北京交通大学

信号与系统

主讲人：陈后金

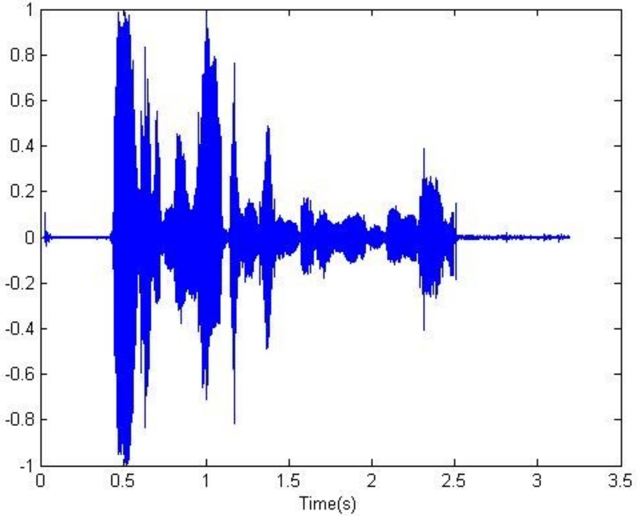
电子信息工程学院

利用MATLAB分析信号频谱

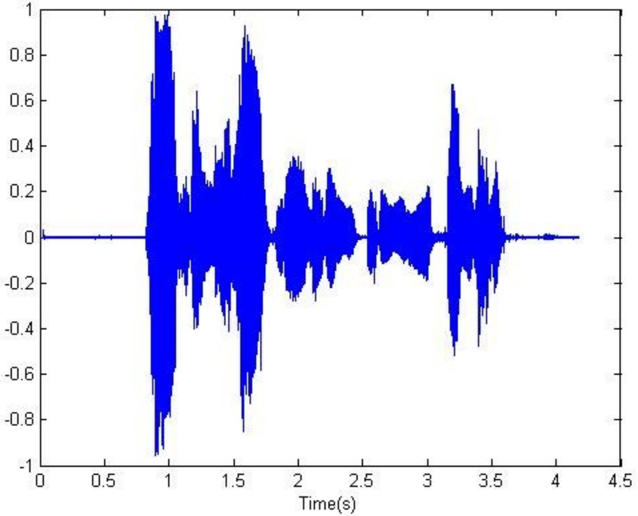
- ※ 男女语音信号的频谱分析
- ※ 频谱近似值与理论值比较
- ※ 频谱工程值与理论值比较
- ※ 利用有限项分析Gibbs现象

利用MATLAB分析信号频谱

1. 男女语音信号的频谱分析



女生声音信号时域波形



男生声音信号时域波形

利用MATLAB分析信号频谱

MATLAB提供了计算频谱的函数：

fft(x)：　计算信号M点的频谱。M是序列x的长度。

fft(x,N)：　计算信号N点的频谱。

M>N，将原序列裁为N点计算N点的频谱；

M<N，将原序列补零至N点，然后计算N点的频谱。

fftshift(X)：　重新排列fft的输出结果。

利用MATLAB分析信号频谱

信号的频谱一般为复函数，可分别利用abs和angle函数获得其幅频特性和相频特性。

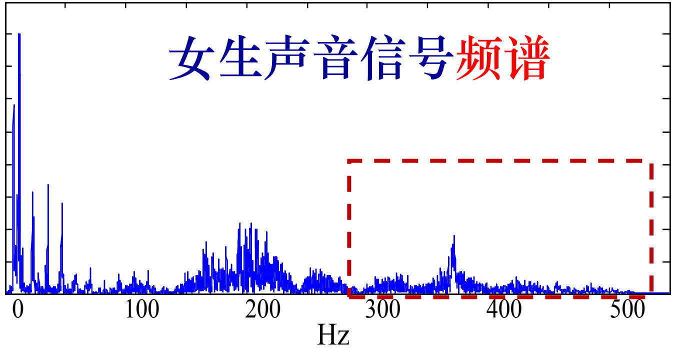
其调用格式分别为:　(其中X=fft(x) 为信号x的频谱)

