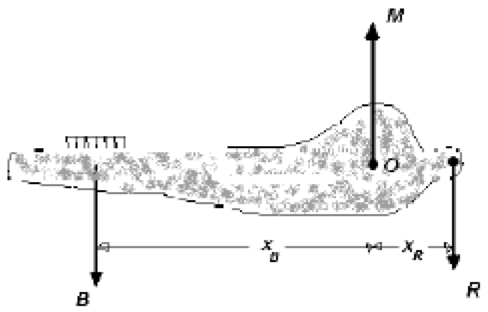
PROBLEMAS BIOMECÁNICA MAXILAR Y DENTAL

1. La mandíbula de un animal se ve representada en la figura



donde B es la fuerza de mordedura, R la fuerza de reacción de la articulación y M la fuerza muscular. Calcúlese la condición de equilibrio respecto a O. (Sol: $B = x_R M/(x_R + x_B)$.)

a) Condiciones de equilibrio frente a **O** :

(1) $\Sigma F_x = 0$; No existen F_x

(2) $\Sigma F_y = 0$; $M - B - R = 0 \Rightarrow M = B + R$

(3) $\Sigma M_o = 0 \Rightarrow B.\,X_b - M.0 - R.X_r = 0 \Rightarrow B.X_b = R.\,X_r$; de (2) : $R = M - B$ y substituyendo en (3) : $B.X_b = (M - B).X_r \Rightarrow B = \dfrac{X_r}{X_b}(M - B)$

b) Condiciones de equilibrio en **0'** :

$\Sigma F_x = 0$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow M - B - R = 0$

$\Sigma M_{0'} = 0 \Rightarrow B.(X_b + X_r) - M.X_r - R.0 = 0 \Rightarrow B.(X_b + X_r) - M.X_r \Rightarrow$

$$\Rightarrow B = \frac{M.X_r}{(X_b + X_r)}$$

Apm1451@outlook.com

2. Con el fin de aplicar una fuerza interior sobre el diente incisivo se ata una cuerda elástica a dos muelas y se estira hasta hacerla pasar por el diente (ver figura 0-2). Calcular el valor de la fuerza que actúa sobre el diente y su dirección si la tensión de la cuerda es de 2.5 N. (Sol: la fuerza es vertical y hacia el interior y vale 4.19 N)

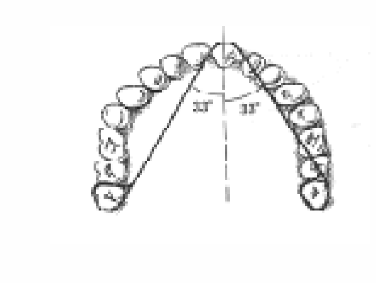
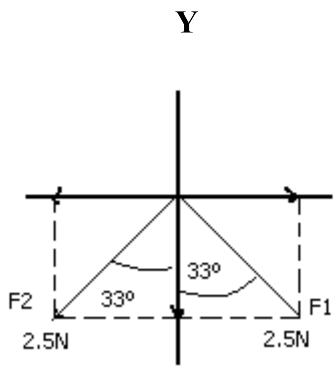


Figure 0-2:

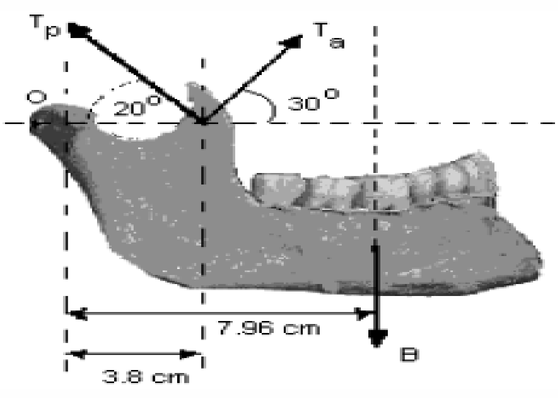


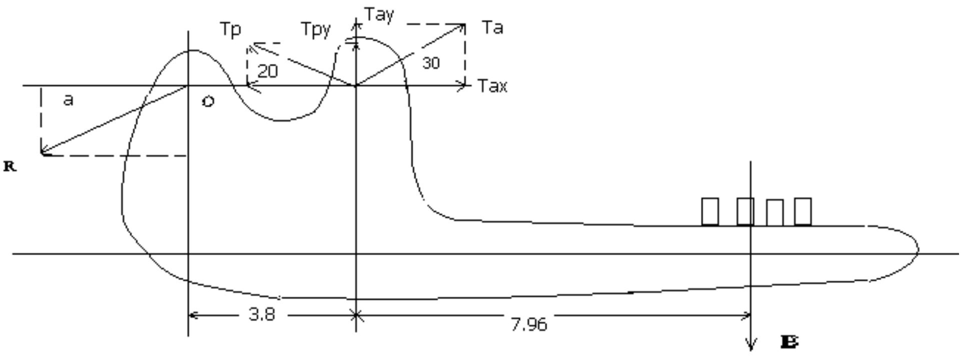
$\Sigma\ F_x = 0$ Ya que como Fx1 es igual que Fx2 y de sentido contrario se anulan.

$\Sigma\ F_y =$ F1 . Cos 33º + F2 Cos 33º = 2F Cos 33º = 2 . 2,5. Cos 33º = 4,19 N

La resultante es de 4,19 N en el eje **Y** hacia el interior.

3. Consideremos el caso de una mandíbula humana en la que sólo actúa significativamente el músculo temporal en la mordedura. Para ello consideramos dos efectos del temporal, por un lado el producido por el temporal anterior con una fuerza $T_a = 10.3$ N y por otro lado la producida por el temporal posterior con una fuerza $T_p = 5.2$ N.
Con los datos ilustrados en la figura se pide calcular el valor de la fuerza de mordedura B así como la fuerza de reacción y su dirección que aparece en la articulación O, en la situación de equilibrio. (Sol: B =3.3 N, R =-5.43 N, $\varphi = 41.9^0$)





$\Sigma\, F_x \;= 0\;; \quad \Rightarrow \;$ Ta . Cos 30º - Tp . Cos 20º - R Cos α = 0

$\Sigma\, F_y \;= 0\;; \quad \Rightarrow \;$ Ta . Sen 30º + Tp .sen 20º - R. Sen α - B = 0

$\Sigma\, M_o = 0\;; \quad \Rightarrow \;$ Ta . Sen 30º .3,8 + Tb . Sen 20º .3,8 – B .7,96 – R . 0. Sen α = 0

$\Rightarrow\; 10{,}3\ .\ 0{,}5\ .\ 3{,}8 + 5{,}2\ .\ 0{,}34\ .\ 3{,}8 - 7{,}96\ B = 0 \;\Rightarrow\; B = \dfrac{26{,}28}{7{,}96} = 3{,}3\ N$ Como:

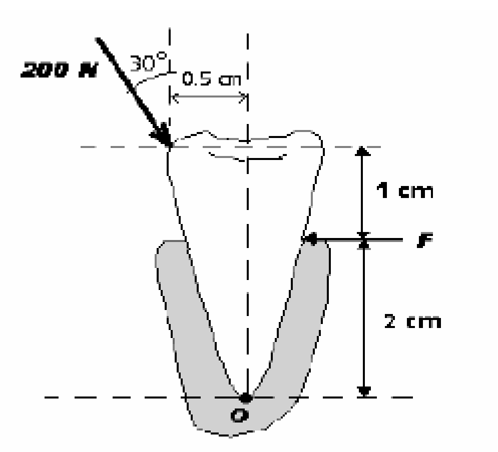
$\Sigma\, F_x \;= 0 \quad \Rightarrow \; 8{,}92 \; - \; 4{,}88 \;= \;$ R Cos α

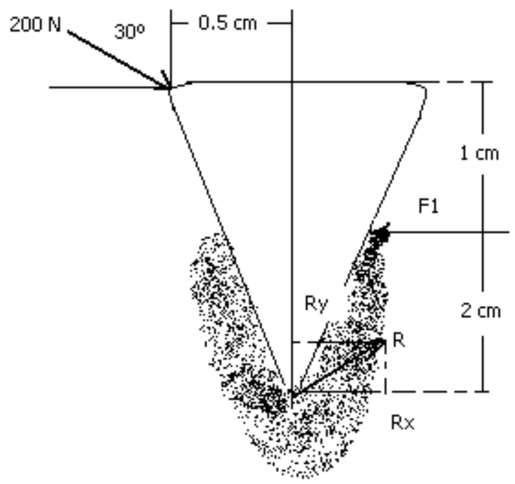
$\Sigma\, F_y \;= 0 \quad \Rightarrow \; 5{,}15 + 1{,}78 - 3{,}3 =$ R Sen α

$$\Rightarrow \quad \frac{R.Sen\alpha}{R.Cos\alpha} = \frac{3{,}63}{4{,}04} \quad \Rightarrow \text{Tag } \alpha = 0{,}898 \;\Rightarrow\; \alpha \;\mathbf{= 41{,}9º}$$

Como R.Cosα 4,04 $\Rightarrow$ R = $\dfrac{4{,}04}{Cos\alpha} = \dfrac{4{,}04}{0{,}74} = \mathbf{5{,}43\ N}$

4. En la figura se ilustra un modelo biomecánico de un diente sometido a una fuerza externa de 200 N. El diente se mantiene en equilibrio gracias a las fuerzas de reacción que aparecen tanto en el punto O debido a la raíz del diente como la fuerza F que aparece a nivel de la encía. A partir de los datos de la figura calculad la fuerza $\vec{F}$ así como el valor, dirección y sentido de la fuerza de reacción que aparece en la articulación O. (Sol: $F = 106.7$ N, $R = 173.3$ N, $\varphi = 2.21^0$)





γ = arctag $\frac{0,5}{3}$ = 9,46º ; d = $\sqrt{0,5^2+3^2}$ = 3,04 cm; Cos γ = $\frac{2}{d_1}$ $\Rightarrow$ d_1 = $\frac{2}{Cos\gamma}$ = 2,027

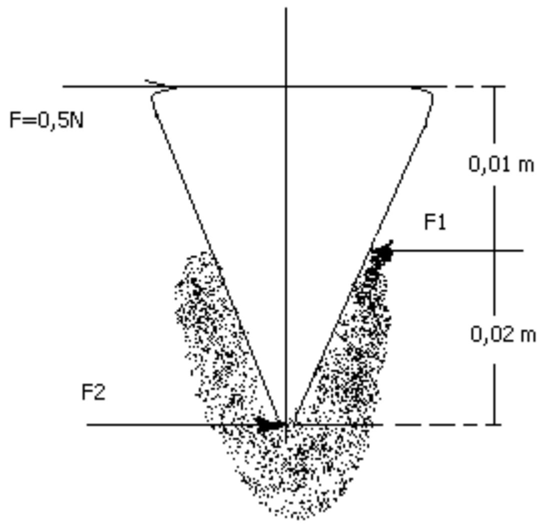
Σ M = 200 . Cos (60+9.46) . 3,04 = F . cos 9,46 . 2,027 $\Rightarrow$ 213,32 = F . 1,999 $\Rightarrow$ **F = 106,7 N**

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma\ Fx : 200 . Sen\ 30º - 106,7 = Rx \\ \Sigma\ Fy : 200\ Cos\ 30º = Ry\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}Rx = R \cos\alpha = 6,7 \\ Ry = R\ sen\,\alpha = 173,2\end{array}\right\} \ Tag\ \alpha = \frac{173,2}{6,7}$$

$\Rightarrow$ α = 87,78º $\Rightarrow$ φ = 90º-87,78 $\Rightarrow$ φ = 2,21º

R = $\sqrt{Rx^2+Ry^2}$ $\Rightarrow$ R = $\sqrt{6,7^2+173,2^2}$ $\Rightarrow$ R = $\sqrt{44,89+29,998.24}$ $\Rightarrow$ R = 173,3 N

4')



Conociendo la F del diente continuo o la F del alambre. Calcular las fuerzas F1 y F2 del hueso sobre el diente.

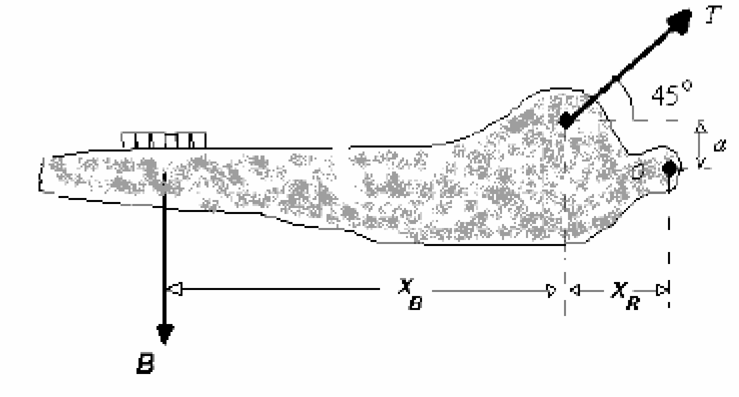
$\Sigma F_x = 0$; $\Rightarrow$ F + F2 = F1

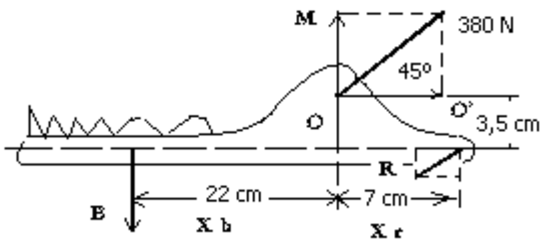
$\Sigma F_y = 0$; $\Rightarrow$ No hay F en Y

$\Sigma M_o = 0$; $\Rightarrow$ b . F1 – (a+b) . F = 0 $\Rightarrow$ F1 = $\frac{F(a+b)}{b}$ y F2 = F1 – F $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ F2 = $\frac{F(a+b)}{b}$ - F $\Rightarrow$ F2 = $\frac{a.F+bF-bF}{b}$ $\Rightarrow$ F2 = $\frac{a}{b}$ F

5. En el dibujo se ilustra una mandíbula animal articulada en el punto O. Sobre ella actúan la fuerza del músculo temporal de $T = 380$ N la fuerza de mordedura B. Cuando la mandíbula se cierra aparece una fuerza de reacción en la articulación. Calculad el valor de esta fuerza y su dirección así como el valor de la fuerza de mordedura sabiendo que las distancias del dibujo son: $x_B = 22$ cm, $x_R = 7$ cm y $a = 3.5$ cm. (Sol: $B = 97.3$ N, $R = 318.6$ N, $\varphi = 32.5^0$)





$\Sigma M_{o'} = 0$: $380 \,.\, \text{sen } 45º \,.\, 7 + 380 \,.\, \cos 45º \,.\, 3{,}5 = B \,.\, 29 \Rightarrow 2821{,}356 = B \,.\, 29 \Rightarrow$ **B = 97.3 N**

$Tx = 380 \,.\, \text{sen } 45º = 268{,}7$;; $Ty = 380 \,.\, \cos 45º = 268{,}7$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow Rx = Tx \Rightarrow$ **Rx = 268,7 N**

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow Ty + Ry = B \Rightarrow Ry = Ty - B \Rightarrow -97{,}3+268{,}7 = 171{,}4 \Rightarrow$ **Ry = 171,4**

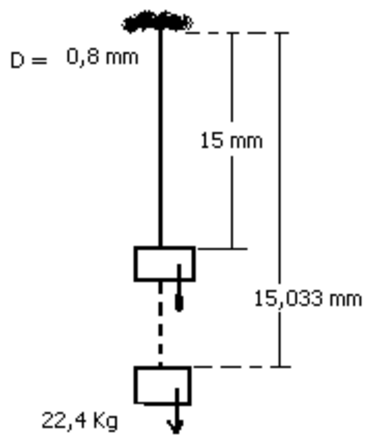
Como $R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2} \Rightarrow R = \sqrt{72199{,}7 + 29378{,}16} = 318{,}7 \Rightarrow$ **R = 318,7 N**

$\varphi = \text{Arctag} \dfrac{171.4}{268.7} \Rightarrow \varphi = 32{,}5º$

PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS MATERIALES

Propiedades mecánicas

6. El módulo de Young de un alambre ortodóncico se determinó a partir de experimentos hechos mediante la aplicación de una carga en uno de sus extremos cuando se hallaba en posición vertical. El alambre tenía inicialmente 15 mm de longitud y 0.8 mm de diámetro y una carga de 22.4 kg lo alargaba hasta una longitud de 15.033 mm. A partir de estos datos calculad el esfuerzo, la deformación unitaria y el módulo de Young. (Sol: 436.7 MPa, 0.22%, 199 GPa)

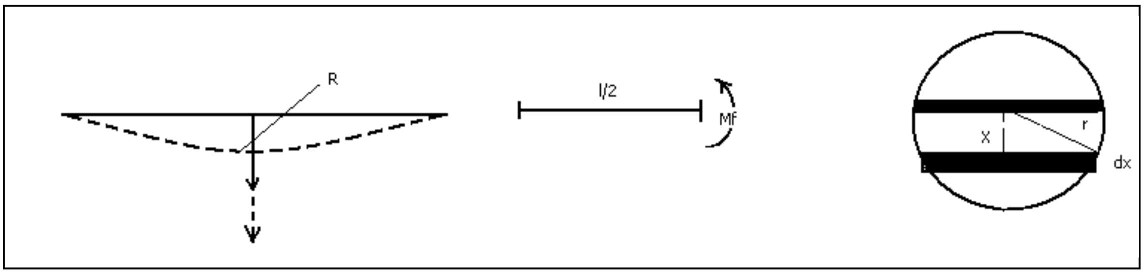


$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{L} \qquad \varepsilon = \frac{15{,}033 - 15}{15} = 0{,}0022 \Rightarrow 0{,}22\ \%$$

$$\sigma = \frac{F}{S} \qquad \sigma = \frac{22{,}4 \cdot 9{,}8}{\pi(\frac{8}{2} \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow \sigma = \frac{219{,}52}{50{,}26 \cdot 10^{-6}} = 436{,}7\ \text{MPa}$$

$$\sigma = \text{E} \cdot \varepsilon \Rightarrow \text{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \Rightarrow \text{E} = \frac{436{,}7 \cdot 10^6}{0{,}0022} \Rightarrow \text{E} = 1{,}989.10^{11} \Rightarrow 199\ \text{GPa}$$

7. De un alambre ortodóncico de acero (módulo de Young del acero 2×10^{11} N/m^2) de 0.4 mm de radio y 15 mm de longitud cuelga una carga de 220 N perpendicularmente al eje de simetría y justo en su centro de gravedad. ¿Cuál será el radio de curvatura en el equilibrio? (Sol: 4.87 mm)



dA = 2(r·sen a)dx

Momento Flector : $\mathrm{Mf} = \frac{L}{2}\cdot\frac{mg}{2} = \frac{L.m.g}{4} \Rightarrow \mathrm{Mf} = \frac{15\cdot10^{-3}\cdot220}{4} = 0{,}825 \Rightarrow$ **Mf = 0,825**

Módulo de Young

$\mathrm{Mf} = \frac{E}{R}\cdot \mathrm{I}$

Momento de Inercia de la barra

Radio de curvatura

$\mathrm{I} = \int X^2\,dA \;\Rightarrow\;$ Como x = cos a, dx = -rsen a da $\Rightarrow X^2 = r^2\cos^2 a \;\Rightarrow$

$\mathrm{I} = \int r^2\cos^2 a\cdot 2\cdot r\cdot sena\cdot(-rsena\cdot da) = -2\cdot r^4\cdot\int_0^{\pi}\cos^2 a\cdot sen^2 a\cdot da \;\Rightarrow$ (*)

$\mathrm{I} = \frac{(0{,}4\cdot10^3)^4\cdot\pi}{4} = 2{,}01\cdot10^{-14} \;\Rightarrow\;$ **I = 2,01 · 10^{-14}**

Como Mf = 0,825 ; $\quad 0{,}825 = \frac{2\cdot10^{11}}{R}\cdot 2{,}01\cdot10^{-14} \Rightarrow$ R= 0,00487 m $\Rightarrow$ **R = 4,87 mm.**

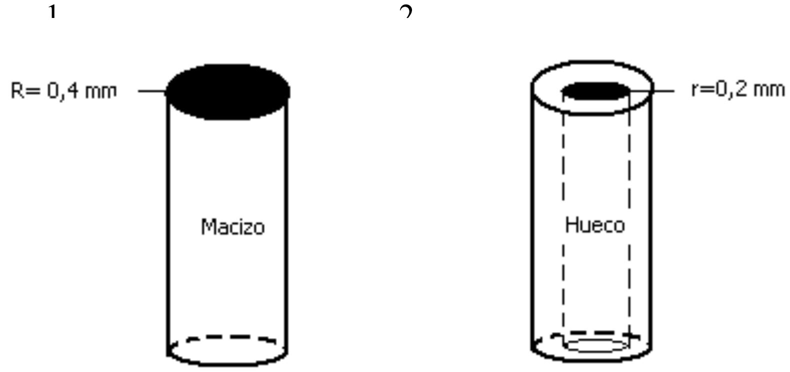
(*) $\mathrm{Sen}\,\alpha\cdot\mathrm{Cos}\,\alpha = \frac{1}{2}\mathrm{Sen}\,2\alpha \;\Rightarrow\; \mathrm{Sen}^2\alpha\,\mathrm{Cos}^2\alpha = \frac{1}{4}\mathrm{Sen}^2\,2\alpha$ y

$\mathrm{Sen}^2\alpha = \frac{1}{2}(1-\mathrm{Cos}2\alpha) \;\Rightarrow\; \mathrm{I} = -2\,r^4\cdot\int_0^{\pi}[\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot(1-Cos4\alpha)]d\alpha$

$= -2\,r^4\,\frac{1}{8}\int_0^{\pi}(1-Cos4\alpha)d\alpha = -2\,r^4\,[\frac{1}{8}\alpha - \frac{1}{32}\mathrm{Sen}\,4\alpha\,]_0^{\pi} = -2\,r^4\,(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{32}\cdot\mathrm{Sen}4\pi)$

$= -\frac{\pi\cdot r^4}{4}$ ó $= \frac{\pi\cdot r^4}{4}$

8. Comparad la flexión del alambre anterior con otro hueco con radio interior de 0.2 mm y de la misma masa e igual longitud en las mismas condiciones. Nota: para calcular el momento de inercia del cilindro hueco hay que partir del macizo y restarle el momento de inercia del hueco que le falta.



$I_{\text{macizo}} = \dfrac{\pi \cdot r^4}{4}$, $\qquad Mf = \dfrac{E}{R} \cdot I \qquad I_{\text{hueco}} = \dfrac{\pi \cdot R_{ext}^4}{4} - \dfrac{\pi \cdot r_{\text{int}}^4}{4}$

$$\left.\begin{array}{l} Mf_1 = \dfrac{E}{R1} \cdot I_1 \\ \\ Mf_2 = \dfrac{E}{R2} \cdot I_2 \end{array}\right\} \quad \frac{Mf_1}{Mf_2} = \frac{\dfrac{E \cdot I_1}{R_1}}{\dfrac{E \cdot I_2}{R_2}} \Rightarrow 1 = \frac{I_1 \cdot R_2}{I_2 \cdot R_1} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow R_1 = \frac{I_1}{I_2} \cdot R_2$$

$$I_{\text{macizo}} = \frac{\pi \cdot r^4}{4} = \frac{\pi \cdot (0{,}4 \cdot 10^{-3})^4}{4} \Rightarrow \mathbf{I_{macizo} = 2{,}31 \cdot 10^{-14}}$$

$$I_{\text{hueco}} = \frac{\pi \cdot R_{ext}^4}{4} - \frac{\pi \cdot r_{\text{int}}^4}{4} = \frac{\pi \cdot (0{,}4 \cdot 10^{-3})^4}{4} - \frac{\pi \cdot (0{,}2 \cdot 10^{-3})^4}{4} \Rightarrow$$

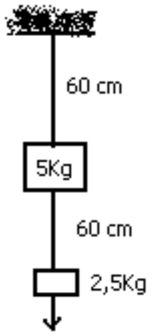
$$\Rightarrow \quad 2{,}31 \cdot 10^{-14} - 1{,}256 \cdot 10^{-15} \Rightarrow \quad \mathbf{I_{hueco} = 1{,}88 \cdot 10^{-14}}$$

$$\left.\begin{array}{l} Mf = \dfrac{m \cdot g}{2} \cdot \dfrac{L}{2} \\ \\ Mf = \dfrac{E}{R} \cdot I \end{array}\right\} \frac{m \cdot g}{2} \cdot \frac{L}{2} = \frac{E}{R} \cdot I \Rightarrow R = \frac{4 \cdot E \cdot I}{m \cdot g \cdot L} \left\{\begin{array}{l} R_1 = \dfrac{4 \cdot E \cdot I_1}{m \cdot g \cdot L} \\ \\ R_2 = \dfrac{4 \cdot E \cdot I_2}{m \cdot g \cdot L} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Para una} \\ \\ \text{misma masa} \end{array}$$

$\Rightarrow$ Una **mayor I** $\Rightarrow$ $\Uparrow$ **R** $\Rightarrow$ $\Downarrow$ **Flex**. Y , **a menor I** $\Rightarrow \Downarrow$ **R** $\Rightarrow \Uparrow$ **Flex.**

Apm1451@outlook.com

9. Un peso de 5 kg cuelga de un hilo de acero de 60 cm de longitud y 0.625 mm^2 de sección. De él cuelga un hilo de acero como el anterior que aguanta un peso de 2.5 kg. Calculad el alargamiento de cada hilo. Condiderad que el peso de los dos hilos es despreciable (módulo de Young del acero 2×10^{11} N/m^2) (Sol: 0.035 cm, 0.0117 cm)



S = $\pi{\cdot}r^2$ = 0,625mm^2 · 1 $m^2/10^6$ mm^2 = 0,625·10^{-6} m^2

$\sigma_1 = \frac{F}{S} = \frac{7{,}5{\cdot}9{,}8}{0{,}625{\cdot}10^{-6}}$ = 117.600 Pa ; como σ_1 = E · $\varepsilon_1 \Rightarrow \quad \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} \Rightarrow$

$\varepsilon_1 = \frac{117.600}{2{\cdot}10^{11}}$ = 6·10^{-4} ; Como $\varepsilon_1 = \frac{\Delta l}{l} \Rightarrow$ 6·10^{-4} = $\frac{\Delta l}{60} \Rightarrow \Delta l$ = 0,036 m

$\sigma_2 = \frac{F_2}{S} \Rightarrow \sigma_2 = \frac{2{,}5{\cdot}9{,}8}{0{,}625{\cdot}10^{-6}}$ = 39.200.000 Pa y, como $\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} \Rightarrow$

$\varepsilon_2 = \frac{39.200.000}{2{\cdot}10^{11}}$ = 0,0002 ; por tanto Δl_2 = 0,0002 · 60 = 0,0118 cm.

10. Hallar la longitud de un alambre de cobre que colgado verticalment se rompe por su propio peso sabiendo que el esfuerzo de ruptura del cobre es de 3.4·10^8 N/m^2. Densidad del cobre 8.9 g/cm^3. (Sol: 3898 m)

σ_r = 3,4·10^8 N/m^2 ; ρ_{cu} = 8,8 gr/cm^3 ; F = mg = V· ρ ·g = L·S· ρ ·g ; la densidad en el S.I. será : 8,9 g/cm^3 · 1Kg/1000g · $10^6 cm^3$ / $1m^3$ = 8,8 Kg/m^3 = 8900 Kg/m^3 por tanto como $\sigma_r = \frac{L{\cdot}S{\cdot}\rho{\cdot}g}{S} \Rightarrow$ L = $\frac{\sigma_r}{\rho{\cdot}g} \Rightarrow$ L = $\frac{3{,}4{\cdot}10^8}{8900{\cdot}9{,}8}$ = 3898,19 m

Apm1451@outlook.com

11. En un experimento de dureza de Brinell se usa una esfera de 1.6 mm de diámetro de acero y se aplica sobre un material con una carga de 123 N. Sabiendo que el diámetro de la indentación es de 0.4 mm, hállese el número de dureza BHN. (sol: 98.3 kg/mm^2)

BHN = $\dfrac{F}{\frac{\pi \cdot D}{2}[D-\sqrt{D^2-d^2}]}$; 123N$\cdot \dfrac{1Kg}{9{,}8N}$ = 12,55 Kp ;

BHN = $\dfrac{12{,}55}{\frac{\pi \cdot 1{,}6}{2}[1{,}6-\sqrt{1{,}6^2-0{,}4^2}]} = \dfrac{12{,}55}{2{,}5[1{,}6-\sqrt{2{,}56-0{,}16}]} = \dfrac{12{,}55}{0{,}125}$ = 100 $\dfrac{Kp}{mm^2}$

100 $\dfrac{Kp}{mm^2} \cdot \dfrac{9{,}8N}{1Kp} \cdot \dfrac{10^6\,mm^2}{1m^2}$ = 980·10^6 Pa = 0,98 GPa

11') La dureza mínima será cuando la huella sea "toda la bola". Toda la bol entraría $\Rightarrow$ D = d $\Rightarrow$

BHN = $\dfrac{F}{\frac{\pi \cdot D}{2}[D-\sqrt{D^2-d^2}]}$ $\Rightarrow$ BHN = $\dfrac{F}{\frac{\pi \cdot D}{2}D}$ $\Rightarrow$ BHN = $\dfrac{1}{\frac{\pi \cdot 1{,}6}{2}1{,}6}$ = 1/ 0,4 $\Rightarrow$

