

6-RSS 型并联机构的工作空间分析与参数优化*

曹永刚 张玉茹 马运忠

(北京航空航天大学机器人研究所 北京 100083)

摘要: 以 6-RSS 型并联机构为研究对象, 建立解析形式的反向运动学方程, 给出考虑驱动副转角范围、球副转角范围、连杆干涉等约束条件时的反解选取准则, 推导出每种约束表达与机构参数间关系, 特别是复合球副独特的附加约束表达。基于带约束条件的反向运动学方程, 利用三维边界搜索法, 绘制并联机构多个定姿态工作空间的截面图和三维实体图。最后以工作空间体积为优化目标, 获得结构参数和约束条件对工作空间体积的影响关系曲线, 为定量分析影响效果提供解决途径, 最终利用全局搜索法得到 6-RSS 机构的一组最优机构参数, 在机构整体尺寸基本不变情况下使工作空间增大 60%, 达到优化机构参数的目的。

关键词: 并联机构 工作空间分析 参数优化

中图分类号: TP242

Workspace Analysis and Parameter Optimization of 6-RSS Parallel Mechanism

CAO Yonggang ZHANG Yuru MA Yunzhong

(Robotics Institute, Beihang University, Beijing 100083)

Abstract: The inverse kinematics of the 6-RSS parallel mechanism is built. Based on the selection rules on the rotational joint fit corner, spherical joint fit corner and parallel bar interference, which are application-based, the relationships between those restrictions and mechanism parameters are deduced in the mathematic functions, especially for the compound spherical joint. The boundary of the constant-orientation workspace is determined in terms of constrained inverse kinematics and 3D boundary search method. Several constant-orientation workspaces are illustrated by MATLAB software. The constrained optimization problem of workspace volume is established to present the effects of parameters on the workspace and to optimize those parameters to obtain the maximal workspace volume, which is increased 1.6 times as much as the original volume.

Key words: Parallel mechanism Workspace analysis Parameters optimization

0 前言

并联机构相比串联机构具有刚度大、承载能力高、输出精度高、惯性小等优点, 在机械工业、航空工业及矿山开采等领域得到广泛应用。并联机构工作空间定义为: 在动平台上设定参考点 C (一般为动系原点) 在空间可达的所有点集合。在相同整体尺寸下相比串联机构, 并联机构的工作空间相对较小。因此如何在整体尺寸有限情况下, 优化尺寸参数以期得到更大的工作空间是很有意义的^[1]。

6-RSS 型并联机构, 根据驱动副轴线与静平台

的位置不同分为两种, 一种为两者相互垂直, 如图 1 所示, 刘辛军等^[2]和 BONEV 等^[3]学者对这种机构的工作空间利用几何方法求解得到空间边界曲面; 另一种为两者相互平行, 该种构型满足本文的应用需求, 为了减小动平台尺寸, 本文将动平台上六个球副, 合并为三个复合球副, 如图 2 所示。

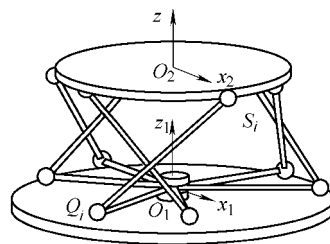


图1 6-RSS 构型 I

* 国家自然科学基金资助项目(50575011)。20070328 收到初稿, 20070919 收到修改稿

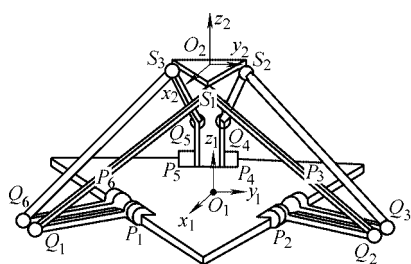


图2 6-RSS 构型 II

驱动副转角与球副转角范围、连杆干涉等约束条件限制了机构运动学反解的取值范围,从而会影响并联机构工作空间的大小和形状。研究这些机构参数对工作空间的影响程度,并进行优化,即可达到机构整体尺寸不变前提下工作空间最大化的目标。工作空间的求解方法主要集中在几何法和数值法上,两种方法的选择根据构型特点而定^[4]。于晖等^[5]、徐东光等^[6]和 MONSARRAT 等^[7]各自对一种并联机构的工作空间进行了分析,得到了机构参数对工作空间的影响规律。

