

Предел, непрерывность, ряды

Предел, непрерывность

Ввод [2]:

```
from sympy import *  
x = Symbol('x')  
limit((6*x**2+3*x)/(3*x**2), x, oo)
```

Out[2]:

2

Ввод [3]:

```
limit(sin(x)/x,x, 0)
```

Out[3]:

1

Ввод [4]:

```
limit((1+x)**(1/x), x, 0)
```

Out[4]:

e

Ввод [5]:

```
limit((1+1/x)**x,x,oo)
```

Out[5]:

e

Односторонние пределы

Ввод [6]:

```
limit(1/x, x, 0, '-')
```

Out[6]:

$-\infty$

Ввод [7]:

```
limit((2**x-1)/(x**2-3*x), x, 3, '+')
```

Out[7]:

∞

Ввод [8]:

```
from sympy import *  
x = Symbol('x')  
limit((5**x-5*7**x)/(4*5**x-3*7**x), x, oo)
```

Out[8]:

$$\frac{5}{3}$$

Ввод [9]:

```
from sympy import *  
x = Symbol('x')  
limit((7*8**x+2*9**x)/(6*8**x-6*9**x), x, -oo)
```

Out[9]:

$$\frac{7}{6}$$

Ввод [10]:

```
limit(sqrt(x*(x+3))-sqrt(x**2+9), x, -oo)
```

Out[10]:

$$-\frac{3}{2}$$

Ввод [11]:

```
from sympy import *  
x = Symbol('x')  
print(solve(x**3-9*x**2+14*x))
```

[0, 2, 7]

Ввод [12]:

```
limit(abs((x-2)*(x-7)/(x**3-9*x**2+14*x)), x, 0, '-')
```

Out[12]:

 ∞

Ввод [13]:

```
limit(abs((x-2)*(x-7)/(x**3-9*x**2+14*x)), x, 0, '-')
```

Out[13]:

 ∞

Ввод [14]:

```
limit(abs((x-2)*(x-7)/(x**3-9*x**2+14*x)), x, 0, '+')
```

Out[14]:

 ∞

Ввод [15]:

```
limit(abs((x-2)*(x-7)/(x**3-9*x**2+14*x)), x, 2, '-')
```

Out[15]:

$$\frac{1}{2}$$

Ввод [16]:

```
limit(abs((x-2)*(x-7)/(x**3-9*x**2+14*x)), x, 2, '+')
```

Out[16]:

$$\frac{1}{2}$$

Ввод [17]:

```
limit(abs((x-2)*(x-7)/(x**3-9*x**2+14*x)), x, 7, '-')
```

Out[17]:

$$\frac{1}{7}$$

Ввод [18]:

```
limit(abs((x-2)*(x-7)/(x**3-9*x**2+14*x)), x, 7, '+')
```

Out[18]:

$$\frac{1}{7}$$

Ввод [22]:

```
k=limit((1+5*x)/(3+x)/x, x, oo)
print(k)
```

0

Ввод [23]:

```
b = limit((1+5*x)/(3+x)-k*x, x, oo)
print(b)
```

5

Ввод [24]:

```
solve(3+x)
```

Out[24]:

[-3]

Ввод [25]:

```
limit((1+5*x)/(3+x), x, -3, '-')
```

Out[25]:

 ∞

Ввод [26]:

```
limit((1+5*x)/(3+x), x, -3, '+')
```

Out[26]:

 $-\infty$

Ряды

Ввод [28]:

```
from sympy import *
import math as m
x = symbols('x')
limit(1/factorial(x)/(1/factorial(x+1)), x, oo)
```

Out[28]:

 ∞

Ввод [29]:

```
import math
from sympy import *
x = Symbol('x')
limit(x**x/factorial(x)/((x+1)**(x+1)/factorial(x+1)), x, oo)
```

