北京交通大学

信号与系统

主讲人：陈后金

电子信息工程学院

信号分解

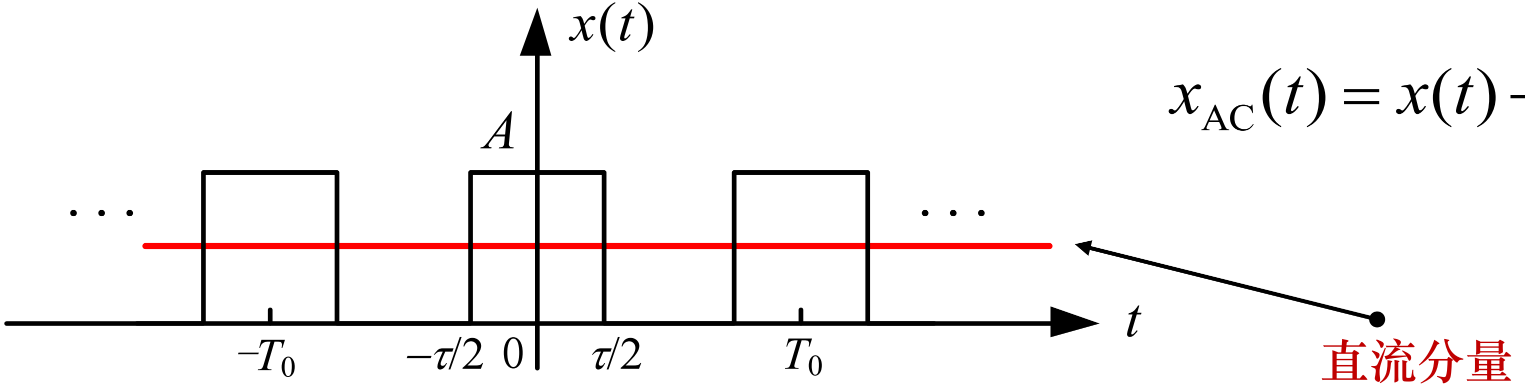
- ※ 信号分解为直流分量与交流分量
- ※ 信号分解为偶分量与奇分量
- ※ 信号分解为实部分量与虚部分量
- ※ 信号分解为δ信号的线性组合

1. 信号分解为直流分量与交流分量

连续时间信号 $x(t)=x_{\mathrm{DC}}(t)+x_{\mathrm{AC}}(t)$

$$x_{\mathrm{DC}}(t)=\frac{1}{b-a}\int_a^b x(t)\mathrm{d}t$$

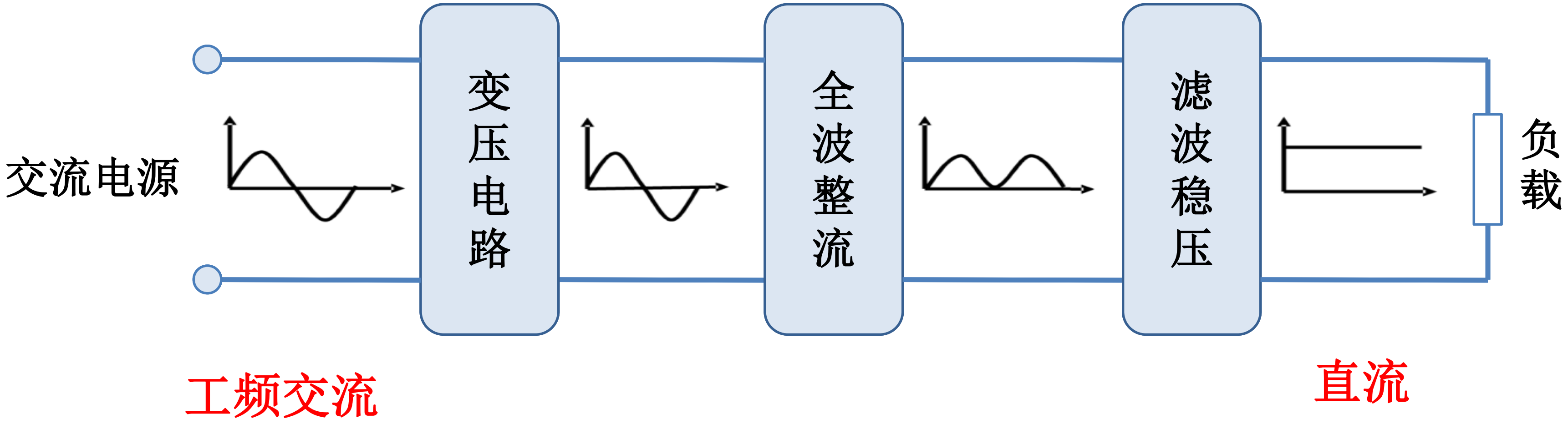
$$x_{\mathrm{AC}}(t)=x(t)-x_{\mathrm{DC}}(t)$$



