北京交通大学

主讲人：陈后金

电子信息工程学院

利用MATLAB分析系统的响应

- 连续时间系统响应的求解
- 离散时间系统响应的求解
- 离散卷积的计算及应用

1. 连续时间系统响应的求解

连续LTI系统可由常系数线性微分方程描述

$$a_n y^{(n)}(t)+a_{n-1}y^{(n-1)}(t)+\cdots+a_1 y'(t)+a_0 y(t)$$
$$=b_m x^{(m)}(t)+b_{m-1}x^{(m-1)}(t)+\cdots+b_1 x'(t)+b_0 x(t)$$

零状态响应$y_{zs}(t)$为 y=lsim(sys,x,t)

冲激响应$h(t)$为 h=impulse(sys, t)

sys :LTI系统模型 sys=tf(b,a)

b和a分别为微分方程两端各项的系数向量 → a=[an,…a2, a1, a0];
b=[bm,…b2, b1, b0];

t :计算系统响应的样点向量

1. 连续时间系统响应的求解

已知描述某连续LTI系统的微分方程为

$$a_3 y'''(t)+a_2 y''(t)+a_1 y'(t)+a_0 y(t)=b_3 x'''(t)+b_2 x''(t)+b_1 x'(t)+b_0 x(t)$$

其冲激响应$h(t)$零状态响应$y_{zs}(t)$的求解:

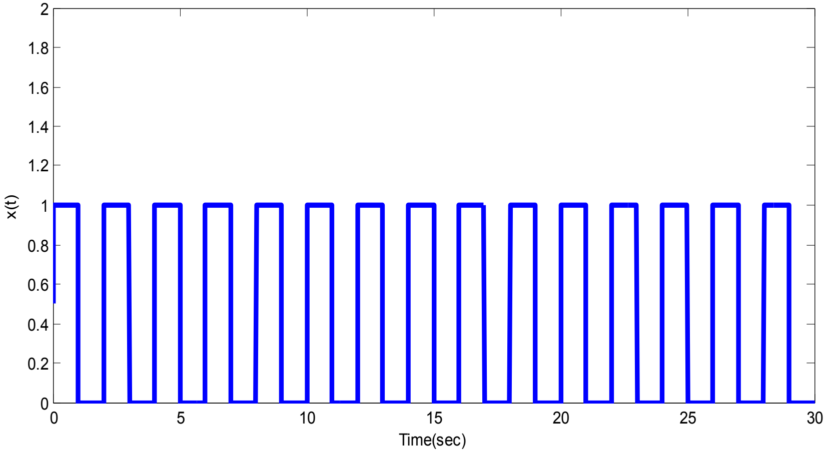
```
a=[a3, a2, a1, a0];
b=[b3, b2, b1, b0];
sys=tf(b,a)
t=0: 0.1: 10;
    ⋮
h=impulse(sys, t)
y=lsim(sys,x,t)
```

1. 连续时间系统响应的求解

[例1] 描述系统的微分方程为 $y''(t)+2y'(t)+100y(t)=2x(t)$

试求系统的冲激响应和如图所示周期矩形波$x(t)$

的零状态响应。

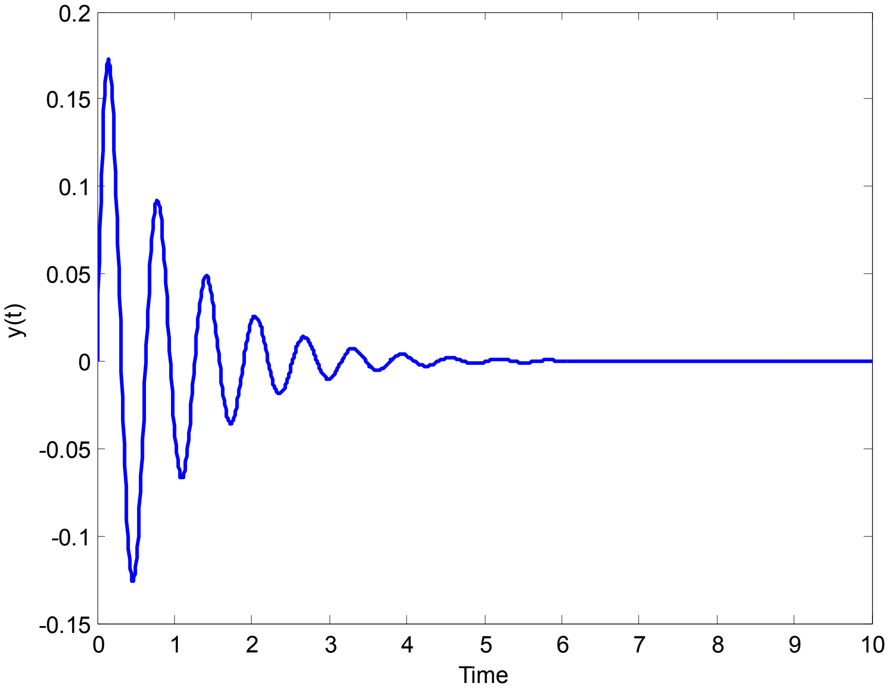


1.连续时间系统响应的求解

[例1] 描述系统的微分方程为 $y''(t)+2y'(t)+100y(t)=2x(t)$ 试求系统的冲激响应和如图所示周期矩形波$x(t)$的零状态响应。

解: (1)该系统的冲激响应

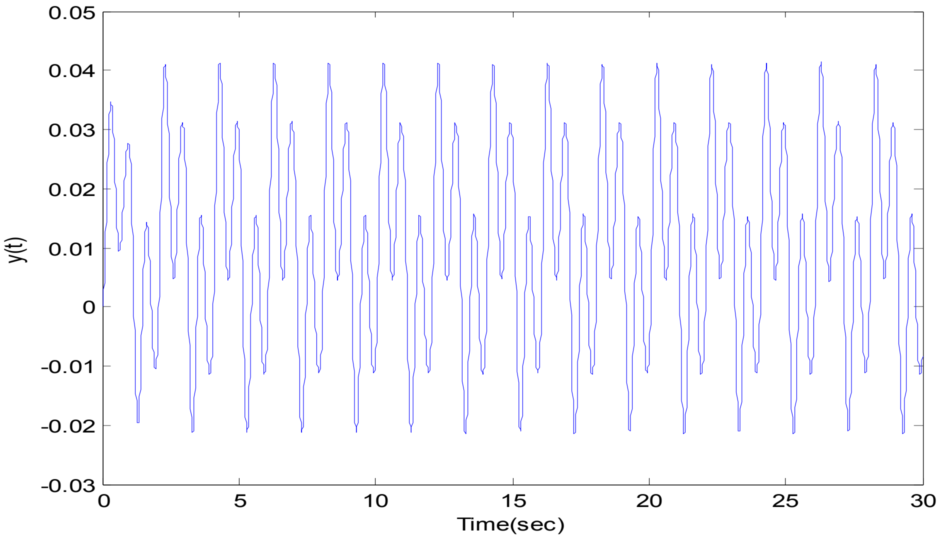
```
ts=0;te=10;dt=0.01;
sys=tf([2],[1 2 100]);
t=ts:dt:te;
y=impulse(sys,t);
plot(t,y);
```



[例1] 描述系统的微分方程为 $y''(t)+2y'(t)+100y(t)=2x(t)$ 试求系统的冲激响应和如图所示周期矩形波$x(t)$的零状态响应。

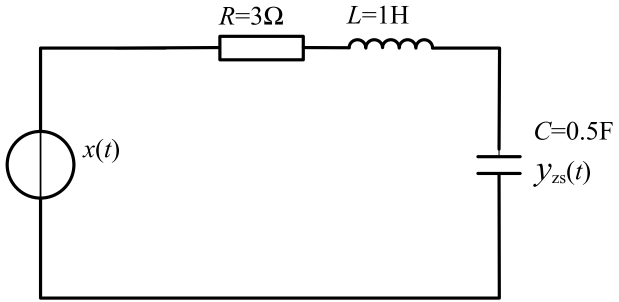
解: (2)该系统的零状态响应

```
ts=0;te=30;dt=0.01;
sys=tf([2],[1 2 100]);
t=ts:dt:te;
x=heaviside(sin(pi*t));
y=lsim(sys,x,t)
plot(t,y);
```



1. 连续时间系统响应的求解

[例2] 如图所示，RLC串联电路，R=3Ω, L=1H, C=0.5F, 系统输入 $x(t)$=sin(t)+sin(20t)，求系统的零状态响应$y_{zs}(t)$ 。



由电路可得描述系统输入输出关系的微分方程为

$$LCy''_{zs}(t)+RCy'_{zs}(t)+y_{zs}(t)=x(t)$$

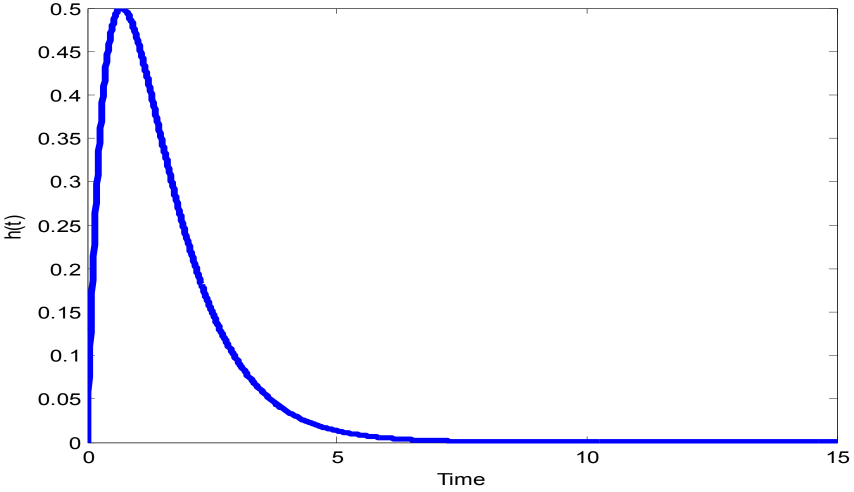
即 $$y''_{zs}(t)+3y'_{zs}(t)+2y_{zs}(t)=2x(t)$$

[例2] 如图所示，RLC串联电路，R=3Ω, L=1H, C=0.5F, 系统输入 $x(t)=\sin(t)+\sin(20t)$，求系统的零状态响应$y_{zs}(t)$。

$$y''_{zs}(t)+3y'_{zs}(t)+2y_{zs}(t)=2x(t)$$

解：　系统的冲激响应

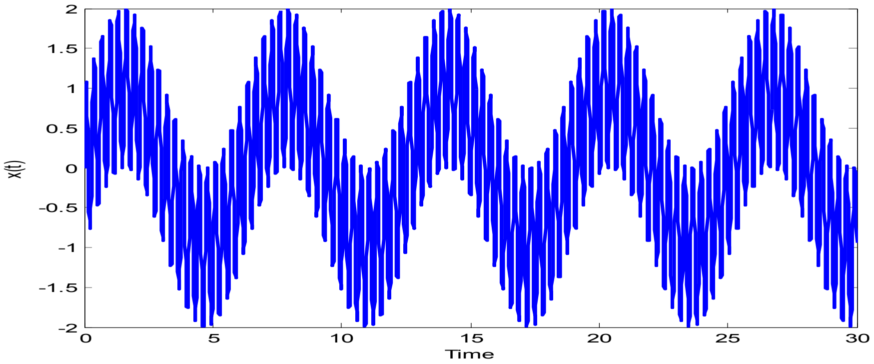
```
ts=0;te=15;dt=0.01;
sys=tf([2],[1 3 2]);
t=ts:dt:te;
y=impulse(sys,t);
plot(t,y);
```

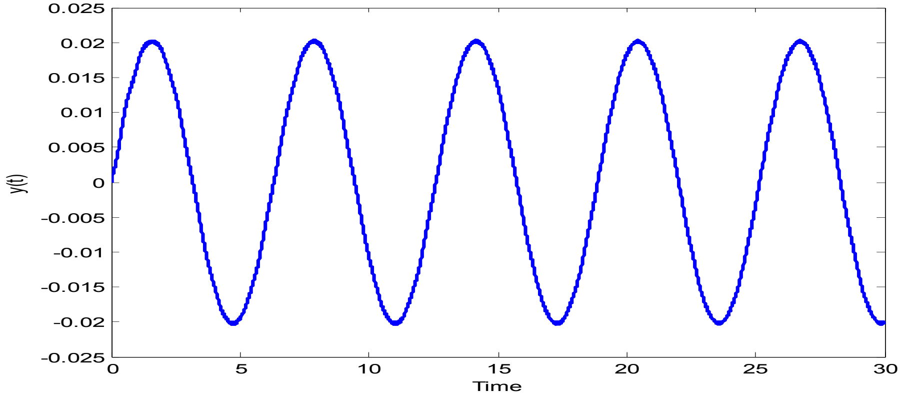


[例2] 如图所示，RLC串联电路，R=3Ω, L=1H, C=0.5F, 系统输入 $x(t)=\sin(t)+\sin(20t)$ ，求系统的零状态响应$y_{zs}(t)$ 。

解： 系统的零状态响应

```
ts=0;te=30;dt=0.01;
sys=tf([2],[1 3 2]);
t=ts:dt:te;
x=sin(t)+sin(20*t);
y=lsim(sys,x,t)
plot(t,y);
```





2. 离散时间系统响应的求解

离散LTI系统可由常系数线性差分方程描述

$$a_n y[k-n] + a_{n-1} y[k-n+1] + \cdots + a_1 y[k-1] + a_0 y[k] =$$
$$b_m x[k-m] + b_{m-1} x[k-m+1] + \cdots + b_1 x[k-1] + b_0 x[k]$$

零状态响应$y_{zs}[k]$为 y=filter(b,a,x)

脉冲响应$h[k]$为 h=impz(b,a,k)

b, a 分别是差分方程两端的系数向量

k :输出序列的取值范围

h :单位脉冲响应

2. 离散时间系统响应的求解

已知描述某离散LTI系统的差分方程为

$$a_3 y[k-3]+a_2 y[k-2]+a_1 y[k-1]+a_0 y[k]$$
$$=b_3 x[k-3]+b_2 x[k-2]+b_1 x[k-1]+b_0 x[k]$$

其脉冲响应$h[k]$零状态响应$y_{zs}[k]$的求解:

```
a=[a0,a1, a2, a3];
b=[b0,b1, b2, b3];
k=0:1:1000
        ⋮
h=impz(b,a,k)
y=filter(b,a,x)
```

[例4] 描述某四阶高通数字滤波器的差分方程为

$$y[k]+2.3452y[k-1]+2.75y[k-2]+1.889y[k-3]+0.6488y[k-4]=0.6488x[k-4], k\geq 0$$

输入信号为 $x[k]=\cos(0.2\pi k)+\cos(0.8\pi k)$

试求：脉冲响应 $h[k]$和零状态响应 $y_{zs}[k]$。

解：

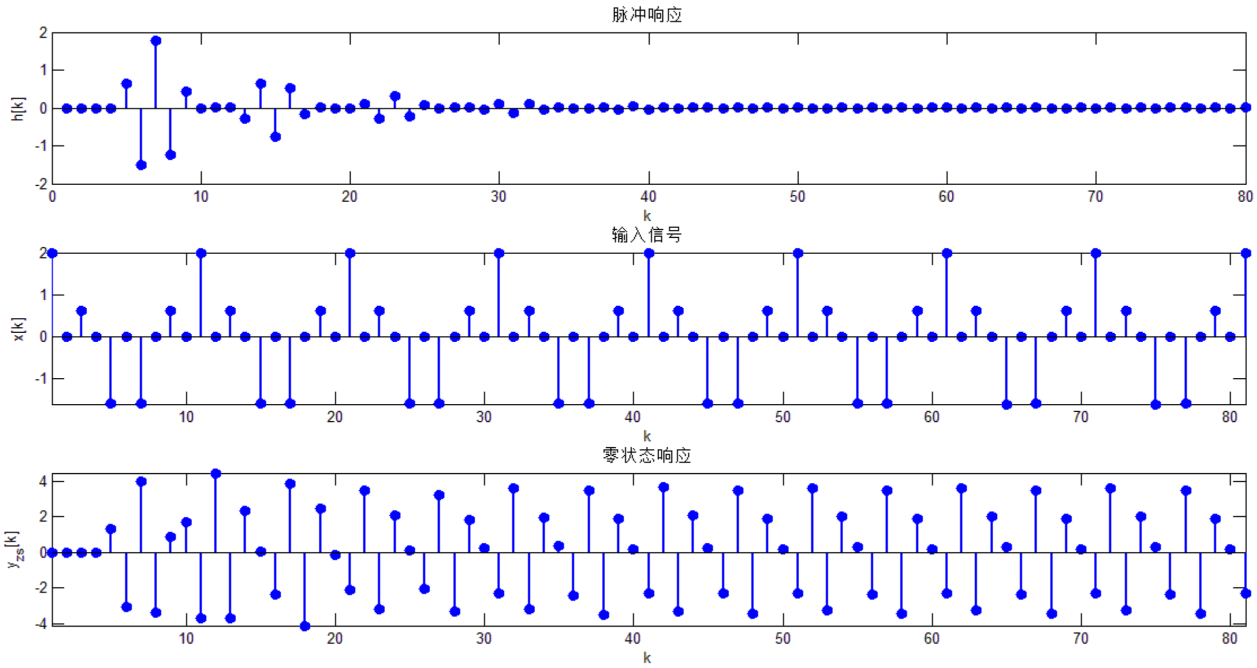
```
B1= [0,0,0,0,0.6488]; A1=[ 1.0000,2.3452,2.7500,1.8890,0.6488];
hn1=impz(B1,A1,80);
subplot(3,1,1);
k=0:80;
stem(k, hn1);
xn=cos(0.2*pi*k)+cos(0.8*pi*k);
subplot(3,1,2);
stem(k, xn);
sn1=filter(B1,A1,xn);
subplot(3,1,3);
stem(k, sn1);
```

[例4] 描述某四阶高通数字滤波器的差分方程为

$$y[k]+2.3452y[k-1]+2.75y[k-2]+1.889y[k-3]+0.6488y[k-4]=0.6488x[k-4],k\geq 0$$

输入信号为 $x[k]=\cos(0.2\pi k)+\cos(0.8\pi k)$

试求：脉冲响应 $h[k]$和零状态响应 $y_{zs}[k]$。



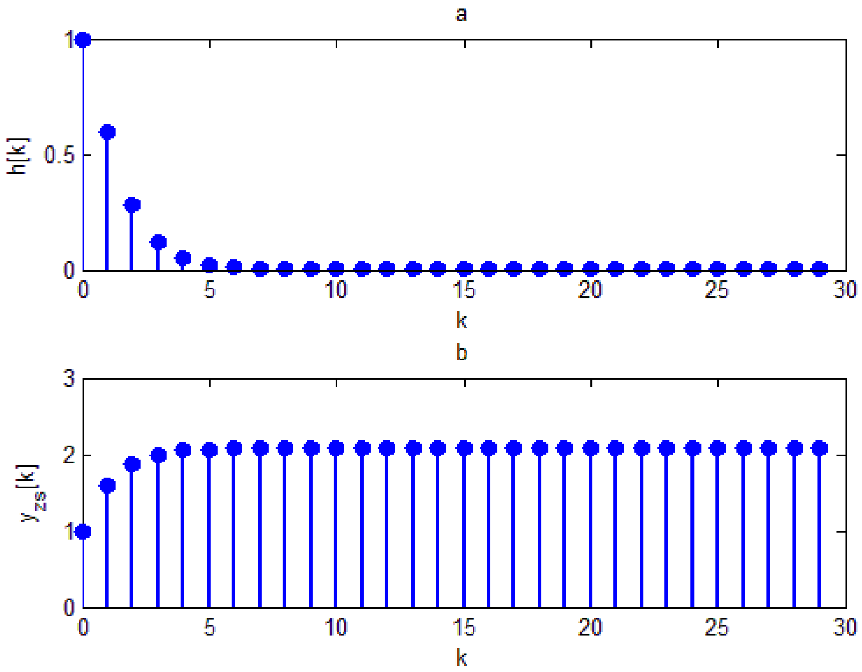
[例3] 描述某因果离散LTI系统的差分方程为

$y[k]-0.6y[k-1]+0.08y[k-2]=x[k]$，$k \geq 0$，输入信号 $x[k]=R_{30}[k]$

试求：脉冲响应 $h[k]$和零状态响应 $y_{zs}[k]$。

解：

```
B1=1; A1=[1,–0.6,0.08];
hn1=impz(B1,A1,30);
k=0:length(hn1)–1;
subplot(2,1,1);
stem(k,hn1)
xn=ones(1,30);
sn1=filter(B1,A1,xn);
k=0:length(sn1)–1;
subplot(2,1,2);
stem(k,sn1)
```



3. 离散卷积的计算及应用

若输入信号为$x[k]$，则通过conv可求得系统的响应$y[k]$

y=conv(x, h) 卷积和

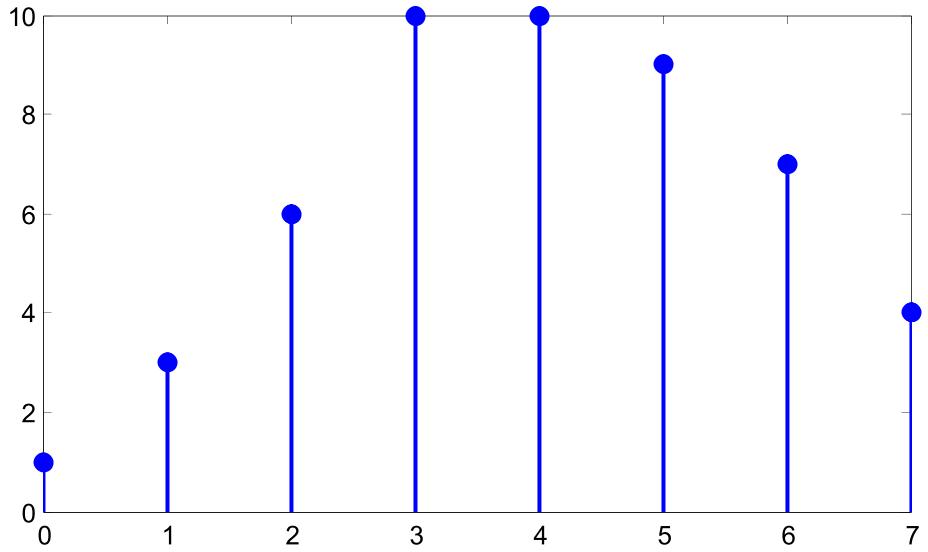
若已知输出信号为 $y[k]$，求系统输入信号$x[k]$，通过deconv求得

x=deconv(y, h) 解卷积

[例5] 计算卷积$x[k]*y[k]$，并画出卷积结果，已知$x[k]=\{1,2,3,4;\ k=0,1,2,3\}$，$y[k]=\{1,1,1,1,1;\ k=0,1,2,3,4\}$。

解：

```
x=[1,2,3,4];
y=[1,1,1,1,1];
z=conv(x,y);
N=length(z);
stem(0:N-1, z);
```



3. 离散卷积的计算及应用

解卷积　已知$y[k]$、$h[k]$，求$x[k]$

$$y[k]=\sum_{n=0}^{k}x[n]h[k-n]$$

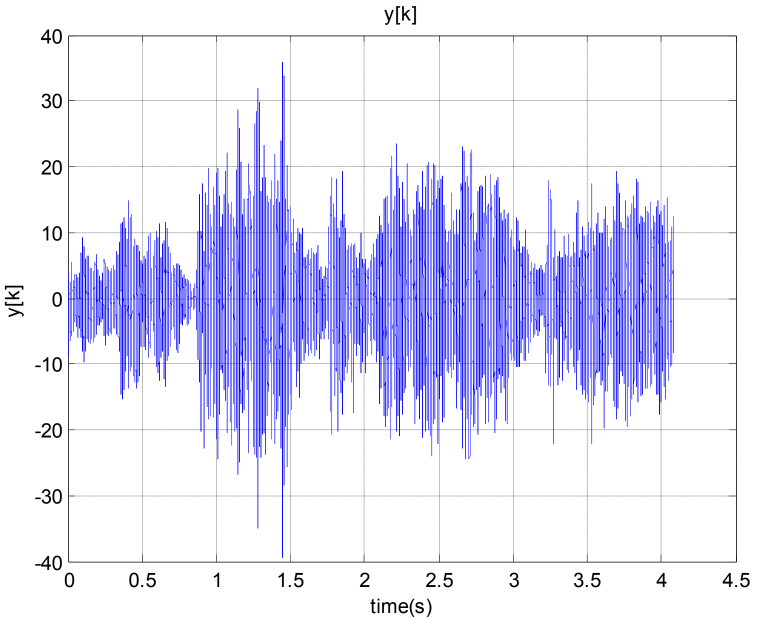
$$\Downarrow$$

$$x[k]=\left[y[k]-\sum_{n=0}^{k-1}x[n]h[k-n]\right]/\,h[0]$$

Matlab对应函数：　x=deconv(y,h)

