北京交通大学

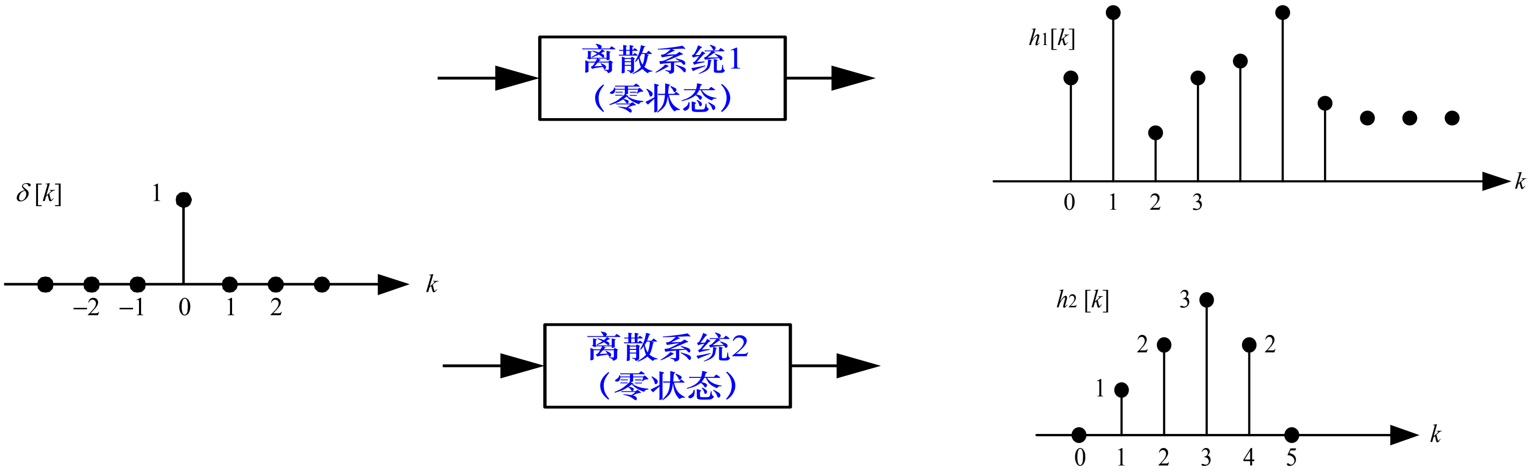
主讲人：陈后金

电子信息工程学院

单位脉冲响应表示的系统特性

- 级联系统的单位脉冲响应
- 并联系统的单位脉冲响应
- 单位脉冲响应与系统因果性
- 单位脉冲响应与系统稳定性

单位脉冲响应表示的系统特性



系统不同则其单位脉冲响应$h[k]$也不同，利用$h[k]$表示离散系统的时域特性。

单位脉冲响应表示的系统特性

几个常见系统的单位脉冲响应

无失真传输系统　　输入：$\delta[k]$ $\Longrightarrow$ $h[k]=K\cdot\delta[k-k_{\mathrm{d}}]$

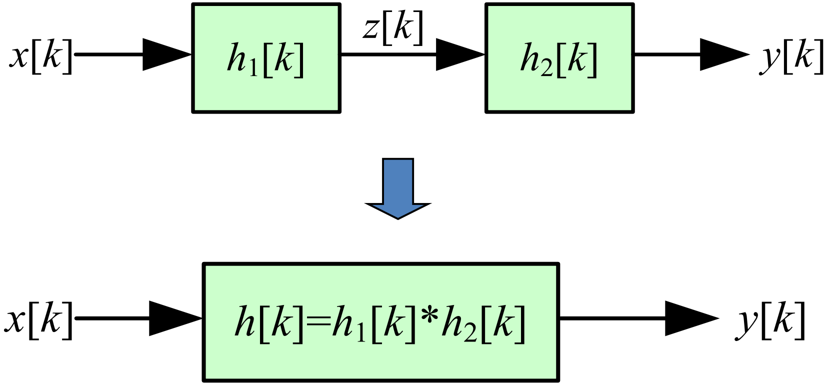
K为正常数，k_{d}是输入信号通过系统后的延迟时间。

求和器　　输入：$\delta[k]$ $\Longrightarrow$ $h[k]=u[k]$

差分器　　输入：$\delta[k]$ $\Longrightarrow$ $h[k]=\delta[k]-\delta[k-1]$

单位延迟器　　输入：$\delta[k]$ $\Longrightarrow$ $h[k]=\delta[k-1]$

1. 级联系统的单位脉冲响应

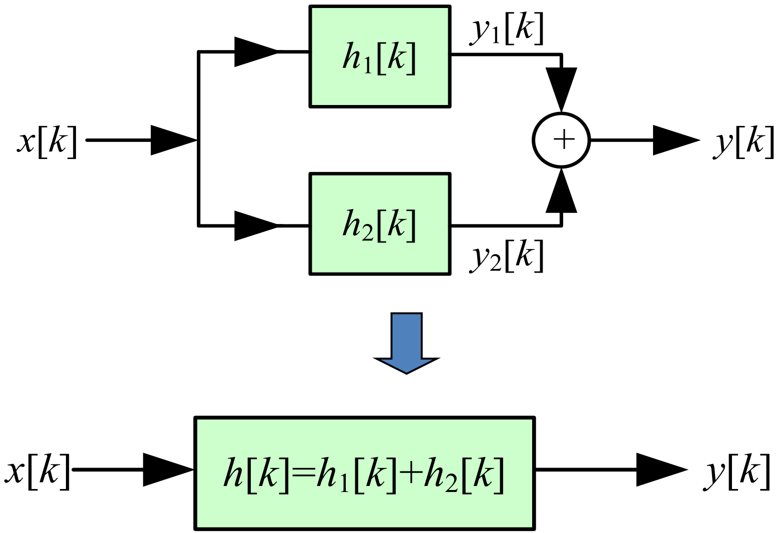


$$z[k] = x[k] * h_1[k]$$

$$y[k] = z[k] * h_2[k]$$

$$y[k] = x[k] * \{\underbrace{h_1[k] * h_2[k]}_{h[k]}\}$$

2. 并联系统的单位脉冲响应

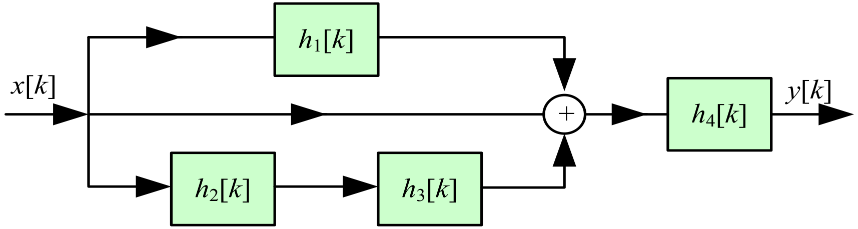


$$y_1[k]=x[k]*h_1[k]$$

$$y_2[k]=x[k]*h_2[k]$$

$$y[k]=x[k]*\{\underbrace{h_1[k]+h_2[k]}_{h[k]}\}$$

[例] 求图示系统的单位脉冲响应，其中$h_1[k]=2^k u[k]$，
$h_2[k]=\delta[k-1]$，$h_3[k]=3^k u[k]$，$h_4[k]=u[k]$。



解： 子系统$h_2[k]$与$h_3[k]$ 级联，$h_1[k]$支路、全通支路与$h_2[k]$ $h_3[k]$ 级联支路并联，再与$h_4[k]$级联。

