北京交通大學

# 信号与系统

主讲人：陈后金

电子信息工程学院

# 离散时间LTI系统响应求解举例

**[例]** 因果离散时间LTI系统的差分方程为$y[k]-3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$, $k\geq 0$ 激励信号$x[k]=3^k u[k]$，初始状态$y[-1]=3, y[-2]=1$,

试求:

(1) 系统的零输入响应 $y_{zi}[k]$;

(2) 单位脉冲响应 $h[k]$ ;

(3) 系统的零状态响应 $y_{zs}[k]$;

(4) 系统的完全响应 $y[k]$;

(5) 判断系统是否稳定。

# 离散时间LTI系统响应求解举例

**[例]** 因果离散时间LTI系统的差分方程为$y[k]-3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$ $k\geq 0$ 激励信号$x[k]=3^k u[k]$，初始状态$y[-1]=3, y[-2]=1$，

试求:

解：(1) 系统的零输入响应$y_{zi}[k]$

特征方程 $r^2-3r+2=0$

特征根为 $r_1=1$，$r_2=2$ $\Rightarrow$ $y_{zi}[k]=A+B2^k$， $k\geq 0$

代入初始状态，

$$y[-1]=A+\frac{B}{2}=3$$

$$y[-2]=A+\frac{B}{4}=1$$

$\Rightarrow$ $A=-1, B=8$

$$y_{zi}[k]=-1+8\cdot 2^k, \quad k\geq 0$$

# 离散时间LTI系统响应求解举例

**[例]** 因果离散时间LTI系统的差分方程为$y[k]-3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$
$k\geq 0$激励信号$x[k]=3^k u[k]$，初始状态$y[-1]=3, y[-2]=1$，
试求:

解：(2) 单位脉冲响应 $h[k]$ $\quad h[k]=Cu[k]+D2^k u[k]$

等效初始条件为 $h[0]=\delta[0]+3h[-1]-2h[-2]=1$

$$h[1]=\delta[1]+3h[0]-2h[-1]=3$$

$$\left.\begin{aligned}h[0]&=C+D=1\\ h[1]&=C+2D=3\end{aligned}\right.\Rightarrow C=-1 \quad D=2$$

$$h[k]=-u[k]+2\cdot 2^k u[k]$$

# 离散时间LTI系统响应求解举例

**[例]** 因果离散时间LTI系统的差分方程为$y[k]-3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$ $k\geq 0$ 激励信号$x[k]=3^k u[k]$，初始状态$y[-1]=3$，$y[-2]=1$，

试求:

解：(3) 系统的零状态响应 $y_{zs}[k]$

利用卷积和可求出系统的零状态响应$y_{zs}[k]$

$$y_{zs}[k]=x[k]*h[k]$$

$$=3^k u[k]*(2\cdot 2^k-1)u[k]$$

$$=(\frac{9}{2}3^k-4\cdot 2^k+\frac{1}{2})u[k]$$

# 离散时间LTI系统响应求解举例

**[例]** 因果离散时间LTI系统的差分方程为$y[k]-3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$
$k\geq 0$激励信号$x[k]=3^k u[k]$，初始状态$y[-1]=3, y[-2]=1$，
试求:

解：(4) 系统的完全响应$y[k]$

$$y[k]=y_{zi}[k]+y_{zs}[k]=(\frac{9}{2}3^k+4\cdot 2^k-\frac{1}{2}),\quad k\geq 0$$

$$\begin{cases} y_{固有}[k]=4\cdot 2^k-\frac{1}{2}, & k\geq 0 \\ y_{强迫}[k]=\frac{9}{2}3^k, & k\geq 0 \end{cases}\qquad \begin{cases} y_{暂态}[k]=0, & k\geq 0 \\ y_{稳态}[k]=\frac{9}{2}3^k+4\cdot 2^k-\frac{1}{2}, & k\geq 0 \end{cases}$$

# 离散时间LTI系统响应求解举例

**[例]** 因果离散时间LTI系统的差分方程为$y[k]-3y[k-1]+2y[k-2]=x[k]$ $k\geq 0$ 激励信号$x[k]=3^k u[k]$，初始状态$y[-1]=3, y[-2]=1$，

试求:

解：(5) 判断系统是否稳定

系统的单位脉冲响应为 $h[k]=(2\cdot 2^k-1)u[k]$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}|h[k]|=\sum_{k=0}^{\infty}(2\cdot 2^k-1)=\infty$$

该离散系统为不稳定系统。

# 离散时间LTI系统响应求解举例

**[例]** 上个例题中，若激励信号为$0.5\cdot 3^{k-1}u[k-1]$，重求系统的零输入响应 $y_{zi}[k]$、零状态响应$y_{zs}[k]$和完全响应$y[k]$。

解: 由于系统的初始状态未变，故系统的零输入响应不变，即

$$y_{zi}[k]=-1+8\cdot 2^k \quad ,k\geq 0$$

激励信号$0.5\cdot 3^{k-1}u[k-1]=0.5x[k-1]$

所以利用系统的线性特性和非时变特性，

可得系统的零状态响应为

$$0.5y_{zs}[k-1]=(\frac{9}{4}3^{k-1}-2\cdot 2^{k-1}+\frac{1}{4}),\quad k\geq 1$$

# 离散时间LTI系统响应求解举例

**[例]** 上个例题中，若激励信号为$0.5\cdot 3^{k-1}u[k-1]$，重求系统的零输入响应 $y_{zi}[k]$、零状态响应$y_{zs}[k]$和完全响应$y[k]$。

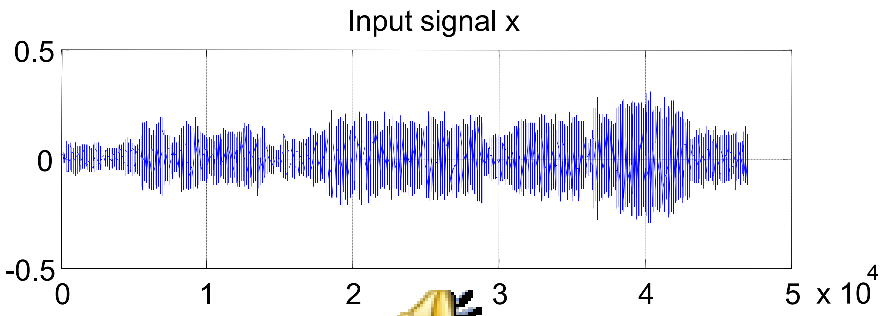
解: 系统的零输入响应 $y_{zi}[k]=-1+8\cdot 2^k \quad ,k\ge 0$

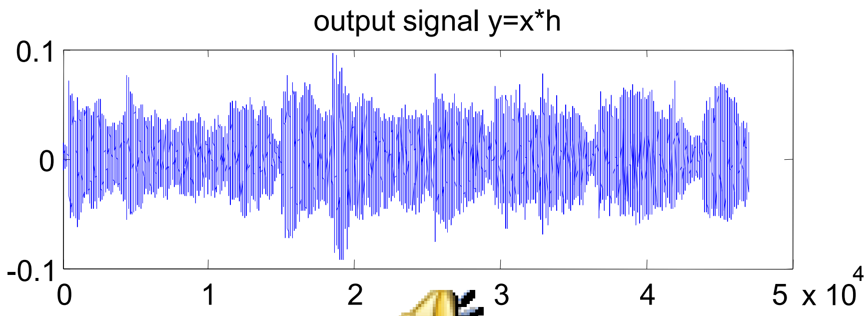
系统的零状态响应 $y_{zs}[k]=(\frac{9}{4}3^{k-1}-2\cdot 2^{k-1}+\frac{1}{4}),\quad k\ge 1$

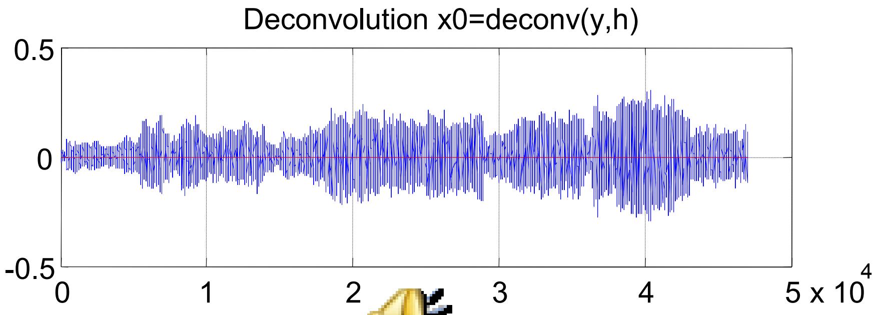
$$y[k]=y_{zi}[k]+y_{zs}[k]$$

$$=(-1+8\cdot 2^k)u[k]+(\frac{9}{4}3^{k-1}-2\cdot 2^{k-1}+\frac{1}{4}),\quad k\ge 1$$

# 离散时间LTI系统响应求解举例




h[k]=[1/8,1/8,1/8,1/8, 1/8, 1/8, 1/8, 1/8]

# 离散时间LTI系统时域分析总结


(a) 已知输入$x$及系统H，求解输出$y$，称为正问题。

(b) 已知输出$y$及系统H，求解输入$x$；

或已知输出$y$及输入$x$，求解系统H；称为逆问题。

(c) 已知输出$y$及部分系统H，求解输入$x$；

或已知输出$y$及部分输入$x$，求解系统H，称为灰盒问题。

(d) 已知输出$y$，未知输入$x$和系统H，称为黑盒问题。

# 离散时间LTI系统时域分析总结

**总结：**

1. 离散时间LTI系统的时域分析给出了离散时间LTI系统的时域描述。
2. 离散时间LTI系统的时域分析揭示了信号与系统在时域相互作用的机理。
3. 离散时间LTI系统的时域分析是以离散时间信号的时域分析为基础。

# 谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！