$$x_{\mathrm{DC}}(t)=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}x(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{T_0}\int_{-\tau/2}^{\tau/2}A\cdot\mathrm{d}t=\frac{A\tau}{T_0}$$

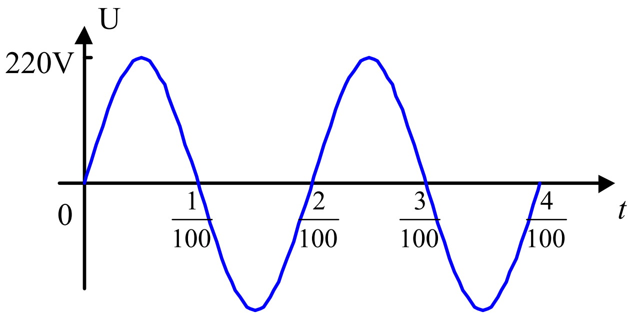
1. 信号分解为直流分量与交流分量

利用整流电路从交流电压中提取所需幅值的直流电压

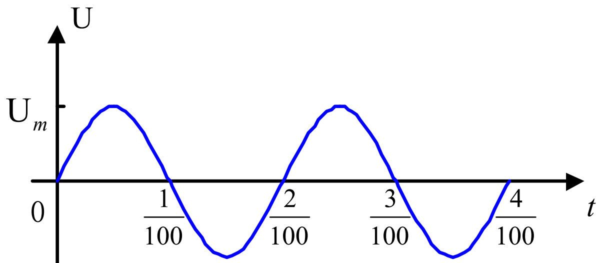


1. 信号分解为直流分量与交流分量

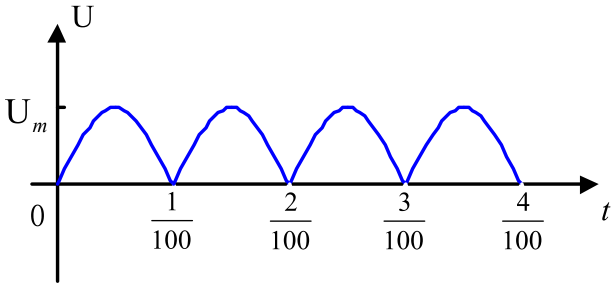
利用全波整流电路从220V-50Hz交流信号中提取直流分量



220V-50Hz交流信号



U_m-50Hz交流信号



U_m-50Hz全波整流信号

$$x_{\mathrm{DC}}(t)=\frac{1}{b-a}\int_a^b x(t)\mathrm{d}t$$

$$U_{DC}=100\int_0^{\frac{1}{100}}U_m\sin(2\pi\times 50t)\,\mathrm{d}t=\frac{2}{\pi}\cdot U_m\approx 0.64U_m$$

