

DOI: 10.3901/JME.2014.05.010

求解柔索驱动并联机构最大任务空间的 区间分析法*

邹 愉 张玉茹 王党校

(北京航空航天大学虚拟现实与系统国家重点实验室 北京 100191)

摘要: 并联机构的工作空间一般具有不规则的几何边界。然而在实际应用中,操作任务通常要求工作空间具有规则的几何形状,同时还必须满足任务给定的力/力矩输出要求,称这样的工作空间为任务空间。以柔索驱动并联机构为对象,研究最大任务空间的求解问题。基于区间分析理论,提出解决此问题的一种新方法,并以平面 3 自由度柔索驱动并联机构为例,针对最大正方形任务空间的求解问题,给出该方法的数值计算实例。进一步分析此最大正方形任务空间的边长与动平台姿态角,以及与输出力/力矩之间的关系,发现随动平台姿态角或输出力/力矩增大,最大正方形任务空间的边长近似线性下降。

关键词: 工作空间; 任务空间; 柔索驱动并联机构; 区间分析

中图分类号: TH112

Interval Analysis Method for Determining Maximum Taskspace of Cable-driven Parallel Mechanisms

ZOU Yu ZHANG Yuru WANG Dangxiao

(State Key Laboratory of Virtual Reality Technology and System, Beihang University, Beijing 100191)

Abstract: The workspace of a parallel mechanism has generally irregular boundary. In applications, however, operation tasks typically require the workspace to have regular geometric shape and satisfy given force/moment generation requirements. Such a workspace is referred to as a taskspace herein. Aiming at cable-driven parallel mechanisms, method for determining the maximum taskspace is investigated. Based on interval analysis theory, a novel algorithm to address this problem is proposed. Taking a planar 3-DOF cable-driven parallel mechanism as an example, a numerical analysis example is presented for the determination of the maximum square taskspace. Further, the relationship between side length of the maximum square taskspace and orientation angle of the moving platform as well as the relationship between the side length and the generated force/moment are analyzed. It is found that the side length of this maximum square taskspace decreases almost linearly as the orientation angle of the moving platform or the generated force/moment increases.

Key words: workspace; taskspace; cable-driven parallel mechanism; interval analysis

0 前言

柔索驱动并联机构是一类通过柔索连接动平台和机架驱动单元的特殊并联机构,具有工作空间大、惯性小、运动速度快、结构简单等优点,在码头吊装^[1]、力觉交互^[2]以及大型射电望远镜^[3]等领域获得了广泛应用。

工作空间是柔索并联机构的重要性能指标。目前,有关柔索驱动并联机构工作空间的研究主要集中在如何确定工作空间的边界。PHAM 等^[4]通过柔

索拉力分析提出了单个位姿点属于工作空间的判定条件。BOSSCHER 等^[5]利用矢量几何方法,解析表达了具有点状末端的不完全约束柔索并联机构的力可行工作空间边界。FERRARESI 等^[6]应用空间几何方法求解了 9 根柔索驱动的 6 自由度并联机构的力封闭工作空间。

一般而言,柔索驱动并联机构的工作空间具有复杂的几何边界。然而在实际应用中,操作任务所要求的工作空间通常是规则几何体,如立方体或球,且满足任务对力/力矩输出的要求,本文称此类具有规则几何形状的工作空间为任务空间。针对柔索驱动并联机构任务空间的求解问题,离散法^[7-9]将工作空间离散为网格,逐网格点分析力和力矩的输出能力,

* 国家高技术研究发展计划资助项目(863 计划, 2008AA04Z206, 2009AA012105)。20130418 收到初稿, 20131223 收到修改稿

离散法的精度取决于网格点的数量, 对于复杂机构计算量大效率较低。GOUTTEFARDE 等^[10-11]将区间分析理论应用于工作空间分析, 针对力/力矩输出分量为给定区间的情况, 给出了求解及验证任务空间的方法。

本文扩展了文献[10-11]的方法, 使其适用于任意的力/力矩输出要求, 详细探讨了给定输出力/力矩幅值的最大任务空间求解问题。首先建立柔索驱动并联机构的力/力矩模型并定义问题, 然后介绍动平台位置矢量的盒的概念, 并应用区间分析理论提出盒满足力/力矩输出要求的充分条件, 在此基础上给出求解满足任务要求的最大任务空间的算法, 并以平面 3 自由度柔索驱动机构为例, 给出计算实例, 分析任务空间边长与动平台姿态角以及输出力/力矩之间的关系。

