2. (6 points) e>m
- 3. (10 points) e = m 1
- 4. (24 points) e = m = 3
- 5. (24 points) e = m = 4
- 6. (30 points) e = m

สำหรับแต่ละปัญหาย่อย คุณสามารถได้คะแนนบางส่วนได้ ให้ r เป็นอัตราส่วนมากที่สุดของ  $\frac{k}{n}$  ในทุก ๆ กรณีทดสอบใน ปัญหาย่อยนั้น โดยที่ k คือจำนวนรอบที่เล่นเกม (นั่นคือ จำนวนครั้งที่เรียกฟังก์ชัน  $\mathrm{Bob}()$ ) คะแนนของปัญหาย่อยนั้น ที่คุณจะได้รับจะคูณด้วยจำนวนตามตารางด้านล่าง:

เงื่อนไข	ตัวคูณ	
$12 \leq r$	0	
3 < r < 12	$1-\log_{10}(r-2)$	
$r \leq 3$	1	

กล่าวคือ ถ้าคุณแก้ปัญหาโดยเล่นเกมไม่เกิน 3n รอบ คุณจะได้คะแนนเต็มในปัญหาย่อยนั้น ถ้าคุณใช้มากกว่า 12n รอบ คุณจะได้คะแนน 0 ในปัญหาย่อยนั้น (ซึ่งจะแสดงในระบบว่า Output isn't correct).

### เกรดเดอร์ตัวอย่าง

เกรดเดอร์ตัวอย่างจะอ่านข้อมูลนำเข้าในรูปแบบต่อไปนี้:

- line 1: m e
- line  $2+i \; (0 \leq i \leq e-1)$ :  $u[i] \; v[i]$
- line 2 + e: n
- line 3+e: p[0] p[1]  $\dots$  p[n-1]

เกรดเดอร์ตัวอย่างจะพิมพ์ผลลัพธ์ในรูปแบบต่อไปนี้:

- ullet line 1: การเรียงสับเปลี่ยนสุดท้าย p
- line 2: ค่าที่คืนจาก Alice()
- line 3: คะแนนของการเรียงสับเปลี่ยนสุดท้าย
- line 4: จำนวนรอบที่เล่น