本文针对 6-RSS 构型 II,给出了驱动副、球副(单球副与复合球副)、连杆干涉等数学形式的约束条件,基于反向运动学采用边界搜索法得到了各个定姿态下工作空间的边界曲面,并以工作空间体积最大为优化目标,对机构参数进行了优化设计。

1 机构反向运动学

1.1 反向运动学算法

6-RSS 机构由静平台、动平台和六条相同分支构成,每条分支包括两个连杆 P_iQ_i 杆和 Q_iS_i 杆以及 P_i 处转动副、 Q_i 处球副、 S_i 处复合球副,两两分支汇交于 S_i 处,其中 P_i 处转动副为驱动副,并在静平台形心点建立基坐标系 O_1 ,在动平台形心点建立动坐标系 O_2 ,如图 2 所示。动平台的姿态采用 zyx 型欧拉角表示法表示^[8]。反向运动学问题可以定义为:已知在 O_1 系中, O_2 系位置和姿态,求解六个驱动副转角值。

机构尺寸定义如下:静平台和动平台为等边三角形,边长为 e_1 和 e_2 ,驱动副所处 P_i 点距中心点偏距 f ,如图 3 所示, P_iQ_i 连杆长 l_1 , Q_iS_i 杆长为 l_2 。

给定 O_2 系原点 O_1 系的坐标 (x, y, z) , O_2 系相对 O_1 系的 zyx 型欧拉角为 $(\alpha_z, \beta_y, \gamma_x)$,则 O_2 系到 O_1 系的变换矩阵可表示为

$$\mathbf{M} = \text{Euler}(\alpha_z, \beta_y, \gamma_x) \text{trans}(x, y, z) \quad (1)$$

动平台上球副 S_i 在 O_2 系中坐标 S_{i2} 易求(图 3b),则 S_i 在 O_1 系中坐标为

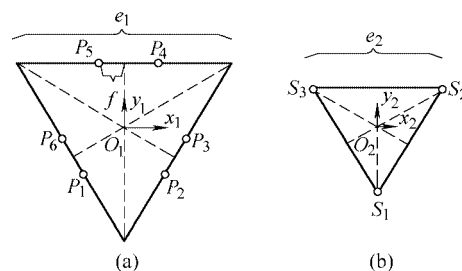


图3 静、动平台机构尺寸

$$\mathbf{S}_{i1} = \mathbf{M} \times \mathbf{S}_{i2} \quad (2)$$

驱动副 P_i 点建立坐标系,转动副轴线为 x_{Pi} 轴,竖直向上为 z_{Pi} 轴,则 P_i 系到 O_1 系的变换矩阵为 ${}^{O_1}A_{Pi}$ 。定义驱动副转角 θ_i 的零位置与 y_{Pi} 轴重合。则当驱动副转角 θ_i 待定时, Q_i 在 P_i 系和 O_1 系中的坐标分别为

$$\mathbf{Q}_{iPi} = (0 \quad l_1 \cos \theta_i \quad l_1 \sin \theta_i)^T \quad (3)$$

$$\mathbf{Q}_{iO_1} = {}^{O_1}A_{Pi} \mathbf{Q}_{iPi} \quad (4)$$

将式(2)、(4)代入杆长约束方程 $|\mathbf{Q}_i S_i| = l_2$,可求 θ_i 反解方程

$$\theta_i = 2 \arctan \frac{B_i \pm \sqrt{A_i^2 + B_i^2 - C_i^2}}{A_i + C_i} \quad (5)$$

$$A_i = 2[(y_{Pi} - y_{Si})l_1 \cos \alpha_i - (x_{Pi} - x_{Si})l_1 \sin \alpha_i]$$

$$B_i = -2z_{Si}l_1$$

$$C_i = l_2^2 - [l_1^2 + (x_{Pi} - x_{Si})^2 + (y_{Pi} - y_{Si})^2 + z_{Si}^2]$$

$$\alpha_1 = \alpha_6 = -\frac{\pi}{3} \quad \alpha_2 = \alpha_3 = \frac{\pi}{3} \quad \alpha_4 = \alpha_5 = \pi$$

式(5)可简写为

$$\theta_i = f_i(x, y, z, \gamma_x, \beta_y, \alpha_z) \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (6)$$

因此得到机构驱动副转角 θ_i 与机构位姿 $(x, y, z, \gamma_x, \beta_y, \alpha_z)$ 之间的解析表达式,对于任一个姿态,通过式(5)至多得到两组解析反解。

