

Интегралы

Ввод [1]:

```
from sympy import *  
from scipy.integrate import quad
```

Пример 1

Ввод [2]:

```
x = Symbol('x')  
dx = Symbol('dx')  
a = diff( atan(1/x), x)  
print( dx*a )
```

$-dx/(x^2(1 + x^{(-2)}))$

Ввод [3]:

```
x = Symbol('x')  
dx = Symbol('dx')  
y = Symbol('y')  
xx = diff(sqrt(1+(sin(x))**2), x)  
y = print( xx*dx )
```

$dx \sin(x) \cos(x) / \sqrt{\sin(x)^2 + 1}$

Пример 2

Ввод [4]:

```
x = symbols('x')  
y = integrate(6*x**5, x)  
print(y)
```

x^6

Пример 3

Ввод [5]:

```
x = symbols('x')  
y = integrate(x/(x+2), x)  
print(y)
```

$x - 2 \log(x + 2)$

Пример 4

Ввод [6]:

```
integrate(1/(x**2+1)**2)
```

Out[6]:

$$\frac{x}{2x^2 + 2} + \frac{\operatorname{atan}(x)}{2}$$

Пример 5

Ввод [7]:

```
integrate(x*exp(2 * x), x)
```

Out[7]:

$$\frac{(2x - 1) e^{2x}}{4}$$

Пример 6

Ввод [8]:

```
integrate(sqrt(x+4)/x)
```

Out[8]:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x+4} - 4 \operatorname{acoth}\left(\frac{\sqrt{x+4}}{2}\right) & \text{for } |x+4| > 4 \\ 2\sqrt{x+4} - 4 \operatorname{atanh}\left(\frac{\sqrt{x+4}}{2}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Пример 7

Ввод [9]:

```
integrate(6*x**5, (x, 0, 4))
```

Out[9]:

4096

Пример 8

Ввод [10]:

```
integrate(x/(x+2),(x,1,3))
```

Out[10]:

$-2 \log(5) + 2 + 2 \log(3)$

Пример 9

Ввод [11]:

```
integrate(1/(x**2 + 1)**2,(x,-1,1) )
```

Out[11]:

$\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$

Пример 10

Ввод [12]:

```
integrate(x*exp(2*x),(x,0,100))
```

Out[12]:

$\frac{1}{4} + \frac{199e^{200}}{4}$

Пример 11

Ввод [13]:

```
integrate(sqrt(x+4),(x,-1,0))
```

Out[13]:

$\frac{16}{3} - 2\sqrt{3}$

Пример 12

Ввод [14]:

```
integrate(x**(-4),(x, 1, oo))
```

Out[14]:

$\frac{1}{3}$

Пример 13

Ввод [15]:

```
integrate(exp(-2*x), (x, -1, oo))
```

Out[15]:

$$\frac{e^2}{2}$$

Пример 14

Ввод [16]:

```
integrate(log(x), (x, 0, 1))
```

Out[16]:

$$-1$$

Пример 15

Ввод [17]:

```
integrate(1/x**(6/7), (x, 0, 7))
```

Out[17]:

$$9.24328473429286$$

Пример 16

Ввод [18]:

```
y = symbols('y')
integrate(y**2*x-2*x*y, (y, x, 2))
```

Out[18]:

$$-\frac{x^4}{3} + x^3 - \frac{4x}{3}$$

Ввод [19]:

```
integrate(-x**4/3 + x**3 - 4*x/3, (x, -1, 2))
```

Out[19]:

$$-\frac{9}{20}$$

Пример 17

Ввод [20]:

```
integrate(-x**2+7*x-6-2*x,(x,2,3))
```

Out[20]:

$$\frac{1}{6}$$



Пример 18

Ввод [21]:

```
integrate(-x**2+5*x-10+2*x,(x,2,5))
```

Out[21]:

$$\frac{9}{2}$$



Пример 19

Ввод [22]:

```
integrate(-x**2+3*x-6+2*x,(x,2,3))
```

Out[22]:

$$\frac{1}{6}$$



Пример 20

Ввод [23]:

```
pi*integrate((x**2-x)**2,(x,2,4))
```

Out[23]:

$$\frac{1456\pi}{15}$$



Пример 21

Ввод [24]:

```
pi*integrate(((sqrt(3-x)) **2-(-x-53)**2),(x,-61,-53))
```

Out[24]:

$$\frac{928\pi}{3}$$



Пример 22

Ввод [25]:

```
integrate(sqrt(1+diff(x**2)**2),(x,1,2))
```

Out[25]:

$$-\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{\operatorname{asinh}(2)}{4} + \frac{\operatorname{asinh}(4)}{4} + \sqrt{17}$$