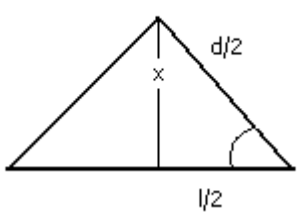
BHN = 0,25 Kp/mm^2

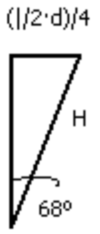
11'') HV = 1,854 $\dfrac{F}{d^2}$;; HV = $\dfrac{F}{A}$;; sen 45º = $\dfrac{X}{\frac{d}{2}}$ $\Rightarrow$ X= $\dfrac{d}{2}$ sen45º

X = $\dfrac{d}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow$ X = $\dfrac{\sqrt{2} \cdot d}{4}$;;; sen68 = [$\dfrac{\sqrt{2} \cdot d}{4}$] / H $\Rightarrow$ sen68 = $\dfrac{\sqrt{2} \cdot d}{4 \cdot H}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\sqrt{2} \cdot d$ = 4Hsen68 $\Rightarrow$ d = $\dfrac{4 \cdot H \cdot sen68}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{4H\sqrt{2}sen68}{2}$ = 2 $\sqrt{2}$ Hsen68 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ d= 1,85· $\sqrt{2}$ ·H $\Rightarrow$ d= 2,62H





HV = 1,854 $\dfrac{F}{d^2}$ $\Rightarrow$ 214 $\dfrac{N}{mm^2}$ = 1,854$\cdot \dfrac{30 \cdot 10^{-3}N}{(2{,}62H)^2}$ $\Rightarrow$ 1,854·30·10^{-3} =214·10^6 · 6,87 · H^2

$\Rightarrow$ H^2 = 6,15·10^{-3} mm $\Rightarrow$ 6,15 μm

12. Una amalgama tiene una resistencia máxima de compresión (esfuerzo máximo de compresión antes de la fractura) de 400 MPa. Una restauración fabricada con esta amalgama recibe una fuerza oclusal sobre una superfície de 0.026 cm^2. ¿Cuál es la fuerza máxima que podrá soportar la restauración? (Sol: 1040 N)

$$\sigma = \frac{F}{S} \Rightarrow 400 \cdot 10^6 = \frac{F}{0{,}026 cm^2 \cdot \frac{1m^2}{10^4 cm^2}} \Rightarrow \mathrm{F} = 400 \cdot 10^6 \cdot \frac{0{,}026}{10^4} = 1040\mathrm{N}$$

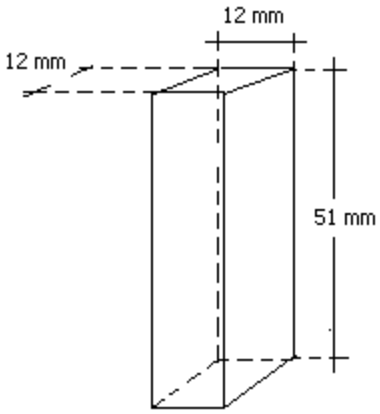
13. Una impresión de alginato puede soportar una distorsión (deformación unitaria) del 10% sin deformarse permanentemente. Si es necesario deformar la impresión 0.5 mm para hacerla pasar sobre una depresión, ¿qué espesor deberá tener el material originalmente? (Sol: 5 mm)

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \Rightarrow \mathrm{L}_0 = \frac{\Delta L}{\varepsilon} \Rightarrow \varepsilon = \frac{0{,}5}{0{,}1} \Rightarrow \varepsilon = 5 \text{ mm.}$$

14. Cuál debe ser la superfície mínima de contacto de un puente de aleación de oro para que no se rompa durante su uso si la aleación posee un esfuerso máximo de tracción de 690 MPa. Tomar 565 N como fuerza media de mordida entre el primer y segundo molar, donde se halla el puente. (Sol: 0.819 mm^2)

$$\sigma = \frac{F}{S} \Rightarrow 690 \cdot 10^6 = \frac{565}{S} \Rightarrow \mathrm{S} = \frac{565}{690 \cdot 10^6} \Rightarrow \mathrm{S} = 8{,}17 \cdot 10^{-7} \mathrm{~m}^2$$

15. La fase α de la estructura martensítica del titanio que se emplea en implantes dentales tiene un módulo de Young de 112 GPa. Esfuerzos superiores a 405 MPa producen deformaciones plásticas. Las probetas utilizadas en los ensayos tienen una sección transversal cuadrada de 12 mm de lado y una longitud de 51 mm. Suponiendo que los tramos lineal y elástico coinciden a) ¿cuánto puede valer como máximo el % de deformación unitaria para que el material recupere su forma original al cesar el esfuerzo? b) Calculad la resiliencia del material, c) Calculad la longitud del material cuando se le aplica un esfuerzo de tracción de 200 MPa, d) Calcúlese la fuerza que debe aplicarse para que se deforme un 0.2% (Sol: a) 0.36%, b) 0.734 MPa, c) 51.09 mm, d) 32256 N)



a) $\sigma = E{\cdot}\varepsilon \quad \Rightarrow 405{\cdot}10^6 = 112{\cdot}10^9 \cdot \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 0{,}00036 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 0{,}36\%$

b) Resilencia : $\dfrac{W}{V} = \int \sigma{\cdot}d\varepsilon \quad \Rightarrow \quad \dfrac{W}{V} = \sigma{\cdot}\varepsilon \Rightarrow \quad \dfrac{W}{V} = \text{L}\,\sigma{\cdot}\varepsilon \quad \Rightarrow$

$\dfrac{W}{V} = 405{\cdot}10^6 \cdot 0{,}0036 \cdot 51{\cdot}10^{-3} \Rightarrow \dfrac{W}{V} = \;\; 0{,}074358$ MPa

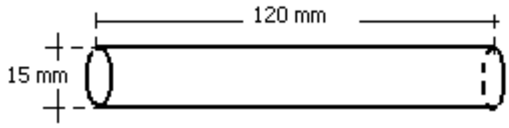
c) $20{\cdot}10^6 = 112{\cdot}10^9 \;\dfrac{\Delta L}{51{\cdot}10^{-3}} \Rightarrow (\text{L} - 51{\cdot}10^{-3}) = \dfrac{200{\cdot}10^6{\cdot}51{\cdot}10^{-3}}{112{\cdot}10^9} = 9{,}1{\cdot}10^{-5} \Rightarrow$

L= 0,05109 $\quad \Rightarrow$ L = 51,09 mm

d) $\sigma = E{\cdot}\varepsilon \Rightarrow \dfrac{F}{144{\cdot}10^{-4}} = 112{\cdot}10^9{\cdot}0{,}002 \Rightarrow \text{F} = 112{\cdot}10^9{\cdot}0{,}002{\cdot}144{\cdot}10^{-4} \Rightarrow \text{F} =$ 32256N

16. Una barra cilíndrica de 120 mm de longitud y con un diámetro de 15 mm se deforma usando una carga de 35000 N. Sabiendo que no debe experimentar deformación plástica a) ¿Qué materiales de la tabla adjunta son posibles candidatos? b) Si además el diámetro no puede reducirse en más de 0.012 mm ¿qué materiales de la tabla adjunta son posibles candidatos? c) Si además el cambio de volumen debe ser inferior a 10 mm^3 ¿qué materiales de la tabla adjunta son posibles candidatos? Ayuda: extended el régimen lineal hasta el límite elástico. (Sol: a) todos menos Mg, b) Ti y acero, c) acero)

Material	Módulo de Young (GPa)	Límite elástico (MPa)	Módulo de Poisson
Aluminio (aleac.)	70	250	0.33
Ti (aleac.)	105	850	0.36
Acero	205	550	0.27
Mg (aleac.)	45	170	0.29



a) S = $\pi \cdot R^2 \Rightarrow$ S = $\pi \left(\frac{15}{2} \cdot 10^{-3}\right)^2 = 1{,}767 \cdot 10^{-4}$ m^2

$$\sigma = \frac{F}{S} \Rightarrow \sigma = \frac{35.000}{1{,}767 \cdot 10^{-4}} = 1{,}98 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

El Mg no vale por tener un $\sigma < 198 \cdot 10^6$ Pa ya que se produciría deformación con esta carga.

b) Poisson : $\mu = - \dfrac{\frac{\Delta D}{D_0}}{\frac{\Delta L}{L_0}} \Rightarrow \mu = - \dfrac{\frac{-0{,}012}{15}}{\varepsilon}$ como $\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \dfrac{\sigma}{E} \Rightarrow$

$\mu = \dfrac{8 \cdot 10^{-4}}{\sigma} \cdot$ E y como $\sigma = \dfrac{F}{S} \Rightarrow \sigma = 8 \cdot 10^{-4} \cdot \dfrac{E}{\mu} \Rightarrow$ F= $\dfrac{8 \cdot 10^{-4} \cdot S \cdot E}{\mu}$

$\Rightarrow$ F = $8 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}767 \cdot 10^{-4} \cdot \dfrac{E}{\mu} \Rightarrow$ F= $1{,}414 \cdot 10^{-7} \cdot \dfrac{E}{\mu} \Rightarrow$

$F_1 = 1{,}414 \cdot 10^{-7} \cdot \dfrac{70 \cdot 10^9}{0{,}33} \cong 30 \cdot 10^3$ N   Por tanto una fuerza de $35 \cdot 10^3$ N

$F_2 = 1{,}414 \cdot 10^{-7} \cdot \dfrac{105 \cdot 10^9}{0{,}36} \cong 41 \cdot 10^3$ N   producirían deformaciones en el material 1 y 4

$F_3 = 1{,}414 \cdot 10^{-7} \cdot \dfrac{205 \cdot 10^9}{0{,}27} \cong 107 \cdot 10^3$ N   es decir buenos serían el Ti y el Acero.

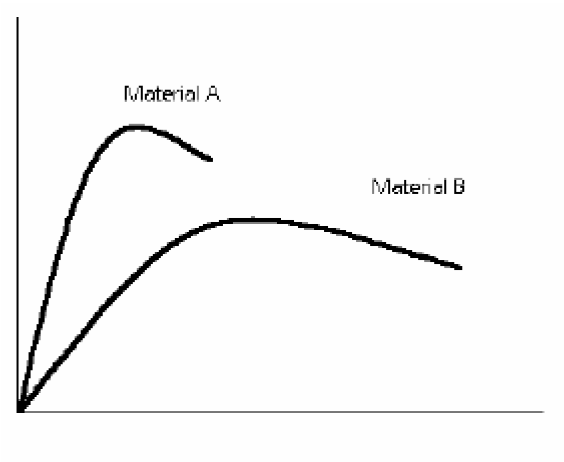
$F_4 = 1{,}414 \cdot 10^{-7} \cdot \dfrac{45 \cdot 10^9}{0{,}29} \cong 22 \cdot 10^3$ N

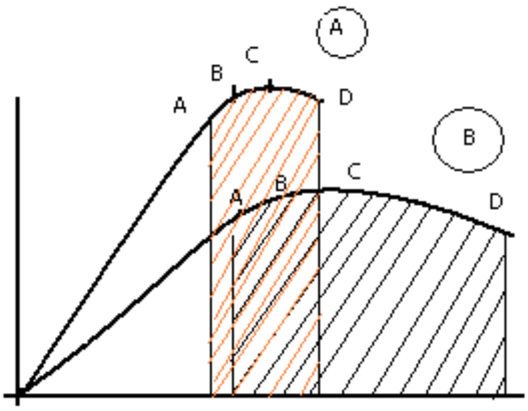
c) $\dfrac{\Delta V}{V_0} = \dfrac{10 mm^3}{\pi (\frac{D}{2})^2 \cdot L} = \dfrac{10 mm^3}{21.205{,}75 mm^3} = 5 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \varepsilon_v = 5 \cdot 10^{-4}$ como :

$\sigma = E \cdot \varepsilon$ y $\sigma = \dfrac{F}{S} \Rightarrow \dfrac{F}{S} = E \cdot \varepsilon \Rightarrow F = E \cdot S \cdot \varepsilon = 8{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot E \Rightarrow F = 8{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot E$

Cuanto mayor sea E mayor será la fuerza para producir la deformación ; en este caso será el ACERO.

17. En la siguiente figura se muestran las curvas tensión-deformación de dos material distintos. Dígase razonando la respuesta, a) cuál de los dos tiene mayor rigidez, b) cuál de los dos tiene mayor dureza, c) cuál de los dos tiene mayor resistencia, d) cuál de los dos tiene mayor plasticidad, e) cuál de los dos tiene mayor fragilidad. (Sol: a) A, b) B, c) A, d) B, e) A)





a) **Rigidez**: **-A-** ya que siendo $\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} \Rightarrow$ A mayor pendiente, mayor E y $\Rightarrow$ más rigidez.

b) **Dureza**: -**B**- el material B por tener mayor área entre A y D.

c) **Resistencia**: -**A**- Por tener el área D-A mayor.

d) **Plasticidad**: -**B**- Mayor separación entre C Y D.

e) **Fragilidad**: -**A**- por tener C y D más próximos.

PROPIEDADES TÉRMICAS

18. Un alambre ortodóncico de aluminio mide 3 cm a temperatura ambiente (21° C). Sabiendo que el coeficiente de dilatación térmica lineal vale 2.3×10^{-5} K^{-1}, calcúlese su longitud cuando se utilice en la boca de un paciente (37° C).(Sol: 3.001 cm)

$L_f = L_0(1+\alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow L_f = 3\cdot 10^{-2}\,[1 + 2{,}3\cdot 10^{-5}\cdot(310-294)] \Rightarrow L_f = 0{,}03001\text{m}$
$\Rightarrow L_f = 3{,}001$ cm.

19. Un alambre ortodóncico de acero de 4 cm de longitud se halla en el interior de la boca de una persona a 37° C ($\alpha = 10^{-5}$ K^{-1}). La persona bebe agua fría a 2° C. Calculad cuál será el cambio de longitud del alambre. (Sol: 0.014 mm)

$L_f = L_0(1+\alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow L_f = L_0 + L_0\cdot \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow L_f - L_0 = L_0\cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow$
$\Delta L = 4\cdot 1\cdot 10^{-5}\cdot(275-310) = -0{,}0014 \text{ cm} \Rightarrow \Delta L = -0{,}014 \text{ mm}$

20. Sabiendo que el módulo de Young del acero es de 2×10^{11} Pa, calculad la fuerza que deberá aplicarse a los extremos del alambre del problema anterior para devolverle la longitud original, si su sección transversal es de 0.5 mm^2. (Sol: 35 N)

$\sigma = \dfrac{F}{S}, \quad \sigma = E\cdot\varepsilon, \quad \varepsilon = \dfrac{\Delta L}{L_0}; \quad \varepsilon = \dfrac{0{,}0014}{3{,}9986} = 3{,}50\cdot 10^{-4} \Rightarrow \sigma = 3{,}50\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{11}$
$\sigma = 70024508{,}56 \Rightarrow F = \sigma\cdot S \Rightarrow F = 5\cdot 10^{-7}\cdot 70024508{,}56 \Rightarrow F = 35{,}01 \text{ N}$

21. El límite de fractura del acero es de 520 MPa. Para el caso del alambre anterior calcúlese cuál será la temperatura a la que se romperá el alambre si se somete a enfriamiento suponiendo que está tan fuertemente sujeto en sus extremos que no puede dilatarse ni contraerse. Para el acero $\alpha = 10^{-5}$ K^{-1}. (Sol: -223° C)

$L_f = L_0(1+\alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow L_f - L_0 = L_0\cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta L = L_0\cdot \alpha \cdot \Delta T$ como $\sigma = E\cdot\varepsilon$
$\sigma = E\cdot\dfrac{\Delta L}{L_0} \Rightarrow \sigma = E\cdot\left(\dfrac{L_0\cdot\alpha\cdot\Delta T}{L_0}\right) \Rightarrow \sigma = E\cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \dfrac{520\cdot 10^6}{2\cdot 10^6} = 260 \text{ º K}$
$\Rightarrow T_f = T_0 + \Delta T \Rightarrow T_f = 310 + (-260) = 50 \text{ ºK} \Rightarrow T_f = -223 \text{ ºC}$

22. Una pieza de restauración de oro de 0.25 cm^3 se halla en la cavidad bucal de una persona. El oro tiene un coeficiente de expansión térmica lineal de 14.4×10^{-6} K^{-1}. Calculad el cambio de volúmen cuando la persona bebe agua fría a 1° C. (Sol: 3.84×10^{-4} cm^3)

$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$ siendo $\beta = 3\alpha \Rightarrow \Delta V = 0{,}25\cdot(3\cdot 14{,}4\cdot 10^{-6})\cdot(274-310) \Rightarrow$
$\Delta V = -3{,}88\cdot 10^{-4}\text{ cm}^3$

$Q = m \cdot C_e \cdot \Delta T + m \cdot C_{LF}$

23. Calculad la cantidad de calor que se necesita para fundir 5 mg de oro inicialmente a temperatura ambiente (20° C) sabiendo que la temperatura de fusión es de 1063° C, que el calor latente de fusión es de 16 cal/g y que el calor específico es de 0.031 cal/ g °C (Sol: 0.24 cal)

$Q = 5\cdot10^{-3} \cdot 0,031 \cdot (1063\text{-}20) + 5\cdot10^{-3} \cdot 16 \Rightarrow Q = 0,24$ cal

24. Un filamento de oro de 19.3 g/ml de densidad a 20 °C de temperatura tiene una longitud de 5 cm y un radio de 0.4 mm. El calor específico del oro en fase sólida es de 0.031 cal/g °C, el calor latente de fusión es de 16 cal/g y la temperatura de fusión es de 1063 °C. Sabiendo que el coeficiente de dilatación térmica lineal vale $14.4 \cdot 10^{-1}$ y que el módulo de Young del oro vale 99.3 GPa, calcúlese: a) La energía necesaria para fundir el filamento, b) el cambio de longitud máximo que sufre el filamento antes de fundirse, c) la fuerza interna que produce dicha tracción. (Sol: a) 97.98 J, b) 0.075 cm, c) 748.7 N)

a) $V = S \cdot L \Rightarrow V = \pi \cdot (0,4\cdot10^{-3})^2 \cdot 5\cdot10^{-2} \Rightarrow V = 2,51\cdot10^{-8}\ m^3$

$$\rho = 19,3\frac{gr}{ml}\cdot\frac{1000ml}{1l}\cdot\frac{1000l}{1m^3}\cdot\frac{1Kg}{1000g} \Rightarrow \rho = 19300\ \frac{Kg}{m^3};\ \text{como}\ m = V \cdot \rho$$

$$\Rightarrow m = 2,51\cdot10^{-8}\ m^3 \cdot 19300\ \frac{Kg}{m^3} \Rightarrow m = 0,485\ Kg.$$

$Q = m\cdot Ce\cdot \Delta T + m\, C_{LF}$; $Q = 0,485\cdot0,031\cdot(1063 - 20) + 0,485\cdot16 \Rightarrow Q = 23,44$ Cal

$$Q = 23,4Cal \cdot \frac{4,18J}{1Cal} \Rightarrow Q = 97,98\ J$$

b) $L_f = L_0 (1 + \alpha\cdot\Delta T) \Rightarrow L_f = 5\cdot10^{-2} \cdot[1 + 14,4:10^{-6}\cdot(1063 - 20)] = 0,0507$ m

$\Delta L = 7,5\cdot10^{-4}$ m $\Rightarrow \Delta L = 0,075$ cm.

c) $\sigma = E\cdot\varepsilon$; $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$; $\varepsilon = \frac{0,075}{0,05} = 0,015$; por tanto como : $\frac{F}{S} = E \cdot \varepsilon \Rightarrow$

$F = S \cdot E \cdot \varepsilon \Rightarrow F = 5\cdot10^{-7} \cdot 99,3\cdot10^{9} \cdot 0,015 \Rightarrow F = 748,7$ N

25. Un alambre ortodóncico de acero de 4 cm de longitud se halla en el interior de la boca de una persona a 37°C ($E = 2 \times 10^{11}$ Pa, $\alpha = 10^{-5}$ K^{-1}). La persona bebe agua fría a 0°C. (a) Calculad el cambio relativo de longitud del alambre (b) Calculad el valor de la fuerza de compresión que produce dicho cambio si la sección transversal del alambre es de 0.5 mm^2 (Sol: a) 3.7×10^{-4}, b) 37 N)

a) $L_f = L_0 (1 + \alpha\cdot\Delta T) \Rightarrow Lf = 4\cdot10^{-2}\cdot[1+1\cdot10^{-5}\cdot(-37)] = 0,03998\ m \Rightarrow$

$\Delta L = -1,48\cdot10^{-5}$; y como $\varepsilon = \frac{\Delta l}{L_0} \Rightarrow \varepsilon = \frac{1,48\cdot10^{-5}}{4\cdot10^{-2}} \Rightarrow \varepsilon = 3,7 \cdot 10^{-4}$

b) $\sigma = E\cdot\varepsilon \Rightarrow \frac{F}{S} = E \cdot \varepsilon \Rightarrow F = S \cdot E \cdot \varepsilon \Rightarrow F = 0,5\cdot10^{-6} \cdot 2\cdot10^{11} \cdot 3,7\cdot10^{-4}$

$\Rightarrow$ F = 37 N.

26. Un alambre ortodóncico de acero de 0.4 mm de radio se halla en la boca de un paciente a 37^0C. La persona toma un helado a 1^0C. Si el alambre sufre una contracción volumétrica,

a) calculad el % de volumen contraído, b) calculad el % de deformación unitaria longitudinal, c) ¿recuperará el alambre la forma original cuando la boca vuelva a estar a 37^0C? ¿Por qué? d) calculad la fuerza de contracción longitudinal originada por el enfriamiento. Datos del acero: Módulo de Young 200 GPa, Coeficiente de dilatación térmica lineal 10^{-5} K^{-1}, Módulo de Poisson 0.27, Límite elástico 550 MPa. (Sol: a) 0.108 %, b) 0.235 %, c) No, d) 236.2 N)

a) $V_f = V_0 \cdot (1 + 3\alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow V_f = 2{,}01\cdot10^{-8}[1 + 3\cdot10^{-5}(-36)] = 2{,}0078\cdot10^{-8} \Rightarrow$

$\Delta V = 2{,}171\cdot10^{-8}$; por tanto $\varepsilon_v = \dfrac{2{,}171\cdot10^{-11}}{2{,}01\cdot10^{-8}} = 1{,}08\cdot10^{-3} \Rightarrow \varepsilon_v = 0{,}108$ %

b) $Lf = L_0(1 + \alpha\Delta T)$; $Lf - L_0 = L_0\,\alpha\Delta T$; $\dfrac{L_f - L_0}{L_0} = \alpha\Delta T$;

$\dfrac{L_f - L_0}{L_0}100 = 1\cdot10^{-5}\cdot 36 = 0.036$

c) $V'_f = V_0 \cdot (1 + 3\alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow V_f = 2{,}0078\cdot10^{-8}\cdot(1+3\cdot10^{-5}\cdot36) = 2{,}00997\cdot 10^{-8}$

Como $V'_f < V_f \Rightarrow$ No recupera su estado incial.

d) $\sigma = E\cdot\varepsilon \Rightarrow \dfrac{F}{S} = E\cdot\varepsilon \Rightarrow F = S\cdot E\cdot\varepsilon \Rightarrow F = 200\cdot10^9\cdot0{,}235\cdot10^{-2}\cdot\pi\cdot(0{,}4\cdot10^{-3})^2$

$\Rightarrow F = 232{,}2$ N

27. Se preparan 4 alambres de 0.4 mm de radio y 15 mm de longitud de los diferentes materiales cuyas propiedades se ilustran en la tabla.

Material	Potencial eletroquímico (V)	Límite elástico (MPa)	α ($\times10^{-6}$ K^{-1})
Aluminio (aleación)	+1.662	250	24
Aleación Cr-Co	+0.744	710	13
Acero	+0.44	550	11
Oro	-1.498	690	14.4

a) Si la deformación longitudinal por dilatación térmica debe ser inferior al 0.1%, bajo una amplitud térmica en boca de 50 grados, ¿cuál/cuáles de los cuatro materiales son buenos candidatos? b) Además, en la boca se dan fuerzas del orden de 300 N y los alambres no deben sufrir deformaciones permanentes, ¿cuál/cuáles de los candidatos anteriores son buenos candidatos? c) Finalmente, cuál de los alambres anteriores será más resistente a la oxidación? (Sol: a) Todos menos el aluminio, b) oro y Cr-Co, c) oro)

a) $L_f = L_0 (1 + \alpha\cdot\Delta T)$ $\Rightarrow$ $L_f = L_0 + L_0\cdot \alpha \cdot 50$ $\Rightarrow$ $\frac{L_f - L_0}{L_0} = \alpha \cdot 50$ $\Rightarrow$

$\alpha = \frac{0{,}001}{50} = 2\cdot 10^{-5}$ > el α del Al; los demás son menores. Por tanto el que cumple es el Al.

b) $\sigma = \frac{F}{S}$ Como $S = \pi \cdot (0{,}4\cdot 10^{-3})^2 = 5{,}026\cdot 10^{-7}$ $\Rightarrow$ $\sigma = \frac{300}{5{,}026\cdot 10^{-7}} = 597\cdot 10^6$ Pa $\Rightarrow$

$\sigma = 597$ MPa Cumplirían el Oro y el Cr-Co

28. Un alambre ortodóncico del número 20 (0.8 mm de diámetro) y 5 cm de longitud a 20^0C absorbe 4.1 calorías. Sabiendo que, a 20^0C, el calor específico del aluminio es de 0.9 kJ/(kg·grado), el módulo de Young es de 7×10^{10} N/m^2, el coeficiente de dilatación lineal es 2.3×10^{-5} grado^{-1} y su densidad es 2700 kg/m^3, a) calculad el cambio de longitud producida, b) calculad la fuerza que habrá producido la deformación anterior, c) la densidad final del aluminio. (Sol: a) 0.032 cm, b) 225.2 N, c) 2682.8 kg/m^3)

a) $Q = m\cdot Ce\cdot \Delta T$ $\Rightarrow$ $4{,}1 = (V\cdot \rho)\cdot 0{,}9\cdot \Delta T$; como $V = \pi \cdot R^2 \cdot L$ $\Rightarrow$

$V = \pi \cdot (\frac{0{,}8}{2} \cdot 10^{-3})^2 \cdot 5\cdot 10^{-2} = 2{,}5 \cdot 10^{-8}$ m^3.

$m = V\cdot \rho$ $\Rightarrow$ $m = 2{,}51\cdot 10^{-8}$ m^3 $\cdot\ 27000 \frac{Kg}{m^3} = 6{,}789\cdot 10^{-5}$ Kg. Por tanto el ΔT será:

$4{,}1$ cal$\cdot 4{,}18 \frac{J}{cal} = 6{,}786\cdot 10^{-5} \cdot 0{,}9\cdot 10^3 \cdot \Delta T$ $\Rightarrow \Delta T = 27{,}5$ ºC $\Rightarrow$ como

$L_f = L_0 (1 + \alpha\cdot\Delta T)$; $L_f = 5\cdot 10^{-2} \cdot (1 + 2{,}3\cdot 10^{-5} \cdot 27{,}5) = 0{,}0503$ m. Por lo tanto:

$\Delta L = 3{,}16\cdot 10^{-4} = 0{,}032$ cm.

b) $\sigma = E\cdot\varepsilon$ $\Rightarrow$ $\frac{F}{S} = E \cdot \varepsilon$ como $S = \pi \cdot (\frac{0{,}8}{2} \cdot 10^{-3})^2 = 5{,}026\cdot 10^{-7}$ y $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$

$\Rightarrow \varepsilon = \frac{0{,}032}{5} = 0{,}64\cdot 10^{-3}$; entonces como $F = E \cdot \varepsilon \cdot S$ $\Rightarrow$

$F = 7\cdot 10^{10} \cdot 0{,}64\cdot 10^{-3} \cdot 5{,}026\cdot 10^{-7} = 225{,}1648$ N

c) $\rho = \frac{m}{V}$; $V = \frac{6{,}786\cdot 10^{-5}}{2{,}528\cdot 10^{-8}}$ $\Rightarrow$ $\rho = 2683{,}96 \frac{Kg}{m^3}$

29. Un alambre de acero de 0.4 mm de radio tiene un módulo de Young de 2×10^{11} Pa y un esfuerzo máximo de rotura de 500 M Pa por tracción. Sabiendo que el calor específico es 0.447 kJ/(kg·grado) y el coeficiente de dilatación térmica lineal es 1.27×10^{-5} grado^{-1}, a) calculad el porcentaje de deformación máxima por tracción, b) calculad la cantidad de calor, en calorías, necesaria para fracturar un alambre de 30 g por dilatación.
(Sol: a 0,25%, b) 632 cal.)

a) $\sigma = E\cdot\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \dfrac{500\cdot10^{6}}{2\cdot10^{11}} = 0{,}0025 = 0{,}025\ \%$

b) $Q = m\cdot Ce\cdot \Delta T \Rightarrow Q = 30\cdot10^{-3}\cdot447\cdot\Delta T$; y como $L_f = L_0\,(1 + \alpha\cdot\Delta T) \Rightarrow$

c) $L_f = L_0 + L_0\cdot\alpha\cdot\Delta T \quad \Rightarrow \quad \dfrac{L_f - L_0}{L_0} = \alpha\cdot\Delta T \quad$ y $\quad \dfrac{L_f - L_0}{L_0} = \varepsilon \quad \Rightarrow$

$\Delta T = \dfrac{\varepsilon}{\alpha} \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \dfrac{0{,}0025}{1{,}27\cdot10^{-5}} = 196{,}85\ ºC$ Que substituyendo en Q

tendremos: $Q = 30\cdot10^{-3}\cdot447\cdot196{,}85 = 2639{,}76\ Cal \cdot \dfrac{1Cal}{4{,}18J} = 632\ Cal$