Out[29]:

 e^{-1}

Ввод [30]:

```
import sympy
x = sympy.symbols('x')
func = sin(x)
x0 = 0
print((func).series(x, x0, 10))
```

$$x - x^3/6 + x^5/120 - x^7/5040 + x^9/362880 + O(x^{10})$$

Ввод [31]:

```
import sympy
x = sympy.symbols('x')
func = cos(x)
x0 = 0
print((func).series(x, x0, 10))
```

$$1 - x^2/2 + x^4/24 - x^6/720 + x^8/40320 + O(x^{10})$$

Ввод [32]:

```
import sympy
x = sympy.symbols('x')
func = exp(x)
x0 = 0
print((func).series(x, x0, 10))
```

$$1 + x + x^2/2 + x^3/6 + x^4/24 + x^5/120 + x^6/720 + x^7/5040 + x^8/40320 + x^9/362880 + O(x^{10})$$

Ввод [33]:

```
func = asin(x)
x0 = 0
func.series(x, x0, 10)
```

Out[33]:

$$x + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^5}{40} + \frac{5x^7}{112} + \frac{35x^9}{1152} + O(x^{10})$$

Примеры решения задач

Ввод [34]:

```
import sympy
n = sympy.symbols('n')
limit((6*n**2+1)/(7*n**2-3*n+9), n, oo)
```

Out[34]:

$$\frac{6}{7}$$

Ввод [36]:

```
import sympy
n = sympy.symbols('n')
limit((-3*n**3+4*n**2-8*n-6)/(4*n**2+2*n), n, oo)
```

Out[36]:

$$-\infty$$

Ввод [37]:

```
import sympy
n = sympy.symbols('n')
limit((n**2-3*n)/(-5*n**3+4*n**2+9), n, oo)
```

Out[37]:

$$0$$

Ввод [38]:

```
import sympy
n = sympy.symbols('n')
limit((-7*n+10)/sqrt(9*n**2+10*n), n, oo)
```

Out[38]:

$$-\frac{7}{3}$$

Ввод [39]:

```
import sympy
n = sympy.symbols('n')
limit((4*n**4-6)/(-2*n**4+8*n**2+9*n-5), n, oo)
```

Out[39]:

$$-2$$

Ввод [40]:

```
import sympy
n = sympy.symbols('n')
limit((-9*n**5+9*n**4+n**3-8*n)/(7), n, oo)
```

Out[40]:

$$-\infty$$

Ввод [41]:

```
import sympy
n = sympy.symbols('n')
limit((6*n**4+8*n**3+6*n**2-6)/(4*n**6-3*n**5-7*n**4+6*n+9), n, oo)
```

Out[41]:

$$0$$

Ввод [42]:

```
import sympy
n = sympy.symbols('n')
limit((8+5*n+cos(6*n))/(3*n-8*sin(5*n)-8), n, oo)
```

Out[42]:

$$\frac{5}{3}$$

Ввод [43]:

```
import sympy
n = sympy.symbols('n')
limit((3+6*n**8+7*cos(3*n))/(6+5*n**3-8*sin(3*n)), n, oo)
```

Out[43]:

$$\infty$$

Ввод [46]:

```
import sympy
n=sympy.symbols('n')
limit(sqrt(3*n**18+2)/sqrt(5*n**16-5*n**9+8),n,oo)
```

Out[46]:

 ∞

Задачи для самостоятельного решения

Вычислить предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3}{n^2 + 3n + 1} - n \right).$$

Ввод [47]:

```
import sympy
n = sympy.symbols('n')
limit((n**3)/(n**2+3*n+1)-n, n, oo)
```

Out[47]:

-3

Индивидуальное задание

Начальный капитал в размере 10000 долларов был инвестирован на 10 лет под 6% годовых с ежегодной капитализацией. Какая будет конечная сумма на счету через 10 лет?

Ввод [3]:

```
import sympy as sp

P = 10000
r = 0.06
n = 1
t = 10

A = P * sp.limit((1 + r/n) * (n * t), n, sp.oo)

print("Конечная сумма на счету: ", A)
```

Конечная сумма на счету: 106000.0000000000

Ввод []:

