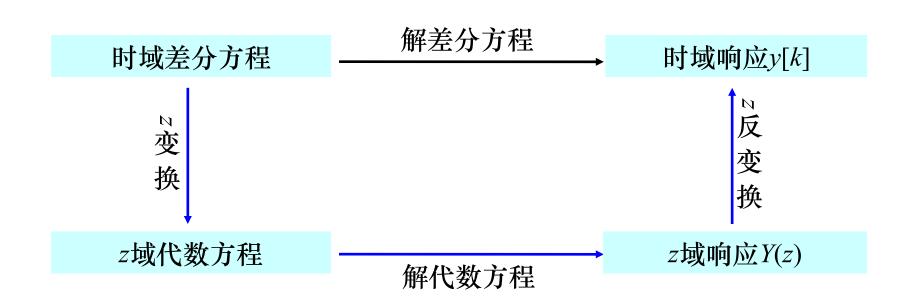






## 系统响应的z域分析

➤ 离散时间LTI系统响应求解思路:





解: 令  $\mathcal{Z}\{y[k]\} = Y(z)$ ,  $\mathcal{Z}\{x[k]\} = X(z)$  利用z变换的位移特性,  $\mathcal{Z}\{y[k-1]u[k]\} = z^{-1}Y(z) + y[-1]$ 

$$\mathcal{Z}\{y[k-2]u[k]\} = z^{-2}Y(z) + z^{-1}y[-1] + y[-2]$$

代入差分方程有,

$$Y(z) + 3(z^{-1}Y(z) + y[-1]) + 2(z^{-2}Y(z) + z^{-1}y[-1] + y[-2]) = X(z)$$

整理得,

$$Y(z)(1+3z^{-1}+2z^{-2}) = -3y[-1]-2z^{-1}y[-1]-2y[-2]+X(z)$$



$$Y(z)(1+3z^{-1}+2z^{-2}) = -3y[-1]-2z^{-1}y[-1]-2y[-2]+X(z)$$

等式两边同除  $(1+3z^{-1}+2z^{-2})$ ,

$$Y(z) = \frac{-3y[-1] - 2z^{-1}y[-1] - 2y[-2]}{1 + 3z^{-1} + 2z^{-2}} + \frac{X(z)}{1 + 3z^{-1} + 2z^{-2}}$$

$$Y_{zi}(z)$$

$$Y_{zi}(z)$$



系统零状态响应:

$$Y_{zs}(z) = \frac{X(z)}{1 + 3z^{-1} + 2z^{-2}}$$

对于系统输入 $x[k]=(4)^k u[k]$ ,

$$X(z) = \mathcal{Z}\{(4)^k u[k]\} = \frac{z}{z-4}$$

$$Y_{zs}(z) = \frac{z^2 X(z)}{z^2 + 3z + 2} = \frac{z^2 \cdot z}{(z+1)(z+2)(z-4)} = \frac{-\frac{1}{5}z}{z+1} + \frac{\frac{2}{3}z}{z+2} + \frac{\frac{8}{15}z}{z-4}$$

$$y_{zs}[k] = \left[\frac{2}{3}(-2)^k + \frac{8}{15}(4)^k - \frac{1}{5}(-1)^k\right]u[k]$$



系统零输入响应: 
$$Y_{zi}(z) = \frac{-3y[-1]-2z^{-1}y[-1]-2y[-2]}{1+3z^{-1}+2z^{-2}}$$

对于系统输入y[-1]=1, y[-2]=3,

$$Y_{zi}(z) = z \cdot \frac{-2 - 9z}{z^2 + 3z + 2} = \frac{7z}{z + 1} + \frac{-16z}{z + 2}$$

$$y_{zi}[k] = [7(-1)^k - 16(-2)^k]u[k]$$

系统完全响应:

$$y[k] = y_{zs}[k] + y_{zi}[k] = \left[\frac{46}{3}(-2)^k + \frac{8}{15}(4)^k + \frac{34}{5}(-1)^k\right]u[k]$$



## 系统响应的z域分析

## 谢谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累,来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流,难以一一注明出处,特此说明并表示感谢!