이론, 실습, 시뮬레이션

디지털 논리회로

개정 3판

Chapter 05. 불 대수

학습목표 및 목차

- 기본 논리식의 표현 방법을 이해할 수 있다.
- 불 대수의 법칙을 이해하고 복잡한 논리식을 간소화할 수 있다.
- 논리회로를 논리식으로, 논리식을 논리회로로 표현할 수 있다.
- 곱의 합(SOP)과 최소항(minterm) 및 합의 곱(POS)과 최대항(maxterm)의 개념을 이해하고 이를 활용할 수 있다.

01 기본 논리식의 표현

- 기본적인 불 대수식은 AND, OR, NOT을 이용하여 표현
- AND식은 곱셈의 형식으로 표현하고, OR 식은 덧셈의 형식으로 표현
- NOT식은 $\bar{A}$ 또는 A' 로 표현
- 완전한 논리식은 입력 항목들의 상태에 따른 출력을 결정하는 식

A=0 and B=1 일 때 출력을 1로 만들려는 경우 출력 논리식	$F = \overline{A}B$
A=0 or B=1 일 때 출력을 1로 만들려는 경우 출력 논리식	$F = \overline{A} + B$
(A=0 and B=1) or (A=1 and B=0) 일 때 출력을 1로 만들려는 경우 출력 논리식	$F = \overline{A}B + A\overline{B}$

01 기본 논리식의 표현

1입력 논리식, 2입력 논리식, 3입력 논리식

1입력 논리식

입력	출력
A	F
0	$F = \overline{A}$
1	$F = A$

2입력 논리식

입력		출력
A	B	F
0	0	$F = \overline{A}\,\overline{B}$
0	1	$F = \overline{A}B$
1	0	$F = A\overline{B}$
1	1	$F = AB$

3입력 논리식

입력			출력
A	B	C	F
0	0	0	$F = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$
0	0	1	$F = \overline{A}\,\overline{B}C$
0	1	0	$F = \overline{A}B\overline{C}$
0	1	1	$F = \overline{A}BC$
1	0	0	$F = A\overline{B}\,\overline{C}$
1	0	1	$F = A\overline{B}C$
1	1	0	$F = AB\overline{C}$
1	1	1	$F = ABC$

01 기본 논리식의 표현

❖ 2입력 논리식 예

입력		출력
A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$F = \overline{A} + \overline{B}$$

A=0 또는 B=0일 때,
1을 출력하는 논리식

A=1이거나 (B=0이고 C=1)일 때,
1을 출력하는 논리식

❖ 3입력 논리식 예

$$F = A + \overline{B}\,C$$

입력							출력
A	B	C	A=1	$\overline{B}$	C	$\overline{B}\,C$	$A+\overline{B}\,C$
0	0	0		1			0
0	0	1		1	1	1	1
0	1	0					0
0	1	1			1		0
1	0	0	1	1			1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1				1
1	1	1	1		1		1

02 불 대수 법칙

■ 불 대수 공리(Boolean Algebra Axioms)

P1	$A = 0 \text{ or } A = 1$
P2	$0 \cdot 0 = 0$
P3	$1 \cdot 1 = 1$
P4	$0 + 0 = 0$
P5	$1 + 1 = 1$
P6	$1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$
P7	$1 + 0 = 0 + 1 = 1$

02 불 대수 법칙

■ 불 대수 법칙

기본법칙

1. $A+0=0+A=A$	2. $A\cdot 1=1\cdot A=A$	3. $A+1=1+A=1$
4. $A\cdot 0=0\cdot A=0$	5. $A+A=A$	6. $A\cdot A=A$
7. $A+\overline{A}=1$	8. $A\cdot\overline{A}=0$	9. $\overline{\overline{A}}=A$

교환법칙(commutative law)

10. $A+B=B+A$	11. $AB=BA$

결합법칙(associate law)

12. $(A+B)+C=A+(B+C)$	13. $(AB)\,C=A\,(BC)$

분배법칙(distributive law)

14. $A\,(B+C)=AB+AC$	15. $A+BC=(A+B)(A+C)$

02 불 대수 법칙

드모르간의 정리(De Morgan's theorem)

16. $\overline{A+B} = \overline{A}\,\overline{B}$	17. $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$

흡수 법칙(absorptive law)

18. $A + AB = A$	19. $A(A+B) = A$

합의의 정리(consensus theorem)

20. $AB + BC + \overline{A}C = AB + \overline{A}C$	21. $(A+B)(B+C)(\overline{A}+C) = (A+B)(\overline{A}+C)$

쌍대성(duality) : 불 대수 공리나 기본 법칙에서 좌우 한 쌍에서 0과 1을 서로 바꾸고 동시에 '•' 과 '+' 를 서로 바꾸면 다른 한 쪽이 얻어지는 성질

