北京交通大学

信号与系统

主讲人：陈后金

电子信息工程学院

连续非周期信号的频域分析

- 连续非周期信号的频域表示
- 典型连续非周期信号的频谱
- 连续时间傅里叶变换的性质

连续时间傅里叶变换的性质

※ 线性特性
※ 共轭对称特性
※ 互易对称特性
※ 展缩特性
※ 时移特性
※ 频移特性
※ 卷积特性
※ 乘积特性
※ 时域微分特性
※ 积分特性
※ 频域微分特性
※ 能量守恒定理

连续时间傅里叶变换的性质

1. 线性特性

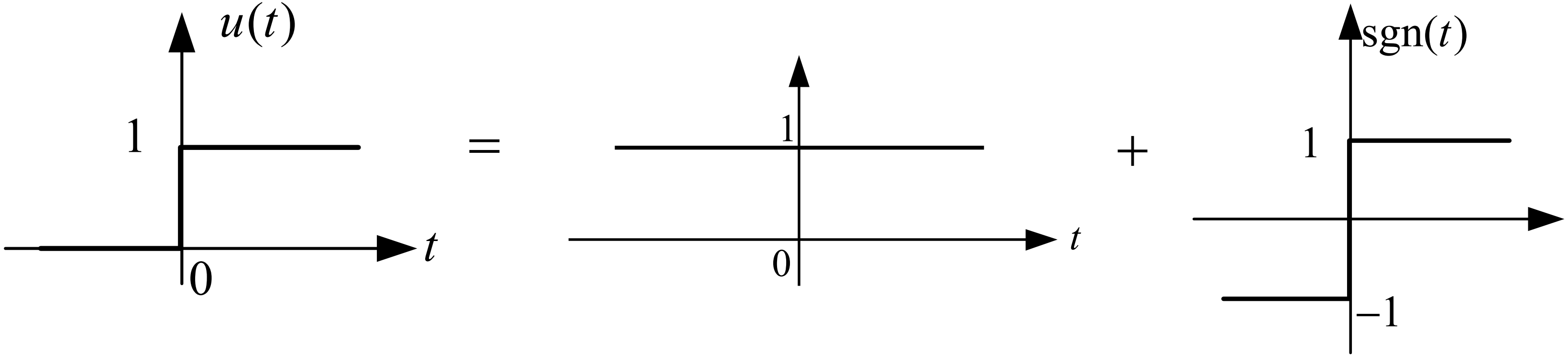
若 $x_1(t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X_1(\mathrm{j}\omega)$； $x_2(t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X_2(\mathrm{j}\omega)$

则 $ax_1(t)+bx_2(t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} aX_1(\mathrm{j}\omega)+bX_2(\mathrm{j}\omega)$

其中a，b均为常数

连续时间傅里叶变换的性质

1．线性特性



$$u(t)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\operatorname{sgn}(t)$$

$$\mathscr{F}[1]=2\pi\delta(\omega)$$

$$\mathscr{F}[\operatorname{sgn}(t)]=\frac{2}{\mathrm{j}\omega}$$

$$\mathscr{F}[u(t)]=\pi\delta(\omega)+\frac{1}{\mathrm{j}\omega}$$

连续时间傅里叶变换的性质

2. 共轭对称特性

若 $x(t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X(\mathrm{j}\omega)$

则 $x^*(t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X^*(-\mathrm{j}\omega)$ $\quad x^*(-t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X^*(\mathrm{j}\omega)$

（1）当$x(t)$为实信号时 $\quad X(\mathrm{j}\omega) = X^*(-\mathrm{j}\omega)$

$$|X(\mathrm{j}\omega)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(\omega)} = |X(-\mathrm{j}\omega)|\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi(-\omega)}$$

$$|X(\mathrm{j}\omega)| = |X(-\mathrm{j}\omega)| \qquad \varphi(\omega) = -\varphi(-\omega)$$