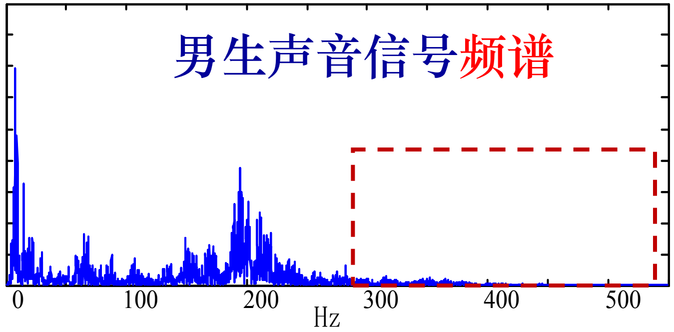
Mag=abs(X)　计算频谱X的幅度谱

Pha=angle(X)　计算频谱X的相位谱，返回$(-\pi,\pi]$的相位值

利用MATLAB分析信号频谱

```
%compute the spectrum of speech signal
[x,Fs,Nbits]=wavread('为什么要进行频域分析_男声.wav');
x=x(:,1);
N =length(x);
t=(0:N-1)/Fs;
figure(1);
plot(t,x);                %画出声音信号的时域波形
xlabel('Time(s)');
X = fftshift(fft(x));     %计算声音信号的频谱
f=-Fs/2+(0:N-1)*Fs/N;
figure(2);
plot(f,abs(X));           % 画出声音信号的幅度频谱
xlabel('Hz');
```





利用MATLAB分析信号频谱

2. 频谱近似值与理论值比较

[例]利用MATLAB近似计算$x(t)$=e$^{-t}u(t)$的幅度谱并与理论值比较。

解： $X(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega+1}$ 幅度谱： $|X(\mathrm{j}\omega)|=\dfrac{1}{\sqrt{\omega^2+1}}$

信号能量： $E=\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|X(\mathrm{j}\omega)|^2\mathrm{d}\omega$

$$=\int_{0}^{+\infty}\mathrm{e}^{-2t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\omega^2+1}\mathrm{d}\omega=\frac{1}{2}$$

利用MATLAB分析信号频谱

[例]利用MATLAB近似计算$x(t)$=e$^{-t}u(t)$的幅度谱并与理论值比较。

$$\hat{E}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_m}^{\omega_m}|X(j\omega)|^2 d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_m}^{\omega_m}\frac{1}{\omega^2+1}d\omega=\frac{1}{2\pi}\arctan(\omega)\Big|_{-\omega_m}^{\omega_m}=\frac{\arctan(\omega_m)}{\pi}$$

若取 f_{sam}=8Hz， f_m=4Hz

$$\hat{E}=\frac{\arctan(\omega_m)}{\pi}=\frac{\arctan(2\pi f_m)}{\pi}=0.4873$$

$$\hat{E}/E=97.46\%$$

若取 f_{sam}=16Hz, f_m=8Hz

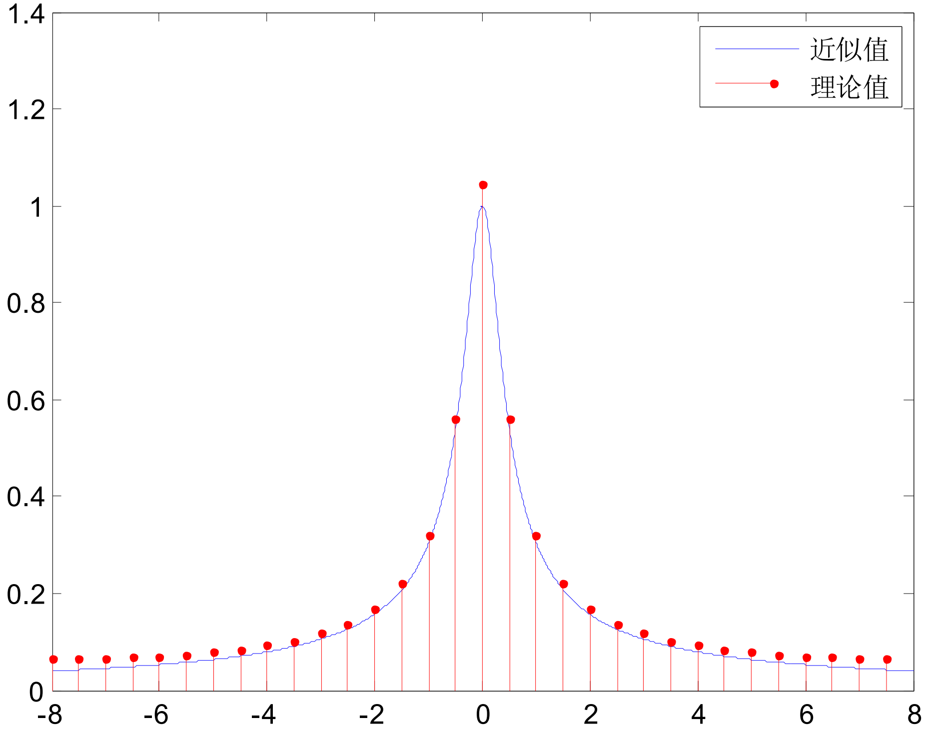
$$\hat{E}=\frac{\arctan(\omega_m)}{\pi}=\frac{\arctan(2\pi f_m)}{\pi}=0.4937$$

$$\hat{E}/E=98.74\%$$

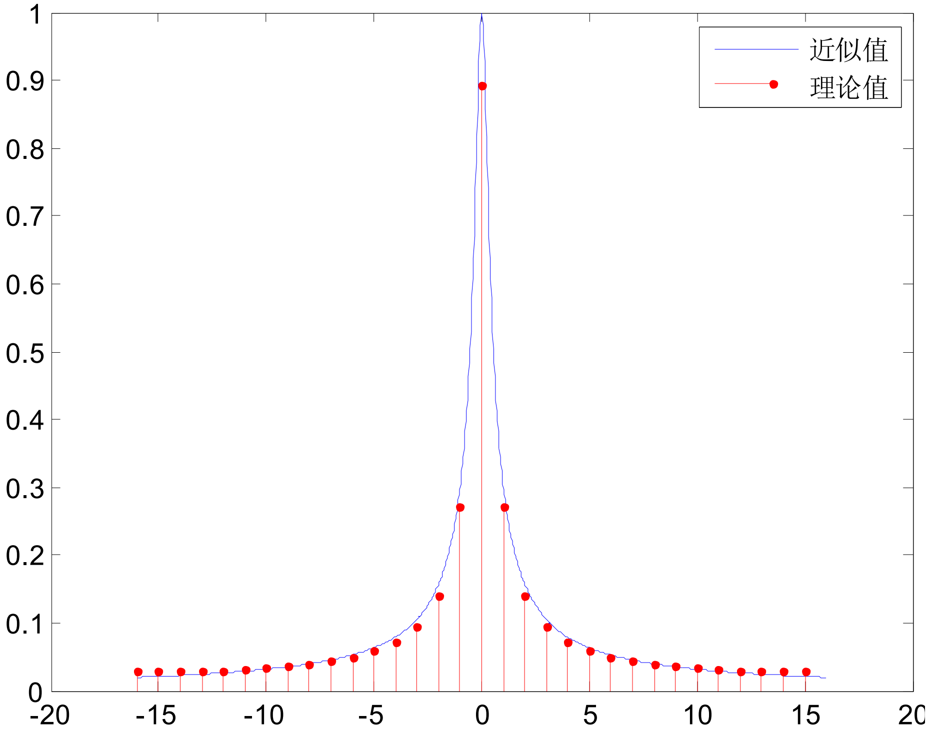
利用MATLAB分析信号频谱

```
%compute the spectrum of x(t)=exp(-t)u(t)
fs=8; N=32; T=1/fs; ws=2*pi*fs;
t=(0:N-1)*T;
x=T*exp(-t);
Xm=fftshift(fft(x));        % 计算x(t)的频谱
w=-ws/2+(0:N-1)*ws/N;
wt=linspace(-ws/2,ws/2,1001);
Xw=1./sqrt(1+wt.*wt);
plot(wt/pi,Xw);             % 显示近似计算的频谱
hold on
stem(w/pi,abs(Xm),'r.');
Legend('近似值', '理论值');
```

利用MATLAB分析信号频谱



f_{sam}=8Hz， N=32



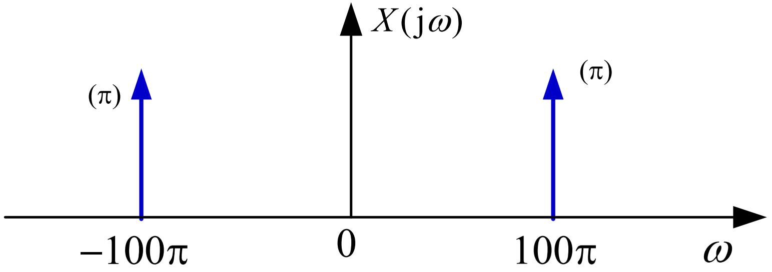
f_{sam}=16Hz， N=32

利用MATLAB分析信号频谱

3. 频谱工程值与理论值的比较

[例] 利用MATLAB分析余弦信号$x(t)=\cos(100\pi t)$ 的频谱。

解： $X(\mathrm{j}\omega)=\pi\left[\delta\left(\omega-100\pi\right)+\delta\left(\omega+100\pi\right)\right]$



余弦信号的理论频谱

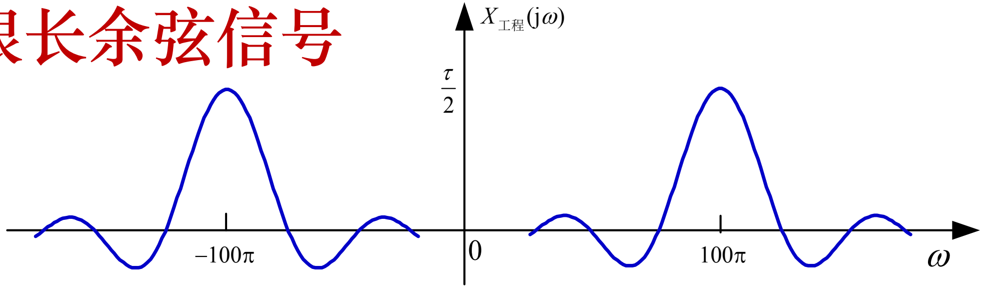
利用MATLAB分析信号频谱

3. 频谱工程值与理论值的比较

[例] 利用MATLAB分析余弦信号$x(t)=\cos(100\pi t)$的频谱。

工程实际中只能获得有限长余弦信号

$$x_{工程}(t)=\cos(100\pi t)\cdot P_{\tau}(t)$$



$$X_{工程}(j\omega)=\frac{1}{2\pi}\left\{\pi\left[\delta(\omega-100\pi)+\delta(\omega+100\pi)\right]*\tau\mathrm{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)\right\}$$

