

09-회귀분석

R프로그래밍

소프트웨어학과 김정은





목차

- 단순선형 회귀분석
- 다중선형 회귀분석
- 로지스틱 회귀분석

회귀분석 개요 및 용어

- 회귀분석이란 통계학에서 사용하는 자료 분석 방법 중 하나로 여러 자료들 간의 관계성을 수학적으로 추정 및 설명하는 것을 말함
- 증권회사에서는 미래의 주식 시세를 예측하기 위해 많은 연구
- 주식 시세는 기업의 매출액, 원유가격, 국제정세, 정부정책 발표 등 매우 많은 요인들에 의해 영향 받음
- 독립변수(independent variable):주식시세에 영향을 미치는 요인들(기업의 매출액, 원유가격, 국제정세, 정부정책 발표)
- 종속변수(dependent variable): 독립변수의 영향에 따라 값이 결정되는 주식시 세
- 독립변수와 종속변수를 다른 용어로 각각 설명변수(explanatory variable)와 반응변수(response variable)라고도 함

회귀분석 개요 및 용어 (계속)

- 예측모델(prediction model) 또는 예측모형: 독립변수에 해당하는 자료와 종속변수에 해당하는 자료를 모아 관계를 분석하고 이를 예측에 사용할 수 있는 통계적 방법으로 정리한 것
- 회귀분석(regression analysis): 회귀 이론을 기초로 독립변수(설명변수)가 종속변수 (반응변수)에 미치는 영향을 파악하여 예측 모델을 도출하는 통계적 방법
- 회귀분석은 여러 가지 종류가 있는데, 회귀분석에서 독립변수의 수가 하나인 경우를 단순 회귀(simple regression)라고 하고, 독립변수의 수가 두 개 이상인 경우를 다중 회귀(multiple regression)라고 함

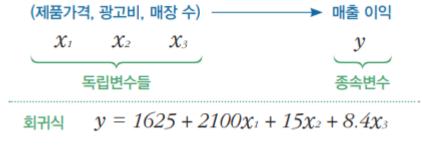


그림 11-1 독립변수, 종속변수, 회귀식

단순선형 회귀분석의 목표

- 단순선형 회귀: 독립변수(x)와 종속변수(y) 사이의 선형관계를 파악하고 이를 예측에 활용하는 통계적 방법
 - ex) 기온(x) 자료를 가지고 아이스크림 판매량(y)을 예측하는 문제

• 단순선형 회귀모델 또는 단순선형 회귀식은 다음과 같이 1차식의 형태

를 가짐

• y = Wx + b (W, b 는 상수)