1 问题定义

由 m 根柔索驱动的 n 自由度柔索驱动并联机构如图 1 所示, 其中 $Oxyz$ 是固定坐标系, $Px'y'z'$ 是与末端动平台固连的移动坐标系, P 点固定于动平台的质心位置。 B_i 和 P_i ($i=1,2,\dots,m$) 分别代表机构第 i 根柔索在机架和动平台上的连接点。在固定坐标系中, 分别令 $b_i = OB_i$ 、 $p = OP$ 、 $r_i = PP_i$, 则沿着第 i 根柔索从 P_i 点到 B_i 点的矢量 $l_i = b_i - p - r_i$, $d_i = l_i / \|l_i\|_2$ 为沿 l_i 方向的单位矢量。动平台的位置(位置和姿态)由其质心点的位置矢量 p 和移动坐标系 $Px'y'z'$ 相对于固定坐标系 $Oxyz$ 的姿态矢量 φ 定义。

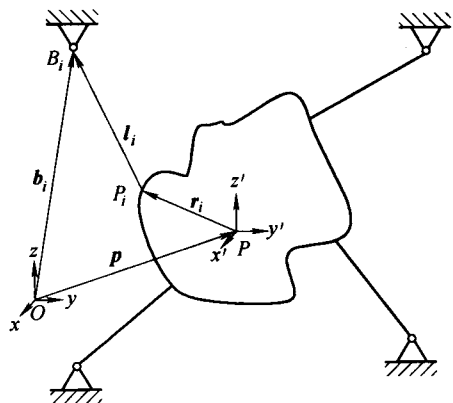


图 1 柔索驱动并联机构简图

柔索驱动并联机构的柔索拉力与柔索在动平台所产生的力和力矩之间的关系可以表示为

$$At = w \quad (1)$$

式中, $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ 是由动平台位姿决定的 $n \times m$ 阶结构矩阵^[12], 其中 $a_i = (d_i; r_i \times d_i)$ 代表沿第 i 根柔索方向的线矢量, 因此第 i 根柔索施加在动平

台质心 P 点的力螺旋(力和力矩)可以表示为 $t_i a_i$;

$t = (t_1, t_2, \dots, t_m)^T$ 是柔索拉力矢量, 对于第 i 根柔索 ($i=1,2,\dots,m$), 考虑到所能允许的最大拉力 \bar{t}_i 以及用于保持柔索张紧的最小拉力 \underline{t}_i , 柔索上的拉力约束是

$$t \in \Gamma = \{t \mid 0 < \underline{t}_i \leq t_i \leq \bar{t}_i, i=1,2,\dots,m\} \quad (2)$$

$w = (F^T, M^T)^T$ 是柔索在动平台质心点 P 所施加的合力螺旋。由于结构矩阵 A 是由动平台的位姿决定, 即 $A = A(p, \varphi)$, 因此, 式(1)反映了动平台位姿、柔索拉力以及动平台输出力和力矩之间的关系。

设操作任务所要求的动平台可实现的姿态角集合为 Ψ , 所要求的动平台产生的力和力矩集合为 Ω 。对于给定形状的规则几何体, 如果动平台在其中任意位置都能实现任务所要求的姿态角和力/力矩输出, 则该几何体是满足任务要求的工作空间, 称为任务空间, 记为 W_{Task} , 即

$$\begin{aligned} \forall p \in W_{\text{Task}} \quad \forall \varphi \in \Psi \quad \forall w \in \Omega \quad \exists t \in \Gamma \\ \text{s.t. } A(p, \varphi)t = w \end{aligned}$$

综上, 本文所研究的问题可以定义如下: 给定任务的姿态角要求 Ψ 、力/力矩输出要求 Ω 以及任务空间的几何形状, 求解满足要求的最大任务空间。

2 最大任务空间的区间分析法

2.1 动平台位置矢量的盒

首先介绍动平台位置矢量的盒的概念。本文中用 $[x]$ 表示实数 x 的一个区间, 即, $[x] = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in \mathbf{R} \mid \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\}$, 相应地可以定义区间矢量 $[v]_n = ([v_1], [v_2], \dots, [v_n])$ 以及区间矩阵 $[M]_{m \times n} = ([m_{ij}])_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n}$ ^[13], 其中每一个元素都是区间。在此基础上, 区间分析理论定义了区间上的各种基本运算, 包括区间矢量和区间矩阵的运算。区间分析的基本应用之一是对定义在区间上的实函数的值域进行估计。例如, 对于函数 $y = f(x), x \in [x]$, 应用区间运算可以得到 $[y] = f([x])$, $[y]$ 包含了 $x \in [x]$ 在映射 f 下所有象的集合, 即

$$\{f(x) \mid x \in [x]\} \subseteq f([x]) = [y] \quad (3)$$

式(3)说明 $\forall x \in [x], f(x) \in [y]$, 反之则一般不成立, 因此称 $[y]$ 是对 $\{f(x) \mid x \in [x]\}$ 的一个过度估计^[14]。

设 p 为机构动平台的位置矢量, 则区间矢量 $[p]$ 表示一个在空间位置上连续的位姿点的集合。根据机构的平动自由度, $[p]$ 在几何上表示一个棱边平行于坐标轴的矩形或长方体, $\forall p \in [p]$, p 所代表的位姿点都包含于该矩形或长方体中, 因此,

称 $B=[p]$ 是位置矢量 p 的盒。

对于给定的姿态以及力/力矩输出要求, 动平台位置矢量的盒 B 可能存在三种情况: ① B 中所有位姿点都满足任务要求, 则称 B 满足任务要求; ② B 中所有位姿点都不满足任务要求, 称 B 完全不满足任务要求; ③ B 中仅有部分位姿点满足任务要求。应用区间分析理论, 可以给出判断任意盒满足任务要求的充分条件。

2.2 盒满足任务要求的充分条件

设 $B=[p]$ 是动平台位置矢量的盒, 设 $\Psi=[\varphi]$ 为任务对动平台的姿态角要求, Ω, Γ 分别为任务的力/力矩输出要求和柔索拉力约束, 已知 $A=A(p, \varphi)$, 则 B 满足任务要求当且仅当

$$\forall p \in B \quad \forall \varphi \in \Psi \quad \forall w \in \Omega \quad \exists t \in \Gamma$$

$$\text{s.t. } A(p, \varphi)t = w$$

应用区间运算, 可以得到: $[A]=A(B, \Psi)$, 由式(3)可知区间矩阵 $[A]$ 包含了在满足任务姿态角要求 Ψ 的情况下盒 B 中所有位姿点对应的结构矩阵的集合 $\{A(p, \varphi) | p \in B, \varphi \in \Psi\}$ 。因此, 盒 B 满足任务要求的充分条件是

$$\forall A \in [A] \quad \forall w \in \Omega \quad \exists t \in \Gamma$$

$$\text{s.t. } At = w \quad (4)$$

因此, 只需要考查式(4)成立的条件。为此, 首先选取一组顶点矩阵^[15], 对于 n 自由度柔索驱动并联机构, 令集合 $\{y_i\}$ 包含 2^n 个不同的 n 元列矢量 y_i , y_i 的每一个元素都是 -1 或 1。 $\forall y_i \in \{y_i\}$, 令

$$A_{y_i} = A + \frac{1}{2}(I - y_i)^T(\bar{A} - A) \quad (5)$$

式中, A, \bar{A} 的每一个元素分别是 $[A]$ 中相应元素的区间下限或上限, I 表示元素全为 1 的 n 元列矢量。称 $A_{y_i} (i=1, 2, \dots, 2^n)$ 为区间矩阵 $[A]$ 的顶点矩阵, 由式(5)可知 $A_{y_i} \in [A]$ 。由此, 可以得到如下定理。

定理 1: 对于区间矩阵 $[A]$, 式(4)成立的充分必要条件是

$$\forall y_i \in \{y_i\} \quad \forall w \in \Omega \quad \exists t \in \Gamma$$

$$\text{s.t. } A_{y_i}t = w \quad (6)$$

证明: 先证必要性。已知对于 $\forall A \in [A]$, 都有 $\forall w \in \Omega$, $\exists t \in \Gamma$ 使得 $At = w$ 成立, 由式(5)可知 $\forall y_i \in \{y_i\}$, 都有 $A_{y_i} \in [A]$, 因此 $\forall w \in \Omega$, 都 $\exists t \in \Gamma$ 使得 $A_{y_i}t = w$, 即式(6)成立, 必要性得证。

充分性。 $\forall w \in \Omega$, w 可被视为一个仅包含单个矢量的区间矢量, 其中所有元素都是上限与下限相等的区间。根据 ROHN 定理(文献[15], 定理

1.16), 由于 $A_{y_i} (i=1, 2, \dots, 2^n)$ 是 $[A]$ 的顶点矩阵, 并且由式(6), $\forall y_i \in \{y_i\}$, 都 $\exists t \in \Gamma$ 使得 $A_{y_i}t = w$, 因此 $\forall A \in [A]$, 都 $\exists t \in \Gamma$ 使得 $At = w$ 成立。又由于 w 选取的任意性, 结论对 $\forall w \in \Omega$ 都成立, 因此充分性得证。定理证毕。

已知式(4)成立是 B 满足任务要求的充分条件, 又根据定理 1, 式(4)成立当且仅当式(6)成立, 因此, 式(6)成立是 B 满足任务条件的一个充分非必要条件。非必要是由于 $[A]$ 是对 $\{A(p, \varphi) | p \in B, \varphi \in \Psi\}$ 的过度估计, 所以 $[A]$ 中存在不对应于 B 中任何位姿点之结构矩阵的元素, 即

$$\exists A \in [A]$$

$$\text{s.t. } \forall p \in B \quad \varphi \in \Psi \quad A \neq A(p, \varphi)$$

因此, 式(6)不成立并不能证明 B 不满足任务要求, 还需要进一步分析。

另外, 基于区间运算还可以简单地给出 B 完全不满足任务要求的充分条件

$$[A]\Gamma \cap \Omega \neq \Omega \quad (7)$$

式中, $[A]\Gamma$ 表示对区间 $[A]$ 和 Γ 进行区间乘法运算所得的乘积区间。式(7)意即 $\forall A \in [A]$, $\forall t \in \Gamma$, 都 $\exists w \in \Omega$, 使得 $At \neq w$, 因此动平台在 B 中任意位姿点都不能实现任务要求的力/力矩。