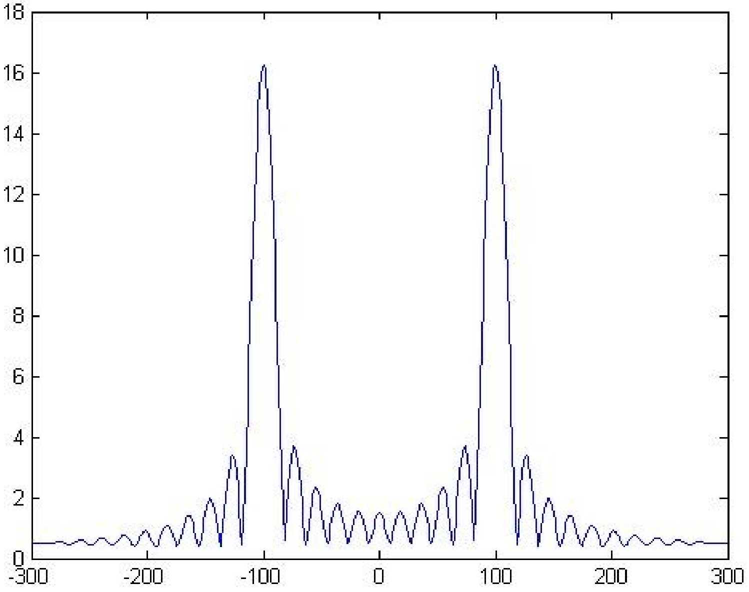
$$=\frac{\tau}{2}\left[\mathrm{Sa}\left(\frac{\omega-100\pi}{2}\tau\right)+\mathrm{Sa}\left(\frac{\omega+100\pi}{2}\tau\right)\right]$$

利用MATLAB分析信号频谱

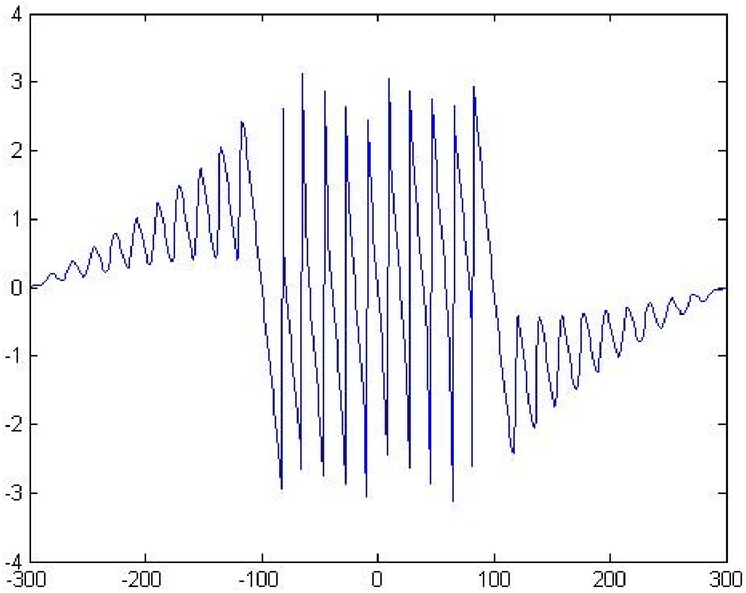
例：利用MATLAB分析余弦信号$x(t) = \cos(100\pi t)$的频谱。

```
%compute the spectrum of x(t) =cos(100*pi*t)
N=32;  L=512;  f0=50;  fs=300;
T=1/fs;
t=(0:N-1)*T;
x=cos(2*pi*f0*t);
ws=2*pi*fs;
X=fftshift(fft(x,L));                %计算x(t)的频谱
w=-ws/2+(0:L-1)*ws/L;
figure(1);
plot(w/pi,abs(X));                   %计算x(t)的幅度谱
figure(2);
plot(w/pi, angle(X));                %计算x(t)的相位谱
```

