

建議對演算法與數據結構已經有足夠熟悉的學員跳過此章節

主要原因是我們課程的設計核心為實際去模擬當你真實遇到該問題時會有什麼樣的想法，但講義內容其實已經有部分暗示解法，但實際遇到問題時並不會知道接下來的題目會用到解法的方向。



## Prefix sum

prefix sum 是指計算一串數字裡各項元素到起點的總和或距離。例如一個有  $n$  個元素的陣列，我們會去算  $0\sim 0$ ,  $0\sim 1$ ,  $0\sim 2$ , ...,  $0\sim n-1$  的和。

他的優點是只要用  $O(n)$  的時間做好前置操作，那後面每次對於某類型的區間詢問就只需要  $O(1)$  即可得到答案。

A	2	5	1	3	P means prefix sum
---	---	---	---	---	--------------------

$P[0] = 2$   
 $P[1] = P[0] + 5 = 7$   
 $P[2] = P[1] + 1 = 8$   
 $P[3] = P[2] + 3 = 11$

假設題目會問你一個陣列中 left 到 right 之間的數字總和是多少，這時候只要把  $P[right] - P[left]$  就是答案了

## Prefix sum 進階應用

在 Prefix sum 的進階應用中，通常這類題目會給你很多個區間段，並問你區間段是否有重複，而區間段可能是時段或是線段。我們必須先將每個區間段拆成 start 和 end，例如 10 個區段會有 10 個 start 和 10 個 end。我們可以把 start 想成從這邊開始會開始有東西(+1)，而 end 想成從這邊開始會少一個東西(-1)。

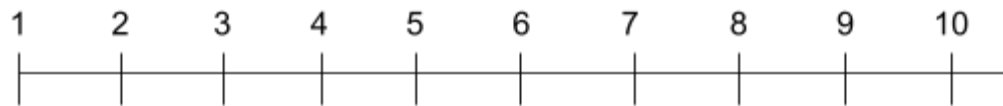
我們可以確認好每個點會需要多幾個東西或少幾個東西，如果同一個點遇到多個 start 或 end 就將他們 +1, -1 全部合起來就會是那個點最後有幾個東西。之後如果要問某個點會有幾個重複的區段，使用前綴和的技巧，如果你知道前一個點的有幾個重複區段，那你只要再加上這個點有幾個東西的數字，你就會知道這個點有幾個重複的區段。

### 範例 (Meeting room)

給定一堆會議的時段，試問最少需要幾個會議室才能滿足條件？

最少需要幾個會議室的意思其實就是問最多會有幾個會議時間有重疊，也就是我們要知道每個時間點重疊的會議數量。

以下用圖解釋作法，不過記得一般題目給的數字可能會很大或是用毫秒算，因此不能直接用陣列去存這些東西，我們需要用 map 之類的資料結構紀錄每個點的值，然後最後要從小到大排序，這樣才能知道前一個點是甚麼。因此此類題目時間複雜度是  $O(n\log)$ 。



meeting 1

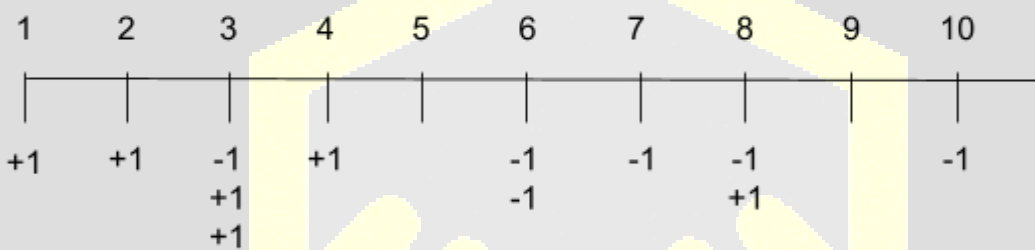
meeting 2

meeting 3

meeting 4

meeting 5

meeting 4



$$P[1] = 1$$

$$P[2] = P[1] + 1 = 2$$

$$P[3] = P[2] + (-1+1+1) = 4$$

...

$$P[10] = P[9] + (-1) = 0$$

In the process we should record currently max meeting counts

Thus, the minnum meeting rooms we need is 4.