北京交通大學

信号与系统

主讲人：陈后金

电子信息工程学院

离散时间LTI系统的单位脉冲响应

- 单位脉冲响应的定义
- 单位脉冲响应的求解

1. 单位脉冲响应的定义

在系统初始状态为零的条件下，以单位脉冲序列$\delta[k]$激励系统所产生的输出响应，称为系统的单位脉冲响应，以符号$h[k]$表示。

（系统初始状态为零）

1. 单位脉冲响应的定义

若描述离散时间LTI系统的常系数线性差分方程为

$$\sum_{i=0}^{n} a_i y[k-i] = \sum_{j=0}^{m} b_j x[k-j]$$

则离散时间LTI系统的单位脉冲响应$h[k]$应满足

$$\sum_{i=0}^{n} a_i h[k-i] = \sum_{j=0}^{m} b_j \delta[k-j]$$

2. 单位脉冲响应的求解

[例] 某离散因果LTI系统的差分方程为 $y[k]+3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$

求系统的单位脉冲响应$h[k]$。

分析： 当系统输入信号$x[k]$为$\delta[k]$，输出信号$y[k]$则为$h[k]$

描述系统的差分方程为

$$h[k]+3h[k-1]+2h[k-2]=\delta[k]$$

当$k>0$时， $\delta[k]$=0，描述系统的差分方程为

$$h[k]+3h[k-1]+2h[k-2]=0$$

因此，系统的单位脉冲响应具有齐次解形式

2. 单位脉冲响应的求解

[例] 某离散因果LTI系统的差分方程为 $y[k]+3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$ 求系统的单位脉冲响应$h[k]$。

分析： 如何确定系统的初始条件?

由于$\delta[k]$信号在$k>0$后函数值都为零。对于因果系统，将$\delta[k]$对系统的瞬时作用转化为系统的等效初始条件。

等效初始条件由差分方程和$h[-1]=h[-2]=\ldots=h[-n]=0$递推求出。

此方法称为**等效初始条件法**

2. 单位脉冲响应的求解

[例] 某离散因果LTI系统的差分方程为 $y[k]+3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$ 求系统的单位脉冲响应$h[k]$。

解： $h[k]$满足方程 $h[k]+3h[k-1]+2h[k-2]=\delta[k]$

(1) 确定$h[k]$的形式

特征方程为 $r^2+3r+2=0$

特征根为 $r_1=-1, r_2=-2$

$\Downarrow$

$$h[k]=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k, k\geq 0$$

2. 单位脉冲响应的求解

[例] 某离散因果LTI系统的差分方程为 $y[k]+3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$

求系统的单位脉冲响应$h[k]$。

✓选择初始条件基本原则是必须将$\delta[k]$的作用体现在初始条件中

解： $h[k]$满足方程 $h[k]+3h[k-1]+2h[k-2]=\delta[k]$

(2) 求等效初始条件

对于因果系统有$h[-1]=h[-2]=0$，代入上面方程可推出

$$h[0]=\delta[0]-3h[-1]-2h[-2]=1$$

$$h[1]=\delta[1]-3h[0]-2h[-1]=-3$$

$$\vdots$$

二阶系统需要两个初始条件，可以选择$h[0]$和$h[1]$

2. 单位脉冲响应的求解

[例] 某离散因果LTI系统的差分方程为 $y[k]+3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$

求系统的单位脉冲响应$h[k]$。

解： $h[k]$满足方程 $h[k]+3h[k-1]+2h[k-2]=\delta[k]$

(3) 确定齐次解的待定系数

代入初始条件

$$h[0]=C_1+C_2=1,$$
$$h[1]=-C_1-2C_2=-3$$

$\Rightarrow$ $C_1=-1$，$C_2=2$

$$h[k]=[-(-1)^k+2(-2)^k]u[k]$$

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！