3. 离散卷积的计算及应用

[例6] 已知某音频信号的$y[k]$波形，其是由输入信号$x[k]$通过FIR数字滤波器而得，利用解卷积求出原信号$x[k]$。FIR滤波器单位脉冲响应为$h[k]=[1,2,3,4,5,6,5,4,3,2,1]$。

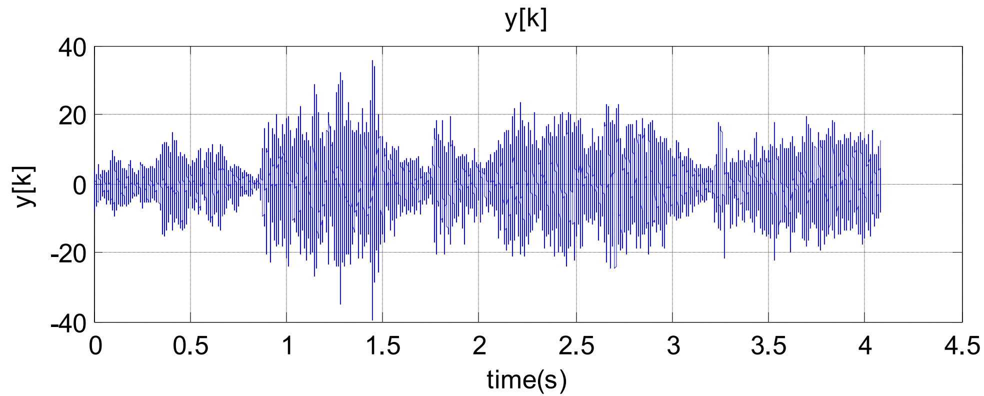


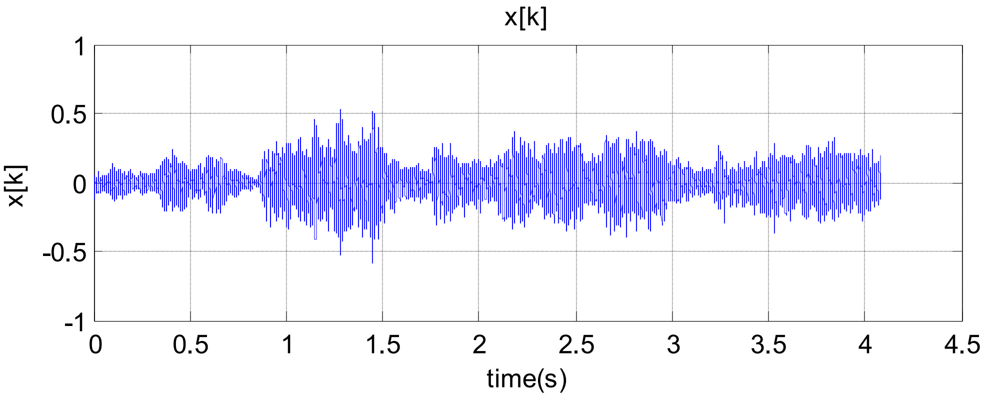
[例6] 已知某音频信号的$y[k]$波形，其是由输入信号$x[k]$通过FIR数字滤波器而得，利用解卷积求出原信号$x[k]$。FIR滤波器单位脉冲响应为 $h[k]=[1,2,3,4,5,6,5,4,3,2,1]$。

解:

```
[y,fs]=wavread('E:\y_new.wav');%读取y[k]
time=(1:length(y))/fs;figure; %计算播放时间
plot(time,y); %绘制y[k]波形
h=[1,2,3,4,5,6,5,4,3,2,1];
x=deconv(y,h); %解卷积
wavplay(x,fs); %播放x[k]
time=(1:length(x))/fs; %计算播放时间
figure;plot(time, x); %绘制x[k]波形
wavwrite(x,fs,'E:\x_new.wav');
%保存x[k]音频文件
```

[例6] 已知某音频信号的$y[k]$波形，其是由输入信号$x[k]$通过FIR数字滤波器而得，利用解卷积求出原信号$x[k]$。FIR滤波器单位脉冲响应为 $h[k]=[1,2,3,4,5,6,5,4,3,2,1]$。





通过解卷积运算可估算输入信号。

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！