

Campo gravitatorio

La gravedad es la propiedad de todos los cuerpos, proporcional a la cantidad de materia que contiene cada uno (I. Newton 1687)

Los cuerpos materiales, por el hecho de tener masa, perturban las propiedades del espacio que los rodea, cualquier otro cuerpo material, colocado en este espacio, experimenta una fuerza de atracción hacia el primero.

Intensidad de campo gravitatorio:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$



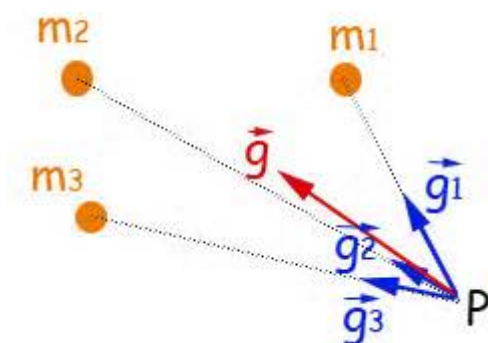
El campo gravitatorio viene dado en cada punto por un vector, el módulo, dirección y sentido del cual coinciden con la fuerza ejercida sobre la unidad de masa colocada en ese punto.

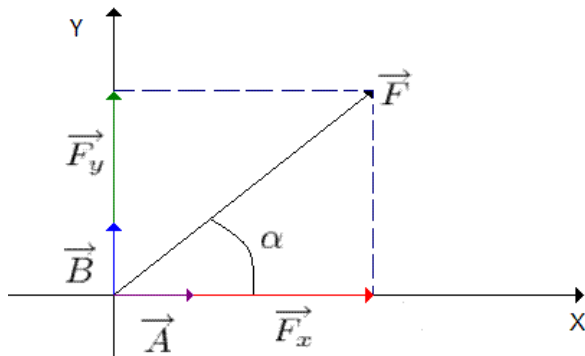
Ley de la gravitación universal:

$$\vec{F} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}, \quad G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-2}, \quad \text{como } \vec{F} = m \cdot \vec{g}; \quad \vec{g} = -G \cdot \frac{M}{d^2}$$

En una distribución de masas:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i; \quad \vec{g} = \sum_{i=1}^n \vec{g}_i$$



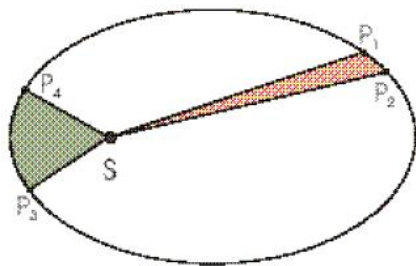


$$\vec{F} = (F_x \vec{i} + F_y \vec{j}) = |F| \cdot \cos a \cdot \vec{i} + |F| \cdot \sin a \cdot \vec{j} \rightarrow$$

$$\vec{F} = |F| \cdot (\cos a, \sin a)$$

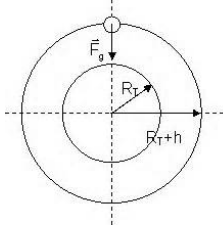
Kepler

1.- Ley de los orbitas: Los planetas giran alrededor del sol describiendo órbitas elípticas en uno de cuyos focos está el Sol.



2.- Ley de las áreas: En tiempos iguales, áreas barridas iguales.

3.- Ley de los períodos:

$$\vec{F}_c \quad m \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}; \text{ como } v = \omega \cdot r, \text{ y } \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \rightarrow r = R_T + h$$


$$\rightarrow \frac{\omega^2 \cdot r^2}{r} = G \cdot \frac{M}{r^2}; \quad \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} = \frac{G \cdot M}{r^2}; \quad 4 \cdot \pi^2 \cdot r^3 = T^2 \cdot G \cdot M;$$

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M} \cdot r^3 \rightarrow T^2 = K \cdot r^3$$

Valor de \vec{g} en función del radio:

Teorema de Gauss: $\phi = \oint \vec{g} \cdot d\vec{s}$;

En función de la densidad: $\phi_{Tierra} = \oint \vec{g} \cdot d\vec{s} = -G \frac{m}{r^2} 4\pi r^2 = -4\pi Gm \rightarrow$
 $\phi = -4\pi Gm \rightarrow m = V \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho \rightarrow \phi = -\frac{16}{3} \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \rho \cdot G \rightarrow$
 $\mathbf{g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r \cdot \rho \cdot G}$

En función de la altura: $g = G \frac{M_{int}}{r^2}$ siendo, R = radio de la Tierra y r = de Gauss.

$$\phi = -4\pi G M_{int}; \quad M = V \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho; \quad M_{int} = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho; \quad \frac{M_{int}}{M} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho}{\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho} \rightarrow$$
$$M_{int} = M \cdot \frac{r^3}{R^3} \rightarrow g = G \cdot M \cdot \frac{r^3}{R^3 \cdot r^2}; \rightarrow g = G \cdot \frac{M \cdot r}{R^3}; \rightarrow \mathbf{g = K \cdot r}$$

Otras formas:

Si $r = h + R$;

$$g = G \frac{M}{R^2} \cdot \frac{r}{R}; \quad g = g_0 \frac{r}{R} \rightarrow g = g_0 \frac{R+h}{R} \rightarrow \mathbf{g = g_0 \left(1 + \frac{h}{R}\right)}$$

O también:

$$g = G \frac{M}{R^2} \text{ a una altura } h \text{ tendríamos: } g = G \frac{M}{(R+h)^2} \rightarrow g = G \frac{M}{(R+h)^2} \frac{R^2}{R^2} \rightarrow$$
$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}; \quad g = g_0 \frac{1}{\left(\frac{R+h}{R}\right)^2} \rightarrow \mathbf{g = g_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2}}$$