02 불 대수 법칙

■ 진리표를 이용한 분배 법칙 $A+BC=(A+B)(A+C)$의 증명

$A\ B\ C$	좌측식		우측식		
	$B \cdot C$	$A+B \cdot C$	$A+B$	$A+C$	$(A+B)(A+C)$
0 0 0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	0	0	1	0
0 1 0	0	0	1	0	0
0 1 1	1	1	1	1	1
1 0 0	0	1	1	1	1
1 0 1	0	1	1	1	1
1 1 0	0	1	1	1	1
1 1 1	1	1	1	1	1

동일한 결과

02 불 대수 법칙

■ 진리표를 이용한 드모르간의 정리 증명

A B	$A+B$	좌측식 $\overline{A+B}$	$\overline{A}$ $\overline{B}$	우측식 $\overline{A}\cdot\overline{B}$
0 0	0	1	1 1	1
0 1	1	0	1 0	0
1 0	1	0	0 1	0
1 1	1	0	0 0	0

동일한 결과

02 불 대수 법칙

■ 드모르간 정리의 일반식

3항 드모르간 정리	$\overline{A+B+C}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$ $\overline{A\cdot B\cdot C}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$
4항 드모르간 정리	$\overline{A+B+C+D}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$ $\overline{A\cdot B\cdot C\cdot D}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}$
일반식	$\overline{A_1+A_2+A_3+\cdots+A_n}=\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}\cdots\overline{A_n}$ $\overline{A_1A_2A_3\cdots A_n}=\overline{A_1}+\overline{A_2}+\overline{A_3}+\cdots+\overline{A_n}$

02 불 대수 법칙

■ 드모르간의 정리 예제

- $\overline{\overline{A+B}+C} = \overline{\overline{(A+B)}}\,\overline{C} = (A+B)\overline{C} = A\overline{C}+B\overline{C}$

- $\overline{\overline{\overline{A}+B}+\overline{C\cdot D}} = \overline{\overline{\overline{A}+B}}\cdot\overline{\overline{C\cdot D}} = (\overline{A}+B)CD = \overline{A}CD+BCD$

- $\overline{(A+B)\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+E+\overline{F}} = \overline{(A+B)\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}}\cdot\overline{E}\cdot\overline{\overline{F}} = (\overline{A+B}+\overline{\overline{C}}+\overline{\overline{D}})\cdot\overline{E}\cdot F$

  $= (\overline{A}\cdot\overline{B}+C+D)\cdot\overline{E}\cdot F = \overline{A}\overline{B}\overline{E}F + C\overline{E}F + D\overline{E}F$

- $\overline{\overline{AB}(CD+\overline{E}F)(\overline{AB}+\overline{CD})} = \overline{\overline{AB}} + \overline{(CD+\overline{E}F)} + \overline{(\overline{AB}+\overline{CD})}$

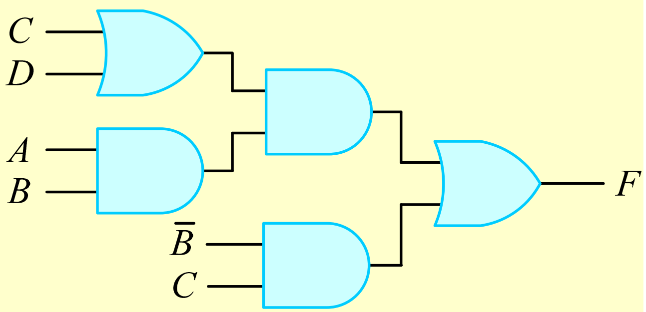
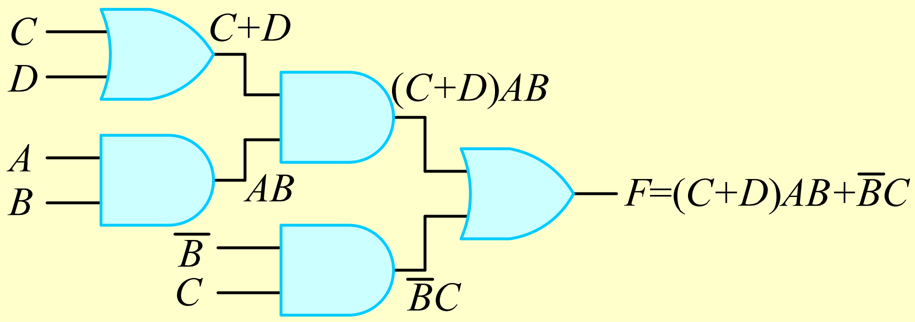
  $= AB + (\overline{CD}\,\overline{\overline{E}F}) + \overline{\overline{AB}}\,\overline{\overline{CD}}$