Пример 23

Ввод [26]:

```
integrate(sqrt(1+diff(pow(x,3/2))**2),(x,0,1))
```

Out[26]:

1.43970987337155

Пример 24

Ввод [27]:

```
integrate(6*x**6-230,x)
```

Out[27]:

$$\frac{6x^7}{7} - 230x$$

Пример 25

Ввод [28]:

```
integrate(18*x**5+20*x**4+17*x**3,x)
```

Out[28]:

$$3x^6 + 4x^5 + \frac{17x^4}{4}$$

Пример 26

Ввод [29]:

```
integrate(exp(7.8*x),x)
```

Out[29]:

$0.128205128205128e^{7.8x}$

Пример 27

Ввод [30]:

```
integrate(8+4*sin(pi/4*(x+7)),(x,0,24))
```

Out[30]:

192

Пример 28

Ввод [31]:

```
integrate((1+x)*exp(2*x),(x,0,6))
```

Out[31]:

$$-\frac{1}{4} + \frac{13e^{12}}{4}$$

Примеры решения задач

Найдите неопределённый интеграл $\int 6\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$

Ввод [32]:

```
integrate(6*sin(x/2)**2,x)
```

Out[32]:

$$3x - 6 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

Вычислите интеграл $\int (4x + 3)^2 dx$

Ввод [33]:

```
integrate((4*x+3)**2,x)
```

Out[33]:

$$\frac{16x^3}{3} + 12x^2 + 9x$$

Найдите неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{-x^2-8x-12}$

Ввод [34]:

```
integrate(1/((-x**2-8*x-12)),x)
```

Out[34]:

$$-\frac{\log(x+2)}{4} + \frac{\log(x+6)}{4}$$

Найдите неопределённый интеграл $\int \operatorname{tg} 2x \, dx$

Ввод [35]:

```
integrate(tan(2*x),x)
```

Out[35]:

$$-\frac{\log(\cos(2x))}{2}$$

Найдите определённый интеграл $\int_2^3 x(28 - 3x^2)^{\frac{1}{5}} \, dx$

Ввод [36]:

```
integrate(x*(28-3*x**2)**(1/5),(x,2,3))
```

Out[36]:

$$\int_2^3 \begin{cases} -0.9999999999999999x(3x^2 - 28)^{0.2} e^{1.2i\pi} & \text{for } x^2 > \frac{28}{3} \\ 0.9999999999999999x(28 - 3x^2)^{0.2} & \text{otherwise} \end{cases} dx$$

Найдите определённый интеграл $\int_{10^{-7}}^1 \frac{\lg x}{x} \, dx$

Ввод [37]:

```
integrate(log(x,10)/x,(x,10**(-7),1))
```

Out[37]:

$$-\frac{129.896503706721}{\log(10)}$$

Найдите несобственный интеграл или установите его расходимость $\int_{-30}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 10x + 50}$

Ввод [38]:

```
integrate(1/(x**2+10*x+50),(x,-30,oo))
```

Out[38]:

$$\frac{\operatorname{atan}(5)}{5} + \frac{\pi}{10}$$

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x$, $y = 3x^2 - 9x + 15$.

Ввод [39]:

```
solve(5*x-(3*x**2-9*x+15),x)
```

Out[39]:

```
[5/3, 3]
```

Ввод [40]:

```
abs(integrate(5*x-(3*x**2-9*x+15), (x, 5/3,3)))
```

Out[40]:

```
1.18518518518518
```

Вычислить кратный интеграл $\iint (3y^2x + 7xy) dx dy$ по области $D = (x, y) \in R - 3 \leq x \leq -2, -x \leq y \leq 2$.

Ввод [41]:

```
x, y = symbols("x y")
f = (3*y ** 2*x+7*x*y)
integrate(f, (y, -x, 2), (x, -3, -2))
```

Out[41]:

$$\frac{1763}{40}$$

Индивидуальное задание

Компания производит лампочки, и вероятность того, что лампочка окажется бракованной, определяется функцией $f(x) = 2x$, где x — количество дефектных лампочек в партии из 10 штук. Какова вероятность того, что в партии будет не менее одной неисправной лампочки?

