

Telepaartie

Lösungsidee

Da bei günstigen Telepaartien recht "schnell" ein Behältnis leer zu sein scheint (konvergiert rasch), verwenden wir eine **Brute-Force**. Zunächst stellen wir fest, dass Telepaartien symmetrisch sind: $\text{telepaartie}(a, b) = \text{telepaartie}(b, a)$. Somit ergeben sich immer nur 3 mögliche Telepaartien: Behälter 1 & 2, 1 & 3 oder 2 & 3. Um also für eine Biberverteilung b die $\text{LLL}(b)$ zu berechnen, müssen wir schließlich 3^n Möglichkeiten betrachten - da n meist relativ gering ist, wird im Normalfall eine sehr gute Laufzeit erzielt.

Ähnlich gehen wir beim zweiten Aufgabenteil vor: $L(n) = \text{maximale } \text{LLL}(b) \text{ für alle } b \text{ mit insgesamt } n \text{ Bibern}$. Also generieren wir nun alle Möglichkeiten, n Biber auf 3 Behälter zu verteilen. Diese gehen wir dann alle durch und bestimmen wie oben beschrieben für jede die $\text{LLL}(b)$. Von diesen wählen wir dann das Maximum $= L(n)$.

Umsetzung

Etwas anders als in der Aufgabenstellung gefordert nur mit einem und nicht mit zwei Programmen umgesetzt, siehe Verwendung.

Bibliotheken

- `java.util.ArrayList`: Dynamische Liste wird als Zwischenspeicher für die iterative Brute-Force verwendet
- `java.util.Arrays`: Nützliche Array-Helfermethoden. Verwendet, um `equals` und `hashCode` zu implementieren.
- `java.util.Iterator`: Schnittstelle, die von `String.join` gebraucht und von `[BiberIterator]` implementiert wird.

Klassen

Biberverteilung

Speichert eine Biberverteilung mithilfe eines `int`-Arrays (da die Länge = 3 ja schon von Anfang an feststeht). Liefert eine Methode `telepaartie`, die zwei Indices von Behälter nimmt, eine Telepaartie durchführt und eine neue `[Biberverteilung]` zurückgibt. Falls die Telepaartie einen der beiden Behälter leeren sollte, wird `null` zurückgegeben.

Biberverteilung\$BiberIterator

Eine Nutzklasse, um die Java-Funktion `String.join` nutzen zu können, die eine `Iterable<String>` nimmt und bei `Biberverteilung.toString` zum Einsatz kommt. Außerdem kann die `Biberverteilung` so `Iterable<String>` implementieren und leichter durchgegangen werden.

Telepaartie

Die Hauptklasse. Enthält die main-Methode, lädt die Aufgabe aus den Argumenten - bei genau einem Argument wird $L(n)$ berechnet, bei dreien wird die LLL der [Biberverteilung] berechnet. Enthält die brute-force Methoden die dies tun:

- **berechneL**: Nimmt ein n (int) und probiert alle Möglichkeiten aus, n auf drei Behälter zu verteilen: Mit 2 geschachtelten for-Schleifen werden zunächst in den ersten Behälter $k = n-2$ bis 1 Biber getan, dann in den zweiten bis zu $n-k-1$ - also maximal einer weniger als noch übrig sind - schließlich muss ja auch für den letzten noch min. ein Biber bleiben. In diesen werden einfach die übrigen Biber getan. Für $n \leq 2$ gibt die Methode einfach 0 zurück, da alle Möglichkeiten direkt einen leeren Behälter enthalten würden.
- **berechneLLL**: Nimmt eine Biberverteilung und berechnet iterativ (mit einer jeweils auf 3^n wachsenden ArrayList) alle Möglichkeiten, Telepaartien durchzuführen - so lange, bis ein Behälter geleert werden kann, was meist recht früh der Fall ist. Anders als bei "Nummernmerker" ist hier eine "depth-first-search" nicht zielführend, da einige Pfade sehr lange sein können (bspw. 2000 Telepaartien) und schließlich sowieso verworfen werden müssen, da irrwitzige kürzere (bspw. 8 Telepaartien) existieren. Daher nutzen wir hier einen iterativen "level-order-tree-traversal" - der Baum wird Ebene für Ebene abgesucht, sodass wir auf diese kurzen Lösungen zuerst stoßen und nicht riskieren, lange, unnütze Pfade zu untersuchen. Dafür ist zwar der Speicherverbrauch höher, doch dies spielt bei den relativ kleinen Aufgaben (siehe Beispiele) keine Rolle, vor Allem, da die Telepaartie schnell konvergiert ((erfahrungsgemäß) ist nach ziemlich wenigen Schritten schon ein Gefäß leer).

Verwendung

Berechnen der LLL(a, b, c): `java -jar Biberverteilung.jar a b c`

Berechnen der $L(n)$: `java -jar Biberverteilung.jar n`

Beispiele

Verteilungen

(2, 4, 7)

```
1 LLL(2, 4, 7)=2
```

(3, 5, 7)

```
1 LLL(3, 5, 7)=3
```

(80, 64, 32)

```
1 LLL(80, 64, 32)=2
```

Maximale Leerlaufängen ($L(n)$)

$n=10$

- 1 $L(1)=0$
- 2 $L(2)=0$
- 3 $L(3)=1$
- 4 $L(4)=1$
- 5 $L(5)=1$
- 6 $L(6)=2$
- 7 $L(7)=2$
- 8 $L(8)=2$
- 9 $L(9)=2$
- 10 $L(10)=2$

$n=100$

- 1 $L(1)=0$
- 2 $L(2)=0$
- 3 $L(3)=1$
- 4 $L(4)=1$
- 5 $L(5)=1$
- 6 $L(6)=2$
- 7 $L(7)=2$
- 8 $L(8)=2$
- 9 $L(9)=2$
- 10 $L(10)=2$
- 11 $L(11)=3$
- 12 $L(12)=3$
- 13 $L(13)=3$
- 14 $L(14)=3$
- 15 $L(15)=4$
- 16 $L(16)=3$
- 17 $L(17)=3$
- 18 $L(18)=3$
- 19 $L(19)=4$
- 20 $L(20)=3$
- 21 $L(21)=4$
- 22 $L(22)=4$
- 23 $L(23)=5$
- 24 $L(24)=4$
- 25 $L(25)=5$
- 26 $L(26)=4$
- 27 $L(27)=6$
- 28 $L(28)=4$
- 29 $L(29)=5$
- 30 $L(30)=5$
- 31 $L(31)=5$

32 $L(32)=4$
33 $L(33)=6$
34 $L(34)=4$
35 $L(35)=5$
36 $L(36)=4$
37 $L(37)=5$
38 $L(38)=5$
39 $L(39)=6$
40 $L(40)=4$
41 $L(41)=5$
42 $L(42)=5$
43 $L(43)=6$
44 $L(44)=5$
45 $L(45)=7$
46 $L(46)=5$
47 $L(47)=5$
48 $L(48)=5$
49 $L(49)=6$
50 $L(50)=6$
51 $L(51)=7$
52 $L(52)=5$
53 $L(53)=6$
54 $L(54)=6$
55 $L(55)=6$
56 $L(56)=5$
57 $L(57)=7$
58 $L(58)=5$
59 $L(59)=6$
60 $L(60)=6$
61 $L(61)=7$
62 $L(62)=6$
63 $L(63)=7$
64 $L(64)=5$
65 $L(65)=6$
66 $L(66)=7$
67 $L(67)=6$
68 $L(68)=5$
69 $L(69)=7$
70 $L(70)=6$
71 $L(71)=6$
72 $L(72)=5$
73 $L(73)=6$
74 $L(74)=6$
75 $L(75)=7$
76 $L(76)=6$
77 $L(77)=7$
78 $L(78)=6$
79 $L(79)=6$

```
80 L(80)=5
81 L(81)=8
82 L(82)=6
83 L(83)=7
84 L(84)=6
85 L(85)=7
86 L(86)=6
87 L(87)=7
88 L(88)=6
89 L(89)=7
90 L(90)=7
91 L(91)=7
92 L(92)=6
93 L(93)=8
94 L(94)=6
95 L(95)=8
96 L(96)=6
97 L(97)=7
98 L(98)=7
99 L(99)=8
100 L(100)=7
```

Quellcode

Biberverteilung.java

```
1 package appguru;
2
3 import java.util.Arrays;
4 import java.util.Iterator;
5
6 /**
7  *
8  * @author lars
9  */
10
11 // Speichert eine Biberverteilung
12 public class Biberverteilung implements Iterable<String> {
13
14     public int[] biber; // Array der Biber-Anzahlen = Behälter
15
16     // Konstruktor
17     public Biberverteilung(int[] biber) {
18         this.biber = biber;
19     }
20 }
```

```

21 // Telepaartie: Erzeugt veränderte Kopie der Biberverteilung, gibt null zurück wenn die
    // Telepaartie einen Behälter leert
22 public Biberverteilung telepaartie(int b1, int b2) {
23     if (biber[b2] == biber[b1]) { // Telepaartie leert b1 / b2
24         return null; // null zurückgeben
25     }
26     // Array kopieren
27     int[] copied = new int[biber.length];
28     System.arraycopy(biber, 0, copied, 0, biber.length);
29     // Falls Inhalt von b1 > Inhalt b2, vertausche b1 und b2, sodass b1 immer weniger Biber
        // hat
30     if (biber[b1] > biber[b2]) {
31         int b1_backup = b1;
32         b1 = b2;
33         b2 = b1_backup;
34     }
35     // Ziehe von b2 die Biber von b1 ab (b2 hat ja mehr)
36     copied[b2] -= copied[b1];
37     // Verdoppelt die Anzahl der Biber in b1 (dem mit weniger)
38     copied[b1] *= 2;
39     return new Biberverteilung(copied); // Gebe eine neue Biberverteilung mit dem kopierten
        // Array zurück
40 }
41
42 @Override
43 public String toString() {
44     // Gibt eine Biberverteilung aus, Anzahlen mit Kommas getrennt
45     return "(" + String.join(", ", this) + ")";
46 }
47
48 // Iterator, um String.join nutzen & Anzahlen als Strings durchgehen zu können
49 class BiberIterator implements Iterator<String> {
50
51     public int i;
52
53     @Override
54     public boolean hasNext() {
55         return i < biber.length;
56     }
57
58     @Override
59     public String next() {
60         return Integer.toString(biber[i++]);
61     }
62 }
63
64 @Override

```

```

66     public Iterator<String> iterator() {
67         return new BiberIterator(); // Iterator erzeugen & zurückgeben
68     }
69
70     @Override
71     public boolean equals(Object object) {
72         // Prüft, ob zwei Biberverteilungen gleich sind; nutzt hauptsächlich Arrays.equals
73         if (object.getClass() != Biberverteilung.class) {
74             return false;
75         }
76         Biberverteilung b = (Biberverteilung) object;
77         return Arrays.equals(b.biber, this.biber);
78     }
79
80     @Override
81     public int hashCode() {
82         // Generiert einen Hash
83         return Arrays.hashCode(biber);
84     }
85 }

```

Telepaartie.java

```

1  package appguru;
2
3  import java.util.ArrayList;
4
5  /**
6   *
7   * @author lars
8   */
9  public class Telepaartie {
10
11     // Berechnet LLL(start), wobei start eine Biberverteilung ist, iterativ
12     public static int LLL(Biberverteilung start) {
13         ArrayList<Biberverteilung> verteilungen = new ArrayList(); // Verteilungen
14         verteilungen.add(start);
15         for (int s = 1;; s++) { // Schritte zählen
16             // Verteilungen für den nächsten Schritt
17             ArrayList<Biberverteilung> neue_verteilungen = new ArrayList();
18             // Biberverteilungen durchgehen
19             for (Biberverteilung v : verteilungen) {
20                 // Alle Möglichkeiten, Telepaartien durchzuführen durchgehen
21                 for (int i = 0; i <= 1; i++) {
22                     for (int j = i + 1; j <= 2; j++) {
23                         Biberverteilung v_neu = v.telepaartie(i, j); // Telepaartie durchführen
24                         if (v_neu == null) { // Behälter geleert
25                             return s; // Anzahl benötigter Schritte zurückgeben, fertig!

```

```

26         }
27         neue_verteilungen.add(v_neu); // Neue Verteilung speichern
28     }
29 }
30 }
31 // Nächster Schritt, nächste Verteilungen
32 verteilungen = neue_verteilungen;
33 }
34 }
35
36 // Berechnet L(n) - Geht alle Kombinationen durch und findet die maximale LLL
37 public static int L(int n) {
38     // Wenn n <= 2 ist sowieso immer ein Behälter leer
39     if (n <= 2) {
40         return 0;
41     }
42     // Ansonsten: Initialisiere "Rekordhalter" mit dem kleinstmöglichen Wert
43     int max_schritte = Integer.MIN_VALUE;
44     // Gehe alle Möglichkeiten durch, Gefäße zu befüllen, möglichst ohne verschiedene
45     // Anordnungen
46     for (int i = 1; i < n - 1; i++) {
47         for (int j = n - i - 1; j >= 1; j--) {
48             int k = n - j - i;
49             int schritte = LLL(new Biberverteilung(new int[]{i, j, k})); // LLL berechnen
50             if (schritte > max_schritte) { // wurden mehr Schritte benötigt? (ist die LLL
51                 // größer?)
52                 max_schritte = schritte; // neuer Rekordhalter
53             }
54         }
55     }
56     return max_schritte; // Rekordhalter zurückgeben
57 }
58
59 public static void main(String[] args) {
60     try {
61         if (args.length == 1) { // für ein Argument
62             int n = Integer.parseInt(args[0]); // zu Zahl umwandeln
63             if (n < 0) {
64                 System.out.println("Fehler: n < 0");
65             } else {
66                 // L(n) berechnen und ausgeben
67                 if (n == 0) {
68                     System.out.println("L(0)=0");
69                 }
70                 for (int i = 1; i <= n; i++) {
71                     System.out.println("L(" + i + ")=" + L(i));
72                 }
73             }
74         }
75     } catch (Exception e) {
76         System.out.println("Fehler: falsche Anzahl Argumente");
77     }
78 }

```



```

72     } else if (args.length == 3) { // falls drei Argumente gegeben sind
73         // lese Verteilung ein
74         int[] verteilung = new int[3];
75         boolean schon_null = false;
76         for (byte b = 0; b < 3; b++) {
77             verteilung[b] = Integer.parseInt(args[b]); // zu Zahl umwandeln
78             if (verteilung[b] <= 0) {
79                 schon_null = true; // ein Behälter ist schon <= null, fertig!
80             }
81         }
82         Biberverteilung vert = new Biberverteilung(verteilung);
83         // für einen Behälter, der schon <= 0 ist direkt 0 ausgeben, sonst LLL berechnen
84         System.out.println("LLL" + vert + "=" + (schon_null ? "0":LLL(vert)));
85     } else {
86         // Instruktionen
87         System.out.println("Geben sie 1 (=n) oder 3 (=Biberverteilung) Argumente an.");
88     }
89 } catch (NumberFormatException ne) {
90     // Fehlermeldung
91     System.out.println("Keine korrekten Zahlen");
92 }
93 }
94
95 }

```