利用MATLAB分析信号频谱



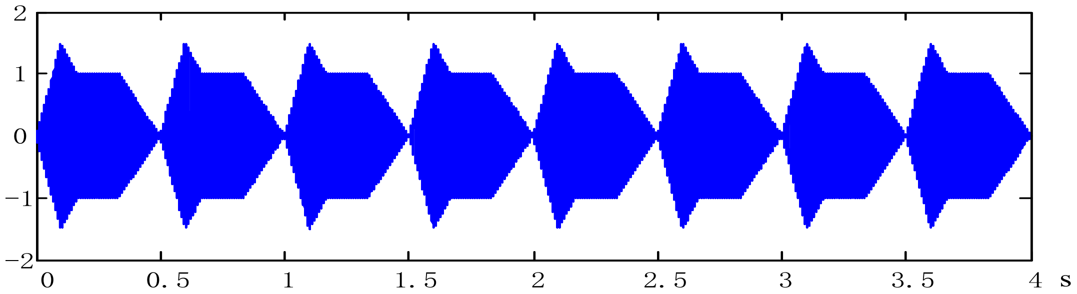
32点余弦信号的幅度频谱



32点余弦信号的相位频谱

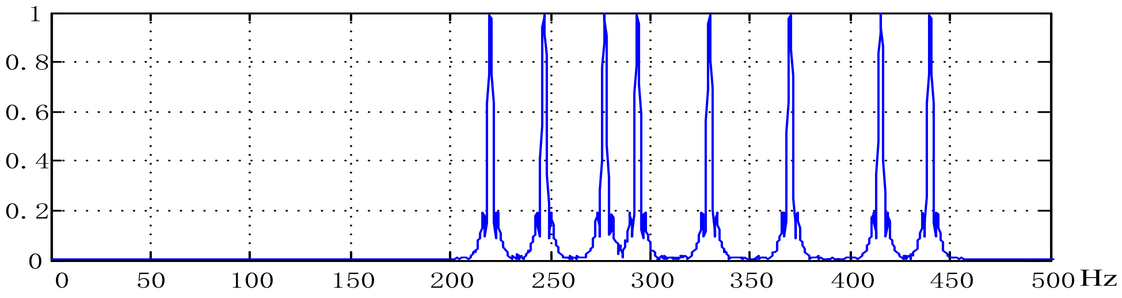
利用MATLAB分析信号频谱

音阶波形



A大调

音阶频谱



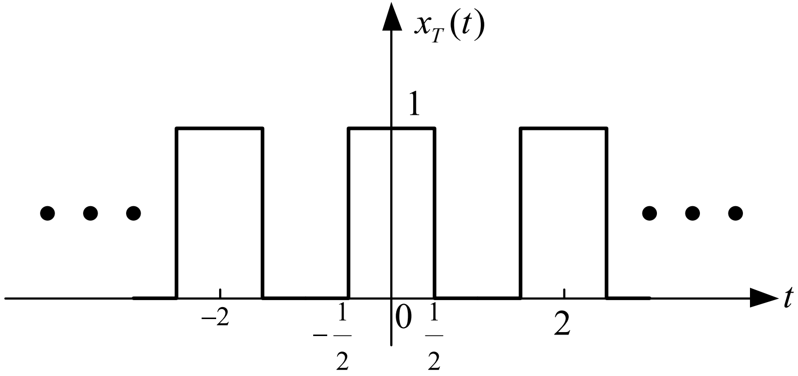
每个音阶由某频率正弦信号构成

音名	Do	Re	Mi	Fa	So	La	Si	Do²
频率	220	247	277	294	330	370	415	440

利用MATLAB分析信号频谱

4. 利用有限项分析Gibbs现象

[例] 求周期矩形脉冲的Fourier级数表示式，并用MATLAB求出由前N项Fourier级数得到的信号近似波形。



$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

解：$C_n = \frac{A\tau}{T}\mathrm{Sa}(\frac{n\omega_0}{2}) = \frac{1}{2}\mathrm{Sa}(\frac{n\pi}{2})$

$$x_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}n\omega_0 t} = 0.5 + \sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{Sa}(\frac{n\pi}{2})\cos(n\pi t)$$