Ввод [42]:

```
x = Symbol('x')
n = 10
f = 2 * x / n
f
```

Out[42]:

$$\frac{x}{5}$$

Ввод [43]:

```
prob = 1 - (1 - f) ** n
prob
```

Out[43]:

$$1 - \left(1 - \frac{x}{5}\right)^{10}$$

Ввод [44]:

```
prob = prob.simplify()  
prob
```

Out[44]:

$$1 - \frac{(x - 5)^{10}}{9765625}$$



Ввод [45]:

```
prob = prob.subs(x, 1)  
float(prob)
```

Out[45]:

0.8926258176

Составить график вероятностей при изменении количества лампочек в партии

Ввод [46]:

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline

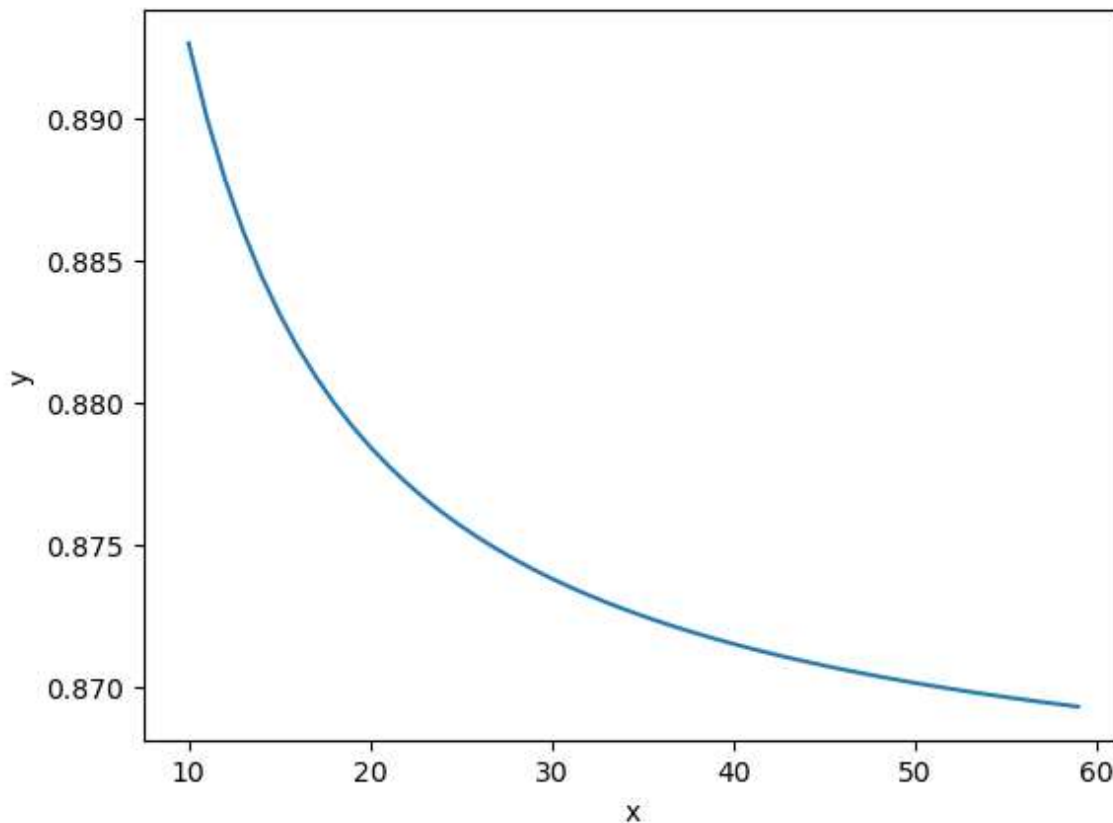
x_ax = []
y_ax = []

for n in range(10, 60):
    x = Symbol('x')
    f = 2 * x / n
    prob = 1 - (1 - f) ** n
    prob = prob.simplify()
    prob = prob.subs(x, 1)
    y_ax.append(float(prob))
    x_ax.append(n)

fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(x_ax, y_ax)
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')

plt.show()

```



Как видно из выше сформированного графика, дфункция $f(x) = 2x$ для определения вероятности брака, при увеличении размера партии, у нас уменьшается количество бракованных лампочек

Ввод []:

