# 六自由度 Stewart 平台四维工作空间搜索方法

傅绍文.姚 郁

(哈尔滨工业大学 控制与仿真中心,哈尔滨 150080, E-mail:shaowenfu@ sohu. com)

摘 要: 针对某型 6-DOF Stewart 仿真平台绕 Z 轴转角范围大的要求,提出通过搜索四维工作空间来选择杆长参数的方法. 首先将输入的连杆长度均分为若干离散值,6组离散杆长值组合出平台的杆长输入量;然后利用位置正解算法求出对应的上平台位置姿态解,除去其中不满足铰链转角约束和具有奇异位形的解;最后将离散的平台可达位置点组成位置可达空间并划分为若干等体积区域,将每个区域内离散位置点姿态角变化范围的加权函数值作为该区域所有点的第四维坐标. 四维工作空间具有可视化的直观效果,其搜索方法简单易行,为某型平台杆长参数的选取提供了依据.

关键词:四维工作空间;Stewart 平台;位置正解

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 0367 - 6234(2007)01 - 0011 - 03

# Four dimension workspace search method for six degree of freedom Stewart platform

FU Shao-wen, YAO Yu

(Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China, E-mail; shaowenfu@sohu.com)

Abstract: In order to get the maximum angle range around Z axis of 6 – DOF Stewart platform, four dimension workspace search method is proposed. Firstly, all possible kinematics inputs of the manipulator are got through dividing legs length averagely. Then the upper platform's position and orientation is obtained by direct position kinematics algorithm. Finally, the reachable position workspace is divided into several small parts, and in each part angles range's weighted value is regarded as fourth coordinate besides three dimension position. The four dimension workspace is very intuitional, and it can help to determine the leg length by which the manipulator could have maximum angle range around Z axis has been found depending it.

Key words: four dimension workspace; stewart platform; direct position kinematics

Stewart 平台[1] 工作空间分析[2-3] 的目的是评价执行器实现位姿的能力,同时也是尺度综合的基础. 以往工作大多研究固定姿态的位置空间或固定位置的姿态空间,由于并联机构位置和姿态强烈耦合,将位置和姿态同时描述,至今未能很好解决[4].

本文针对某型 6 - DOF Stewart 仿真平台在位置可达空间中绕 Z 轴转角大的要求,提出搜索四维工作空间来确定平台杆长参数方法. 其基本思想是在满足连杆长度约束的情况下,在每个连杆长度变化范围内取均匀的离散点,组合出平台的

连杆杆长输入,利用位置正解算法<sup>[5]</sup>得出相应的上平台位置姿态解.然后将离散位置点组成的位置可达空间分割成适当数量的等体积区域,取区域内所有离散位置点姿态角变化范围的加权函数值来表征上平台在该区域内绕 Z 轴的转动能力.这样得到 6 - DOF Stewart 平台的的四维工作空间:三维位置可达空间基础上引入姿态角变化范围的加权函数值作为第四维坐标,可以形象地将其理解为三维空间中一个密度不均匀的几何体(或一个数量场),几何体内点的位置坐标代表上平台可以达到的空间点,该点处的密度代表上平台可以达到的空间点,该点处的密度代表上平台在该点的第四维坐标,即姿态角变化范围的加权函数值.得到四维工作空间之后,可以根据其不同角度剖面图上密度分布情况来调整平台杆长参

收稿日期: 2005-01-05.

作者简介: 傅绍文(1978-), 男, 博士研究生;

姚 郁(1963--),男,教授,博士生导师.

数,使得上平台在其位置可达空间中绕 Z 轴转角范围尽可能大,以满足某型 6 - DOF Stewart 仿真平台的要求.

## 1 四维工作空间搜索方法

6 - DOF Stewart 平台四维工作空间搜索方法 分如下 4 步进行:

第一步:输入杆长量的离散化.

