



北京交通大学

信号与系统



主讲人：陈后金

电子信息工程学院

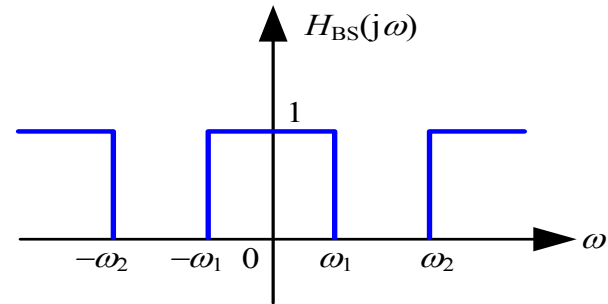
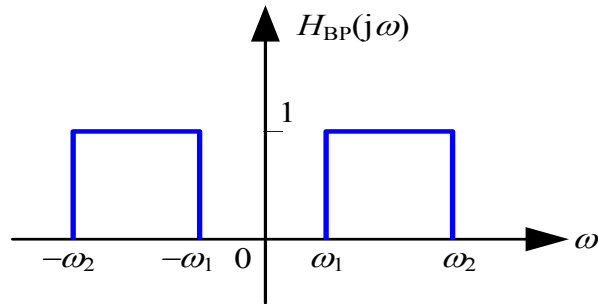
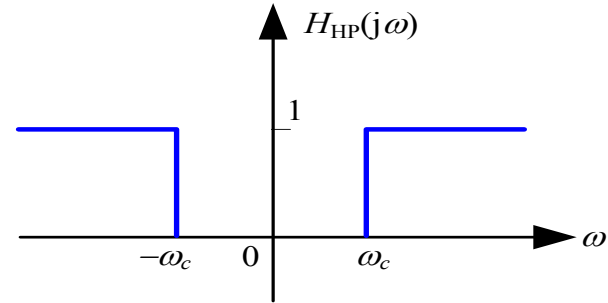
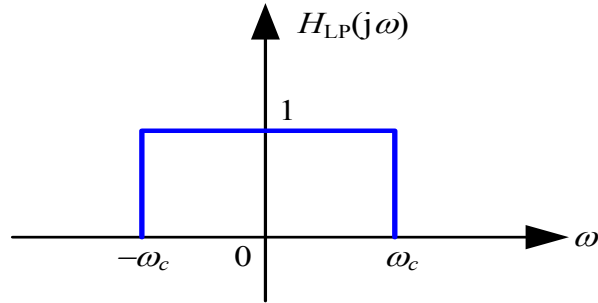


理想模拟滤波器

- ◆ 理想模拟滤波器的频率响应
- ◆ 理想低通滤波器的冲激响应
- ◆ 理想低通滤波器的阶跃响应



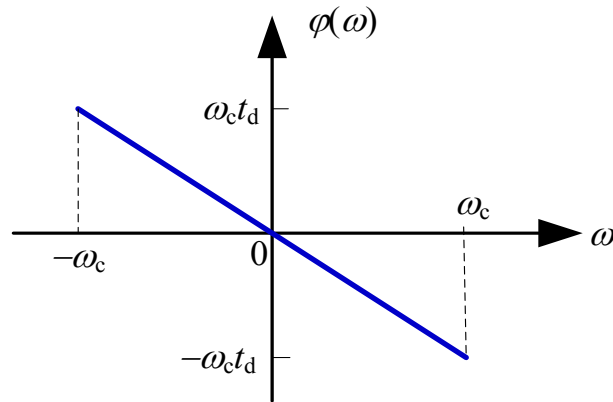
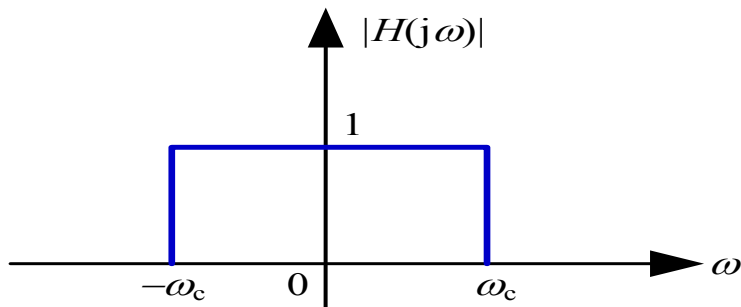
理想模拟滤波器的频率响应





