Data 16.04.2025 Dzisiaj wrócimy do trygonometrii :)

Na końcu wrzuciłam ci krótkie notatki.

Zadanie 1. (1pkt) Kąt α jest ostry i $sin\alpha = \frac{3}{4}$. Wartość wyrażenia $2 - cos^2\alpha$ jest równa:

A. $\frac{25}{16}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{17}{16}$

D. $\frac{31}{16}$

Zadanie 2. (1pkt) Kąt α jest ostry i $cos\alpha = \frac{3}{4}$. Wtedy $sin\alpha$ jest równy:

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

D. $\frac{7}{16}$

Zadanie 3. (1pkt) Kąt α jest ostry i $cos\alpha = \frac{3}{7}$. Wtedy:

A. $sin\alpha = \frac{2\sqrt{10}}{7}$

B. $sin\alpha = \frac{\sqrt{10}}{7}$

C. $sin\alpha = \frac{4}{7}$

D. $sin\alpha = \frac{3}{7}$

Zadanie 13. (1pkt) Kąt α jest ostry i spełniona jest równość $3tg\alpha = 2$. Wtedy wartość wyrażenia $sin\alpha + cos\alpha$ jest równa:

A. 1

B. $\frac{5\sqrt{13}}{26}$

C. $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

D. $\sqrt{5}$

Zadanie 14. (1pkt) Liczba $sin150^\circ$ jest równa liczbie:

A. $cos60^\circ$

B. $cos120^\circ$

C. $tg120^\circ$

D. $tg60^\circ$

Zadanie 17. (1pkt) Wyrażenie $3sin^3\alpha cos\alpha + 3sin\alpha cos^3\alpha$ może być przekształcone do postaci:

A. 3

B. $3sin\alpha cos\alpha$

C. $3sin^3\alpha cos^3\alpha$

D. $6sin^4\alpha cos^4\alpha$

Zadanie 18. (1pkt) Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{3}{4}$. Wówczas:

A. $cos\alpha = \frac{1}{4}$

B. $cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

C. $cos\alpha = \frac{7}{16}$

D. $cos\alpha = \frac{\sqrt{13}}{16}$

Zadanie 19. (1pkt) Kąt α jest ostry i $sin\alpha = \frac{2}{5}$. Wówczas $cos\alpha$ jest równy:

A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{\sqrt{21}}{5}$

Spróbuj zrobić też jedno otwarte:

Zadanie 24. (2pkt) Kąt α jest ostry i $tg\alpha = \frac{5}{12}$. Oblicz $cos\alpha$.

🟢 DLACZEGO „kąt ostry"?

- **Kąt ostry** to taki, który ma **miarę między 0° a 90°** (czyli w I ćwiartce).
- W I ćwiartce **wszystkie funkcje trygonometryczne są dodatnie**:
  - sin $\alpha > 0$
  - cos $\alpha > 0$
  - tg $\alpha > 0$
  - ctg $\alpha > 0$
- Gdy w treści zadania piszą „kąt ostry" – oznacza to, że nie musisz się martwić o **znaki** (czy coś jest ujemne), bo wszystkie wartości będą **dodatnie**.

🧭 GDZIE FUNKCJE TRYGO SĄ DODATNIE/ UJEMNE?

Ćwiartka	Zakres kąta	sin	cos	tg
I	0°–90° (0–π/2)	+	+	+
II	90°–180° (π/2–π)	+	–	–
III	180°–270° (π–3π/2)	–	–	+
IV	270°–360° (3π/2–2π)	–	+	–

Uwaga: tg i ctg mają inne znaki, zależne od sin i cos (bo tg = sin/cos)

🔢 KIEDY UŻYWAĆ ZNAKÓW?

- Jeśli **kąt nie jest ostry** (czyli np. 150°), trzeba się zastanowić:
  1. W której jest ćwiartce?
  2. Jakie znaki mają tam funkcje trygonometryczne?
- **Przykład**:
  Jeśli $\alpha = 150°$, to jesteśmy w II ćwiartce:
  - sin 150° = **+**
  - cos 150° = **–**
  - tg 150° = **–**

🧠 KĄTY OSTRE UŁATWIAJĄ ŻYCIE

- Kiedy w zadaniu podają „kąt ostry" – wiesz, że:
  - Wartości sin, cos, tg są **dodatnie**.
  - Możesz bezpiecznie korzystać z definicji w trójkącie prostokątnym:
    - sin α = przeciwległa / przeciwprostokątna
    - cos α = przyległa / przeciwprostokątna
    - tg α = przeciwległa / przyległa

⚠️ PODSUMOWANIE

- Informacja „kąt ostry" = **nie musisz się przejmować znakiem.**
- Bez tej informacji musisz sprawdzić:
  1. W której ćwiartce leży kąt?
  2. Jakie znaki mają tam funkcje?

ALE: Pamiętaj, że jeżeli jest to zadanie otwarte (np. 24 u nas) to przy liczeniu funkcji musisz zawrzeć informację, że kąt jest ostry, dlatego nasza funkcja (sin,cos, itp.) będzie dodatnia. Jest to oczywiste, ale trzeba to napisać, bo mogą za to odjąć punkt.

Poniżej masz przykłady, które powinny pomóc ci lepiej zrozumieć o co dokładnie chodzi z tymi kątami ostrymi i ćwiartkami, kiedy sprawdzać znak a kiedy nie:

Zrobiłam tu uproszczoną sytuację, chodzi o moment, gdy nasza funkcja wynosi x (cos A = x, sin A = x, itp.) i gdzieś tam w którymś momencie obliczeń mamy przekształcenie x^2 = jakaś liczba, więc jak spierwiastkujemy obie strony to otrzymamy x = jakaś liczba oraz x = - jakaś liczba.

Bo: x^2 = 36, więc x = 6 albo x = -6, bo obie liczby 6 i (-6) spotęgowane dadzą 36. To jest bardzo ważne i musisz o tym zawsze pamiętać!!

🔷 PRZYKŁAD 1: Kąt ostry

Dane: cos α = x, α – kąt ostry, a z obliczeń wychodzi:

$x^2 = 16 \rightarrow x = \pm 4$

Rozwiązanie:

- Kąt **ostry** = leży w I ćwiartce
- W I ćwiartce: **cos α > 0**
- Czyli **odrzucasz x = –4** ✅ **Odpowiedź: x = 4**

W drugim przykładzie kąt już nie jest ostry, jest zawarty pomiędzy 90 a 180. Dlatego nasz x będzie leżał w innej ćwiartce.

🔷 PRZYKŁAD 2: Kąt w II ćwiartce

Dane: sin α = x, α ∈ (90°, 180°), a z obliczeń:

$x^2 = 0.49 \rightarrow x = \pm 0.7$

Rozwiązanie:

- II ćwiartka: sin > 0
- Więc **odrzucasz x = –0.7** ✅ **Odpowiedź: x = 0.7**

🔷 PRZYKŁAD 3: Kąt w III ćwiartce

Dane: tg $\alpha = x$, $\alpha \in (180°, 270°)$, a z obliczeń:

$x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

Rozwiązanie:

- III ćwiartka: tg > 0
- Zostaje: $x = 5$ ✅ **Odpowiedź: $x = 5$**

🔷 PRZYKŁAD 4: Kąt w IV ćwiartce

Dane: sin $\alpha = x$, $\alpha \in (270°, 360°)$, a z obliczeń:

$x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

Rozwiązanie:

- IV ćwiartka: sin < 0
- Czyli **$x = -3$** ✅ **Odpowiedź: $x = -3$**

🧠 WSKAZÓWKA

Kiedy wychodzi pierwiastek z równania (czyli ±), zawsze sprawdzaj:

1. **Jaka funkcja trygonometryczna**?
2. **W której ćwiartce leży kąt?**
3. **Jaki ma tam znak?**

To pozwala wybrać **właściwe rozwiązanie**.