  $= AB + (\overline{C}+\overline{D})(E+\overline{F}) + ABCD$

  $= AB + \overline{C}E + \overline{C}\overline{F} + \overline{D}E + \overline{D}\overline{F} + ABCD$

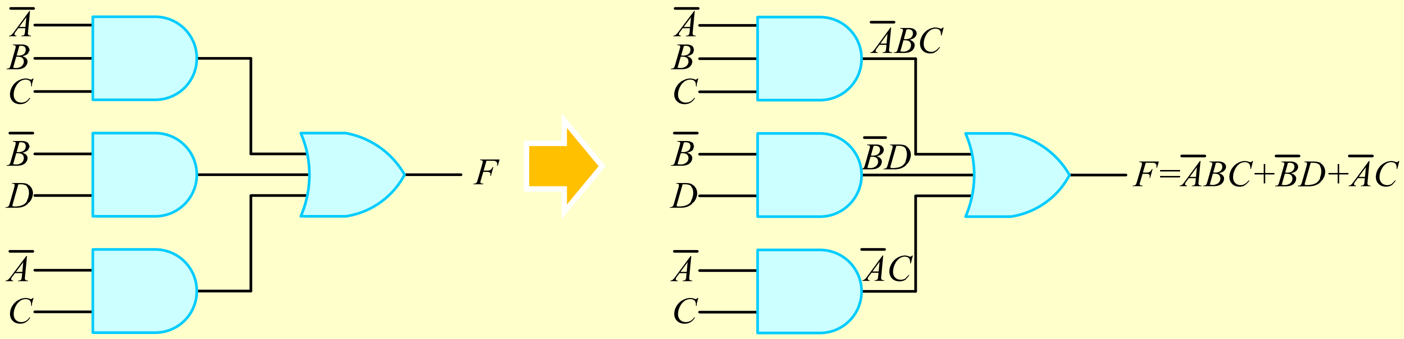
03 논리회로의 논리식 변환

- 원래의 회로에 게이트를 거칠 때마다 게이트의 출력을 적어주면서 한 단계씩 출력 쪽으로 나아가면 된다.

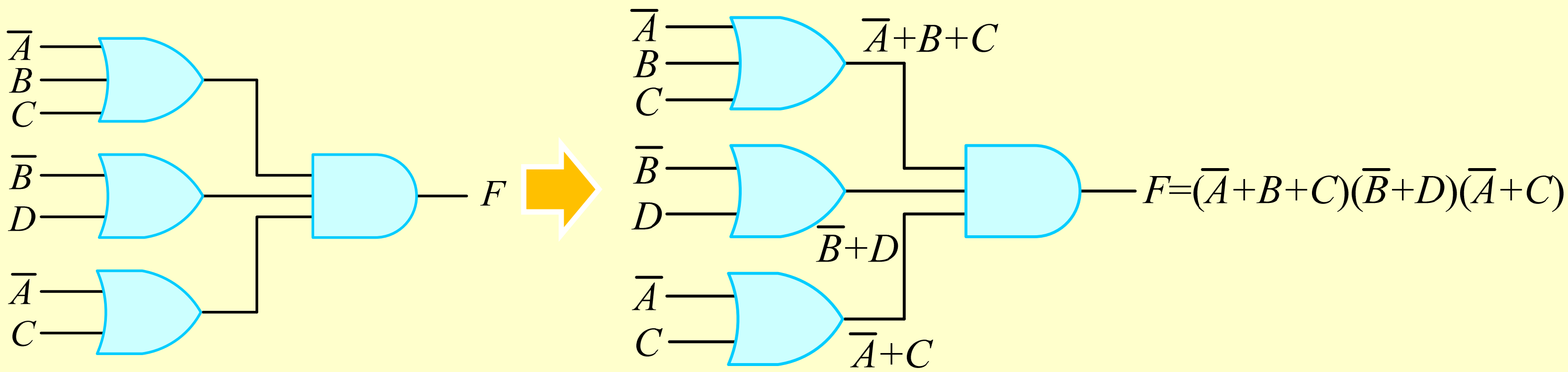
논리회로	논리식 유도 과정
	

03 논리회로의 논리식 변환

예 1



예 2

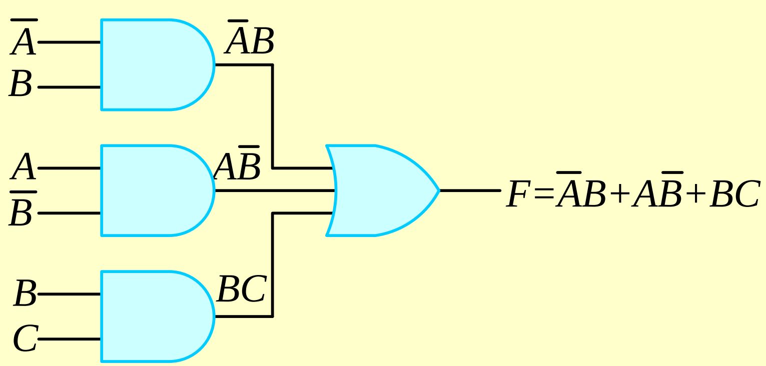


04 논리식의 회로 구성

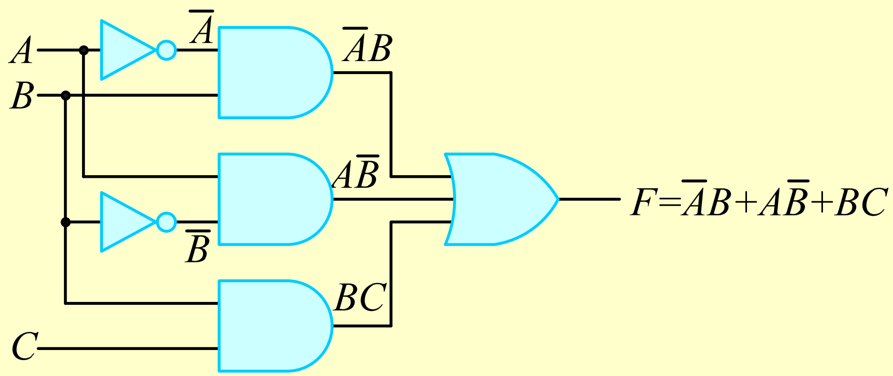
- AND, OR, NOT을 이용하여 논리식으로부터 회로를 구성 (AND-OR로 구성된 회로)

