



北京交通大学

信号与系统



主讲人：陈后金
电子信息工程学院



连续时间LTI系统的零输入响应

- ◆ 零输入响应的定义
- ◆ 零输入响应的形式
- ◆ 零输入响应的求解



1.零输入响应的定义

输入信号为零，仅由系统的初始状态单独作用而产生的响应称为零输入响应，记为 $y_{zi}(t)$ 。

数学模型:

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1y'(t) + a_0y(t) = 0$$



2.零输入响应的形式

零输入响应 $y_{zi}(t)$ 的形式

(1) 特征根是不等实根 s_1, s_2, \dots, s_n

$$y_{zi}(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} + \dots + K_n e^{s_n t}$$

(2) 特征根是相等实根 $s_1 = s_2 = \dots = s_n = s$

$$y_{zi}(t) = K_1 e^{s t} + K_2 t e^{s t} + \dots + K_n t^{n-1} e^{s t}$$

(3) 特征根是成对共轭复根 $s_i = \sigma_i \pm j\omega_i, \quad i = n/2$

$$y_{zi}(t) = e^{\sigma_1 t} (K_1 \cos \omega_1 t + K_2 \sin \omega_1 t) + \dots + e^{\sigma_{i'} t} (K_{n-1} \cos \omega_{i'} t + K_n \sin \omega_{i'} t)$$



3.零输入响应的求解

求解过程

第一步：求出微分方程对应的特征根；

第二步：根据特征根确定零输入响应的形式；

第三步：将初始状态代入零输入响应表示式，
解出待定系数即得到零输入响应。



[例]已知描述某连续时间LTI系统的微分方程为

$$y''(t) + 6y'(t) + 8y(t) = x(t), \quad t > 0$$

初始状态 $y(0^-)=1, y'(0^-)=2$, 求系统的零输入响应 $y_{zi}(t)$ 。

解：系统的特征方程为 $s^2 + 6s + 8 = 0$

系统的特征根为 $s_1 = -2, s_2 = -4$ (两不等实根)

$$y_{zi}(t) = K_1 e^{-2t} + K_2 e^{-4t}$$

$$y(0^-) = y_{zi}(0^-) = K_1 + K_2 = 1;$$

$$y'(0^-) = y'_{zi}(0^-) = -2K_1 - 4K_2 = 2$$

$$\Rightarrow K_1 = 3, K_2 = -2$$

$$y_{zi}(t) = 3e^{-2t} - 2e^{-4t}, \quad t \geq 0^-$$



[例] 已知描述某连续时间LTI系统的微分方程式为:

$$y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = 3x(t), \quad t > 0$$

初始状态为 $y(0^-) = 2$, $y'(0^-) = -1$, 求系统零输入响应 $y_{zi}(t)$ 。

解: 系统的特征方程为 $s^2 + 4s + 4 = 0$

系统的特征根为 $s_1 = s_2 = -2$ (两相等实根)

$$y_{zi}(t) = K_1 e^{-2t} + K_2 t e^{-2t}$$

$$y(0^-) = y_{zi}(0^-) = K_1 = 2;$$

$$y'(0^-) = y'_{zi}(0^-) = -2K_1 + K_2 = -1 \quad \longrightarrow \quad K_1 = 2, \quad K_2 = 3$$

$$y_{zi}(t) = 2e^{-2t} + 3te^{-2t}, \quad t \geq 0^-$$



[例] 已知描述某连续时间LTI系统的微分方程式为:

$$y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = 4x(t), t > 0$$

初始状态为 $y(0^-) = 1$, $y'(0^-) = 3$, 求系统零输入响应 $y_{zi}(t)$ 。

解: 系统的特征方程为 $s^2 + 2s + 5 = 0$

系统的特征根为 $s_1 = -1 + 2j$, $s_2 = -1 - 2j$ (两个共轭复根)

$$y_{zi}(t) = e^{-t}(K_1 \cos 2t + K_2 \sin 2t)$$

$$y(0^-) = y_{zi}(0^-) = K_1 = 1$$

$$y'(0^-) = y'_{zi}(0^-) = -K_1 + 2K_2 = 3$$

$$\Rightarrow K_1 = 1, K_2 = 2$$

$$y_{zi}(t) = e^{-t}(\cos 2t + 2 \sin 2t), \quad t \geq 0^-$$



连续时间LTI系统的零输入响应

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！