1.2 约束条件

通过式(5)可以求得理想情况下机构反解值,但任何物理样机都会受到实际结构的约束,本文针对 6-RSS 机构,主要考虑以下三类约束:驱动副转角范围、球副转角范围以及连杆干涉。在机构实际反解过程中加入这些约束条件进行反解限制,从而得到满足约束条件的驱动副转角反解值。下面分别讨论每个约束各自的数学表达形式。

(1) 驱动副转角范围。在物理结构上(图 2),驱动副必然不能整圈转动。给驱动副转角进行限制,在避免 P_iQ_i 连杆与静平台碰撞的同时,需要保证不影响反向运动学方程的求解。

定义式(5)分子取“-”为 $\theta_i^{(1)}$,取“+”为 $\theta_i^{(2)}$;

由于 $B < 0$, 因此当 $\theta_i \in (-180^\circ, 180^\circ)$ 时, $|\theta_i^{(1)}| > |\theta_i^{(2)}|$, 即, 取 $\theta_i^{(1)}$ 一组反解时, 连杆位于向外张开状态; 取 $\theta_i^{(2)}$ 一组反解时, 连杆位于向内收拢状态, 如图 4 所示。

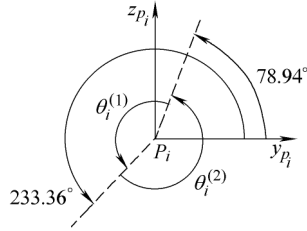


图 4 驱动副两组反解值示意图

从机构实际应用角度上讲, 在不考虑其他约束条件下, $\theta_i^{(1)}$ 一组反解更有利于避开连杆干涉, 其上下极限位置分别为 78.94° 、 233.36° 。因此限定驱动副转角范围为

$$\theta_i \in \left(\frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{2} \right) \quad (7)$$

(2) Q_i 处球副转角范围。 Q_i 处球副采用轴线共点的三个转动副构成, 机构简图如图 5a 所示, 结构实现如图 5b 所示, η 定义为杆 $Q_i P_i(a)$ 与杆 $Q_i S_i(b)$ 的夹角, 该角度值计算公式如下

$$\cos \eta = \frac{a \cdot b}{\|a\| \|b\|}$$

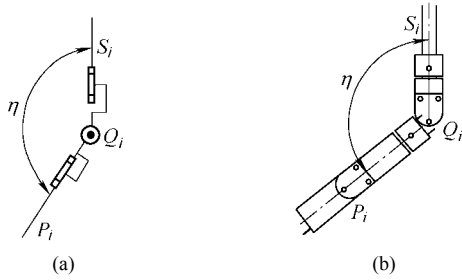


图 5 Q_i 处球副

考虑 $P_i Q_i$ 连杆和 $Q_i S_i$ 连杆在结构设计中最小夹角, Q_i 处球副约束条件

$$\eta \in \left(\frac{\pi}{3}, \pi \right) \quad (8)$$

(3) S_i 处球副转角范围。此处将两个球副构成一个复合球副^[9], 如图 6 所示图 6a 为原理图, 图 6b 为结构设计图, μ 定义为杆 $Q_i S_i(a)$ 与动平台 z 轴(z)的夹角; ψ 定义为复合球副的结构夹角, 其大小等于当复合球副三轴正交时, 杆 $Q_i S_i$ 与动平台 z 轴负向的夹角。 ζ 定义为球副第一转轴的转角; ξ 定义为球副第二转轴的转角。

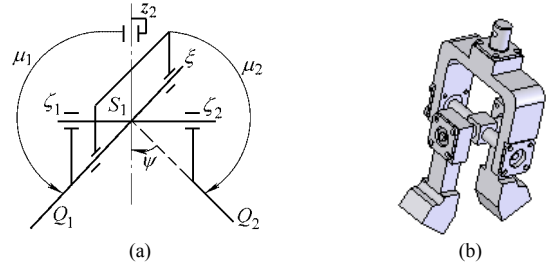


图 6 S_i 处复合球副

与 Q_i 处球副类似, S_i 处复合球副, 首先可以看成两个单球副, 因此约束条件为

$$\mu_1 = \angle(a_1, z_2) \in \left(\frac{\pi}{2} - \psi, \pi \right) \quad (9)$$

$$\mu_2 = \angle(a_2, z_2) \in \left(\frac{\pi}{2} - \psi, \pi \right) \quad (10)$$

由于复合球副结构特点还会引入新的约束条件, 对其采用 D-H 法建立坐标系, 建模求解可得

$$\cos \mu_1 = \cos \psi \sin \xi - \sin \psi \cos \zeta_1 \cos \xi$$

$$\cos \mu_2 = \cos \psi \sin(-\xi) - \sin \psi \cos \zeta_2 \cos(-\xi)$$

两式相加结果即为复合球副特有的约束条件

$$\cos \mu_1 + \cos \mu_2 \in (-2 \sin \psi, 0) \quad (11)$$

(4) 机构连杆间干涉检测。由于 6-RSS 构型的特殊性, 只需检测连接于不同复合球副的杆 $Q_{2i} S_i(a)$ 与杆 $Q_{2i-1} S_i(b)$ 之间是否发生干涉, 设其公法线的长度为 d_i , 公法线和两个连杆之间的垂足位置矢量为 c_i 和 c_{i+1} , 则有^[10]

$$d_i = \frac{|a \times b \cdot (c_{i+1} - c_i)|}{|a \times b|}$$

设连杆截面直径为 D , 则不干涉约束条件为

$$d_i \geq D \quad (12)$$

综上所述, 针对 6-RSS 机构引入从式(7)~(12)四种共 6 个约束条件, 保证了反向运动学的有效性。

2 定姿态工作空间

定姿态工作空间是指动平台表征姿态的 3 个欧拉角固定不变情况下, 参考点在空间的可达点集。动平台给定任意一个空间位置点, 通过带约束条件的反向运动学方程即可判断该点是否包含在工作空间内。本文采用三维搜索法^[9], 搜索空间为 $-300 \text{ mm} \leq x \leq 300 \text{ mm}$, $-300 \text{ mm} \leq y \leq 300 \text{ mm}$, $0 \text{ mm} \leq z \leq 350 \text{ mm}$ 范围内, 首先以 $\Delta Z = 10 \text{ mm}$ 分割得到多个平行

于 Oxy 的微分子空间, 并设这个子空间是高度为 Δz 的圆柱。对于每个子空间, 采用极坐标搜索法绘制出截面边界曲线, 极轴增量 $\Delta\rho=2\text{ mm}$, 极角增量 $\Delta\gamma=5^\circ$, 如图 7 所示, 机构参数如表 1 所示。

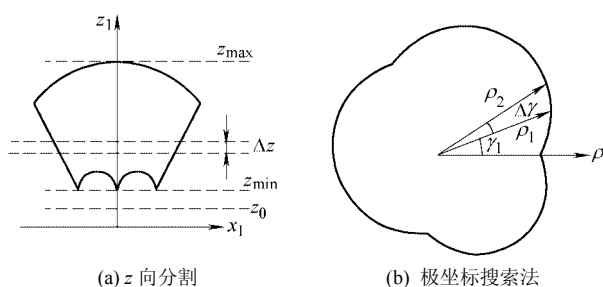


图 7 定姿态工作空间三维搜索法

表 1 机构参数设定

参数	数值
静平台边长 e_1/mm	300
动平台边长 e_2/mm	75
偏距 f/mm	15
P_1Q_1 杆长 l_1/mm	115
Q_1S_1 杆长 l_2/mm	225
夹角 $\psi/^\circ$	30

图 8 为欧拉角 $\alpha=\beta=\gamma=0$ 时定姿态工作空间的截面图与三维实体图, 图 9 欧拉角为 $\alpha=\beta=0, \gamma=40^\circ$ 。两组图对比可知, 在这两种姿态下工作空间总体呈现出上方近似锥体, 下方存在凹洞, 即当 $z\leq 200\text{ mm}$ 时截面中都存在空洞, $z\geq 230\text{ mm}$ 时截面都是无空洞封闭形状。

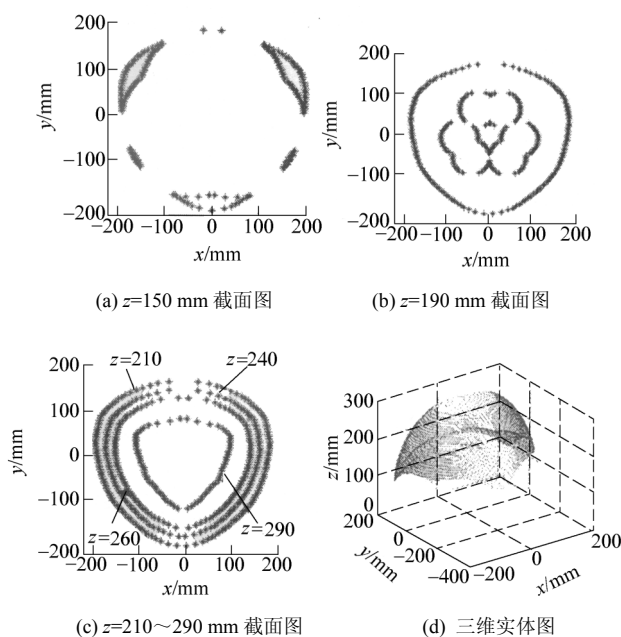


图 8 定姿态工作空间截面图与三维实体图
($\alpha=\beta=\gamma=0$)

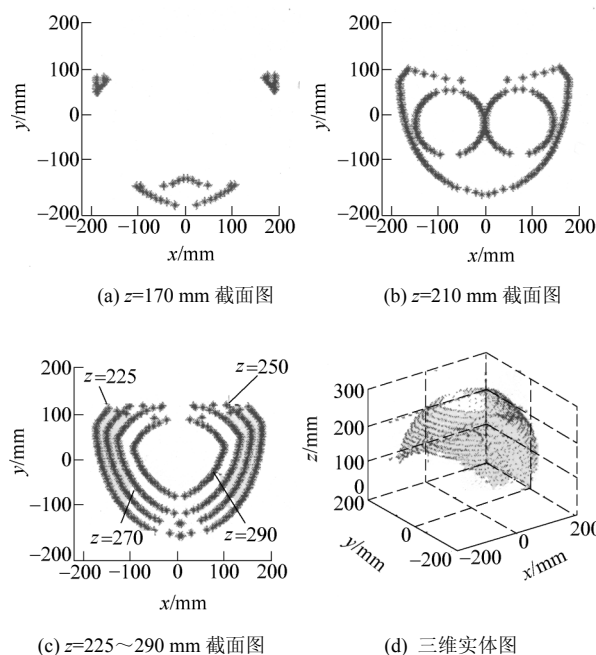


图 9 定姿态工作空间截面图与三维实体图
($\alpha=\beta=0, \gamma=40^\circ$)

同样可以绘制出其他姿态下工作空间的截面图。该机构的任务工作空间要求是满足欧拉转角范围, 即 $\alpha\in(-80^\circ, 80^\circ)$ $\beta\in(-40^\circ, 40^\circ)$ $\gamma\in(-50^\circ, 50^\circ)$ 。则可根据各姿态工作空间截面图, 求交集得到任务工作空间范围为: $x\in(-50, 50)$, $y\in(-50, 50)$, $z\in(225, 285)$ 。

3 机构参数优化

优化机构尺寸参数和约束条件, 可以在机构整体尺寸基本不变的情况下, 获得机构最大的工作空间, 从而发挥机构的最佳性能。

工作空间可以用其所占空间体积定量表征其大小, 即

$$V=V(e_1, f, l_1, l_2, e_2, \psi) \quad (13)$$

这里以 $\alpha=\beta=\gamma=0$ 姿态为例, 仅变化一个参数, 固定其他参数, 绘制出工作空间体积受该参数变化的影响曲线。对于参数 e_1 , f , e_2 , ψ , 给定其取值范围: $200\text{ mm}\leq e_1\leq 400\text{ mm}$, $5\text{ mm}\leq f\leq 70\text{ mm}$, $20\text{ mm}\leq e_2\leq 150\text{ mm}$, $15.0^\circ\leq \psi\leq 45.0^\circ$, 考察参数取值的大小对工作空间的影响, 如图 10 所示; 而对于 l_1 , l_2 两个连杆长度参数, 则需考察在 l_1+l_2 总长度不变的前提下, 即基本保证机构整体尺寸不变, 两者比例系数变换 l_1/l_2 对工作空间的影响, 变换范围为: $0.25\leq l_1/l_2\leq 4$, 如图 11 所示。

图 10、11 中实线代表采样点构成的影响曲线, 虚线代表对采样数据进行五次多项式拟合得到的曲线, 利用 MATLAB 得到拟合公式, 如式(14)所示

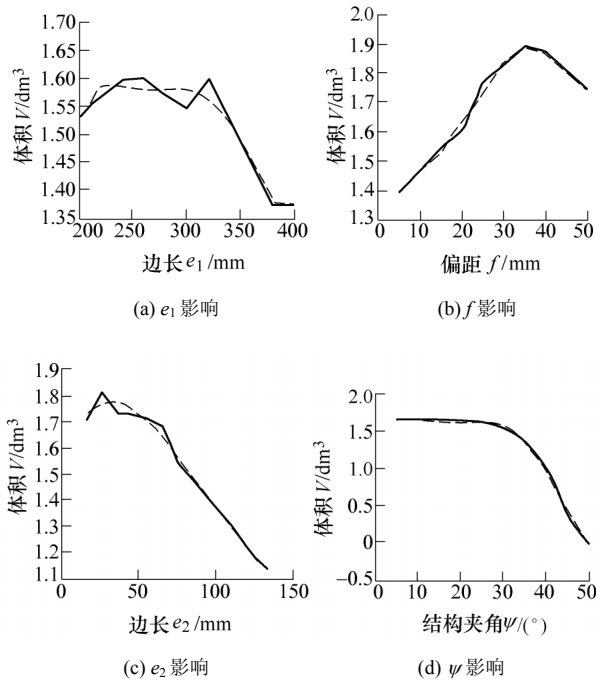
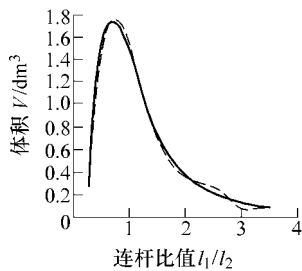


图 10 机构参数对工作空间的影响

图 11 杆长比值 l_1/l_2 对工作空间的影响

$$V = a_5 x^5 + a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (14)$$

式中, x 代表 e_1, f, e_2, ψ 以及 l_1/l_2 中任一参数。

通过式(14), 进行求导可定量分析在该组机构参数下, 各个参数对工作空间大小的影响程度: e_1 、 f 和 e_2 相对而言, 对工作空间大小影响较小; $\psi \leq 30^\circ$ 时, 各参数影响较小, 但当 $\psi > 30^\circ$ 时即使工作空间迅速减小; $l_1/l_2 = 0.8$ 附近达到波峰, 左右取值时也会使工作空间迅速减小。因此在该组机构参数和约束下, ψ 和 l_1/l_2 相对而言是应重点保证的机构参数和约束条件, 这就为结构设计提出了设计准则和依据。

机构参数和约束条件在不同取值时可以任意组合, 因此工作空间的最优化设计属于全局最优问题, 即在 e_1 、 f 、 e_2 、 ψ 以及 l_1/l_2 的取值范围内, 寻找最优解, 使得

$$V^* = \max \{V(e_1, f, l_1, l_2, e_2, \psi)\} \quad (15)$$

采用全局搜索法, 设定一定的步长, 采样计

算, 得到在采样点中相对最佳的一组参数, 如表 2 所示。

表 2 拟合后机构最佳参数

参数	数值
静平台边长 e_1/mm	210
动平台边长 e_2/mm	20
偏距 f/mm	10
$P_i Q_i$ 杆长 l_1/mm	145
$Q_i S_i$ 杆长 l_2/mm	195
夹角 $\psi/^\circ$	15

依据表 2 所示优化后的机构参数和约束条件, 优化后工作空间体积为 2.49 dm^3 , 而优化前仅为 1.56 dm^3 , 体积增大了 0.61 倍, 达到了预期的优化目标。

4 结论

(1) 本文得到 6-RSS 机构反向运动学解析方程, 以及包括驱动副转角等在内的多个约束条件, 特别得到复合球副特有的附加约束条件, 可为复合球副在并联机构中应用提供设计依据。

(2) 依据带约束条件的反向运动学方程, 采用三维搜索法获得可直观显示机构定姿态工作空间的多个截面图和三维实体图。

(3) 依据各个结构参数和约束条件对工作空间的影响关系曲线, 定量得到它们对工作空间体积的影响程度, 为分析参数对工作空间的影响程度提供了途径。

(4) 采用全局搜索法得到机构的一组最优化机构参数, 在整体尺寸基本不变情况下使工作空间增大 60%。

参 考 文 献

- [1] 冯志友, 李永刚, 张策, 等. 并联机器人机构运动与动力分析研究现状及展望[J]. 中国机械工程, 2006, 17(9): 979-984.
FENG Zhiyou, LI Yonggang, ZHANG Ce, et al. Present state and perspectives of research on kinematics and dynamics of parallel manipulators [J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(9): 979-984.
- [2] 刘辛军, 张立杰, 高峰. 基于 AutoCAD 平台的六自由度并联机器人位置工作空间的解析求解方法[J]. 机器人, 2000, 22(6): 457-465.
LIU Xinjun, ZHANG Lijie, GAO Feng. Geometrical determination of workspace for 6-DOF parallel manipulators based on AutoCAD platform[J]. Robot, 2000, 22(6): 457-465.

- [3] BONEV I A, GOSSELIN C M. Geometric algorithms for the computation of the constant-orientation workspace and singularity surfaces of a special 6-RUS parallel manipulator[C]// Proceedings of DETC'2002 ASME, Sep.29-Oct.2, 2002, Montreal, Canada: ASME, 2002: 1-10.
- [4] 胡国胜. 并联机器人的工作空间研究现状[J]. 仪器仪表用户, 2004, 11(6): 1-3.
- HU Guosheng. Current status of workspace in parallel manipulator research[J]. Electronic Instrumentation Customer, 2004, 11(6): 1-3.
- [5] 于晖, 孙立宁, 刘品宽, 等. 新型 6_HTRT 并联机器人工作空间和参数研究[J]. 机器人, 2002, 24(4): 293-299.
- YU Hui, SUN Lining, LIU Pinkuan, et al. Study on the workspace and parameter of novel 6-HTRT parallel robot[J]. Robot, 2002, 24(4): 293-299.
- [6] 徐东光, 吴盛林, 袁立鹏. 一种增大 6_UPS 并联机构工作空间的有效方法的研究[J]. 机床与液压, 2005, 25(8): 27-29.
- XU Dongguang, WU Shenglin, YUAN Lipeng. An effective method to enlarge workspace of 6-UPS parallel manipulator[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2005, 25(8): 27-29.
- [7] MONSARRAT B, GOSSELIN C M. Workspace analysis and optimal design of a 3-leg 6-DOF parallel platform mechanism[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2003, 19(6): 954-966.
- [8] 黄真, 李艳文, 高峰. 空间运动构件姿态的欧拉角表示[J]. 燕山大学学报, 2002, 26(3): 189-192.
- HUANG Zhen, LI Yanwen, GAO Feng. The expression of the orientation of a spatial moving unit by Euler angle[J]. Journal of Yanshan University, 2002, 26(3): 189-192.
- [9] 黄真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
- HUANG Zhen, KONG Lingfu, FANG Yuefa. Parallel robot mechanism theory & control [M]. Beijing: China Machine Press, 1997.
-
- 作者简介: 曹永刚, 男, 1980 年出生, 博士研究生。主要研究方向为触觉交互设备设计、机器人控制技术。
- E-mail: caoyg@me.buaa.edu.cn
- 张玉茹, 女, 1959 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人学、人机交互技术、多学科优化等。
- E-mail: yuru@buaa.edu.cn
-
- *****
- (上接第 18 页)
- LI Jia, CHEN Ken, DONG Yi, et al. Study on the static stiffness of the parallel flexure joint robot[J]. Journal of Tsinghua University, 1999, 39(8): 16-20.
- [6] 刘品宽, 曲东升, 王莉, 等. 新型二维压电驱动微动工作台的设计分析[J]. 压电与声光, 2002, 24(1): 31-34.
- LIU Pinkuan, QU Dongsheng, WANG Li, et al. Design and analysis of 2-DOF nanopositioning stage driven by PZT[J]. Piezoelectrics and Acoustooptics, 2002, 24(1): 31-34.
- [7] KANG B H, WEN J T, DAGALAKIS N G, et al. Analysis and design of parallel mechanisms with flexure joints[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(6): 1 179-1 185.
- [8] 王纪武, 陈恳, 李嘉, 等. 典型柔性铰链精度性能的研究[J]. 清华大学学报, 2001, 41(11): 49-52.
- WANG Jiwu, CHEN Ken, LI Jia, et al. Precision of typical flexible hinges[J]. Journal of Tsinghua University, 2001, 41(11): 49-52.
-
- 作者简介: 荣伟彬, 男, 1972 年出生, 博士, 副研究员。主要研究方向为纳米微驱动机器人、微纳操作机器人。
- E-mail: rwb@hit.edu.cn