

Lösung Aufgabe 5 „Wichteln“

Lösungsidee

Wir verwenden einen **optimierenden Algorithmus**. Die Schüler werden in einer Reihenfolge durchgegangen. In dieser werden zuerst erste Wünsche erfüllt, dann Zweite, und schließlich Dritte.

Diese Reihenfolge verbessern wir solange möglich, indem wir immer zwei Schüler vertauschen, die neue Reihenfolge ausprobieren, und beibehalten falls sie sich als besser erweist (führt zur Erfüllung von mehr wertvolleren Wünschen).

Korrektheit

Wenn eine Reihenfolge nicht mehr besserbar ist, muss sie eine optimale Reihenfolge sein.

Es bleibt zu zeigen, dass jede optimale Geschenkeverteilung auch als Reihenfolge darstellbar ist.

Bei einer optimalen Geschenkeverteilung wird jedem Schüler:

- Der 1. Wunsch
- Oder der 2. Wunsch
- Oder der 3. Wunsch
- Oder kein Wunsch

erfüllt.

Damit nun einem Schüler sein erster Wunsch erfüllt wird, brauchen wir ihn nur an eine Stelle zu stellen, wo das Geschenk noch nicht vergeben sein wird.

Analog können wir auch zweite und dritte Wunsch erfüllen, indem wir den betreffenden Schüler an einer Stelle in der Reihenfolge einsetzen, wo sein erster Wunsch bzw. sein erster und sein zweiter Wunsch schon vergeben sein werden (da Schüler, die weiter vorne in der Reihenfolge stehen, diese erhalten).

Mathematisch resümiert: **Die Abbildung von Geschenkeverteilung nach Reihenfolge ist eine Bijektion**, daher funktioniert der verwendete optimierende Algorithmus.

Komplexität

- Das Ausprobieren einer Reihenfolge ist in linearer Laufzeit $O(n)$ möglich.
- Alle möglichen Tausche sind $\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{n(n-1)}{2} = O(n^2)$
- Somit ergibt sich eine **kubische Komplexität von $O(n^3)$**

Umsetzung

Implementierung in der modernen und performanten Programmiersprache Go.

Kompilieren

`go build` (erzeugt `a5-Wichteln`) oder `go build main.go` (erzeugt `main`)

Verwendung

`go run main.go <pfad> oder ./main <pfad>`

Beispiel: `./main beispieldaten/wichteln1.txt`

Ausgabe

Lösung:

<In Textrichtung Ausgabe der erhaltenen Geschenke getrennt mit Komma und
↪ Leerzeichen, aufsteigend nach Nummer des erhaltenden Schülers>

Erfüllte Wünsche: <Anzahl erfüllte 1. Wünsche>, <Anzahl erfüllte 2. Wünsche>,
↪ <Anzahl erfüllte 3. Wünsche>

Zeit verstrichen: <Verstrichene Zeit in Sekunden> s

Bibliotheken

- `fmt`: Ausgabe, Formattierung
- `io/ioutil`: Einlesen der Datei
- `os`: Programmargumente
- `regexp`: Regulärer Ausdruck zum Extrahieren der Zahlen
- `strconv`: String/Integer-Konversion
- `strings`: Auftrennen des Dateiinhalts nach Zeilen
- `time`: Zeitmessung

Typen

Verteilung

- Wert als vergleichbare Zahl: Anzahl erfüllter Wünsche so kodiert, dass zwei Verteilungen über ihren Wert vergleichbar sind
- Erhaltene Geschenke als „Slice“ mit `[Schülernummer - 1]` = Geschenknummer
- Vergebene Geschenke als „Slice“ mit `[Geschenknummer - 1]` = `true` wenn vergeben, sonst `false`

Eingabe

Das erste Programmargument ist der Pfad zur Aufgabendatei. Diese wird gelesen und an Zeilenumbrüchen aufgetrennt. Die Wünsche jedes Schülers werden mithilfe eines einfachen regulären Ausdrucks als Strings extrahiert und zu Zahlen konvertiert. Schließlich erhält man eine Slice mit `[Schülernummer-1] = 3-er-Array{Geschenknummer 1. Wunsch - 1, Geschenknummer 2. Wunsch - 1, Geschenknummer 3. Wunsch - 1}`

Verarbeitung

Eine Funktion probiert die aktuelle Reihenfolge aus, indem zuerst erste, dann zweite, und schließlich dritte Wünsche in der Reihenfolge mit zwei geschachtelten Schleifen erfüllt werden. Hierfür werden vergebene

und erhaltene Geschenke mit einer Verteilung nachgehalten. Der Wert wird als Zahl (uint64) zur Basis $n + 1$ mit $n = \text{Anzahl Schüler}$ dargestellt. Hierbei stehen erste Wünsche an erster Stelle, 2. an 2. und 3. an 3.: $\text{wert} = (n + 1)^2 \cdot \text{erfuellteErsteWuensche} + (n + 1) \cdot \text{erfuellteZweiteWuensche} + \text{erfuellteDritteWuensche}$. Der Vergleich zweier Verteilungen wird somit zu einem einfachen Zahlenvergleich.

Wir beginnen mit der Einlesereihenfolge der Schüler als Startreihenfolge.

Dann probieren wir solange Swaps (Täusche) über drei geschachtelte Schleifen (1. Fortwährendes Swappen, 2. Zu swappenden Schüler, 3. Anderer zu swappender Schüler) aus, bis keiner der möglichen Swaps mehr zu einer Verbesserung des Wertes der aktuellen Reihenfolge führt. Einen Swap machen wir rückgängig, wenn sich herausstellt, dass dieser zu keiner Verbesserung geführt hat.

Ausgabe

Zunächst wird die Verteilung komplettiert: Schüler, die keinen Wunsch erfüllt bekommen haben, erhalten die erstbesten freien Geschenke (in Reihenfolge der Geschenkenummern). Hierfür gehen wir die erhaltenen Geschenke nach Schüler durch, finden leer ausgehende Schüler, und gehen dann die Geschenke durch, anfangend nach den schon durchgegangenen Geschenken, bis wir ein noch nicht vergebenes finden. Dieses erhält der Schüler.

Schließlich geben wir „einfach“ die erhaltenen Geschenke aus. Diese trennen wir in einer Zeile mit Leerzeichen und Komma, sonst durch Zeilenumbrüche. Hierbei sorgen wir für Zeilen, die nicht länger als 80 Zeichen werden.

Die Anzahl der erfüllten Wünsche extrahieren wir aus dem Wert der Verteilung jeweils mittels Division mit Rest und geben diese zusammen mit der verstrichenen Zeit ebenfalls aus.

Quellcode

main.go

```
1 package main
2
3 import (
4     "fmt"
5     "io/ioutil"
6     "os"
7     "regexp"
8     "strconv"
9     "strings"
10    "time"
11 )
12
13 // Verteilung - Wert als vergleichbare Zahl, von Schülern erhaltene Geschenke,
14    ↳ vergebene Geschenke
15 type Verteilung struct {
```

```

15         wert                uint64
16         erhalteneGeschenke []uint
17         vergebeneGeschenke []bool
18     }
19
20     func main() {
21         // Zeitmessung
22         nanos := time.Now().UnixNano()
23         // Eingabe
24         if len(os.Args) != 2 {
25             println("Verwendung: <pfad>")
26             return
27         }
28         // Einlesen
29         text, err := ioutil.ReadFile(os.Args[1])
30         if err != nil {
31             panic(err)
32         }
33         lines := strings.Split(string(text), "\n")
34         _anzahl, err := strconv.Atoi(lines[0])
35         if err != nil {
36             panic(err)
37         }
38         // Anzahl Schüler
39         anzahl := uint(_anzahl)
40         // Basis für schnellen Vergleich
41         basis := uint64(anzahl + 1)
42         // Schüler: [Nummer - 1] = {Nummer 1. Wunsch - 1, Nummer 2. Wunsch - 1,
43         ↪ Nummer 3. Wunsch - 1}
44         schueler := make([][3]uint, anzahl)
45         for s := uint(0); s < anzahl; s++ {
46             var wunsch [3]uint
47             // Regulärer Ausdruck: Alle Zahlen (= Wünsche) aus der Zeile
48             ↪ extrahieren
49             wunschStr :=
50             ↪ regexp.MustCompile("[0-9]+").FindAllString(lines[s+1], 3)
51             for w := 0; w < 3; w++ {
52                 // Wünsche einlesen
53                 wunschW, err := strconv.Atoi(wunschStr[w])
54                 if err != nil {
55                     panic(err)
56                 }
57                 wunschW--
58                 wunsch[w] = uint(wunschW)
59             }
60         }

```

```

57         schueler[s] = wunsch
58     }
59     // Verfahren
60     // Reihenfolge, in der Schüler Wünsche erhalten
61     reihenfolge := make([]uint, anzahl)
62     // Probiert eine Reihenfolge, gibt "Wert" der resultierenden
        ↪ Verteilung als Zahl zurück
63     probiereReihenfolge := func() (verteilung Verteilung) {
64         // Wert
65         verteilung.wert = 0
66         // Vergebene Geschenke: [Geschenk] = Vergeben?
67         verteilung.vergebeneGeschenke = make([]bool, anzahl)
68         // Erhaltene Geschenke: [Schüler] = Geschenk
69         verteilung.erhalteneGeschenke = make([]uint, anzahl)
70         stelle := basis * basis
71         for i := 0; i < 3; i++ {
72             erfuellteWuensche := uint64(0)
73             for _, s := range reihenfolge {
74                 // Schüler in Reihenfolge durchgehen
75                 wunsch := schueler[s][i]
76                 if verteilung.erhalteneGeschenke[s] != 0 ||
                    ↪ verteilung.vergebeneGeschenke[wunsch] {
77                     // Schüler schon "abgespeist" oder
                    ↪ Geschenk schon vergeben
78                     continue
79                 }
80                 // Zähler erhöhen, Geschenk zuordnen & als
                    ↪ vergeben markieren
81                 erfuellteWuensche++
82                 verteilung.erhalteneGeschenke[s] = wunsch + 1
83                 verteilung.vergebeneGeschenke[wunsch] = true
84             }
85             verteilung.wert += stelle * erfuellteWuensche
86             stelle /= basis
87         }
88         return
89     }
90     // Startreihenfolge: 0 bis anzahl aufsteigend
91     for i := range reihenfolge {
92         reihenfolge[i] = uint(i)
93     }
94     // Startvergleichswerte für die Reihenfolge
95     besteVerteilung := probiereReihenfolge()
96     for {
97         verbesserung := false

```

```

98         for i := range reihenfolge {
99             for j := range reihenfolge[i+1:] {
100                 // Probiere "swaps"
101                 reihenfolge[i], reihenfolge[j] =
↪ reihenfolge[j], reihenfolge[i]
102                 // Werte nach Swap
103                 andereVerteilung := probiereReihenfolge()
104                 if andereVerteilung.wert >
↪ besteVerteilung.wert {
105                     // Bessere Verteilung! Aktualisieren
106                     besteVerteilung = andereVerteilung
107                     verbesserung = true
108                 } else {
109                     // Ansonsten: Swap wieder rückgängig
↪ machen
110                     reihenfolge[i], reihenfolge[j] =
↪ reihenfolge[j], reihenfolge[i]
111                 }
112             }
113         }
114         // ...solange die Reihenfolge verbessert werden kann
115         if !verbesserung {
116             break
117         }
118     }
119
120     // Beste Verteilung komplettieren: "Leer ausgehenden" (kein Wunsch
↪ erfüllt) Schülern erstbeste Geschenke geben
121     var i uint
122     for s, g := range besteVerteilung.erhalteneGeschenke {
123         if g == 0 {
124             // Kein Wunsch erfüllt, kein Geschenk zugeordnet
125             for {
126                 if !besteVerteilung.vergebeneGeschenke[i] {
127                     // Erstbestes übriges Geschenk
↪ erhalten
128                     besteVerteilung.erhalteneGeschenke[s]
↪ = i + 1
129                     i++
130                     break
131                 }
132                 i++
133             }
134         }
135     }

```

```

136
137 // Ausgabe
138 fmt.Println("Lösung:")
139 // Erste Zeile der Lösung beginnt mit dem Geschenk, das der erste
    ↳ Schüler erhält
140 zeile := strconv.Itoa(int(besteVerteilung.erhalteneGeschenke[0]))
141 for _, g := range besteVerteilung.erhalteneGeschenke[1:] {
142     geschenk := strconv.Itoa(int(g))
143     if len(zeile)+len(geschenk)+2 > 80 {
144         // Passt nicht mehr in Zeile: Maximale Zeilenlänge von
            ↳ 80
145         fmt.Println(zeile)
146         // Neue Zeile beginnen
147         zeile = ""
148     } else {
149         // In gleicher Zeile anhängen mit trennendem Komma
150         zeile += ", "
151     }
152     // Zugeordnetes Geschenk zur Ausgabe hinzufügen
153     zeile += geschenk
154 }
155 if zeile != "" {
156     // Letzte Zeile ausgeben
157     fmt.Println(zeile)
158 }
159 // Wert der Verteilung (in erfüllten Wünschen) & verstrichene Zeit
    ↳ ausgeben
160 // Dafür Rückrechnung:
161 // - wert/basis² = erfüllte 1. Wünsche
162 // - (wert/basis) % basis = erfüllte 2. Wünsche
163 // - wert % basis = erfüllte 3. Wünsche
164 fmt.Printf(`
165 Erfüllte Wünsche: %d, %d, %d
166
167 Zeit verstrichen: %v s
168 `, besteVerteilung.wert/(basis*basis), (besteVerteilung.wert/basis)%basis,
    ↳ besteVerteilung.wert%basis, float32(time.Now().UnixNano()-nanos)/1e9)
169 }

```

Beispiele

wichteln1.txt

Lösung:

6, 2, 1, 3, 5, 4, 7, 10, 9, 8

Erfüllte Wünsche: 6, 0, 2

Zeit verstrichen: 0.00040208 s

wichteln1.txt

Lösung:

6, 2, 1, 3, 5, 4, 7, 10, 9, 8

Erfüllte Wünsche: 6, 0, 2

Zeit verstrichen: 0.00040208 s

wichteln2.txt

Lösung:

4, 5, 6, 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10

Erfüllte Wünsche: 3, 0, 0

Zeit verstrichen: 0.000151697 s

wichteln3.txt

Lösung:

2, 20, 29, 8, 1, 3, 5, 12, 4, 28, 6, 9, 14, 23, 26, 30, 11, 7, 16, 10, 19, 13
27, 15, 17, 18, 22, 21, 24, 25

Erfüllte Wünsche: 15, 6, 1

Zeit verstrichen: 0.001349349 s

wichteln4.txt

Lösung:

4, 21, 14, 9, 28, 12, 3, 16, 10, 19, 11, 20, 7, 23, 2, 25, 1, 27, 17, 13, 22,
↪ 26
15, 6, 30, 24, 18, 8, 5, 29

Erfüllte Wünsche: 15, 4, 3

Zeit verstrichen: 0.002028563 s

wichteln5.txt

Lösung:

5, 6, 7, 18, 27, 2, 4, 9, 25, 16, 14, 13, 19, 15, 10, 8, 26, 23, 20, 3, 1, 21
22, 11, 24, 28, 30, 12, 17, 29

Erfüllte Wünsche: 13, 1, 7

Zeit verstrichen: 0.001637866 s

wichteln6.txt

Lösung:

1, 27, 38, 23, 30, 21, 37, 45, 55, 51, 9, 33, 86, 26, 2, 42, 28, 39, 15, 35, 6
4, 31, 14, 84, 12, 74, 7, 78, 25, 54, 5, 18, 19, 34, 53, 36, 48, 43, 87, 32, 83
29, 22, 47, 85, 44, 50, 16, 52, 40, 65, 24, 56, 62, 57, 59, 46, 13, 81, 60, 75
61, 67, 10, 80, 64, 66, 68, 69, 70, 90, 3, 71, 49, 72, 58, 11, 17, 73, 8, 63,
↪ 76
77, 79, 41, 20, 82, 88, 89

Erfüllte Wünsche: 37, 3, 21

Zeit verstrichen: 0.010158948 s

wichteln7.txt

Lösung:

484, 1, 5, 146, 367, 380, 2, 980, 3, 866, 571, 309, 868, 73, 854, 660, 6, 551
304, 861, 255, 722, 143, 103, 977, 616, 994, 352, 80, 960, 602, 44, 9, 14, 15
347, 949, 594, 85, 683, 753, 23, 24, 25, 31, 181, 968, 318, 182, 467, 705, 773
630, 843, 390, 531, 743, 455, 109, 471, 149, 235, 696, 697, 730, 885, 234, 879
138, 18, 997, 561, 402, 116, 686, 526, 545, 891, 919, 798, 480, 831, 956, 121
399, 644, 677, 175, 490, 501, 932, 836, 475, 613, 560, 126, 260, 549, 156, 129
321, 233, 857, 313, 206, 188, 13, 769, 589, 341, 620, 177, 647, 63, 35, 435,
↪ 910
32, 847, 801, 817, 325, 151, 82, 631, 715, 682, 316, 168, 711, 921, 899, 694
655, 106, 429, 246, 202, 790, 783, 128, 37, 33, 893, 579, 894, 39, 506, 108,
↪ 124
40, 105, 781, 487, 96, 731, 607, 922, 671, 733, 962, 420, 42, 453, 75, 450,
↪ 469
46, 734, 48, 495, 49, 167, 684, 577, 189, 902, 923, 964, 52, 889, 752, 265,
↪ 947
580, 564, 963, 991, 54, 492, 698, 60, 488, 364, 489, 566, 639, 45, 499, 707,
↪ 338
593, 288, 818, 337, 710, 383, 605, 973, 708, 64, 281, 74, 290, 562, 10, 212,
↪ 651

934, 68, 22, 70, 76, 57, 72, 356, 604, 209, 799, 161, 512, 838, 606, 633, 78,
↪ 86

535, 888, 427, 534, 884, 999, 548, 615, 89, 91, 335, 98, 155, 441, 100, 628
1000, 556, 447, 574, 656, 110, 306, 621, 612, 115, 350, 256, 458, 998, 892,
↪ 623

211, 302, 250, 20, 841, 597, 117, 118, 539, 638, 830, 87, 376, 834, 409, 410
120, 758, 229, 353, 950, 414, 310, 137, 59, 139, 299, 756, 858, 803, 140, 142
157, 7, 144, 485, 918, 127, 145, 170, 222, 472, 354, 174, 176, 326, 286, 476
135, 426, 203, 395, 796, 179, 180, 193, 190, 674, 745, 198, 95, 336, 208, 134
718, 938, 215, 805, 672, 217, 274, 152, 986, 939, 218, 220, 221, 224, 227, 663
12, 164, 975, 247, 196, 936, 465, 849, 125, 183, 438, 989, 371, 625, 614, 965
228, 675, 36, 553, 28, 896, 231, 845, 687, 543, 113, 751, 424, 807, 542, 132
658, 421, 204, 873, 619, 236, 640, 150, 725, 797, 239, 237, 387, 862, 820, 241
554, 191, 439, 301, 244, 245, 666, 249, 253, 112, 257, 259, 261, 263, 806, 111
267, 305, 741, 343, 270, 271, 851, 690, 540, 945, 197, 55, 714, 88, 537, 272
275, 43, 122, 277, 280, 65, 169, 673, 283, 84, 251, 21, 903, 287, 289, 765,
↪ 627

136, 474, 558, 293, 314, 565, 524, 214, 97, 294, 71, 437, 160, 449, 268, 240
296, 416, 300, 311, 483, 315, 388, 898, 365, 322, 544, 324, 744, 864, 327, 205
329, 443, 519, 508, 676, 629, 461, 591, 333, 330, 94, 331, 332, 133, 583, 342
344, 940, 829, 466, 363, 345, 187, 349, 521, 511, 840, 498, 351, 357, 748, 652
890, 800, 359, 924, 360, 875, 557, 362, 428, 497, 303, 941, 901, 525, 368, 162
679, 653, 369, 457, 370, 373, 377, 379, 966, 372, 517, 382, 384, 185, 810, 178
51, 440, 186, 386, 780, 19, 269, 394, 346, 276, 378, 398, 400, 403, 754, 913
678, 114, 576, 844, 104, 404, 366, 166, 154, 417, 406, 412, 418, 505, 419, 423
486, 943, 230, 603, 432, 430, 433, 786, 777, 883, 56, 470, 933, 552, 434, 252
431, 436, 83, 361, 243, 509, 223, 291, 448, 662, 415, 451, 931, 720, 131, 452
456, 867, 732, 689, 77, 460, 904, 959, 463, 200, 897, 464, 473, 477, 478, 298
828, 479, 515, 688, 481, 491, 496, 422, 573, 503, 972, 927, 504, 81, 729, 41
510, 147, 405, 514, 559, 848, 601, 216, 634, 516, 582, 536, 26, 242, 50, 522
523, 201, 53, 355, 500, 527, 713, 774, 529, 445, 626, 778, 530, 816, 396, 192
532, 446, 397, 219, 766, 292, 348, 680, 533, 538, 482, 860, 248, 541, 546, 93
454, 547, 493, 62, 700, 101, 958, 870, 550, 567, 569, 572, 581, 584, 586, 706
811, 442, 717, 297, 590, 592, 595, 407, 596, 920, 723, 312, 319, 598, 320, 599
608, 254, 764, 609, 528, 375, 611, 328, 877, 617, 618, 173, 622, 226, 946, 624
153, 792, 649, 635, 632, 739, 643, 462, 213, 232, 645, 374, 648, 650, 659, 808
285, 518, 392, 661, 92, 664, 411, 755, 610, 770, 667, 668, 600, 669, 172, 323
791, 494, 681, 691, 693, 699, 701, 984, 702, 703, 709, 967, 520, 692, 339, 712
716, 4, 66, 719, 393, 141, 724, 878, 578, 641, 171, 881, 740, 727, 728, 912,
↪ 735

737, 988, 738, 742, 747, 996, 468, 69, 771, 749, 750, 761, 736, 408, 258, 762
507, 27, 929, 763, 768, 587, 772, 67, 928, 148, 210, 775, 11, 779, 785, 788,
↪ 953

835, 804, 102, 789, 793, 282, 642, 38, 795, 29, 787, 646, 809, 784, 760, 194

685, 812, 776, 308, 987, 637, 8, 17, 782, 926, 813, 389, 880, 262, 401, 159,
↔ 670

819, 340, 636, 821, 824, 502, 825, 826, 585, 832, 833, 358, 767, 839, 842, 295
184, 563, 846, 225, 815, 850, 284, 746, 278, 852, 726, 853, 856, 859, 863, 413
865, 869, 908, 871, 130, 855, 872, 874, 695, 882, 909, 886, 827, 802, 887, 757
895, 665, 900, 195, 905, 199, 906, 307, 264, 575, 207, 16, 907, 914, 279, 381
915, 822, 266, 814, 30, 704, 119, 916, 334, 917, 925, 163, 930, 974, 34, 935
657, 937, 942, 425, 513, 568, 944, 238, 969, 654, 948, 90, 951, 952, 954, 837
955, 158, 957, 317, 123, 273, 961, 99, 970, 971, 385, 976, 61, 978, 979, 444
981, 165, 982, 983, 459, 985, 876, 990, 47, 570, 721, 588, 107, 911, 79, 992
993, 759, 823, 391, 58, 555, 995, 794

Erfüllte Wünsche: 541, 126, 55

Zeit verstrichen: 20.312572 s

wichteln8.txt

Zusätzliches Beispiel:

5
2 3 1
5 4 1
3 2 5
1 4 2
2 5 4

Lösung:

2, 5, 3, 1, 4

Erfüllte Wünsche: 4, 0, 1

Zeit verstrichen: 0.000129278 s