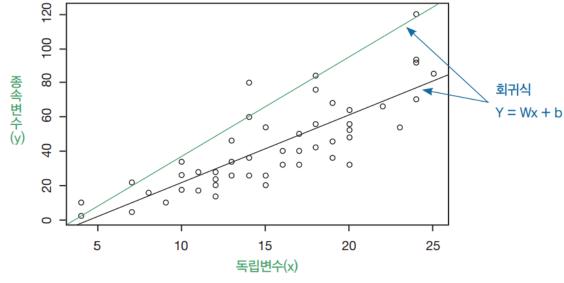


그림 11-2 산점도와 단순선형 회귀식

주행속도와 제동거리 사이의 회귀모델 구하기

• 단순선형 회귀식을 구하기 위해서는 이론적인 이해가 필요하지만, R에서 제공하는 Im() 함수를 이용하여 쉽게 회귀식을 구할수 있음

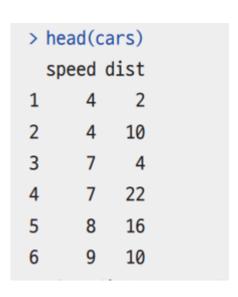
코드 11-1

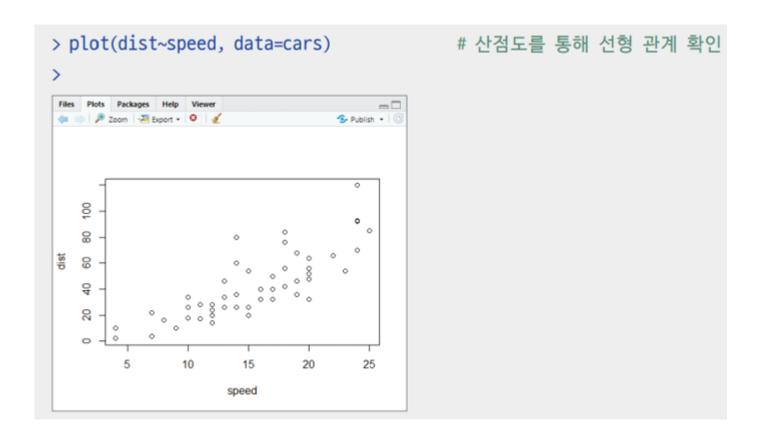
```
head(cars)
plot(dist~speed, data=cars) #산점도를 통해 선형 관계 확인

model <- Im(dist~speed, cars) #회귀모델구하기
model

abline(model) #회귀선을 산점도 위에 표시
coef(model)[1] #b 값 출력
coef(model)[2] #W 값 출력
```

주행속도와 제동거리 사이의 회귀모델 구하기 (계속)





주행속도와 제동거리 사이의 회귀모델 구하기 (계속)

```
> model <- lm(dist~speed, cars) # 회귀모델 구하기
> model
Call:
lm(formula = dist ~ speed, data = cars)

Coefficients:
(Intercept) speed
-17.579 3.932
```

dist~speed

회귀모델에서 독립변수와 종속변수를 지정하는 것으로, ~를 기준으로 '종속변수~독립변수'의 순서로 지정해야 한다. 여기서 순서가 바뀌면 안 된다.

cars

회귀모델을 만드는 데 사용할 데이터셋이다. 여기에서는 dist와 speed가 cars의 열이어야 한다.

주행속도와 제동거리 사이의 회귀모델 구하기 (계속)



주행속도에 따른 제동거리 구하기

코드 11-2

```
b <- coef(model)[1]
W <- coef(model)[2]
           # 주행속도
speed <- 30
dist <- W*speed + b
                #제동거리
dist
                   # 주행속도
speed <- 35
dist <- W*speed + b
                #제동거리
dist
                   # 주행속도
speed <- 40
dist <- W*speed + b
                #제동거리
dist
```

주행속도에 따른 제동거리 구하기 (계속)

```
> b <- coef(model)[1]</pre>
> W <- coef(model)[2]
> speed <- 30
                                               # 주행속도
> dist <- W*speed + b</pre>
> dist
                                               # 제동거리
  speed
                                       > speed <- 35
                                                                                      # 주행속도
100.3932
                                       > dist <- W*speed + b</pre>
                                       > dist
                                                                                      # 제동거리
                                          speed
                                       120.0552
                                       > speed <- 40
                                                                                      # 주행속도
                                       > dist <- W*speed + b</pre>
                                       > dist
                                                                                      # 제동거리
                                          speed
                                       139.7173
```

주행속도에 따른 제동거리 구하기 (계속)

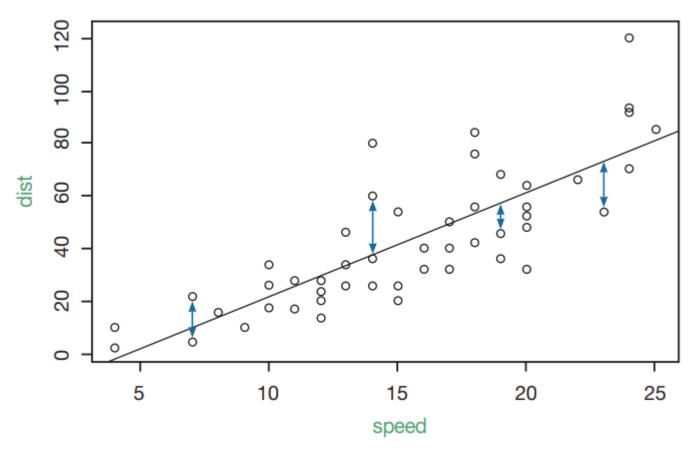


그림 11-3 회귀모델에 의한 예측값과 실제값의 차이

예상 제동거리, 실제 제동거리, 오차 구하기

• cars 데이터셋의 주행속도(speed) 데이터를 앞에서 구한 회귀식에 대입

```
speed <- cars[,1] #주행속도
pred <- W * speed + b
pred #예상 제동거리

compare <- data.frame(pred, cars[,2], pred-cars[,2])
colnames(compare) <- c('예상','실제','오차')
head(compare)

> speed <- cars[,1] # 주행속도

> pred <- W * speed + b
```

예상 제동거리, 실제 제동거리, 오차 구하기 (계속)

```
> pred
                                          # 예상 제동거리
 [1] -1.849460 -1.849460 9.947766 9.947766 13.880175
 [6] 17.812584 21.744993 21.744993 21.744993 25.677401
[11] 25.677401 29.609810 29.609810 29.609810 29.609810
[16] 33.542219 33.542219 33.542219 33.542219 37.474628
[21] 37.474628 37.474628 37.474628 41.407036 41.407036
[26] 41.407036 45.339445 45.339445 49.271854 49.271854
[31] 49.271854 53.204263 53.204263 53.204263 53.204263
[36] 57.136672 57.136672 57.136672 61.069080 61.069080
[41] 61.069080 61.069080 61.069080 68.933898 72.866307
[46] 76.798715 76.798715 76.798715 76.798715 80.731124
>
> compare <- data.frame(pred, cars[,2], pred-cars[,2])</pre>
> colnames(compare) <- c('예상','실제','오차')
```

```
> head(compare)
      예상
             실제
                       오차
1 -1.849460
               2 -3.849460
2 -1.849460
              10 -11.849460
3 9.947766
               4 5.947766
4 9.947766
              22 -12.052234
5 13.880175
              16 -2.119825
6 17.812584
                  7.812584
```

목차

- 단순선형 회귀분석
- 다중선형 회귀분석
- 로지스틱 회귀분석

다중선형 회귀모델 만들기

- 단순선형 회귀가 하나의 독립변수를 다룬다면 다중선형 회귀는 여러 개의 독립변수를 다름
 - ex)키와 몸무게를 가지고 혈당 수치를 예측하는 문제
 - 키(x1), 몸무게(x2): 독립변수
 - 혈당수치(y): 종속변수
- 다중 회귀모델 (다중 회귀식)의 일반적인 형태

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \cdots + \beta_n x_n$$

• R 에서는 다중 회귀모델도 Im() 함수로 구함

코드 11-4

```
library(car)
head(Prestige)
                        # 회귀식 작성을 위한 데이터 준비
newdata <- Prestige[,c(1:4)]
                               # 산점도를 통해 변수 간 관계 확인
plot(newdata, pch=16, col="blue",
    main="Matrix Scatterplot")
mod1 <- Im(income ~ education + prestige + # 회귀식 도출
    women, data=newdata)
summary(mod1)
                                     > library(car)
                                     > head(Prestige)
                                                       education income women prestige census type
                                     gov.administrators
                                                           13.11 12351 11.16
                                                                                68.8 1113 prof
                                                                                69.1
                                     general.managers
                                                           12.26 25879 4.02
                                                                                      1130 prof
                                     accountants
                                                           12.77
                                                                  9271 15.70
                                                                                63.4
                                                                                      1171 prof
```

purchasing.officers

chemists

physicists

11.42

14.62

8865 9.11

8403 11.68

15.64 11030 5.13

56.8

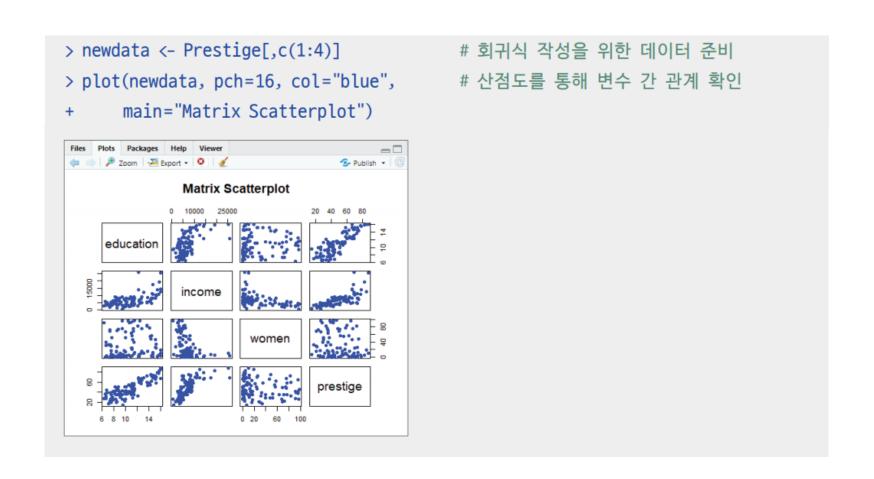
73.5

77.6

1175 prof

2111 prof

2113 prof



```
> mod1 <- lm(income ~ education + prestige + # 회귀식 도출
           women, data=newdata)
> summary(mod1)
Call:
lm(formula = income ~ education + prestige + women, data = newdata)
Residuals:
   Min
           10 Median
                         30
                               Max
-7715.3 -929.7 -231.2 689.7 14391.8
Coefficients:
          EstimateStd. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -253.850 1086.157 -0.234
                                      0.816
education 177.199
                  187.632 0.944 0.347
prestige 141.435 29.910 4.729 7.58e-06 ***
     -50.896 8.556 -5.948 4.19e-08 ***
women
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 2575 on 98 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.6432, Adjusted R-squared: 0.6323

F-statistic: 58.89 on 3 and 98 DF, p-value: < 2.2e-16

• income ~ education + prestige + women

회귀모델에서 무엇이 독립변수이고 무엇이 종속변수인지 지정하는 것으로, ~ 앞에 있는 것이 종속변수, ~ 뒤쪽에 있는 것이 독립변수이다. 독립변수가 여러 개이면 +로 연결한다.

data=newdata

회귀모델 도출에 사용할 데이터셋을 지정한다. 변수명 income, education, prestige, women은 newdata에 속한 열의 이름이다.

- ①에 있는 *는 해당 변수가 종속변수 를 설명하는 데 얼마나 중요한 변수인 가를 나타냄. *가 많을수록 통계적으 로 중요하다는 의미
- ②에 있는 p-value(유의수준) 값은 구한 회귀모델이 의미 있는 모델인지(신뢰할 수 있는 모델인지)를 나타내는 것으로, 이 값이 작을수록 의미 있는 모델인 것을 나타냄
- ③에 있는 Adjusted R-squared 값은 모 델의 설명력을 나타내며 0~1 사이의 값을 갖음

```
> summary(mod1)
lm(formula = income ~ education + prestige + women, data = newdata)
Residuals:
  Min
           1Q Median 3Q
-7715.3 -929.7 -231.2 689.7 14391.8
Coefficients:
          Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -253.850 1086.157 -0.234
                                                ① income을 설명하는 데 얼마나
education 177.199 187.632 0.944
                                     0.347
           141.435 29.910 4.729 7.58e-06
                                                  중요한 변수인지를 나타냄.
                    8.556 -5.948 4.19e-08
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 2575 on 98 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.6432, Adjusted R-squared: 0.6323 ③ 모델이 income을 얼마나 잘
F-statistic: 58.89 on 3 and 98 DF, p-value: < 2.2e-16
                                                       설명할 수 있는지를 나타냄.
                            ② 구한 모델이 의미 있는
                               모델인지를 나타냄.
```

그림 11-4 회귀모델에 대한 설명 내용

다중선형 회귀모델에서 변수의 선택

- 다중선형 회귀모델에서는 종속변수를 설명하는 데 도움이 되는 독립변수가 다수 존재
- 그런데 모든 독립변수가 종속변수를 설명하는데 동일하게 기여하는 것은 아 님
- 어떤 변수는 기여도가 높고, 어떤 변수는 기여도가 낮음
- 예를 들어 '수면시간', '학습시간'은 '성적'을 예측하는 데 중요한 기여를 할 수 있지만, '점심식사 여부'는 '성적'을 예측하는 데 별로 도움이 되지 않는 변수
- 기여도가 낮거나 거의 없는 변수들은 모델에서 제외하는 것이 좋음(적은 변수를 가지고 현실을 잘 설명할 수 있는 것이 좋은 모델이기 때문)
- R에서는 모델에 기여하는 변수들을 선별할 수 있는 stepAIC() 함수를 제공

코드 11-5

```
library(MASS) # stepAIC() 함수 제공
newdata2 <- Prestige[,c(1:5)] # 모델 구축에 사용할 데이터셋 생성
head(newdata2)
mod2 <- Im(income ~ education + prestige +
    women + census, data= newdata2)
mod3 <- stepAIC(mod2) # 변수 선택 진행
mod3 # 변수 선택 후 결과 확인
summary(mod3) # 회귀모델 상세 내용 확인
```

```
> library(MASS)
                                     # stepAIC() 함수 제공
> newdata2 <- Prestige[,c(1:5)]</pre>
                                     # 모델 구축에 사용할 데이터셋 생성
> head(newdata2)
                  education income womenprestige census
                      13.11 12351 11.16
gov.administrators
                                           68.8 1113
general.managers
                      12.26 25879 4.02
                                           69.1
                                                 1130
accountants
                                           63.4 1171
                     12.77
                              9271 15.70
purchasing.officers
                             8865 9.11
                                           56.8
                                                1175
                     11.42
chemists
                      14.62
                             8403 11.68
                                           73.5 2111
                      15.64 11030 5.13
physicists
                                           77.6 2113
> mod2 <- lm(income ~ education + prestige +</pre>
            women + census, data= newdata2)>
+
```

```
> mod3 <- stepAIC(mod2)</pre>
                                     # 변수 선택 진행
Start: AIC=1607.93
income ~ education + prestige + women + census
          Df Sum of Sq RSS
                                    AIC
                639658 649654265 1606.0

    census

         1
- education 1 5558323 654572930 1606.8
                        649014607 1607.9
<none>
- prestige 1 143207106 792221712 1626.3
           1 212639294 861653901 1634.8
women
Step: AIC=1606.03
income ~ education + prestige + women
          Df Sum of Sq
                             RSS
                                    AIC
- education 1 5912400 655566665 1605.0
                        649654265 1606.0
<none>
                639658 649014607 1607.9
+ census 1
- prestige 1 148234959 797889223 1625.0
women
           1 234562232 884216497 1635.5
Step: AIC=1604.96
```

```
income ~ prestige + women
          Df Sum of Sq
                             RSS
                                    AIC
                        655566665 1605.0
<none>
+ education 1 5912400 649654265 1606.0
           1 993735 654572930 1606.8
+ census
           1 234647032 890213697 1634.2
- women
- prestige 1 811037947 1466604612 1685.1
                                      # 변수 선택 후 결과 확인
> mod3
Call:
lm(formula = income ~ prestige + women, data = newdata2)
Coefficients:
(Intercept)
              prestige
                            women
   431.57
               165.87
                           -48.38
> summary(mod3)
                                      # 회귀모델 상세 내용 확인
Call:
```

```
lm(formula = income ~ prestige + women, data = newdata2)
Residuals:
   Min
           10 Median 30
                               Max
-7620.9 -1008.7 -240.4 873.1 14180.0
Coefficients:
         Estimate Std.Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 431.574 807.630 0.534
                                     0.594
prestige
         165.875 14.988 11.067 < 2e-16 ***
          -48.385 8.128 -5.953 4.02e-08 ***
women
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 2573 on 99 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.64, Adjusted R-squared: 0.6327
F-statistic: 87.98 on 2 and 99 DF, p-value: < 2.2e-16
```

목차

- 단순선형 회귀분석
- 다중선형 회귀분석
- 로지스틱 회귀분석

로지스틱 회귀분석

- 로지스틱 회귀분석의 개념
 - 로지스틱 회귀(logistic regression)란 회귀모델에서 종속변수의 값의 형태가 연속 형 숫자가 아닌 범주형 값인 경우를 다루기 위해서 만들어진 통계적 방법
 - ex) iris 데이터셋에서 4개의 측정값을 가지고 품종을 예측. 품종이 범주형 값
 - R에서 로지스틱 회귀 모델은 glm() 함수 이용
- 로지스틱 회귀모델 만들기

코드 11-6

```
iris.new <- iris
iris.new$Species <- as.integer(iris.new$Species) # 범주형 자료를 정수로 변환
head(iris.new)
mod.iris <- glm(Species ~., data= iris.new) #로지스틱 회귀모델 도출
summary(mod.iris) # 회귀모델의 상세 내용 확인
```

로지스틱 회귀분석 (계속)

```
> iris.new <- iris</pre>
> iris.new$Species <- as.integer(iris.new$Species) # 범주형 자료를 정수로 변환
> head(iris.new)
 Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
       5.1
               3.5
                       1.4
                               0.2
      4.9 3.0 1.4
                               0.2
      4.7 3.2 1.3
                               0.2
                               0.2
   4.6 3.1 1.5
      5.0 3.6 1.4
                               0.2
      5.4
         3.9 1.7
                               0.4
> mod.iris <- glm(Species ~., data= iris.new) # 로지스틱 회귀모델 도출
```

- Species ~. 회귀모델에서 종속변수가 Species이고, 나머지 변수들은 모두 독립변수이다.
- data=iris.new
 회귀모델 도출에 사용할 데이터셋이 iris.new이다.

로지스틱 회귀분석 (계속)

```
> summary(mod.iris)
                                            # 회귀모델의 상세 내용 확인
Call:
glm(formula = Species ~ ., data = iris.new)
Deviance Residuals:
   Min
             1Q Median
                              30
                                      Max
-0.59215 -0.15368 0.01268 0.11089 0.55077
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 1.18650 0.20484 5.792 4.15e-08 ***
Sepal.Length -0.11191
                    0.05765 -1.941 0.0542 .
Sepal.Width -0.04008
                    0.05969 -0.671 0.5030
Petal.Length 0.22865
                    0.05685 4.022 9.26e-05 ***
Petal.Width 0.60925
                     0.09446 6.450 1.56e-09 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

로지스틱 회귀분석 (계속)

(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 0.04800419)

Null deviance: 100.0000 on 149 degrees of freedom

Residual deviance: 6.9606 on 145 degrees of freedom

AIC: -22.874

Number of Fisher Scoring iterations: 2

로지스틱 회귀모델을 이용한 예측

수작업으로 계산하여 품종을 예측하는 방법 대신, 구해놓은 회귀모델을 이용하여 보다 편리한 방법으로 품종을 예측

코드 11-7

```
# 예측 대상 데이터 생성(데이터프레임)
unknown <- data.frame(rbind(c(5.1, 3.5, 1.4, 0.2)))
names(unknown) <- names(iris)[1:4]</pre>
                    #예측 대상 데이터
unknown
pred <- predict(mod.iris, unknown) # 품종 예측
          # 예측 결과 출력
pred
round(pred,0) # 예측 결과 출력(소수 첫째 자리에서 반올림)
#실제 품종명 알아보기
pred <- round(pred,0)</pre>
pred
levels(iris$Species)
levels(iris$Species)[pred]
```

로지스틱 회귀모델을 이용한 예측 (계속)

```
> # 예측 대상 데이터 생성(데이터프레임)
> unknown <- data.frame(rbind(c(5.1, 3.5, 1.4, 0.2)))
> names(unknown) <- names(iris)[1:4]
> unknown # 예측 대상 데이터
Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width
1 5.1 3.5 1.4 0.2
pred <- predict(mod.iris, unknown) # 품종 예측
```

- mod.iris 로지스틱 회귀모델을 의미하다.
- unknown 예측 대상 데이터를 의미한다. 데이터 1건을 입력할 수도 있고 여러 개를 묶어서 입력할 수도 있다.

로지스틱 회귀모델을 이용한 예측 (계속)

```
> pred
                               # 예측 결과 출력
       1
0.9174506
> round(pred,0)
                               # 예측 결과 출력(소수 첫째 자리에서 반올림)
> # 실제 품종명 알아보기
> pred <- round(pred,0)</pre>
> pred
> levels(iris$Species)
[1] "setosa" "versicolor" "virginica"
> levels(iris$Species)[pred]
[1] "setosa"
```

다수의 데이터에 대한 예측

• 예측 대상 데이터가 여러 개인 경우에도 유사한 방법으로 예측

코드 11-8

```
test <- iris[,1:4] # 예측 대상 데이터 준비
pred <- predict(mod.iris, test) # 모델을 이용한 예측
pred <- round(pred,0)
pred # 예측 결과 출력
answer <- as.integer(iris$Species) # 실제 품종 정보
pred == answer # 예측 품종과 실제 품종이 같은지 비교
acc <- mean(pred == answer) # 예측 정확도 계산
acc # 예측 정확도 출력

> test <- iris[,1:4] # 예측 대상 데이터 준비
> pred <- predict(mod.iris, test) # 모델을 이용한 예측
```

다수의 데이터에 대한 예측 (계속)

```
> pred <- round(pred,0)</pre>
> pred
                                        # 예측 결과 출력
                             8
                                9 10
                                       11 12 13 14
                                                      15 16 17
                    23
                       24
                            25
                               26
                                   27
                                       28
                            42
                               43
                                   44 45
... (중간 생략)
103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119
120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136
137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150
```

다수의 데이터에 대한 예측 (계속)

```
> answer <- as.integer(iris$Species)</pre>
                                 # 실제 품종 정보
> pred == answer
                                  # 예측 품종과 실제 품종이 같은지 비교
                              7
                          6
TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE
                                     TRUE TRUE
           14
               15
                    16
                         17
                              18
                                  19
                                       20
TRUE TRUE
         TRUE TRUE TRUE
                       TRUE TRUE
                                 TRUE
                                     TRUE
                                          TRUE
  23
      24
           25
                26
                    27
                         28
                              29
                                   30
                                       31
                                            32
                                                33
... (중간 생략)
 122 123
          124
              125
                   126
                        127
                             128
                                 129
                                      130
                                           131
                                                132
TRUE TRUE
         TRUE TRUE
                   TRUE
                       TRUE
                            TRUE
                                 TRUE
                                      TRUE
                                          TRUE
                                               TRUE
 133 134
          135 136
                   137
                        138
                             139
                                 140
                                      141
                                          142
                                               143
TRUE FALSE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE
                                 TRUE TRUE TRUE TRUE
 144 145
         146
              147
                   148
                        149
                            150
TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE
> acc <- mean(pred == answer)
                        # 예측 정확도 계산
                               # 예측 정확도 출력
> acc
[1] 0.9733333
```

Thank You Any Questions?