



北京交通大学

# 信号与系统



主讲人：陈后金

电子信息工程学院



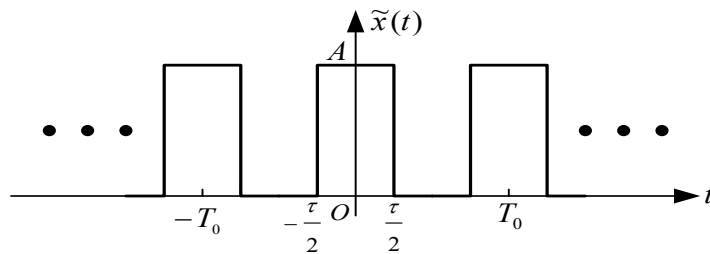
# 连续非周期信号的频域分析

---

- ◆ 连续非周期信号的频域表示
- ◆ 典型连续非周期信号的频谱
- ◆ 连续时间傅里叶变换的性质

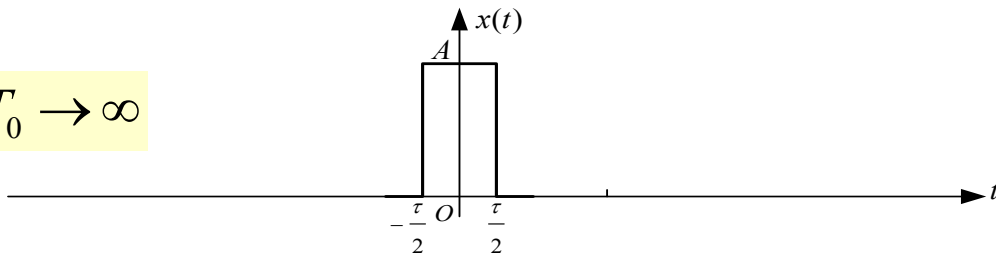


# 连续非周期信号的频域表示



周期信号

$T_0 \rightarrow \infty$



非周期信号

$$x(t) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \tilde{x}(t)$$



# 连续非周期信号的频域表示

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} \tilde{x}(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$\lim_{T_0 \rightarrow \infty} T_0 C_n = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} \tilde{x}(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \tilde{x}(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = X(j\omega)$$

$$\tilde{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} = \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_0 C_n e^{jn\omega_0 t} = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_0 C_n e^{jn\omega_0 t} \omega_0$$

$$x(t) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \tilde{x}(t) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_0 C_n e^{jn\omega_0 t} \omega_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$



# 连续非周期信号的频域表示

※ 连续非周期信号的傅里叶变换

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$



# 连续非周期信号的频域表示

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

- ◆ 信号可以分解成为无数个虚指数信号  $e^{j\omega t}$  的线性组合
- ◆ 虚指数信号  $e^{j\omega t}$  的振幅为  $\frac{|X(j\omega)|}{2\pi} d\omega$



# 连续非周期信号的傅里叶变换

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

◆  $X(j\omega)$  被称为非周期信号的**频谱**函数

$$X(j\omega) = |X(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

幅度频谱

相位频谱



# 连续非周期信号的傅里叶变换

连续非周期信号 $x(t)$ 存在傅里叶变换的(Dirichlet)条件:

(1) 非周期信号在其定义区间上绝对可积

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty$$

(2) 在任意有限区间内，信号只有有限个最大值和最小值。

(3) 在任意有限区间内，信号仅有有限个不连续点，  
且这些间断点必须是有限值。





# 连续非周期信号的频谱

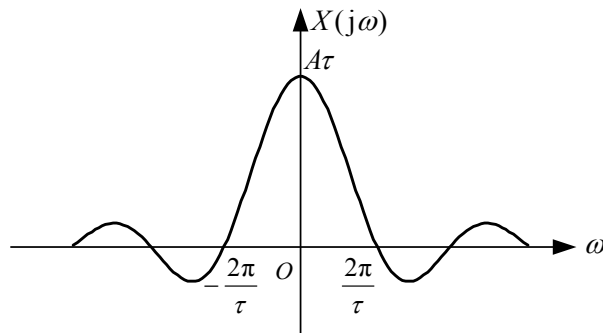
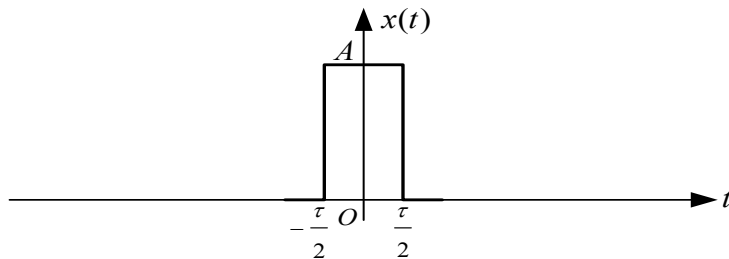
[例] 计算非周期矩形信号的傅里叶变换，并画出频谱图。

解：  $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$

$$= \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} A \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$= A\tau \cdot \text{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$

$$X(j\omega) = A\tau \cdot \text{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$



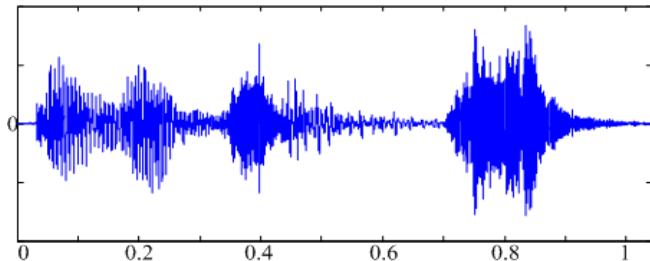
非周期矩形信号的频谱



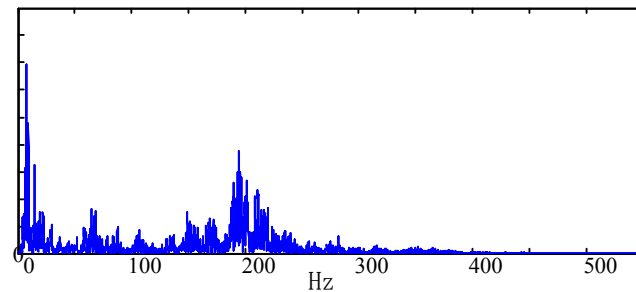
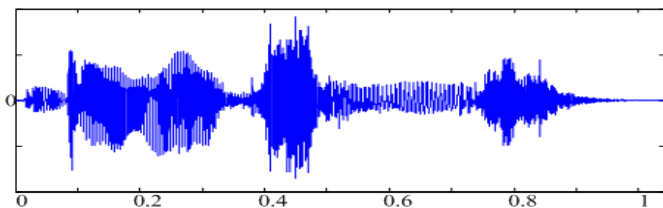
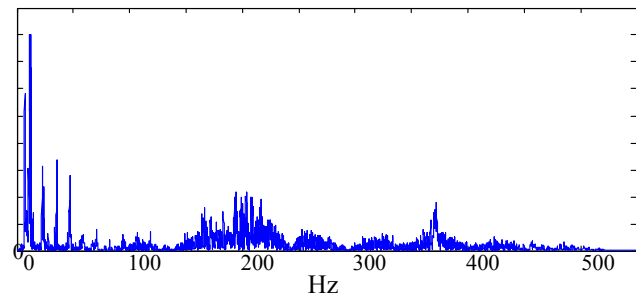
# 连续非周期信号的频谱

## 女生和男生声音信号

时域波形



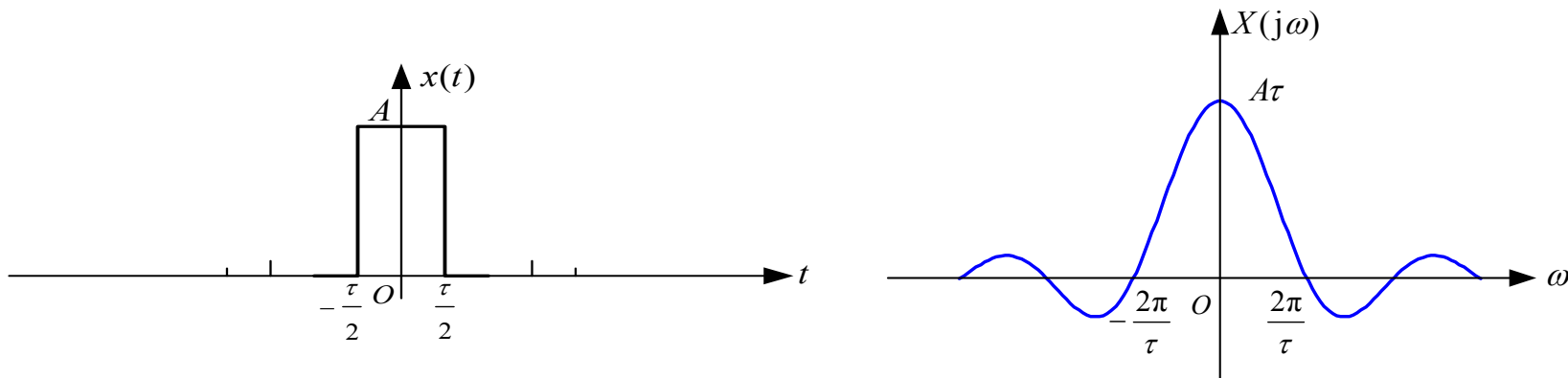
频谱





# 连续非周期信号的频谱特性

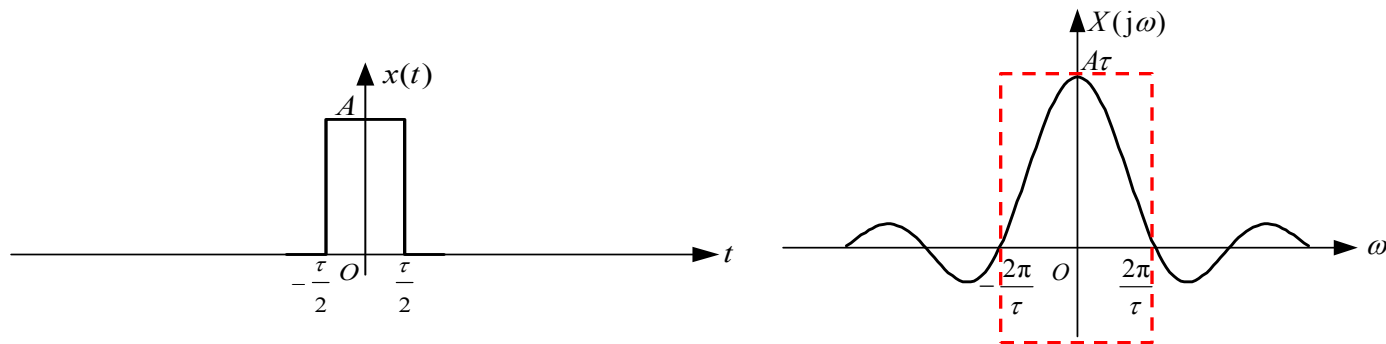
- ◆ 非周期矩形信号的频谱是连续频谱
- ◆ 信号在时域持续时间有限，则在频域其频谱延续至无限





# 连续非周期信号的频谱特性

## ◆ 信号的有效带宽



矩形信号的频谱分量主要集中在  $(0 \sim 2\pi/\tau)$  范围，工程中常将此频率范围称为信号的**有效带宽**  $\omega_B$ 。

$$\omega_B = 2\pi/\tau$$



# 连续非周期信号的频域表示

---

## 谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！