$$\overline{A}B + A\overline{B} + BC$$

보수입력 사용



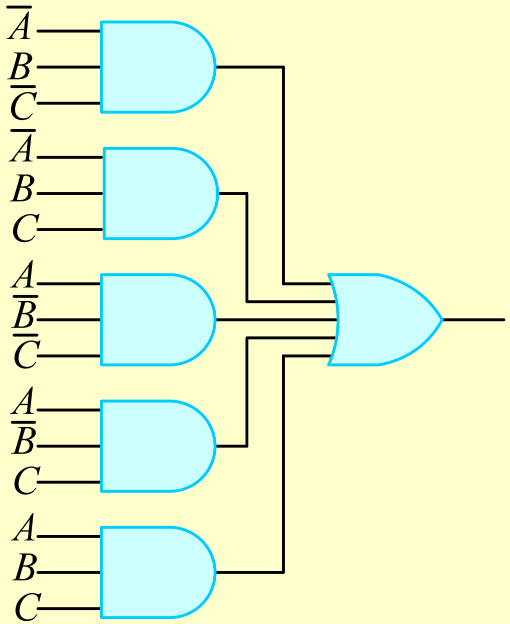
NOT 게이트 사용



04 논리식의 회로 구성

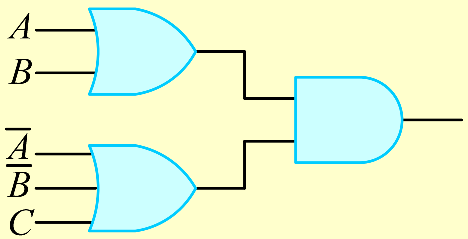
■ 논리식의 2가지 기본 형태

AND-OR



$$F(A,B,C) = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

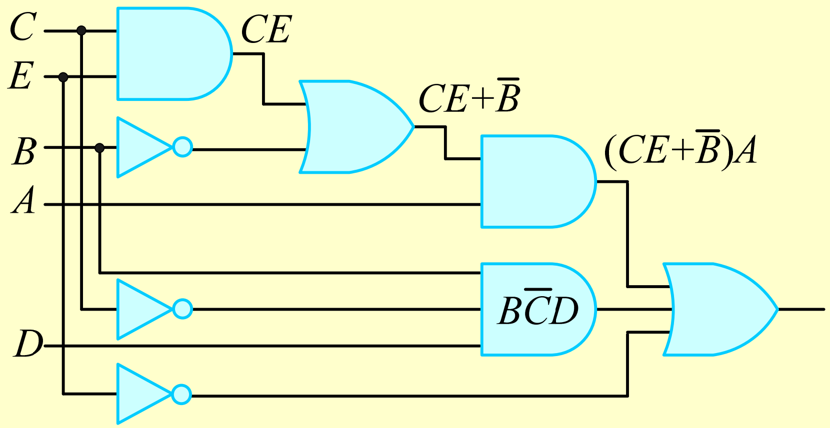
OR-AND



$$F = (A+B)(\bar{A}+\bar{B}+C)$$

04 논리식의 회로 구성

다단계 논리회로



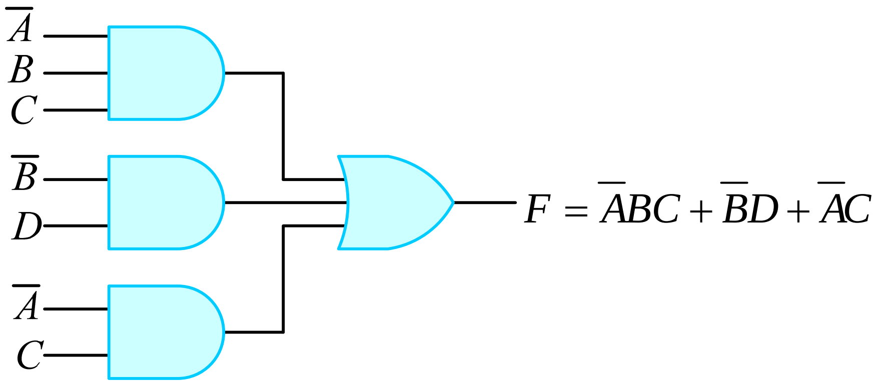
$$F = \overline{E} + B\overline{C}D + (CE + \overline{B})A$$

05 불 대수식의 표현 형태

1. 곱의 합과 최소항

■ 곱의 합(Sum of Product, SOP)

- SOP의 구성은 1 단계는 AND항(곱의 항, product term)으로 구성되고, 2 단계는 OR 항(합의 항, sum term)으로 만들어진 논리식



05 불 대수식의 표현 형태

최소항(Minterm)

- 최소항 : 표준 곱의 항
- 표준 곱의 항이란 함수에 모든 변수를 포함하고 있음
- 예: 4변수 A, B, C, D일 때:

최소항의 예	$\overline{A}BC\overline{D}$ $ABCD$
곱의 합(SOP)의 예	$F = \overline{A}BC\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}CD + ABCD$ ← minterm $F = B + \overline{A}C + AB\overline{C}D$ $F = \overline{A} + B + C$ $F = A\overline{C}$ ← non minterm

05 불 대수식의 표현 형태

■ 진리표로부터 최소항식을 표현하는 방법

입력		출력
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(A=0 AND B=1) OR (A=1 AND B=0) OR (A=1 AND B=1) 일 때, $F=1$이다. 또는

($\overline{A}=1$ AND B=1) OR (A=1 AND $\overline{B}=1$) OR (A=1 AND B=1) 일 때, $F=1$이다. 또는

$\overline{A}B=1$ OR $A\overline{B}=1$ OR $AB=1$ 일 때, $F=1$이다.

➡ $f=\overline{A}B+A\overline{B}+AB$

05 불 대수식의 표현 형태

■ 2변수 최소항의 표현 방법

A	B	최소항	기호
0	0	$\overline{A}\,\overline{B}$	m_0
0	1	$\overline{A}B$	m_1
1	0	$A\overline{B}$	m_2
1	1	AB	m_3

입력		출력	
A	B	F	
0	0	0	m_0
0	1	1	m_1
1	0	1	m_2
1	1	1	m_3

$$\begin{aligned} F(A,B) &= \overline{A}B + A\overline{B} + AB \\ &= m_1 + m_2 + m_3 \\ &= \sum m(1,\ 2,\ 3) \end{aligned}$$

05 불 대수식의 표현 형태

■ 3변수 최소항의 표현 방법

$A\ B\ C$	최소항	기호
0 0 0	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	m_0
0 0 1	$\overline{A}\,\overline{B}\,C$	m_1
0 1 0	$\overline{A}\,B\,\overline{C}$	m_2
0 1 1	$\overline{A}\,B\,C$	m_3
1 0 0	$A\,\overline{B}\,\overline{C}$	m_4
1 0 1	$A\,\overline{B}\,C$	m_5
1 1 0	$A\,B\,\overline{C}$	m_6
1 1 1	$A\,B\,C$	m_7

05 불 대수식의 표현 형태

■ 3변수 최소항의 표현 예

ABC	F	최소항	기호
0 0 0	1	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	m_0
0 0 1	1	$\overline{A}\,\overline{B}C$	m_1
0 1 0	0	$\overline{A}B\overline{C}$	m_2
0 1 1	1	$\overline{A}BC$	m_3
1 0 0	0	$A\overline{B}\,\overline{C}$	m_4
1 0 1	1	$A\overline{B}C$	m_5
1 1 0	0	$AB\overline{C}$	m_6
1 1 1	1	ABC	m_7

$$F(A,B,C) = \sum m(0,1,3,5,7)$$
$$= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC$$

$$\overline{F}(A,B,C) = \sum m(2,4,6)$$
$$= \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C}$$

$$F(A,B,C) = \sum m(0,1,3,5,7) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC$$
$$= \overline{\overline{F}} = \overline{\sum m(2,4,6)} = \overline{\overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C}}$$

$$\overline{F}(A,B,C) = \sum m(2,4,6) = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C}$$
$$= \overline{\sum m(0,1,3,5,7)} = \overline{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC}$$

