

Apuntes de Radiación III

Atenuación de los fotones

El poder de penetración de los Rx se establece con, el número atómico de cada elemento del tejido, Z_i , multiplicado por su fracción de peso, X_i ;

$$N_{ef} = \sum_i (X_i \cdot Z_i)$$

P.e. en el H_2O : $N_{ef} = \frac{2}{18} \cdot 1 + \frac{16}{18} \cdot 8 = 7.22$

Para distinguir estructuras muy parecidas se hace con sustancias como Ba, ($Z = 56$), el I, ($Z = 53$).

Cuando los fotones interactúan con la materia ceden parte de su energía al medio. Debido a la neutralidad eléctrica de los fotones tienen mayor penetración que los e^- . Los fotones pueden ceder totalmente su energía o atravesar el medio sin interactuar con él.

$$N = N_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$$

N_0 = fotones/cm² iniciales

X = Espesor

N = fotones/cm²

μ = Coeficiente de atenuación lineal característico de la sustancia (cm⁻¹). Depende de la densidad atravesada

Espesor de semirreducción (o de hemirreducción: CHR, $X_{1/2}$ o Hul)

El espesor de semirreducción de un material para una radiación dada, es el espesor que, interpuesto en el camino de la radiación, reduce a la mitad su intensidad.

Depende de:

Energía de radiación incidente.

Densidad del material utilizado; si aumenta la densidad disminuye el CHR.

Endurecimiento del haz R_x

Los haces de R_x presentan un espectro continuo y como la μ (coeficiente de atenuación lineal) depende de la energía del haz para un determinado material interpuesto, se provoca una mayor atenuación de los fotones con menos energía, de manera que, del haz emergente, una vez atravesado el material, habrán desaparecido los fotones menos energéticos.

Coeficiente de atenuación efectivo

Para un haz de espectro continuo, que corresponde al coeficiente de atenuación lineal de un haz mono energético, de energía igual a la media efectiva del espectro continuo; el espesor adicional que es necesario añadir para reducir el nuevo haz (endurecido) a la mitad, es superior, al primer espesor hemirreductor. El cociente entre ambos se denomina Coeficiente de homogeneidad.

$$\text{Coeficiente de homogeneidad} = \frac{1^{\text{a}} CHR}{2^{\text{a}} CHR}$$

Este parámetro es interesante para el estudio de diseño de instalaciones, para el tipo de material y espesor idóneo para pantallas, suelo, paredes y dispositivos de protección.

Tipos de interacciones de los fotones

1.- Dispersión elástica (coherente) o de Rayleigh

2.- Efecto fotoeléctrico

3.- Interacción Compton (incoherente)

4.- Creación de pares

1.- Cuando un fotón de baja energía (con pocos Kev) interacciona con la materia, el átomo receptor se excita al absorber el fotón y seguidamente desprende el exceso de energía emitiendo otro fotón de la misma energía.

-No existe ionización, no es nociva

-Solo existe un cambio en la dirección del fotón.

-No se presenta ninguna transferencia de energía.

-Contribuye al deterioro de la imagen por ennegrecer la película, sin aportar información.

2.- Se produce cuando un fotón choca con un electrón ligado a un átomo. El fotón es absorbido por el electrón, aumenta su energía, se desliga del átomo y adquiere energía cinética.

$$E_0 = W + E_c \longrightarrow h \cdot \nu = h \cdot \nu_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

El fotón ha de tener una energía superior a la del enlace del electrón.

Este tipo de interacción es más probable para los electrones más ligados, es decir, los más cercanos al núcleo.

Si el átomo incidido es de bajo N, el electrón emitido tendrá una energía próxima a la del fotón incidente debido a la poca energía de enlace.

Para átomos pesados, la energía del electrón emitido será bastante inferior al fotón incidente.

La probabilidad de que se produzca efecto fotoeléctrico disminuye al aumentar la energía del fotón incidente. Siendo \approx proporcional al cubo de dicha energía.

$$P \approx K \cdot (h \cdot \nu)^3$$

Si $h \cdot \nu_0 < W_0$ (siendo W_0 la energía de enlace). No habrá efecto fotoeléctrico.

3.- Interacción Compton

Cuando incide un fotón con un electrón, una parte de su energía es cedida al electrón, el cual aumenta su energía cinética, mientras que el resto de energía es cedida a un fotón, que emerge con una desviación respecto al incidente.

Los electrones internos, más cercanos al núcleo, son los más afectados por el efecto fotoeléctrico. **El efecto Compton se presenta fundamentalmente para los electrones externos, los cuales están unidos más débilmente al núcleo.** La energía del fotón emergente es función de la energía del incidente y del ángulo de dispersión del fotón. (Ángulo de sus trayectorias). Cuando el fotón emergente choca y rebota se dice: **incidencia de retrodispersión.**

Cuanto mayor sea el ángulo, menor será la energía del fotón emergente.

Y como $h \cdot \nu = h \cdot \nu_0 + \frac{1}{2}mv^2$, la energía cinética sería máxima para la retrodispersión del fotón.

El electrón sería frenado e un recorrido corto, mientras que el fotón dispersado puede tener un recorrido considerable.

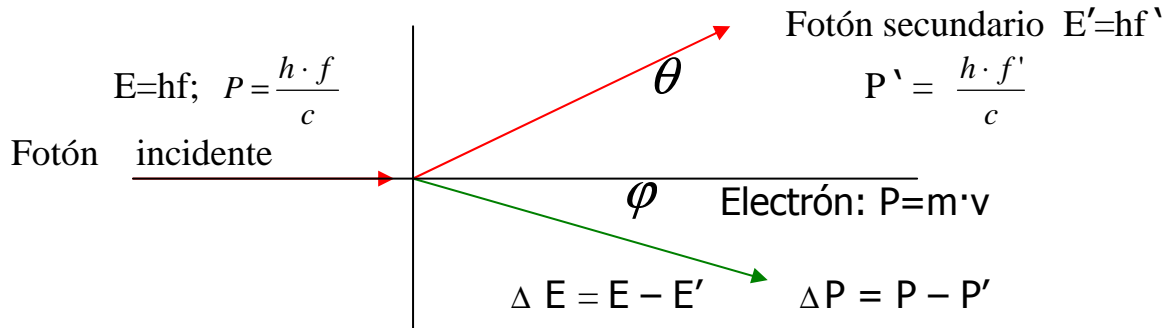
En caso de no arrancar el electrón, el fotón solo tendrá un cambio de dirección pero sin disminución de energía, dando lugar a una dispersión de tipo elástico.

Si $h \cdot \nu > h \cdot \nu_0 \Rightarrow \nu > \nu_0$; como $c = \frac{\lambda}{T}$ y $T = \frac{1}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{c}{\lambda} > \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 > \lambda$

En el fotón incidente tendremos:

$$\left\{ \begin{array}{l} E = h \cdot f \\ E = m \cdot c^2 \end{array} \right. \quad m \cdot c = \frac{h \cdot f}{c}, \text{ y como } P = m \cdot v \Rightarrow P = \frac{h \cdot f}{c};$$

Para el electrón secundario, es decir el saliente: $P' = \frac{h \cdot f'}{c}$



$$\begin{cases} \text{En el eje X tendremos: } \frac{h \cdot f_0}{c} = \frac{h \cdot f}{c} \cdot \cos \theta + m \cdot v \cdot \cos \varphi \\ \text{En el eje Y tendremos: } 0 = \frac{h \cdot f}{c} \cdot \sin \theta - m \cdot v \cdot \sin \varphi \end{cases}$$

$$m \cdot v \cdot \cos \varphi = \frac{h \cdot f_0}{c} - \frac{h \cdot f}{c} \cdot \cos \theta \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\frac{h \cdot f_0}{c} - \frac{h \cdot f \cdot \cos \theta}{c}}{m \cdot v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{h \cdot f_0 - h \cdot f \cdot \cos \theta}{c \cdot m \cdot v} \Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{h^2 \cdot f_0^2 + h^2 \cdot f^2 \cdot \cos^2 \theta - 2 \cdot h^2 \cdot f_0 \cdot f \cdot \cos \theta}{c^2 \cdot m^2 \cdot v^2}$$

$$\text{y } \sin \varphi = \frac{\frac{h \cdot f \cdot \sin \theta}{c}}{m \cdot v} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{h \cdot f \cdot \sin \theta}{c \cdot m \cdot v} \Rightarrow \sin^2 \varphi = \frac{h^2 \cdot f^2 \cdot \sin^2 \theta}{c^2 \cdot m^2 \cdot v^2}$$

