

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + \frac{1}{2}f''(x)h^2 + \frac{1}{6}f'''(x)h^3 + \dots$$

$$f'(x) = \frac{1}{h} \left[ f(x+h) - f(x) - \frac{1}{2}f''(x)h^2 - \dots \right]$$

APPROSSIMANDO:

$$f'(x) \approx \frac{1}{h} [f(x+h) - f(x)]$$

ERRORE ASSOLUTO dominato da termine:  $\left| \frac{1}{2} f''(x) h \right| = \varepsilon_{a,t}$

ERRORE RELATIVO " " :  $\left| \frac{\frac{1}{2} f''(x) h}{f'(x)} \right| = \varepsilon_{r,t}$

in esercitazione Matlab  $\varepsilon_{r,t} \approx h/x$ , e' una STIMA di  $\varepsilon_{r,t}$

↓ infatti...

$$f'(x) = 8x^3 + 9x^2 + 2x + 0,5$$

$$f'(x) \sim 8x^3$$

$$f''(x) = 24x^2 + 18x + 2$$

$$\xrightarrow{\text{per } x \uparrow} f''(x) \sim 24x^2$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{r,t}|_{x \uparrow} \approx \frac{1}{2} \frac{24x^2}{8x^3} \cdot h \approx h/x$$

$$f'(x) \approx \frac{1}{h} [f(x+h) - f(x)]$$

espressioni approssimate per errore di arrotondamento

ERRORE ASSOLUTO:  $\varepsilon_{a,a} \sim \frac{1}{h} f(x) \cdot \varepsilon$

ERRORE RELATIVO:  $\varepsilon_{r,a} \sim \frac{1}{h} \frac{f(x) \cdot \varepsilon}{f'(x)}$

in esercitazione Matlab:  $\varepsilon'_{r,a} = x \frac{\varepsilon}{h}$ , e' una STIMA di  $\varepsilon_{r,a}$

infatti:

$$f(x) = 2x^4 + 3x^3 + x^2 + \frac{1}{2}x - 3$$

$$f(x) \sim 2x^4$$

$$f'(x) = 8x^3 + 9x^2 + 2x + \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$

per  $x \uparrow$   $f'(x) \sim 8x^3$

$$\Rightarrow \varepsilon_{r,a} \Big|_{x \uparrow} \approx \frac{1}{h} \frac{2x^4}{8x^3} \varepsilon \approx x \frac{\varepsilon}{h}$$