05 불 대수식의 표현 형태

■ 4변수 최소항의 표현 방법

$ABCD$	최소항	기호	$ABCD$	최소항	기호
0 0 0 0	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$	m_0	1 0 0 0	$A\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$	m_8
0 0 0 1	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D$	m_1	1 0 0 1	$A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D$	m_9
0 0 1 0	$\overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D}$	m_2	1 0 1 0	$A\,\overline{B}\,C\,\overline{D}$	m_{10}
0 0 1 1	$\overline{A}\,\overline{B}\,C\,D$	m_3	1 0 1 1	$A\,\overline{B}\,C\,D$	m_{11}
0 1 0 0	$\overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D}$	m_4	1 1 0 0	$A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}$	m_{12}
0 1 0 1	$\overline{A}\,B\,\overline{C}\,D$	m_5	1 1 0 1	$A\,B\,\overline{C}\,D$	m_{13}
0 1 1 0	$\overline{A}\,B\,C\,\overline{D}$	m_6	1 1 1 0	$A\,B\,C\,\overline{D}$	m_{14}
0 1 1 1	$\overline{A}\,B\,C\,D$	m_7	1 1 1 1	$A\,B\,C\,D$	m_{15}

[Example]

$$F(A,B,C,D) = \sum m(0,1,5,9,11,15)$$

$$F = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D + A\overline{B}\,\overline{C}D + A\overline{B}CD + ABCD$$

05 불 대수식의 표현 형태

2. 합의 곱과 최대항

- 합의 곱 구성 : 1 단계는 OR항(합의 항, sum term)으로 구성되고, 2 단계는 AND항(곱의 항, product term)으로 만들어진 논리식.
- 모든 변수를 포함하는 OR항을 맥스텀(maxterm) 또는 최대항이라 한다.
- 예: 4변수 A, B, C, D일 때:

최대항의 예	$\overline{A} + B + C + \overline{D}$ $A + B + C + D$	
합의 곱(POS)의 예	$(\overline{A} + B + C + \overline{D})(A + B + C + D)$	maxterm
	$(A + B)(A + C)$ $A(A + C)$ A $A + B$	non maxterm

05 불 대수식의 표현 형태

■ 최대항 표형 방법

$A\,B$	최대항	기호
0 0	$A + B$	M_0
0 1	$A + \overline{B}$	M_1
1 0	$\overline{A} + B$	M_2
1 1	$\overline{A} + \overline{B}$	M_3

<2변수인 경우>

$A\,B\,C$	최대항	기호
0 0 0	$A + B + C$	M_0
0 0 1	$A + B + \overline{C}$	M_1
0 1 0	$A + \overline{B} + C$	M_2
0 1 1	$A + \overline{B} + \overline{C}$	M_3
1 0 0	$\overline{A} + B + C$	M_4
1 0 1	$\overline{A} + B + \overline{C}$	M_5
1 1 0	$\overline{A} + \overline{B} + C$	M_6
1 1 1	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$	M_7

<3변수인 경우>

05 불 대수식의 표현 형태

$ABCD$	최대항	기호	$ABCD$	최대항	기호
0 0 0 0	$A+B+C+D$	M_0	1 0 0 0	$\overline{A}+B+C+D$	M_8
0 0 0 1	$A+B+C+\overline{D}$	M_1	1 0 0 1	$\overline{A}+B+C+\overline{D}$	M_9
0 0 1 0	$A+B+\overline{C}+D$	M_2	1 0 1 0	$\overline{A}+B+\overline{C}+D$	M_{10}
0 0 1 1	$A+B+\overline{C}+\overline{D}$	M_3	1 0 1 1	$\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D}$	M_{11}
0 1 0 0	$A+\overline{B}+C+D$	M_4	1 1 0 0	$\overline{A}+\overline{B}+C+D$	M_{12}
0 1 0 1	$A+\overline{B}+C+\overline{D}$	M_5	1 1 0 1	$\overline{A}+\overline{B}+C+\overline{D}$	M_{13}
0 1 1 0	$A+\overline{B}+\overline{C}+D$	M_6	1 1 1 0	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D$	M_{14}
0 1 1 1	$A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}$	M_7	1 1 1 1	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}$	M_{15}

<4변수인 경우>

05 불 대수식의 표현 형태

[Example]

$$F(A,B) = (A+B)(A+\overline{B})(\overline{A}+B)$$
$$= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2$$
$$= \prod M(0,1,2)$$

입력		출력
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

05 불 대수식의 표현 형태

3. 최소항과 최대항의 관계

- 최소항은 출력이 1인 항을 SOP로 나타낸 것이고, 최대항은 출력이 0인 항을 POS로 나타낸 것이다.
- 최소항과 최대항은 상호 보수의 성질을 가진다.