$$\text{como } \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1 \Rightarrow \frac{h^2 \cdot f^2 \cdot \sin^2 \theta}{c^2 \cdot m^2 \cdot v^2} + \frac{h^2 \cdot f_0^2 + h^2 \cdot f^2 \cdot \cos^2 \theta - 2 \cdot h^2 \cdot f_0 \cdot f \cdot \cos \theta}{c^2 \cdot m^2 \cdot v^2} = 1$$

$$\text{es decir: } \frac{h^2 \cdot f_0^2 + h^2 \cdot f^2 \cdot (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 2 \cdot h^2 \cdot f_0 \cdot f \cdot \cos \theta}{c^2 \cdot m^2 \cdot v^2} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h^2 \cdot f_0^2 - 2h^2 \cdot f_0 \cdot f \cdot \cos \theta + h^2 \cdot f^2 = c^2 \cdot m^2 \cdot v^2 \quad \text{Si dividimos cada sumando por } h^2 f_0^2 \text{ tendremos:}$$

$$1 - \frac{2f_0 f \cos \theta}{f_0^2} + \frac{f^2}{f_0^2} = \frac{c^2 m^2 v^2}{h^2 f_0^2} \quad \text{como } f = f_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \cos \theta + 1 = \frac{c^2 m^2 v^2}{h^2 f_0^2} \Rightarrow 2 - 2 \cos \theta = \frac{c^2 m^2 v^2}{h^2 f_0^2} \Rightarrow 2(1 - \cos \theta) = \frac{c^2 m^2 v^2}{h^2 f_0^2};$$

$$m \cdot v^2 = \frac{2(1 - \cos \theta) h^2 f_0^2}{mc^2} \quad \text{y, como } h \cdot f = h \cdot f_0 + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot v^2 = 2(hf_0 - hf) \Rightarrow$$

$\Rightarrow 2(hf_0 - hf) = \frac{2(1 - \cos \theta)h^2 f_0^2}{mc^2} \Rightarrow f_0 - f = \frac{f_0^2}{c^2} \frac{h}{m} (1 - \cos \theta)$ Si tenemos en cuenta que $c = \frac{\lambda}{T}$ y $T = \frac{1}{f}$, tendremos que $\frac{f_0^2}{c^2} = \left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^2$ por tanto $f_0 \lambda_0^2 - f \lambda_0^2 = \frac{h}{m} (1 - \cos \theta)$; o sea, $c \lambda_0 - c \lambda = \frac{h}{m} (1 - \cos \theta) \Rightarrow \lambda_0 - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$ y Según la condición de De Broglie $\lambda = \frac{h}{mc}$ la ecuación quedará:

$$\lambda_0 - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda_c = 2.42 \cdot 10^{-12} m \text{ para el electrón}$$

4.- Creación de pares

Se pueden producir cuando los fotones llevan una energía superior a 1,025Mev; en este caso, el fotón cuando interacciona con la materia se transforma espontáneamente en un electrón y un positrón -tiene las mismas características que el electrón pero con carga positiva-. Cuando éste incide con la materia que lo frena, se aniquilan entre sí y se convierten en 2 fotones. Conversión entre materia y energía.

Energía del fotón

	Efecto Fotoeléctrico	Efecto Compton	Producción de pares	
0.01Mev				
0.5Mev				
1Mev				
100Mev				

Tipos de Fotones:

- Los que tienen efecto Compton en el cuerpo del paciente y alcanzan la película después de la dispersión.

La Dispersión: No aporta ninguna información.

Confunde, añade impactos.

Irradia, aumenta el nivel de radiación en la sala de Rx \Rightarrow Incrementa la radiación del paciente y resto de personal.

La Dispersión de una fracción, o la absorción fotoeléctrica proporciona información ya que, indica la presencia de estructuras de elevado poder de dispersión o absorción. La más importante son las de poder de absorción.

Las estructuras opacas, aparecen en la imagen como zonas blancas o claras, (p.e. huesos).

Los fotones que atraviesan al paciente sin interacciones con la materia producen zonas oscuras.

La imagen obtenida radiologicamente depende, pues, de las diferencias de absorción por efecto fotoeléctrico y las que lo atraviesan sin interaccionar con él.