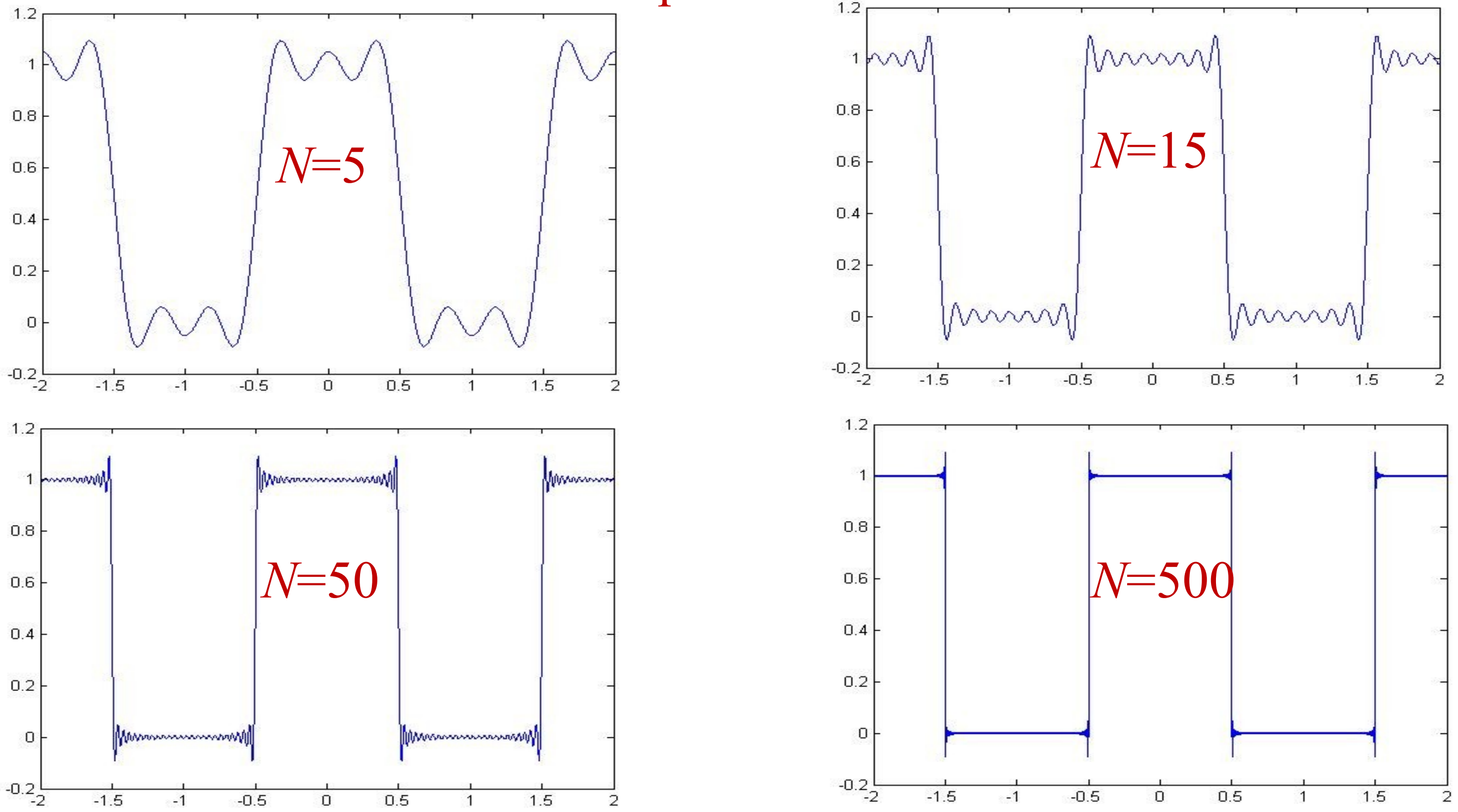
利用MATLAB分析信号频谱

$$x_T(t) \approx \sum_{n=-N}^{N} C_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}n\omega_0 t} = 0.5 + \sum_{n=1}^{N} \mathrm{Sa}(\frac{n\pi}{2})\cos(n\pi t)$$

```
% Gibbs phenomenon
    t= -2:0.001:2;
    N=input('Number of harmonics= ');
    c0=0.5;
    xN=c0*ones(1,length(t));
    for n=1:2:N                    % 偶次谐波为零
        xN=xN+cos(pi*n*t)*sinc(n/2);
    end
    plot(t,xN);
```

利用MATLAB分析信号频谱

Gibbs phenomenon



谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！