ABC	F	$\overline{F}$	최소항	기호	최대항	기호	관 계
0 0 0	0	1	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	m_0	$A+B+C$	M_0	$M_0=\overline{m_0}$
0 0 1	1	0	$\overline{A}\,\overline{B}C$	m_1	$A+B+\overline{C}$	M_1	$M_1=\overline{m_1}$
0 1 0	1	0	$\overline{A}B\overline{C}$	m_2	$A+\overline{B}+C$	M_2	$M_2=\overline{m_2}$
0 1 1	1	0	$\overline{A}BC$	m_3	$A+\overline{B}+\overline{C}$	M_3	$M_3=\overline{m_3}$
1 0 0	1	0	$A\overline{B}\,\overline{C}$	m_4	$\overline{A}+B+C$	M_4	$M_4=\overline{m_4}$
1 0 1	1	0	$A\overline{B}C$	m_5	$\overline{A}+B+\overline{C}$	M_5	$M_5=\overline{m_5}$
1 1 0	0	1	$AB\overline{C}$	m_6	$\overline{A}+\overline{B}+C$	M_6	$M_6=\overline{m_6}$
1 1 1	0	1	ABC	m_7	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$	M_7	$M_7=\overline{m_7}$

05 불 대수식의 표현 형태

$$
\begin{aligned}
F(A,B,C) &= \sum m(1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5) \\
&= \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C \\
&= \overline{\overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C}} \\
&= \overline{\overline{\overline{A}\,\overline{B}C} \cdot \overline{\overline{A}B\overline{C}} \cdot \overline{\overline{A}BC} \cdot \overline{A\overline{B}\,\overline{C}} \cdot \overline{A\overline{B}C}} \\
&= \overline{(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})} \\
&= \overline{\prod M(1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F(A,B,C) &= \sum m(1,2,3,4,5) \\
&= \overline{\prod M(1,2,3,4,5)} \\
&= \prod M(0,6,7) \\
&= \overline{\sum m(0,6,7)}
\end{aligned}
$$

최소항을 부정하면
최대항

최대항을 부정하면
최소항

05 불 대수식의 표현 형태

$$
\begin{aligned}
\overline{F}(A,B,C) &= \sum m(0,6,7) \\
&= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C} + ABC \\
&= \overline{\overline{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C} + ABC}} \\
&= \overline{\overline{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}} \cdot \overline{AB\overline{C}} \cdot \overline{ABC}} \\
&= \overline{(A+B+C)(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})} \\
&= \overline{\prod M(0,6,7)}
\end{aligned}
$$

$$\overline{F}(A,B,C) = \sum m(0,6,7) = \overline{\prod M(0,6,7)} = \prod M(1,2,3,4,5) = \overline{\sum m(1,2,3,4,5)}$$

06 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

(1)식을 간소화하는 과정

1) $\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC+A\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}C+ABC$

2) $\overline{A}B+A\overline{B}+ABC$

3) $\overline{A}B+A\overline{B}+AC$

4) $\overline{A}B+A\overline{B}+BC$

$$
\begin{aligned}
\boxed{\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC}+\boxed{A\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}C}+ABC &= (\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC)+(A\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}C)+ABC \\
&= \overline{A}B(\overline{C}+C)+A\overline{B}(\overline{C}+C)+ABC \\
&= \overline{A}B\cdot 1+A\overline{B}\cdot 1+ABC \\
&= \overline{A}B+A\overline{B}+ABC
\end{aligned}
$$

06 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

■ (1)식을 간소화하는 과정

동일한 항 추가

X+X=X를 이용

$$\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC + A\bar{B}C$$

$$= (\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC) + (A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C) + (ABC + A\bar{B}C)$$

$$= \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}(\bar{C} + C) + AC(B + \bar{B})$$

$$= \bar{A}B \cdot 1 + A\bar{B} \cdot 1 + AC \cdot 1$$

$$= \bar{A}B + A\bar{B} + AC$$

동일한 항 추가

X+X=X를 이용

$$\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC + \bar{A}BC$$

$$= (\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC) + (A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C) + (ABC + \bar{A}BC)$$

$$= \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}(\bar{C} + C) + BC(A + \bar{A})$$

$$= \bar{A}B \cdot 1 + A\bar{B} \cdot 1 + BC \cdot 1$$

$$= \bar{A}B + A\bar{B} + BC$$

06 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

■ (2)식을 간소화하는 과정

1) $\overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$

2) $\overline{A}B + A\overline{B} + ABC$

3) $\overline{A}B + A\overline{B} + AC$

4) $\overline{A}B + A\overline{B} + BC$

$$A(\overline{A} + B) = A\overline{A} + AB = 0 + AB = AB$$
$$A + \overline{A}B = (A + \overline{A})(A + B) = 1 \cdot (A + B) = A + B$$

$$\begin{aligned}\overline{A}B + A\overline{B} + ABC &= \overline{A}B + A(\overline{B} + BC) = \overline{A}B + A(\overline{B} + B)(\overline{B} + C) \\ &= \overline{A}B + A \cdot 1 \cdot (\overline{B} + C) = \overline{A}B + A\overline{B} + AC\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{A}B + A\overline{B} + ABC &= B(\overline{A} + AC) + A\overline{B} = B(\overline{A} + A)(\overline{A} + C) + A\overline{B} \\ &= B \cdot 1 \cdot (\overline{A} + C) + A\overline{B} = \overline{A}B + A\overline{B} + BC\end{aligned}$$

06 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

■ 간소화하는 과정 예

$$
\begin{aligned}
F(A,B,C) &= \sum m(0,1,3,5,7) \\
&= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \boxed{\overline{A}\,\overline{B}C} + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC \\
&= \overline{A}\,\overline{B}(\overline{C}+C) + \overline{A}C(\overline{B}+B) + AC(\overline{B}+B) \\
&= \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}C + AC \\
&= \overline{A}\,\overline{B} + C(\overline{A}+A) \\
&= \overline{A}\,\overline{B} + C
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\overline{F}(A,B,C) &= \overline{\sum m(0,1,3,5,7)} = \sum m(2,4,6) \\
&= \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + \boxed{AB\overline{C}} \\
&= B\overline{C}(\overline{A}+A) + A\overline{C}(\overline{B}+B) \\
&= B\overline{C} + A\overline{C} = (A+B)\overline{C}
\end{aligned}
$$

06 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

■ 2변수로 나타낼 수 있는 모든 경우

A	B	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

■ 2변수로 나타낼 수 있는 모든 경우의 논리식

$F_0 = 0$	$F_1 = AB$	$F_2 = A\overline{B}$	$F_3 = A$
$F_4 = \overline{A}B$	$F_5 = B$	$F_6 = \overline{A}B + A\overline{B}$	$F_7 = A + B$
$F_8 = \overline{A}\,\overline{B}$	$F_9 = \overline{A}\,\overline{B} + AB$	$F_{10} = \overline{B}$	$F_{11} = A + \overline{B}$
$F_{12} = \overline{A}$	$F_{13} = \overline{A} + B$	$F_{14} = \overline{A} + \overline{B}$	$F_{15} = 1$

- n개의 입력 변수가 있을 때 진리표의 행의 개수는 2^n개이며, 2^{2^n}개의 서로 다른 함수가 존재

$n=2$ $\quad 2^{2^2} = 16$ $\qquad$ $n=3$ $\quad 2^{2^3} = 2^8 = 256$ $\qquad$ $n=4$ $\quad 2^{2^4} = 2^{16} = 65536$

06 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

A	B	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

$$F_3 = A\overline{B} + AB = A(\overline{B} + B) = A$$

$$F_5 = \overline{A}B + AB = (\overline{A} + A)B = B$$

$$F_7 = \overline{A}B + A\overline{B} + AB = (\overline{A} + A)B + A(\overline{B} + B) = A + B$$

$$F_{10} = \overline{A}\overline{B} + A\overline{B} = (\overline{A} + A)\overline{B} = \overline{B}$$

$$F_{11} = \overline{A}\overline{B} + A\overline{B} + AB = (\overline{A} + A)\overline{B} + A(\overline{B} + B) = A + \overline{B}$$

$$F_{12} = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B = \overline{A}(\overline{B} + B)\overline{B} = \overline{A}$$

$$F_{13} = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + AB = \overline{A}(\overline{B} + B) + (\overline{A} + A)B = \overline{A} + B$$

$$F_{14} = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + A\overline{B} = \overline{A}(\overline{B} + B) + (\overline{A} + A)\overline{B} = \overline{A} + \overline{B}$$

학습목표 및 목차

- 기본 논리식의 표현 방법을 이해할 수 있다.
- 불 대수의 법칙을 이해하고 복잡한 논리식을 간소화할 수 있다.
- 논리회로를 논리식으로, 논리식을 논리회로로 표현할 수 있다.
- 곱의 합(SOP)과 최소항(minterm) 및 합의 곱(POS)과 최대항(maxterm)의 개념을 이해하고 이를 활용할 수 있다.

감사합니다 ☺