北京交通大学

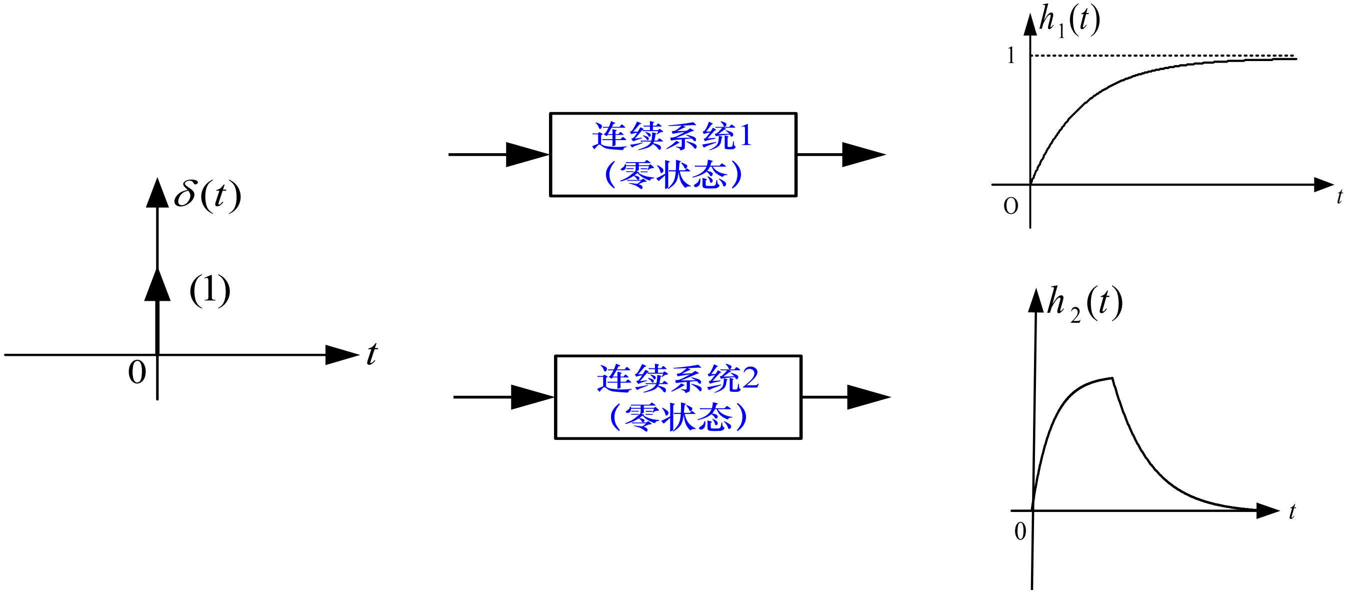
主讲人：陈后金

电子信息工程学院

冲激响应表示的系统特性

- 级联系统的冲激响应
- 并联系统的冲激响应
- 冲激响应与系统因果性
- 冲激响应与系统稳定性

冲激响应表示的系统特性



系统不同则其冲激响应$h(t)$也不同，
利用$h(t)$表示连续系统的时域特性。

冲激响应表示的系统特性

几个常见系统的冲激响应

无失真传输系统： 输入：$\delta(t)$ $\Longrightarrow$ $h(t)=K\delta(t-t_{\mathrm{d}})$

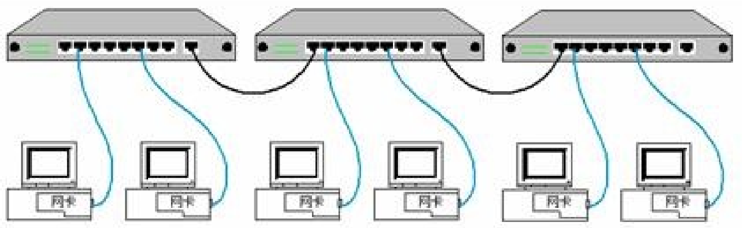
K为正常数，t_{d}是输入信号通过系统后的延迟时间。

理想积分器： 输入：$\delta(t)$ $\Longrightarrow$ $h(t)=u(t)$

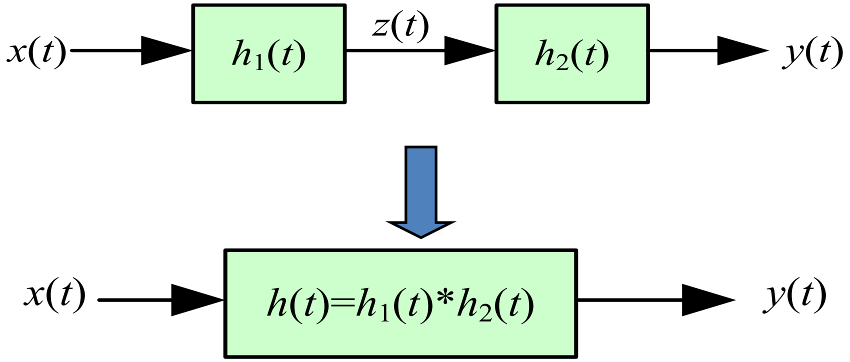
理想微分器： 输入：$\delta(t)$ $\Longrightarrow$ $h(t)=\delta'(t)$

1. 级联系统的冲激响应

系统级联



（集线器级联）



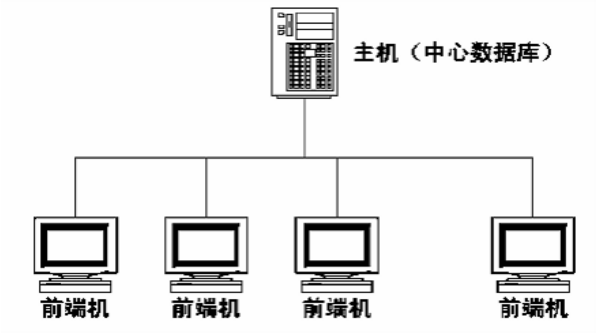
$$z(t)=x(t)*h_1(t)$$

$$y(t)=z(t)*h_2(t)$$

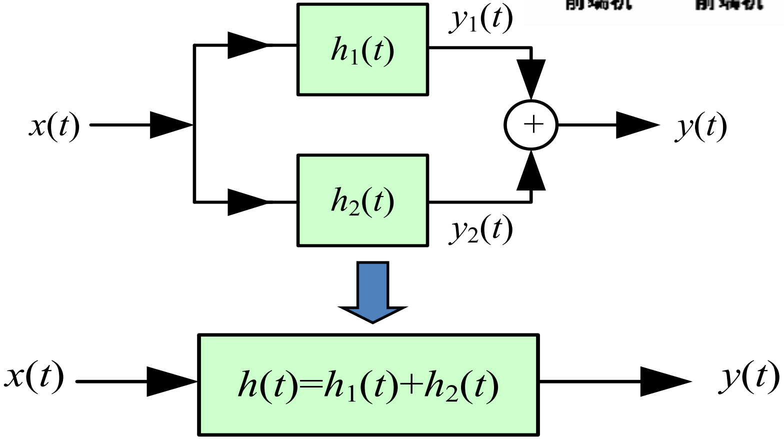
$$y(t)=x(t)*[\underbrace{h_1(t)*h_2(t)}_{h(t)}]$$

2. 并联系统的冲激响应

系统并联



（计算机并联）

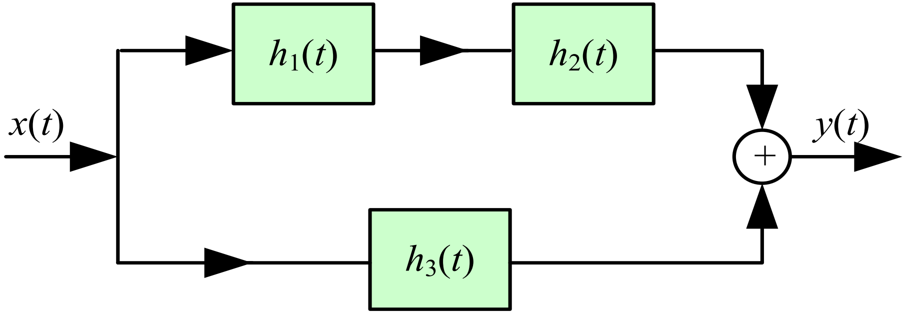


$$y_1(t) = x(t) * h_1(t)$$

$$y_2(t) = x(t) * h_2(t)$$

$$y(t) = x(t) * \underbrace{[h_1(t) + h_2(t)]}_{h(t)}$$

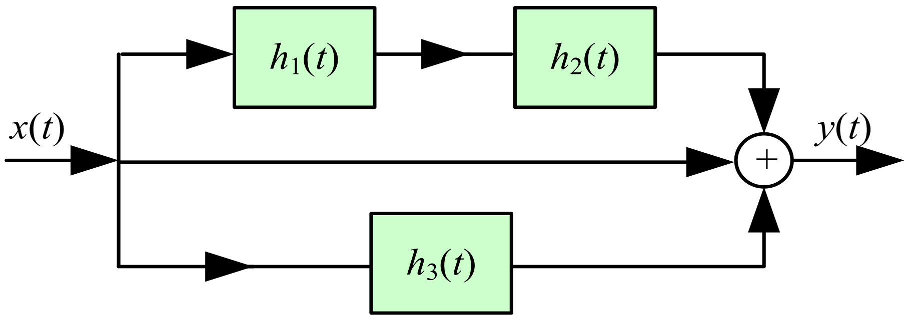
[例] 求图示连续系统的冲激响应$h(t)$，其中$h_1(t) = \mathrm{e}^{-3t}\,u(t)$，$h_2(t) = \delta\,(t-1)$，$h_3(t) = u(t)$。



解：子系统$h_1(t)$ 与$h_2(t)$ 级联， $h_3(t)$支路与$h_1(t)\ h_2(t)$ 级联支路并联。

$$
\begin{aligned}
h(t) &= h_1(t) * h_2(t) + h_3(t) \\
&= \delta(t-1) * \mathrm{e}^{-3t}u(t) + u(t) \\
&= \mathrm{e}^{-3(t-1)}u(t-1) + u(t)
\end{aligned}
$$

[例] 求图示连续系统的冲激响应$h(t)$，其中$h_1(t)=\mathrm{e}^{-3t}u(t)$，
$h_2(t)=\delta(t-1)$，$h_3(t)=u(t)$。



解：
$$h(t)=h_1(t)*h_2(t)+h_3(t)+\delta(t)$$
$$=\delta(t-1)*\mathrm{e}^{-3t}u(t)+u(t)+\delta(t)$$
$$=\mathrm{e}^{-3(t-1)}u(t-1)+u(t)+\delta(t)$$

3. 冲激响应与系统因果性

因果系统定义：

系统t_0时刻的输出只与t_0时刻及以前的输入信号有关。

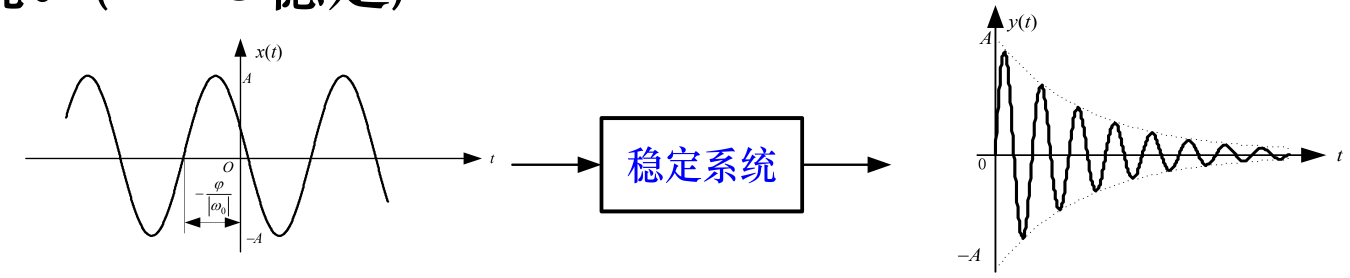
连续时间LTI系统是因果系统的充分必要条件

$$h(t) = 0, \quad t < 0$$

4. 冲激响应与系统稳定性

稳定系统定义：

若系统对任意的有界输入其输出也有界，则称该系统是稳定系统。(BIBO稳定)



连续时间LTI系统是BIBO稳定系统的充分必要条件为

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)| \mathrm{d}\tau = S < +\infty$$

[例] 已知某连续LTI连续系统的冲激响应为$h(t)=\mathrm{e}^{at}u(t)$，试判断该系统是否为因果、稳定的系统。

解：由于 $h(t)=\mathrm{e}^{at}u(t)$，

满足 $h(t)=0,\quad t<0$

因此该系统为因果系统。

由于 $\int_{-\infty}^{\infty}|h(\tau)|\mathrm{d}\tau=\int_{0}^{\infty}\mathrm{e}^{a\tau}\mathrm{d}\tau=\frac{1}{a}\mathrm{e}^{a\tau}\Big|_{0}^{\infty}$

✓ 当 $a<0$ 时，$\int_{-\infty}^{\infty}|h(\tau)|\mathrm{d}\tau=-\frac{1}{a}$ 系统稳定。

✓ 当 $a\geq 0$ 时，$\int_{-\infty}^{\infty}|h(\tau)|\mathrm{d}\tau\to\infty$ 系统不稳定。

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢!