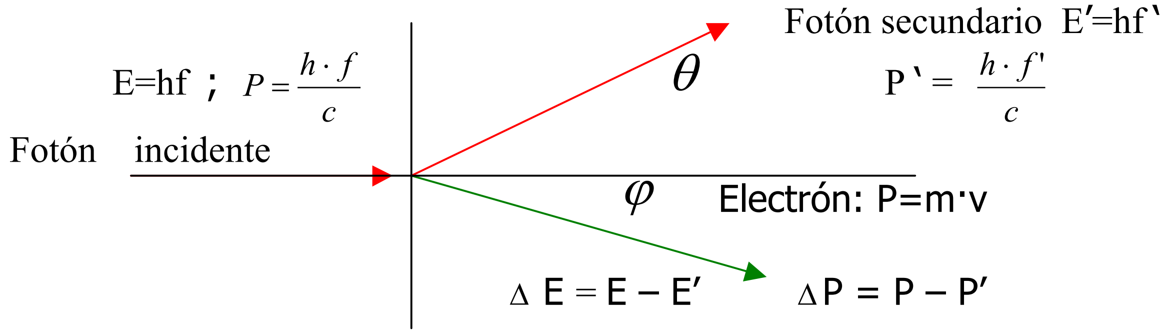
Efecto Compton

En el fotón incidente tendremos:

$$\begin{cases} E = h \cdot f \\ E = m \cdot c^2 \end{cases} \qquad m\,c = \frac{h \cdot f}{c}, \text{ y como } P = m \cdot v \Rightarrow P = \frac{h \cdot f}{c};$$

Para el electrón secundario, es decir el saliente: $P' = \dfrac{h \cdot f'}{c}$



De Broglie $\Rightarrow \lambda = \dfrac{h}{p}$

$$\begin{cases} \text{En el eje X tendremos: } \dfrac{h \cdot f_0}{c} = \dfrac{h \cdot f}{c} \cdot \cos\theta + m \cdot v \cdot \cos\varphi \\ \text{En el eje Y tendremos: } 0 = \dfrac{h \cdot f}{c} \cdot sen\theta - m \cdot v \cdot sen\varphi \end{cases}$$

$$m \cdot v \cdot \cos\varphi = \frac{h \cdot f_0}{c} - \frac{h \cdot f}{c} \cdot \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = \frac{\dfrac{h \cdot f_0 - h \cdot f \cdot \cos\theta}{c}}{m \cdot v} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{h \cdot f_0 - h \cdot f \cdot \cos\theta}{c \cdot m \cdot v} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Cos}^2\theta = \frac{h^2 \cdot f^2{}_0 + h^2 \cdot f^2 \cdot \cos^2\theta - 2 \cdot h^2 \cdot f_0 \cdot f' \cdot \cos\theta}{c^2 \cdot m^2 \cdot v^2}$$

$$\text{y} \quad sen\varphi = \frac{\dfrac{h \cdot f \cdot sen\theta}{c}}{m \cdot v} \quad \Rightarrow \quad sen\varphi = \frac{h \cdot f \cdot sen\theta}{c \cdot m \cdot v} \quad \Rightarrow \quad sen^2\varphi = \frac{h^2 \cdot f^2 \cdot sen^2\theta}{c^2 \cdot m^2 \cdot v^2}$$

$$\text{como } sen^2\varphi + \cos^{\varphi} = 1 \quad \frac{h^2 \cdot f^2 \cdot sen^2\theta}{c^2 \cdot m^2 \cdot v^2} + \frac{h^2 \cdot f^2{}_0 + h^2 \cdot f^2 \cdot \cos^2\theta - 2 \cdot h^2 \cdot f_0 \cdot f' \cdot \cos\theta}{c^2 \cdot m^2 \cdot v^2} = 1$$

es decir: $\frac{h^2 \cdot f^2{}_0 + h^2 \cdot f^2 \cdot (\ \cos^2\theta + sen^2\theta\ ) - 2 \cdot h^2 \cdot f_0 \cdot f' \cdot \cos\theta}{c^2 \cdot m^2 \cdot v^2} = 1 \ \Rightarrow$

$\Rightarrow \ h^2 \cdot f_0^2 - 2h^2 \cdot f_0 \cdot f \cdot \cos\theta + h^2 \cdot f^2 \ = \ c^2 \cdot m^2 \cdot v^2$ Si dividimos cada sumando

por $h^2 f_0^2$ tendremos: 1 - $\frac{2 f_0 f \cos\theta}{f_0^2}$ + $\frac{f^2}{f_0^2}$ = $\frac{c^2 m^2 v^2}{h^2 f_0^2}$ como $f = f_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 - 2\cos\theta + 1 = \frac{c^2 m^2 v^2}{h^2 f_0^2} \Rightarrow 2 - 2\cos\theta = \frac{c^2 m^2 v^2}{h^2 f_0^2} \Rightarrow 2\,(1 - \cos\theta) = \frac{c^2 m^2 v^2}{h^2 f_0^2}$;

$m \cdot v^2 = \frac{2(1-\cos\theta) h^2 f_0^2}{mc^2}$ y, como $h \cdot f = h \cdot f_0 + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot v^2 = 2(hf_0 - hf) \Rightarrow$

$\Rightarrow \ 2(hf_0 - hf) = \frac{2(1-\cos\theta) h^2 f_0^2}{mc^2} \ \Rightarrow \ f_0 - f = \frac{f_0^2}{c^2}\frac{h}{m}(1-\cos\theta)$ Si tenemos en

cuenta que $c = \frac{\lambda}{T}$ y $T = \frac{1}{f}$, tendremos que $\frac{f_0^2}{c^2} = (\ \frac{1}{\lambda_0}\ )^2$ por tanto

$f_0\lambda_0^2 - f\lambda_0^2 = \frac{h}{m}(1-\cos\theta)$; o sea, $c\lambda_0 - c\lambda = \frac{h}{m}(1-\cos\theta) \Rightarrow \lambda_0 - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$ y

Según la condición de De Broglie $\lambda = \frac{h}{mc}$ la ecuación quedará:

$$\boxed{\lambda_0 - \lambda = \lambda_c(1-\cos\theta)}$$

$\lambda_c = 2.42 \cdot 10^{-12} m$ para el electrón