基于上述两个充分条件式(6)、(7), 可以判断任意位置矢量的盒满足或完全不满足任务的姿态和力/力矩输出要求。在实现方面, 式(7)是否成立可以直接应用区间运算确定; 而确定式(6)是否成立, 相当于 2^n 个单位姿点的力/力矩输出能力求解问题, 可以通过多种算法实现^[7-9], 本文采用文献[9]提出的超平面变换几何法, 该方法计算速度快, 且对截断误差不敏感。限于篇幅, 这里不详细介绍方法的步骤, 原理上, 该方法首先通过计算支承平面确定 $A_{y_i}t$ 生成的 n 维多面体, 即

$$\{A_{y_i}t | t \in \Gamma\} = \{w | c_j^T w \leq D_j\} \quad (8)$$

式中, $\{w | c_j^T w \leq D_j\}$ 是该 n 维多面体的超平面表示。然后分析 $\{w | c_j^T w \leq D_j\}$ 与任务的力/力矩输出要求 Ω 之间的几何关系, 如果

$$\{w | c_j^T w \leq D_j\} \cap \Omega \neq \Omega \quad (9)$$

则说明

$$\exists w \in \Omega$$

$$\text{s.t. } \forall t \in \Gamma \quad A_{y_i}t \neq w$$

式(6)不成立, 表示无法确定位置矢量的盒 B 是否满

足任务要求。用 $R = \text{TaskRequirement}(B, \Gamma, \Omega)$ 代表此判断过程的实现, 如果 B 满足任务要求, 则返回 $R=1$, 若 B 完全不满足任务要求, 则返回 $R=0$, 若两个充分条件都不满足, 则返回 $R=-1$, 说明无法判定。

根据区间分析理论^[13]以及文献[10-11], 上述充分条件中区间运算的过度估计的程度取决于盒 B 的大小, B 体积越小, 过度估计效应越不明显, 即 $[A]$ 中所包含的不属于 $\{A(p, \varphi) | p \in B, \varphi \in \Psi\}$ 中的元素越少, 反之亦然。特别地, 当 B, Ψ 只包含单个位姿点时, 则 $[A] = \{A(p, \varphi) | p \in B, \varphi \in \Psi\}$, 此时不存在过度估计。因此, 为了应用本节提出的充分条件求解最大任务空间, 基本的思路是将机构的平动空间划分为一组体积较小的盒进行考查。

2.3 区间分析法算法描述

根据第 2.2 节提出的充分条件及实现, 对于给定的任务姿态、力/力矩输出要求以及任务空间的几何形状, 求解最大任务空间的算法思路如下。

设定最大细分精度, 首先取包含最大任务空间的盒进行考查。利用第 2.2 节的两个充分条件进行判别, 如果满足其中之一, 则算法结束; 否则将其细分为一组体积更小的盒, 再进行考查。如果全部可以判定满足或完全不满足任务要求, 则算法结束, 否则将无法判定者进一步细分, 直至所有细分后的盒都可以判定或达到最大细分精度。至此, 得到一个满足任务姿态以及力/力矩输出要求的不同大小盒的集合, 在此集合中可以确定符合所要求几何形状的最大任务空间。算法步骤如下。

(1) 设 B 为一包含最大任务空间的盒, 设待考察盒集合 $L = \emptyset$, 设满足任务要求的盒集合 L_{in} 、完全不满足任务要求的盒集合 L_{out} 以及以当前最大细分精度无法确定的盒集合 L_{uc} 均为空集, 即 $L_{in} = L_{out} = L_{uc} = \emptyset$ 。

(2) 判断 B 是否满足任务的力/力矩和姿态角要求。为此, 计算 $R = \text{TaskRequirement}(B, \Gamma, \Omega)$ 。

判别: 若 $R=0$, 说明 B 完全不满足任务要求, 将 B 加入到 L_{out} ; 若 $R=1$, 说明 B 满足任务要求, 将 B 加入到 L_{in} ; 若 $R=-1$, 说明无法确定 B 是否满足任务要求, 此时需要进一步判别: 若

$$\text{width}(B) < T$$

式中 $\text{width}(B)$ —— B 的最大区间宽度^[14];

T ——最大细分精度, $T > 0$ 。

说明 B 已达到最大细分精度, 将 B 加入到 L_{uc} , 否则, 将 B 细分为 B_1, B_2, \dots, B_k , 使得 $\bigcup_{i=1}^k B_i = B$, 并将 B_1, B_2, \dots, B_k 加入到 L 。值得注意的是, 此处可

以采用多种细分策略, 所采用的策略会对算法效率产生影响, 本文不对此问题进行讨论, 仅采用最简单的对分法将 B 划分为两个大小相同的盒 B_1, B_2 。

(3) 判别是否还有待考察盒: 若 $L = \emptyset$, 则至步骤(4), 否则, 设 B 为集合 L 中任一元素, 同时从 L 中去除该元素, 转至步骤(2)。

(4) 通过求解如下优化问题来确定最大任务空间

$$\begin{aligned} & \max V(B) \\ & \text{s.t. } B \in \Sigma \\ & (\bigcup L_{in}) \cap B = B \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $V(B)$ 表示 B 的体积; Σ 代表任务空间的几何形状要求, 例如 $\Sigma = \{\text{正方形}\}$ 表示所有正方形的集合; $\bigcup L_{in}$ 是满足任务的姿态角以及力/力矩输出要求的所有位姿的集合。

约束条件 $(\bigcup L_{in}) \cap B = B$ 表示 B 中所有位姿点都满足任务要求, 其也可以用以下等价条件替代

$$(\bigcup L_{out}) \cap B = \emptyset \quad (\bigcup L_{uc}) \cap B = \emptyset$$

表示 B 中不存在不满足任务要求以及无法确定是否满足要求的位姿点。式(10)可以采用多种方法求解, 包括直接搜索法、0.618 法等。具体来说, 由于给定了任务空间的形状, 因此可以直接将任务空间的体积 $V(B)$ 用作设计变量。以 0.618 法为例, 可以以机构任务空间最大可能体积的 0.618 倍为初值, 判断是否满足式(10)的约束条件, 如果满足则增大 $V(B)$, 否则减小 $V(B)$, 重复此过程直至算法收敛。

3 计算实例

将算法应用于如图 2 所示的由 4 根柔索驱动的平面 3 自由度并联机构, 确定最大任务空间, 分析动平台姿态角以及力/力矩输出要求对最大任务空间大小的影响。

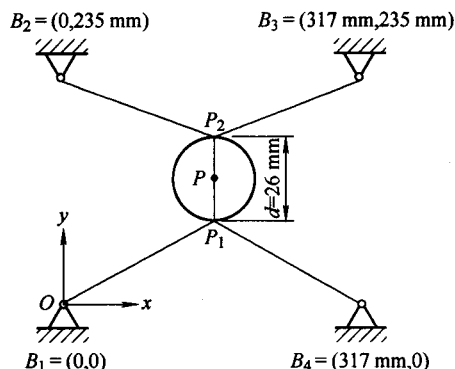


图2 平面3自由度柔索驱动并联机构简图

机构的尺寸参数如图 2 所示, 其动平台是直径 26mm 的圆环, 柔索拉力 $t_i \in [1 \text{ N}, 15 \text{ N}] (i=1, 2, 3, 4)$ 。设动平台在任务空间中的姿态角范围是

$\Psi = [-10^\circ, 10^\circ]$, 同时, 设任务的力/力矩输出要求为动平台在所有方向上都至少能产生以下给定幅值范围的力和力矩: $\|F\|_2 \leq 3 \text{ N}$, $\|M\|_2 \leq 0.03 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。简单起见, 不妨设所要求的任务空间是正方形, 则可以用其边长 l 代替体积来表征任务空间的大小。下面应用本文所提算法确定该机构的最大正方形任务空间, 算法在 Matlab R2010b 平台上, 基于区间分析工具包 INTLAB v6^[16]实现。

图 3 所示为在不同最大细分精度 T 下得到的最大正方形任务空间。图 3 中 L_{in} 表示满足任务要求的区域; L_{out} 表示完全不满足任务要求的区域; L_{uc} 表示当前精度下无法确定的区域。确定 L_{in} 后, 再采用 0.618 法求解式(10)即得到 L_{in} 区域中的最大正方形任务空间 W_{Task} , 如图 3 所示。当 $T=3 \text{ mm}$ 时, W_{Task} 的边长为 32.41 mm , 而当 $T=1 \text{ mm}$ 时, W_{Task} 的边长增大到 74.07 mm , 由此可见算法结果依赖于最大细分精度 T 。当 T 减小, 相当于将空间划分得越细, 则无法确定是否满足任务要求的区域(图 3 中 L_{uc} 区域)就越小, 最大任务空间的边长增大。最大细分精度 T 对 W_{Task} 边长的影响如图 4 所示, 可以看到随 T 减小, 边长 l 逐渐增大, 二者近似呈线性关系。图中当 $T=0.1 \text{ mm}$ 时, $l=95.29 \text{ mm}$ 。用图 4 中 $0.1 \text{ mm} \leq T \leq 1.0 \text{ mm}$ 的数据点进行线性拟合, 可以得到: $l = -23.57T + 97.53$, 由此, 可以估计当 T 趋近于 0, 即当空间近似于可以无限细分时, W_{Task} 的边长 l 趋近于 97.53 mm 。