理想模拟滤波器的频率响应

➤ 线性相位理想低通滤波器的频率响应



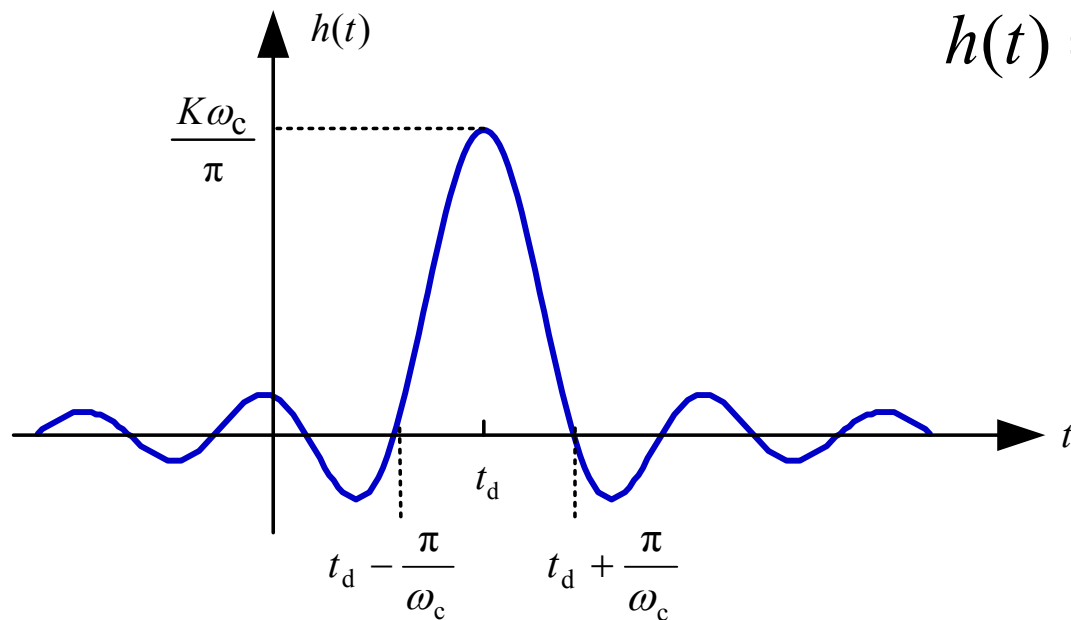
幅度响应 $|H(j\omega)|$ 在通带($0 \sim \omega_c$)恒为1，阻带为0。

相位响应 $\phi(\omega)$ 与 ω 成线性关系， $\phi(\omega) = -\omega t_d$ 。



理想模拟滤波器的冲激响应

➤ 线性相位理想低通滤波器



$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{-j\omega t_d} e^{j\omega t} d\omega \end{aligned}$$

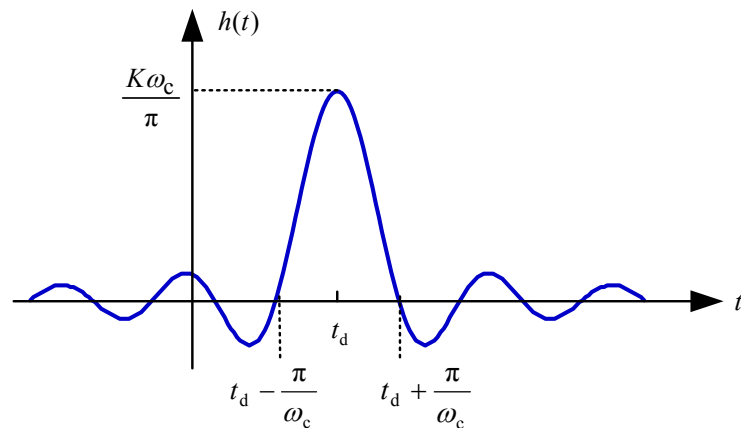
$$h(t) = \frac{\omega_c}{\pi} \text{Sa}[\omega_c(t - t_d)]$$



理想模拟滤波器的冲激响应

➤ 线性相位理想低通滤波器

※ $h(t)$ 的波形是一个抽样函数，不同于输入信号 $\delta(t)$ 的波形，有失真。



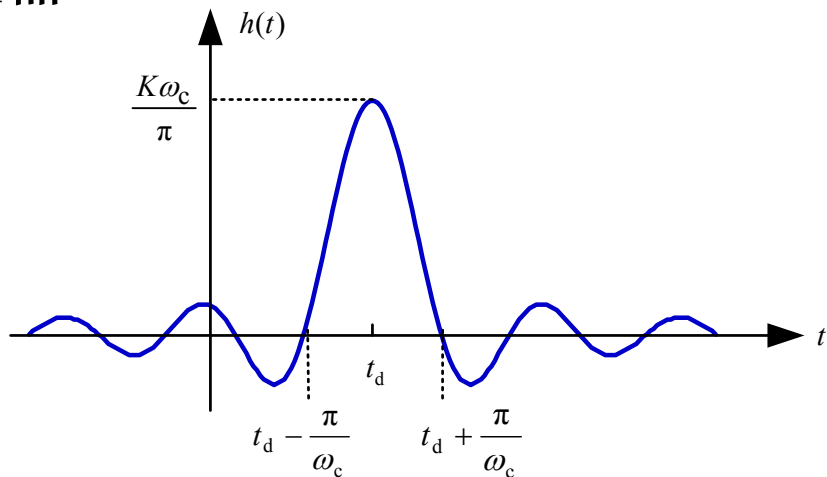
原因：理想低通滤波器是一个带限系统，而冲激信号 $\delta(t)$ 的频带宽度为无限。

减小失真方法：增加理想低通截频 ω_c 。当 $\omega_c \rightarrow \infty$ 时，理想低通变为**无失真传输系统**， $h(t)$ 也变为冲激信号。



理想模拟滤波器的冲激响应

➤ 线性相位理想低通滤波器



※ $h(t)$ 主峰出现时刻 $t = t_d$ 。

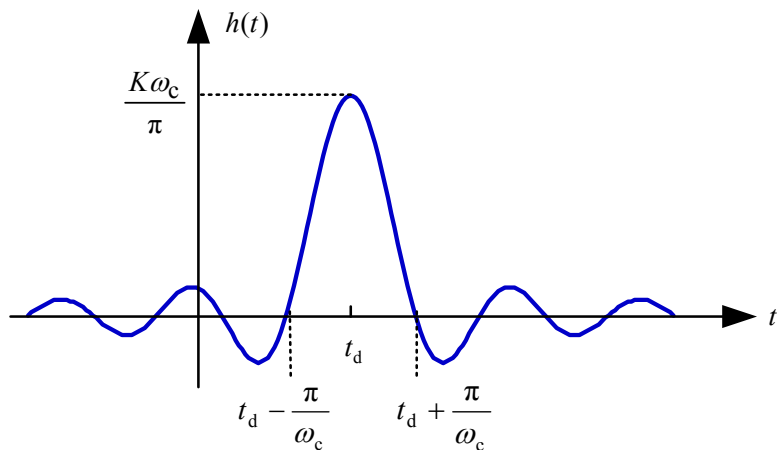
比输入信号 $\delta(t)$ 作用时刻 $t = 0$ 延迟了一段时间 t_d 。

$-t_d$ 是理想低通滤波器相位响应的斜率。



理想模拟滤波器的冲激响应

➤ 线性相位理想低通滤波器

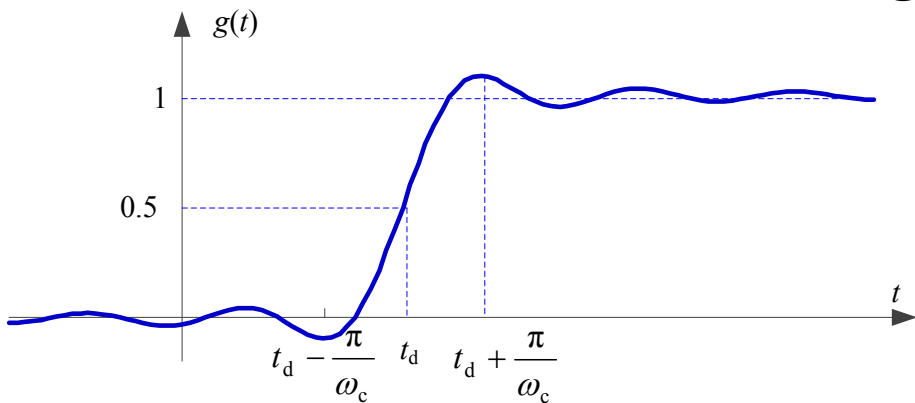


※ $h(t)$ 在 $t < 0$ 的区间也存在输出，可见理想低通滤波器是非因果系统，其为物理不可实现的系统。



理想模拟滤波器的阶跃响应

➤ 线性相位理想低通滤波器



$$g(t) = h^{(-1)}(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau$$

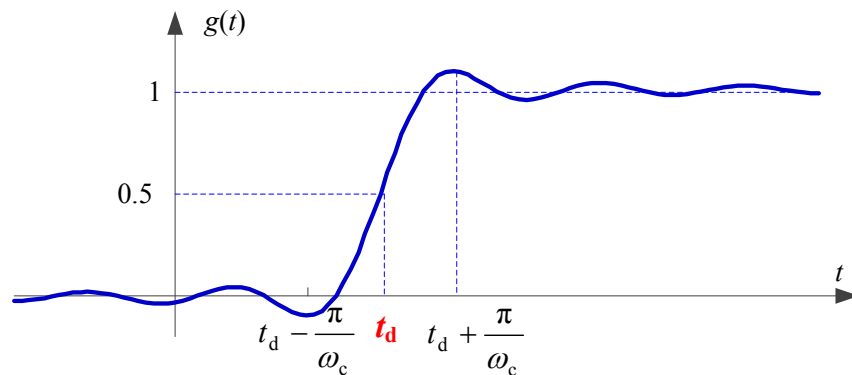
$$= \frac{\omega_c}{\pi} \int_{-\infty}^t \text{Sa}[\omega_c(\tau - t_d)] d\tau$$

$$g(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_c(t-t_d)} \text{Sa}(\lambda) d\lambda$$



理想模拟滤波器的阶跃响应

➤ 线性相位理想低通滤波器

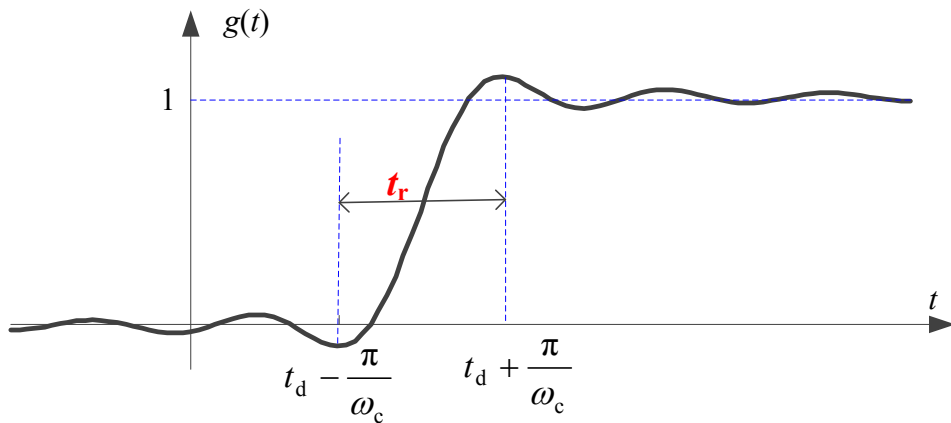


- ※ 阶跃响应 $g(t)$ 比输入阶跃信号 $u(t)$ 延迟 t_d 。
 $-t_d$ 是理想低通滤波器相位响应的斜率。



理想模拟滤波器的阶跃响应

➤ 线性相位理想低通滤波器



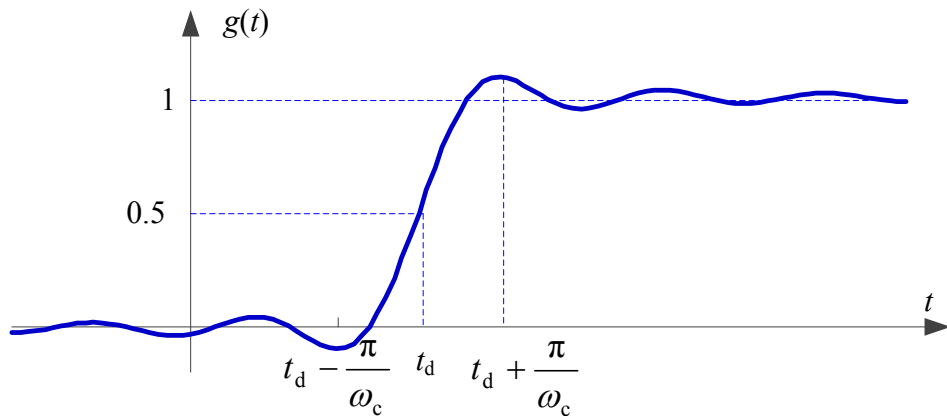
※ 阶跃响应 $g(t)$ 的上升时间 t_r 与理想低通截频 ω_c 成反比。

ω_c 越大，上升时间就越短，当 $\omega_c \rightarrow \infty$ 时， $t_r \rightarrow 0$ 。



理想模拟滤波器的阶跃响应

➤ 线性相位理想低通滤波器



※ **存在 Gibbs现象**: 即在间断点附近出现了振荡, 其振荡的最大峰值约为阶跃突变值的9%左右, 且不随滤波器带宽的增加而减小。



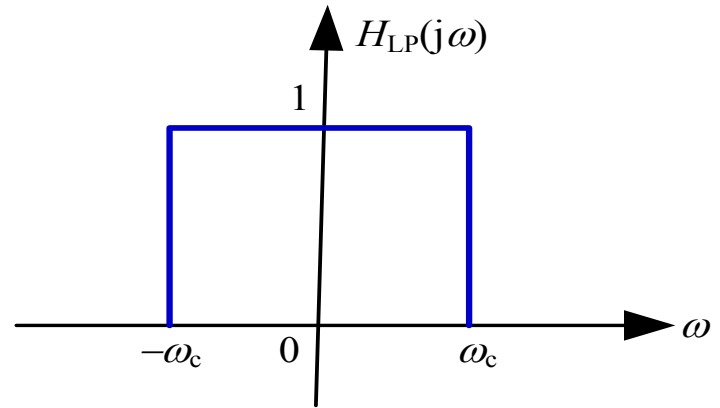
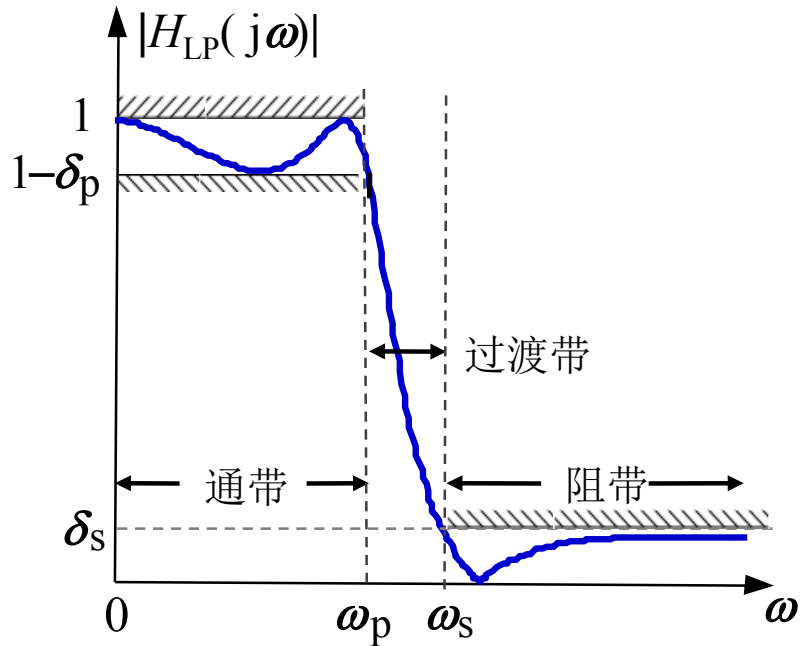
理想低通滤波器

1. 输出响应的**延迟时间**取决于**理想低通滤波器**的相位响应的斜率。
2. 输入信号在通过**理想低通滤波器**后，输出响应在输入信号不连续点处产生逐渐上升或下降的波形，上升或下降的时间与理想低通滤波器的通频带宽度成反比。
3. **理想低通滤波器**的通带宽度与输入信号的带宽不相匹配时，输出就会失真。系统的通带宽度若大于信号的带宽，则不会产生传输失真。



理想模拟滤波器的频率响应

※ 实际低通模拟滤波器



理想低通滤波器



理想模拟滤波器

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！