全通支路满足$y[k]=x[k]*h[k]=x[k]$

全通离散系统的单位脉冲响应为$\delta[k]$

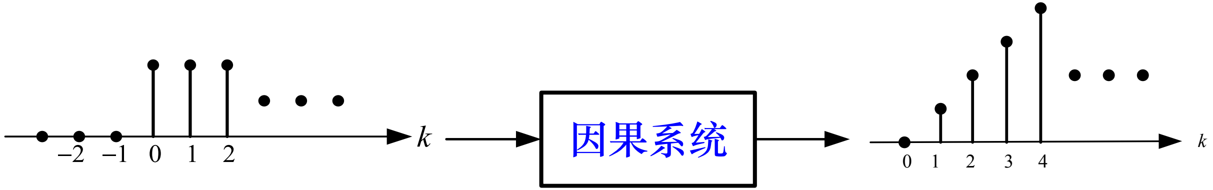
$$h[k]=\{h_1[k]+\delta[k]+h_2[k]*h_3[k]\}*h_4[k]$$

$$=2(2)^k u[k]+[1.5(3)^{k-1}-0.5]u[k-1]$$

3. 单位脉冲响应与系统因果性

因果系统定义：

若系统k_0时刻的输出只和k_0时刻及以前的输入信号有关，则称该系统是因果系统。



离散时间LTI系统是因果系统的充分必要条件

$$h[k]=0,\quad k<0$$

3. 单位脉冲响应与系统因果性

[例] 判断下面的LTI系统是否为因果系统。

$$h[k] = \cos[\frac{\pi}{2}k]u[k]$$

解： 由于当k<0时，$u[k]$=0

故此时 $\cos[\frac{\pi}{2}k]u[k]=0$

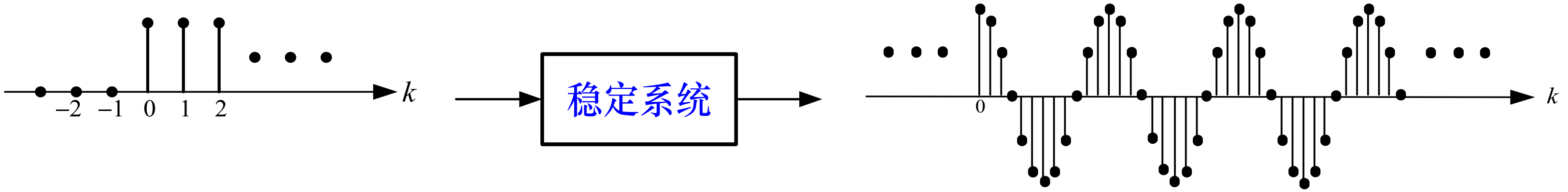
因此满足 $h[k]=0$, $k<0$。

该系统是因果系统。

4. 单位脉冲响应与系统稳定性

稳定系统定义：

若系统对任意的有界输入其输出也有界，则称该系统是**稳定系统**(BIBO稳定) 。



离散时间LTI系统是BIBO稳定系统的充分必要条件是

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| h[k] \right| = S < \infty$$

4. 单位脉冲响应与系统稳定性

[例] 判断下面的LTI系统是否为稳定系统。

$$h[k]=2^k\{u[k]-u[k-3]\}$$

解： 根据判断稳定性的充要条件 $\sum_{k=-\infty}^{\infty}|h[k]|=S<\infty$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}|h[k]|=\sum_{k=0}^{2}\left|2^k\right|=1+2+4=7<\infty$$

满足稳定性的充要条件，该系统是稳定系统。

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！