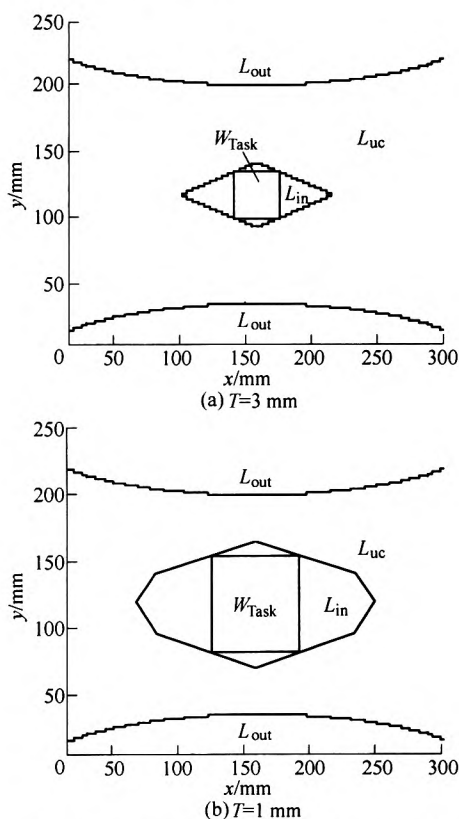


图 3 不同最大细分精度下的最大任务空间

而在时间效率方面, 算法在 2 GB 内存的 Intel® Core i3-2310M 平台上的计算时间如图 5 所示, 随 T 减小, 算法的计算时间逐渐增大。需要说明的是, 本文中算法的实现没有针对计算时间进行优化, 并且所采用的 INTLAB 区间分析工具包本身也不以速度见长。如果需提高算法的运行速度, 可以采用编译语言如 Fortran 或 C++来实现算法。此外, 还可以使用并行化方法进一步提高算法的速度。

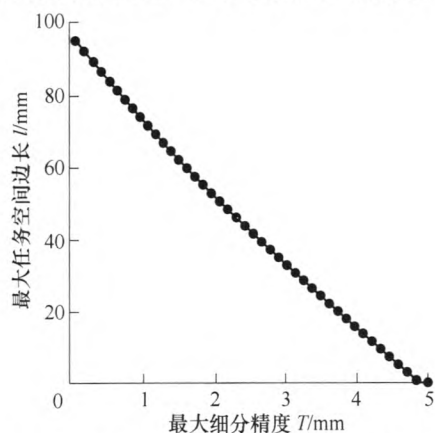


图 4 最大细分精度对最大任务空间边长的影响

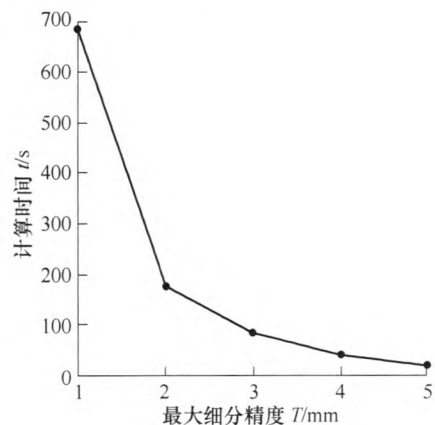


图 5 计算时间

取最大细分精度 $T=1 \text{ mm}$, 当任务所要求的力/力矩输出幅值范围保持不变, 即 $\|F\|_2 \leq 3 \text{ N}$ 和 $\|M\|_2 \leq 0.03 \text{ N}\cdot\text{m}$, 满足要求的动平台姿态角与最大任务空间边长之间的关系如图 6 所示。图 6 中, 横

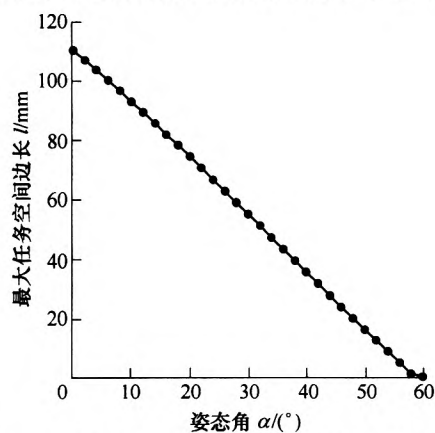


图 6 动平台姿态角与最大任务空间边长的关系

坐标 α 代表任务所要求的姿态角范围，例如， $\alpha = 30^\circ$ 表示任务的姿态角要求 $\Psi = [-15^\circ, 15^\circ]$ 。可以看到， W_{Task} 的边长随着动平台姿态角的增大而近似线性减小。

类似地，当最大细分精度取 $T = 1\text{ mm}$ 且任务所要求的动平台姿态角 $\Psi = [-10^\circ, 10^\circ]$ 保持不变时，任务的力/力矩输出要求与最大任务空间边长的关系如图 7 所示，其中图 7a、7b 分别显示了当力矩或力输出要求保持不变时， W_{Task} 边长随力或力矩幅值变化的趋势，图 7c 反映了输出力和力矩幅值同时对 W_{Task} 边长的影响，图 7 中 $\|F\|_2$ 轴、 $\|M\|_2$ 轴坐

标分别表示任务所要求的输出力和力矩的幅值。可以看到当任务所要求的输出力和/或力矩幅值增大时，最大任务空间的边长近似线性降低。

可以验证，以上 W_{Task} 边长随姿态角以及力/力矩输出要求的变化趋势并不依赖于最大细分精度 T 的取值，因此，对任务的力/力矩输出要求为给定幅值的情况，机构的最大正方形任务空间边长随动平台姿态角以及力/力矩输出要求增大而近似线性减小。

4 结论

(1) 提出了判断动平台位置矢量的盒满足任务的姿态和力/力矩输出要求的充分条件；在此基础上给出了确定满足任务要求的最大任务空间的算法。该算法适用于求解任意几何形状的任务空间，对任务空间是立方体或球体等情况，算法可以进一步简化。

(2) 将算法应用于 4 根柔索驱动的平面 3 自由度机构，针对任务给定输出力/力矩幅值的情况，给出了数值计算实例，考查了动平台姿态角以及输出力/力矩对最大正方形任务空间边长的影响，结果表明：在力和力矩要求不变的情况下，所得任务空间边长随动平台姿态角增大近似线性减小；而在动平台姿态角不变的情况下，任务空间边长随输出力/力矩提高而近似线性下降。

(3) 本文方法可用于分析机构面向特定任务的性能，进而研究构型对任务空间的影响，为机构选型提供依据。

参 考 文 献

[1] ALBUS J, BOSTELMAN R, DAGALAKIS N. The NIST robocrane[J]. Journal of Robotic Systems, 1993, 10(5): 709-724.

[2] ISHII M, MASANORI N, SATO M. Networked SPIDAR: A networked virtual environment with visual, auditory, and haptic interactions[J]. Presence-Teleoperators and Virtual Environment, 1994, 3(4): 351-359.

[3] QIU YY, DUAN BY, WEI Q, et al. Elimination of force singularity of the cable and cabin structure for the next generation large radio telescope[J]. Mechatronics, 2002, 12(7): 905-918.

[4] PHAM C B, YEO S H, YANG G. Tension analysis of cable-driven parallel mechanisms[C]// Proceedings of the 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, August 2-6, 2005, Edmonton, Alberta, Canada. Washington DC: IEEE Computer Society Press, 2005: 257-262.