连续时间傅里叶变换的性质

2. 共轭对称特性

（2）当$x(t)$为实偶信号时 $x(t)=x^{*}(-t)$

$X(\mathrm{j}\omega)=X^{*}(\mathrm{j}\omega)$ $X(\mathrm{j}\omega)$ **是实函数**

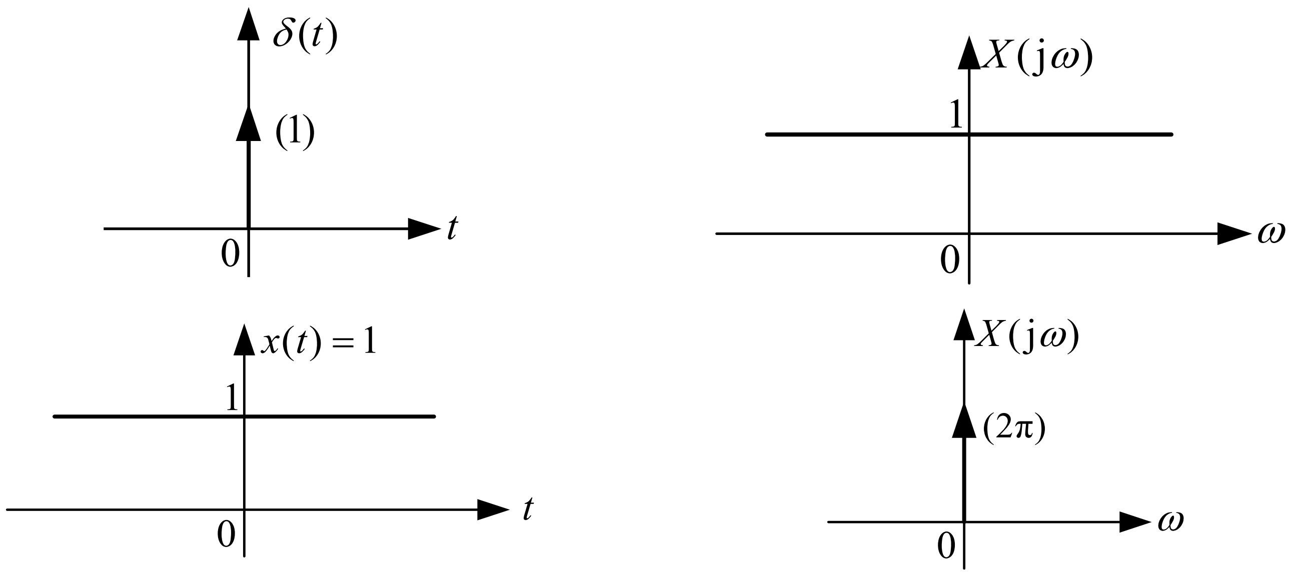
（3）当$x(t)$为实奇信号时 $x(t)=-x^{*}(-t)$

$X(\mathrm{j}\omega)=-X^{*}(\mathrm{j}\omega)$ $X(\mathrm{j}\omega)$ **是纯虚函数**

连续时间傅里叶变换的性质

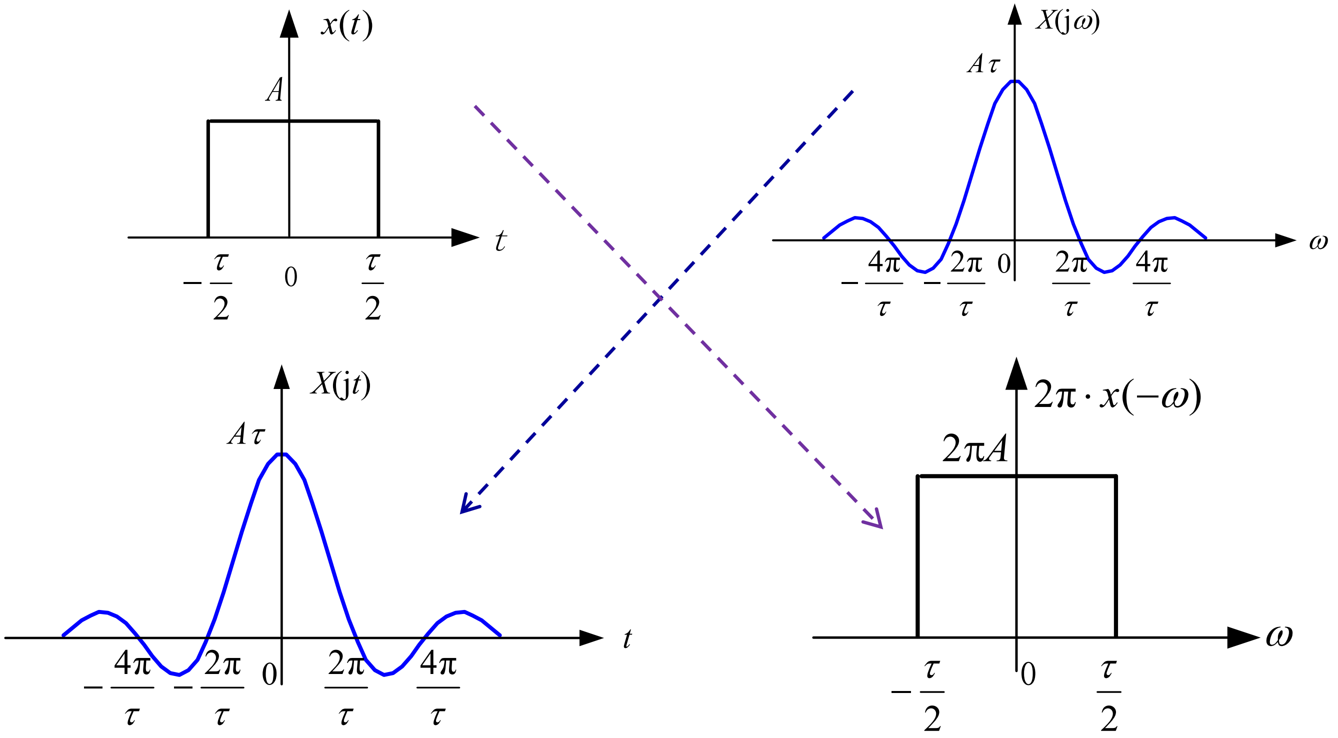
3. 互易对称特性

若 $x(t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X(j\omega)$ 则 $X(jt) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} 2\pi \cdot x(-\omega)$



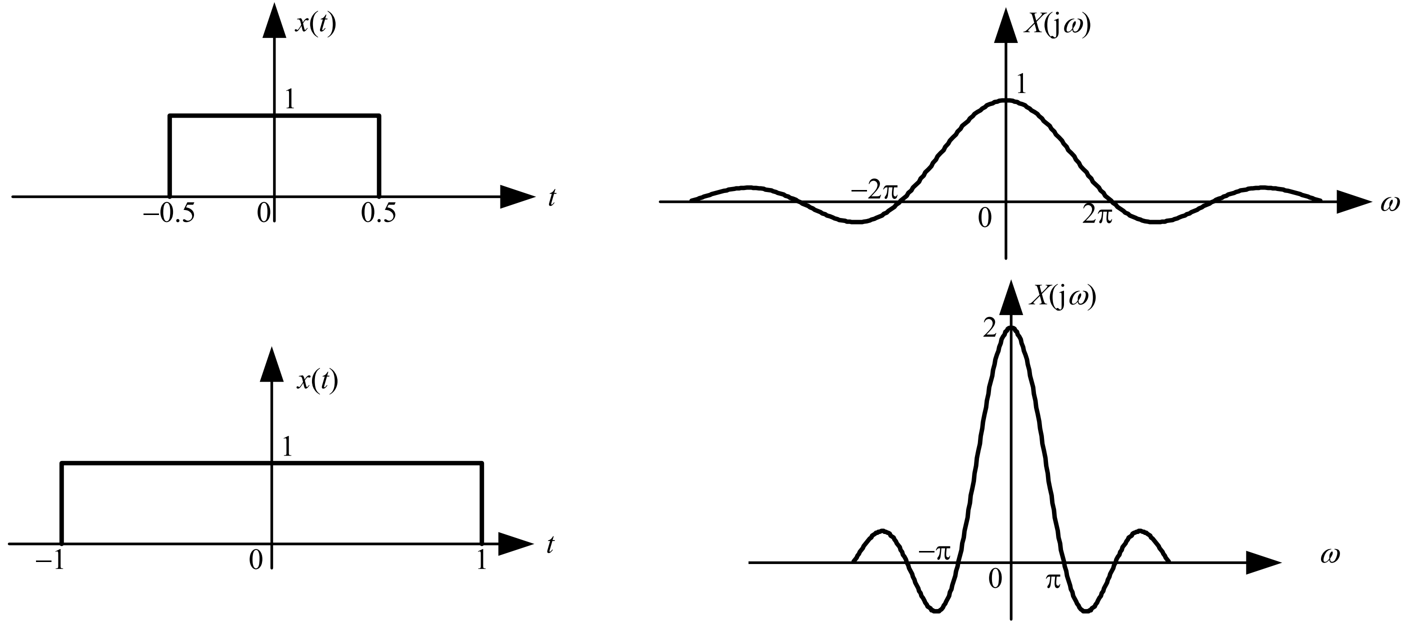
连续时间傅里叶变换的性质

3. 互易对称特性



连续时间傅里叶变换的性质

4. 展缩特性　若 $x(t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X(\mathrm{j}\omega)$　则 $x(at) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} \dfrac{1}{|a|} X(\mathrm{j}\dfrac{\omega}{a})$



连续时间傅里叶变换的性质

5. 时移特性

若 $x(t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X(\mathrm{j}\omega)$ 则 $x(t-t_0) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X(\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t_0}$

t_0 为任意实数

$$X(\mathrm{j}\omega)\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t_0} = |X(\mathrm{j}\omega)|\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\varphi(\omega)-\omega t_0]}$$