1. 信号分解为直流分量与交流分量

离散时间信号

$$x[k] = x_{\mathrm{DC}}[k] + x_{\mathrm{AC}}[k]$$

$$x_{\mathrm{DC}}[k] = \frac{1}{N_2 - N_1 + 1} \sum_{k=N_1}^{N_2} x[k]$$

$$x_{\mathrm{AC}}[k] = x[k] - x_{\mathrm{DC}}[k]$$

2. 信号分解为奇分量与偶分量

连续时间信号

$$x(t)=x_{\mathrm{e}}(t)+x_{\mathrm{o}}(t)$$

偶分量　　奇分量

$$x_{\mathrm{e}}(t)=\frac{1}{2}[x(t)+x(-t)]$$

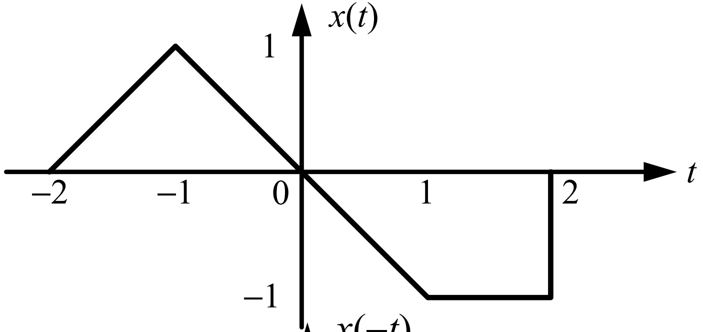
$$x_{\mathrm{o}}(t)=\frac{1}{2}[x(t)-x(-t)]$$

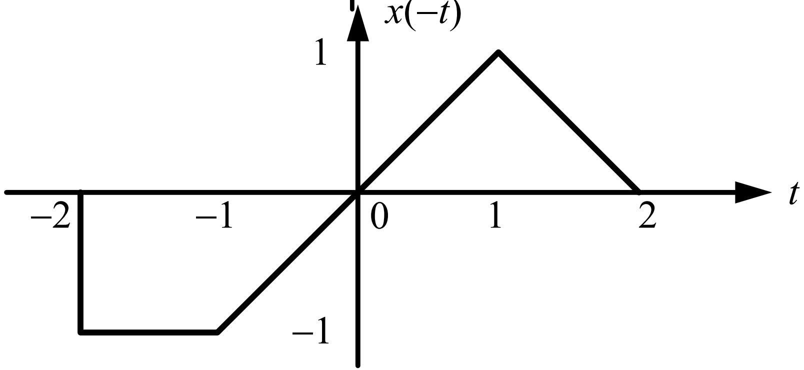
$$x_{\mathrm{e}}(t)=x_{\mathrm{e}}(-t)$$

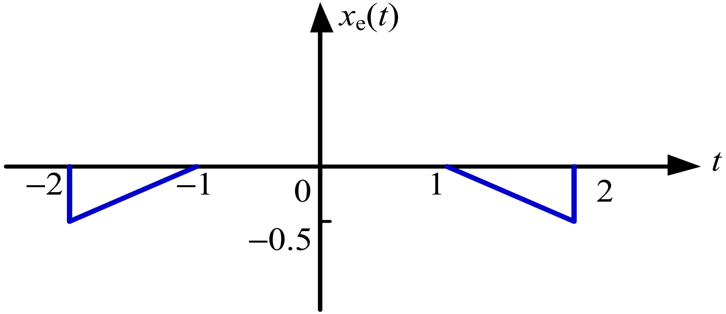
$$x_{\mathrm{o}}(t)=-x_{\mathrm{o}}(-t)$$

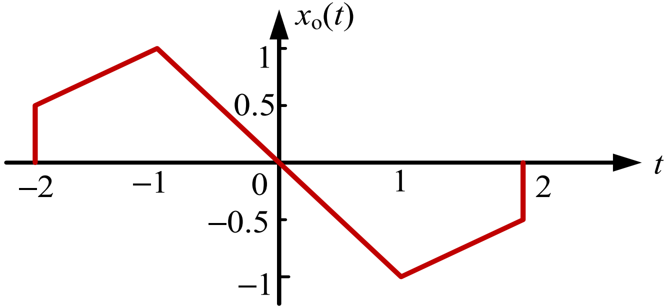
[例]画出连续时间信号$x(t)$ 的奇、偶分量

解： $$x_e(t)=\frac{1}{2}[x(t)+x(-t)]$$ $$x_o(t)=\frac{1}{2}[x(t)-x(-t)]$$









2. 信号分解为奇分量与偶分量

离散时间信号

$$x[k]=x_{\mathrm{e}}[k]+x_{\mathrm{o}}[k]$$

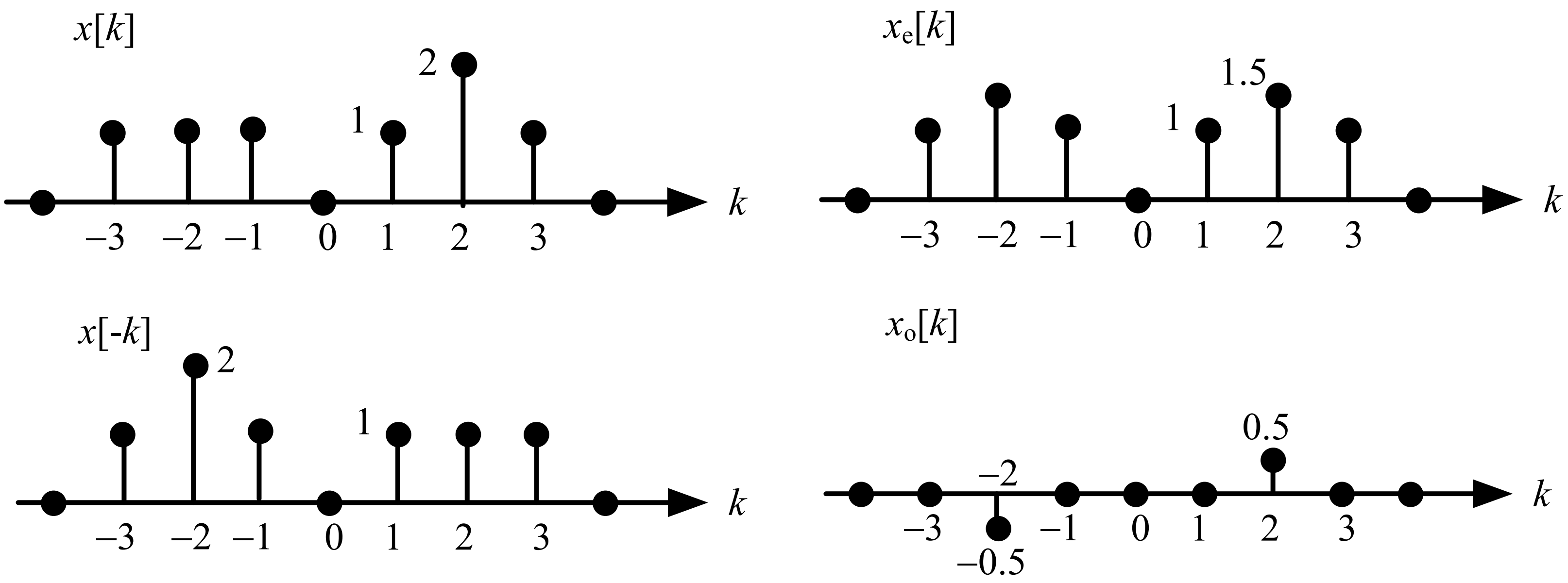
偶分量　　奇分量

$$x_{\mathrm{e}}[k]=\frac{1}{2}\{x[k]+x[-k]\} \qquad x_{\mathrm{o}}[k]=\frac{1}{2}\{x[k]-x[-k]\}$$

$$x_{\mathrm{e}}[k]=x_{\mathrm{e}}[-k] \qquad x_{\mathrm{o}}[k]=-x_{\mathrm{o}}[-k]$$

[例]画出离散时间信号$x[k]$ 的奇、偶分量

解： $x_e[k]=\frac{1}{2}\{x[k]+x[-k]\}$ $\qquad$ $x_o[k]=\frac{1}{2}\{x[k]-x[-k]\}$



2. 信号分解为奇分量与偶分量

人脸具有较强的对称性，但又不是完全对称，其奇偶分量特点突出。

原图像

奇分量

偶分量

3. 信号分解为实部分量与虚部分量

连续时间信号 $$x(t) = x_{\mathrm{r}}(t) + \mathrm{j} \cdot x_{\mathrm{i}}(t)$$

实部分量　　虚部分量

$$x_{\mathrm{r}}(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x^*(t)] \qquad x_{\mathrm{i}}(t) = \frac{1}{2\mathrm{j}}[x(t) - x^*(t)]$$

$$x^*(t) = x_{\mathrm{r}}(t) - \mathrm{j} \cdot x_{\mathrm{i}}(t)$$

3. 信号分解为实部分量与虚部分量

离散时间信号 $x[k] = x_{\mathrm{r}}[k] + \mathrm{j} \cdot x_{\mathrm{i}}[k]$

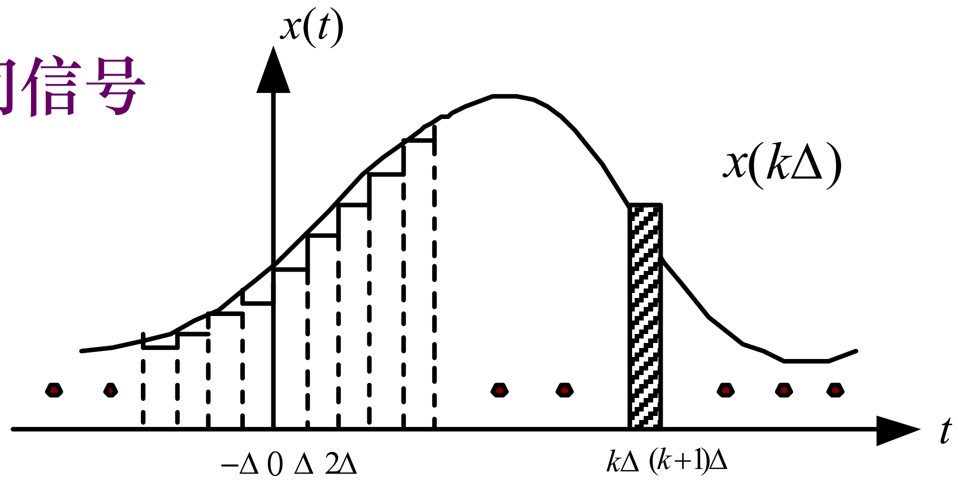
实部分量　　虚部分量

$$x_{\mathrm{r}}[k] = \frac{1}{2}\{x[k] + x^*[k]\} \qquad x_{\mathrm{i}}[k] = \frac{1}{2\mathrm{j}}\{x[k] - x^*[k]\}$$

$$x^*[k] = x_{\mathrm{r}}[k] - \mathrm{j} \cdot x_{\mathrm{i}}[k]$$

4. 信号分解为δ信号的线性组合

连续时间信号



连续信号表示为冲激信号的迭加

$$x(t) \approx \cdots + x(0)[u(t) - u(t-\Delta)] + x(\Delta)[u(t-\Delta) - u(t-2\Delta)] + \cdots$$

$$+ x(k\Delta)[u(t-k\Delta) - u(t-k\Delta-\Delta)] + \cdots$$

4. 信号分解为δ信号的线性组合

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k\varDelta)\frac{[u(t-k\varDelta)-u(t-k\varDelta-\varDelta)]}{\varDelta}\varDelta$$

$$x(t)=\lim_{\Delta\to 0}\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k\Delta)\delta(t-k\Delta)\Delta$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

4. 信号分解为δ信号的线性组合

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

物理意义

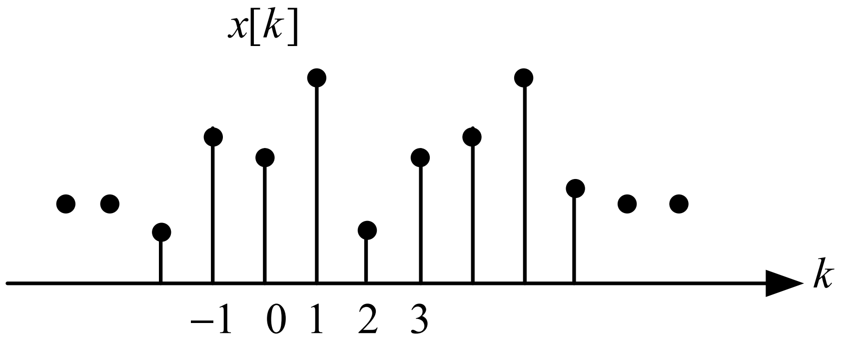
不同的连续信号都可以表示为冲激信号及其时移的线性组合，不同的信号只是它们对应的系数不同。

实际应用

当求解信号通过LTI系统产生的响应时，只需求解冲激信号通过该系统产生的响应，然后利用LTI系统的特性，即可求得信号$x(t)$作用于系统产生的响应。

4. 信号分解为δ信号的线性组合

离散时间信号



$$x[k]=\cdots+x[-1]\delta[k+1]+x[0]\delta[k]+x[1]\delta[k-1]+\cdots+x[n]\delta[k-n]+\cdots$$

$$x[k]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]\delta[k-n]$$

任意离散序列可表示为脉冲序列及其位移的线性组合。

谢　谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！