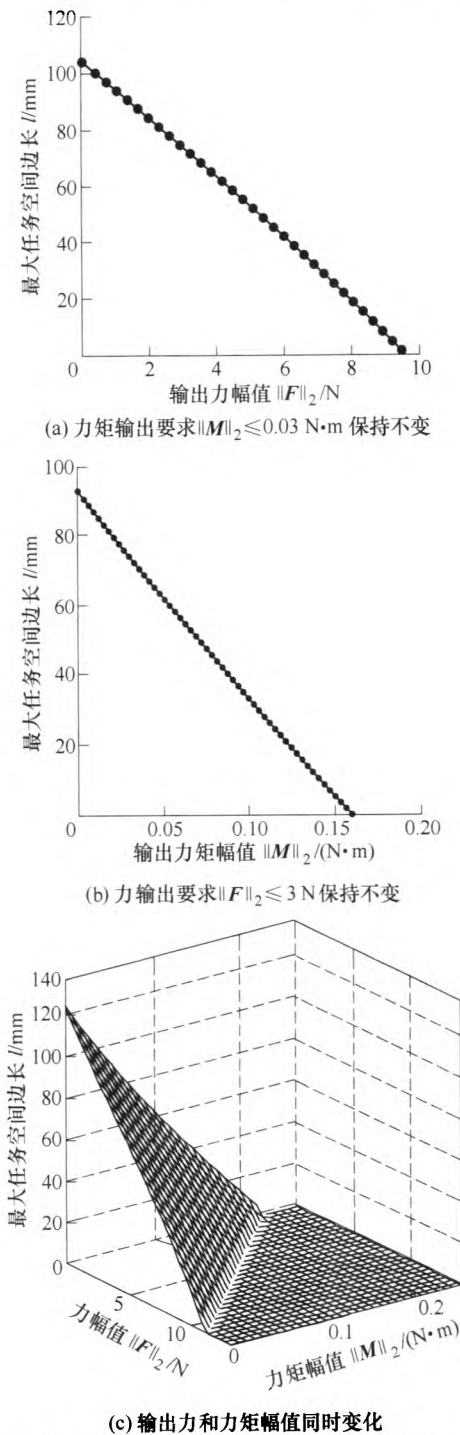


图 7 力/力矩输出要求与最大任务空间边长的关系

- [5] BOSSCHER P, RIECHEL A T, EBERT-UPHOFF I. Wrench-feasible workspace generation for cable-driven robots[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(5): 890-902.
- [6] FERRARESI C, PAOLONI M, PESCARMONA F. A new methodology for the determination of the workspace of six-DOF redundant parallel structures actuated by nine wires[J]. Robotica, 2007, 25(1): 113-120.
- [7] ZIBIL A, FIRMANI F, NOKLEBY S B, et al. An explicit method for determining the force-moment capabilities of redundantly actuated planar parallel manipulators[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2007, 129(10): 1046-1055.
- [8] ZOU Yu, ZHANG Yuru. Wrench capability analysis of cable-driven parallel mechanisms[C]// Proceedings of the ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, August 28-31, 2011, Washington DC, USA. New York: ASME Press, 2011: 1273-1282.
- [9] BOUCHARD S, GOSSELIN C M, MOORE B. On the ability of a cable-driven robot to generate a prescribed set of wrenches[J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2009, 2(1): 011010-011010-10.
- [10] GOUTTEFARDE M, MERLET J P, DANEY D. Wrench-feasible workspace of parallel cable-driven mechanisms[C]// Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, April 10-14, 2007, Roma, Italy. Washington DC: IEEE Computer Society Press, 2007: 1492-1497.
- [11] GOUTTEFARDE M, DANEY D, MERLET J P. Interval-analysis-based determination of the wrench-feasible workspace of parallel cable-driven robots[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2011, 27(1): 1-13.
- [12] OU Y J, TSAI L W. Kinematic synthesis of tendon-driven manipulators with isotropic transmission characteristics[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1993, 115(12): 884-891.
- [13] MOORE R E. Methods and applications of interval analysis[M]. Philadelphia: Siam, 1979.
- [14] JAULIN L, KIEFFER M, DIDRIT O, et al. Applied interval analysis[M]. New York: Springer-Verlag, 2001.
- [15] ROHN J. Systems of interval linear equations and inequalities (rectangular case)[R]. Institute of Computer Science, Academy of Sciences of the Czech Republic, 2002.
- [16] RUMP S M. INTLAB - INterval LABoratory[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.

作者简介: 邹愉(通信作者), 男, 1981 年出生, 博士研究生。主要研究方向为系统设计理论, 柔索驱动并联机器人。

E-mail: levnzsz@126.com

张玉茹, 女, 1957 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器触力觉、虚拟现实技术、智能机器人技术。

E-mail: yuru@buaa.edu.cn

王党校, 男, 1976 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为计算机触力觉、虚拟现实技术、智能机器人。

E-mail: hapticwang@buaa.edu.cn

(上接第 9 页)

优化目标下的结果进行讨论, 研究了各个优化目标之间的联系和区别。讨论了流固耦合效应、外载荷激励和优化频带对优化结敏度方法, 遗传算法和混合遗传算法对低频段上、下层隔振器的刚度在各个振动传递和声辐射优化目标下进行优化, 并对各个果的影响。数值仿真结果表明, 以振动传递特性为优化目标的优化结果不能保证远场辐射声压的最优, 以传递到基座的均方力最优时的结果不能保证传递功率流的最优。在优化时, 需要考虑流固耦合的影响, 并详细考虑不同的优化目标。混合遗传算法兼顾灵敏度分析的局部搜索能力和遗传算法的全局搜索能力, 因而能够得到更优的结果, 但需要更多的迭代次数。

第六章, 针对利用实测频响函数进行综合时的常见问题, 分析了各种误差对综合结果的影响, 利用矩方法研究了误差在综合过程中的传递, 采用 SVD 滤波和分频段插值等方法对频响函数数据进行数值处理。利用以带基座圆柱壳体结构为基础的多点耦合单层隔振系统, 验证了基于频响函数综合的子结构法对综合应用数值分析和实验方法得到的频响函数数据进行混合建模的正确性。实验结果表明, 在进行振动传递建模时, 隔振系统的多点多向耦合效应和隔振器的阻抗特性对综合结果的影响巨大。对基于频响函数综合的子结构方法在舱筏隔振系统中振动传递建模的应用进行实验验证, 并分析了综合结果产生误差的原因。对设计制造的曲梁周期结构的导纳进行测试, 验证了曲梁周期结构带隙的存在和周期结构建模方法的准确性。研究了曲梁周期结构在基础为弹性板的单自由度系统、两自由度系统、多点耦合单层隔振系统和舱筏隔振系统中的应用。实验结果表明, 曲梁周期结构能够有效地抑制带隙内基础共振峰处的振动传递, 抑制效果和结构的模态(激励点位置, 测点位置和不同的频率点)密切相关。曲梁周期结构在隔振系统中的性能和所承载的质量与本身的质量之比有关。周期结构中的振动传递受到输入输出端负载的影响。对多点耦合单层隔振系统中安装曲梁周期结构前后振动传递的对比测试结果表明, 安装曲梁周期结构后, 基座连接点的响应在带隙内得到了平均 10~15 dB 的衰减, 壳体上的测点也得到了 4~5 dB 的衰减。因此, 曲梁周期结构为舱筏隔振系统的振动传递宽频带控制提供了一种具有重要应用前景的新思路。

第七章, 对本文的研究内容作了全面总结, 并对下一步的研究进行了展望。