信号在时域中的时移，对应频谱函数在频域中的相移。

连续时间傅里叶变换的性质

6. 频移特性

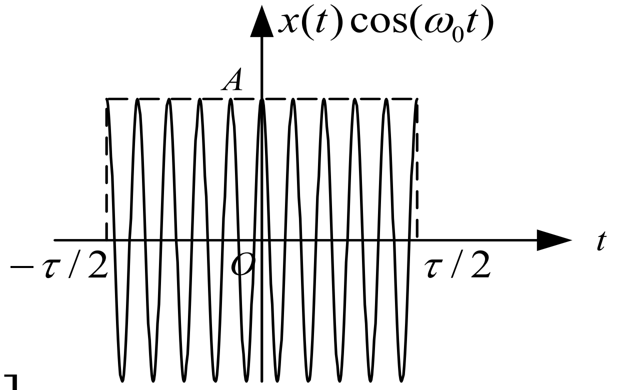
若 $x(t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X(\mathrm{j}\omega)$

则 $x(t) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t} \xleftrightarrow{\mathscr{F}} X[\mathrm{j}(\omega - \omega_0)]$

信号在时域中的相移，对应频谱函数在频域中的频移。

连续时间傅里叶变换的性质

[例] 试求矩形信号$x(t)$与余弦信号$\cos(\omega_0 t)$相乘后信号的频谱函数。



解：宽度为τ的矩形信号的频谱函数为

$$X(\mathrm{j}\omega) = A\tau \cdot \mathrm{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$

应用频移特性可得

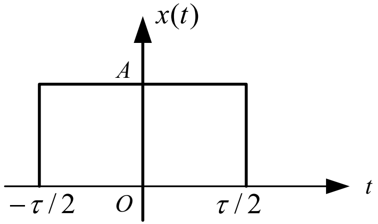
$$\mathscr{F}[x(t)\cos(\omega_0 t)] = \frac{1}{2}X[\mathrm{j}(\omega-\omega_0)] + \frac{1}{2}X[\mathrm{j}(\omega+\omega_0)]$$

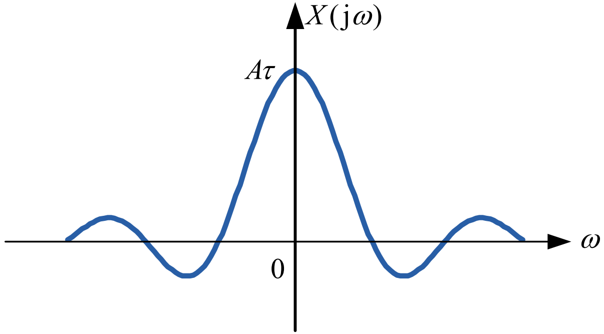
$$= \frac{A\tau}{2}\left\{\mathrm{Sa}\frac{(\omega-\omega_0)\tau}{2} + \mathrm{Sa}\frac{(\omega+\omega_0)\tau}{2}\right\}$$

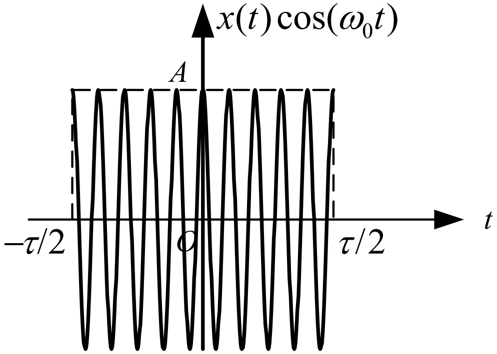
连续时间傅里叶变换的性质

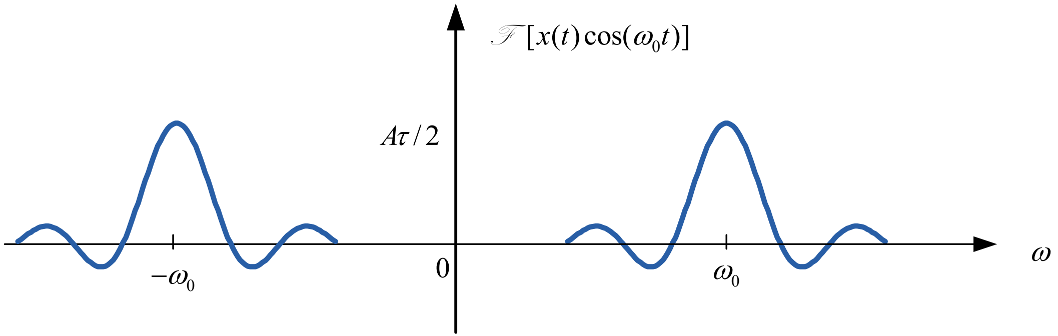
[例] 试求矩形信号$x(t)$与余弦信号$\cos(\omega_0\ t)$相乘后信号的频谱函数。

解:









谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！