如图 1 所示,平台 6 个连杆长度独立变化,对应不同的杆长组合,上平台有不同的位置姿态输出. 设杆长变化范围 [ $l_{\min}$   $l_{\max}$ ],  $l_{\min}$ 、 $l_{\max}$  分别为连杆伸缩所能达到的最小值与最大值. 将每个连杆均分 n 等份: $l_{i1}$ ,…, $l_{in}$ , ( $i=1,\dots,6$ ),排列组合

$$(l_{1m_1}, l_{2m_2}, l_{3m_3}, l_{4m_4}, l_{5m_5}, l_{6m_6})$$

其中

$$m_i = 1, \dots, n, (i = 1, \dots, 6)$$
  
共有  $n^6$  组组合.

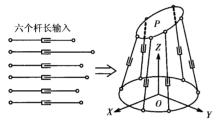


图 1 输入杆长变化引起上平台位姿的变化 第二步:计算位置正解.

通过位置正解算法得出 n<sup>6</sup> 组输入杆长数据 对应的上平台位姿正解

$$(x_i, y_i, z_i, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i), (i = 1, \dots, n^6).$$

将得到的正解结果中的 $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $(i = 1, \dots, n^6)$  组成上平台的位置可达空间 M,将其划分为 m 个等体积的正方体小区域  $A_i$ ,  $(i = 1, \dots, n^6)$ 

$$m$$
),有 $\bigcup_{i=1}^{m} A_i = M$ .

第三步:第四维坐标的计算.

设位置可达空间 M 中的某个小区域  $A_i$  ( $i=1,\cdots,m$ ) 内共有 p 个位置离散点( $x_j,y_j,z_j$ ), ( $j=1,\cdots,p$ ), 如图 2 示, 每个位置点对应的姿态角为 ( $\alpha_j,\beta_j,\gamma_j$ ), ( $j=1,\cdots,p$ ).



图 2 散位置可达空间小区域 A,

取

$$\Delta \alpha = \max(\alpha_j) - \min(\alpha_j), (j = 1, \dots, p).$$
  
$$\Delta \beta = \max(\beta_j) - \min(\beta_j), (j = 1, \dots, p).$$

 $\Delta \gamma = \max(\gamma_j) - \min(\gamma_j), (j = 1, \cdots, p).$ 则定义区域  $A_i$  内所有点的第四维坐标为  $f_i = a_1 \cdot \Delta \alpha + a_2 \cdot \Delta \beta + a_3 \cdot \Delta \gamma, a_1 \cdot a_2 \cdot a_3$  为姿态角变化范围的加权值. 其他区域同样处理,得到所有点的第四维坐标.

第四步:评价指标的计算.

在 m 个空间区域内随机选取 q 个区域  $A_k$ ,  $(k=1,\cdots,q)$ , $A_k$   $\subset$  M,满足杆长约束下在  $A_k$  内通过位置反解搜索出 3 个姿态角的变化范围. 设同一区域  $A_k$  第三步得出的姿态角变化范围为  $\Delta\alpha_{1k}$ 、 $\Delta\beta_{1k}$ 、 $\Delta\gamma_{1k}$ ,通过反解得出的姿态角变化范围为  $\Delta\alpha_{2k}$ 、 $\Delta\beta_{2k}$ 、 $\Delta\gamma_{2k}$ . 由于反解得出区域内姿态角变化范围更为准确,为了评价上述步骤得到的各个区域内姿态角变化范围与真实值的接近程度,评价指标选定为

$$F = \frac{1}{3q} \sum_{i=1}^{q} \left( b_1 \cdot \frac{\Delta \alpha_{1i}}{\Delta \alpha_{2i}} + b_2 \cdot \frac{\Delta \beta_{1i}}{\Delta \beta_{2i}} + b_3 \cdot \frac{\Delta \gamma_{1i}}{\Delta \gamma_{2i}} \right).$$

式中: $b_1 \ b_2 \ b_3$  为加权值且0 < F < 1: 若 F < 0.8 则调整  $m \ n$  值重复上述步骤,若  $F \ge 0.8$  则算法结束.

# 2 仿真实例

某型 6 - DOF 对称 Stewart 平台参数如表 1 所示.

表 1 文中使用符号定义

下平台	上平台	杆长伸	下平台短	上平台短
半径	半径	缩范围	边所对圆	边所对圆
<i>R</i> /m	<i>r</i> /m	$\Delta l$ /m	心角 θ/(°)	心角 ð/(°)
0. 25	0. 15	0. 12	30	25

限定平台处于零位时杆长  $l_0 \in [0.35, 0.50]$ m. 选定  $l_0 = 0.35$  m, 伸长量  $\Delta l$  取 7 个数据点,即 n = 7,则有:0.00 m, 0.02 m, 0.04 m, 0.06 m, 0.08 m, 0.10 m, 0.12 m,输入量组合共有76 组数据,通过正解计算得到76 组上平台位姿数据,再去掉其中不满足转角约束和具有奇异位形的解.得到的位置可达空间立体视图如图 3 所示.

位置可达空间划分:x向( $-0.2 \sim 0.2$  m) 均分成 100 份,每份 4 mm;y 向( $-0.2 \sim 0.2$  m) 均分成 100 份,每份 4 mm;z 向( $0.38 \sim 0.48$  m) 均分成 25 份,每份 4 mm,即 m=250 000. 取第四维坐标为  $f=0.1\Delta\alpha_p+0.1\Delta\beta_p+0.8\Delta\gamma_p$ ,取 q=1500, $b_1=0.1$ , $b_2=0.1$ , $b_3=0.8$ ,计算出评价指标 F=0.92. 将图 3 所示的位置可达工作空间进行剖切,则可观察到第四维坐标的分布情况. 平台在 x=0.00 m,x=0.05 m 处的剖面图,分别如图 4  $\sim 5$  所示,图中颜色深浅分别代表第四维坐

#### 标值的大小.

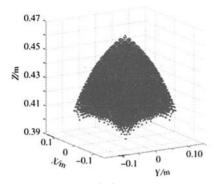


图 3 上平台的位置可达空间立体视图

0.47

0.46

0.43

0.42

0.41

0.40

-0.10 -0.05 0 0.05 0.10 0.15

图 4 Stewart 平台四维工作空间 x = 0.00 m 处的切面图

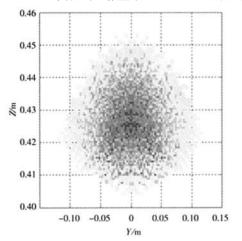


图 5 Stewart 平台四维工作空间 x = 0.05 m 处的切面图

重复上述方法,分别再取平台处于零位时杆长参数  $l_0$  为:0. 38 m, 0. 40 m, 0. 42 m, 0. 44 m, 0. 46 m, 0. 48 m, 0. 50 m, 对比得到四维工作空间的剖面图,针对某型 6 – DOF Stewart 仿真平台,按照位置可达空间合理,剖面密度分布均匀且较大的原则,最终选定该型仿真实验平台杆长参数为 0.44 m.

## 3 结 论

给出了6-DOF Stewart 平台工作空间一种新的表达方式,一定程度上能够直观地将位置和姿态同时加以描述. 通过对某型6-DOF Stewart 平台四维工作空间的评估,在满足连杆长度约束的情况下找出了使上平台绕 Z 轴转角范围尽量大的杆长参数,为 Stewart 平台的尺度综合问题提供了一种新的数值计算方法. 进一步,如果在空间位置点定义3个欧拉角变化范围为额外的三维坐标,利用向量场可视化技术可直观表达平台的六维工作空间.

# 参考文献:

- [1] STEWART D A. Platform with six degree of freedom [C]//Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering. London: [s. n.], Part A. 1965, 180(15): 371 386.
- [2] MERLET J P, GOSSELIN C M, MOULY N. Workspaces of planar parallel manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 1998,33(1):7-20.
- [3] 姜兵, 黄田. 6 PSS 并联机器人操作机平动工作空间解析[J]. 机器人, 2000,22(2):136-142.
- [4] DASGUPTA B, MRUTHYUNJAYA T S. The stewart platform manipulator; a review[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(1):15-40.
- [5] 陈学生. 并联机器人位置正解工作空间及尺度综合问题的研究[D]. 哈尔滨,哈尔滨工业大学,2002.

(编辑 赵丽莹)