北京交通大学

信号与系统

主讲人：陈后金

电子信息工程学院

状态空间变量分析

- ※ 系统状态变量分析的基本概念和普遍形式
- ※ 连续时间系统状态方程和输出方程的建立
- ※ **离散时间系统状态方程和输出方程的建立**
- ※ 连续时间系统状态方程和输出方程的求解
- ※ 离散时间系统状态方程和输出方程的求解

离散时间系统状态方程和输出方程的建立

离散系统常以**差分方程**、**系统函数**或**模拟框图**的方式描述，由可建立离散系统的状态方程和输出方程。

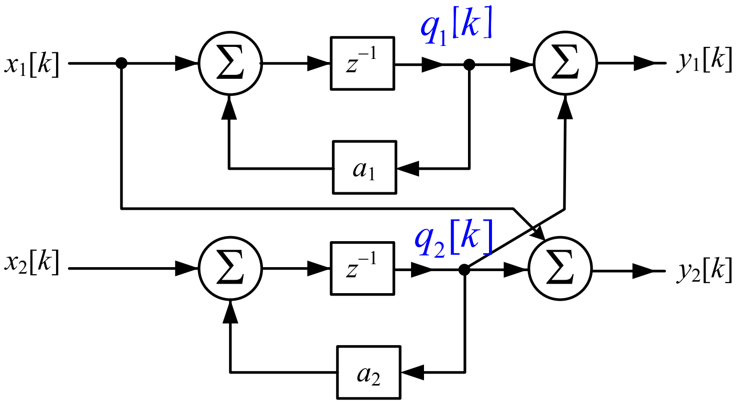
※ 由**差分方程**建立状态方程和输出方程

※ 由**模拟框图**建立状态方程和输出方程

※ 由**系统函数**建立状态方程和输出方程

由模拟框图建立状态方程和输出方程

[例]已知描述某离散系统模拟框图，建立其状态方程和输出方程。



解：该系统有两个延时器，选取其输出$q_1[k]$及$q_2[k]$作为状态变量。

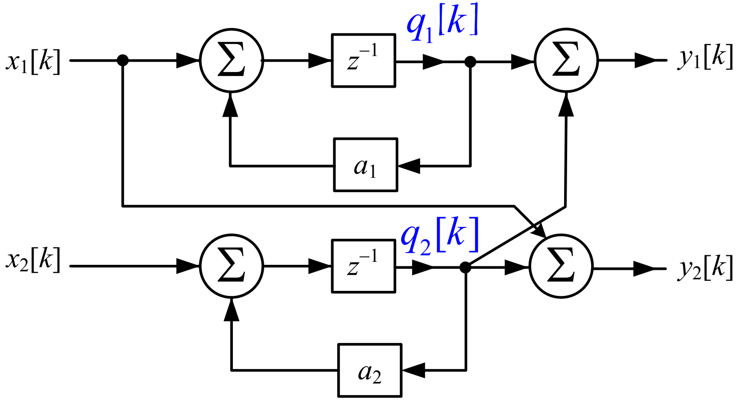
围绕延时器输入端列写状态方程：

$$q_1[k+1]=a_1q_1[k]+x_1[k] \qquad q_2[k+1]=a_2q_2[k]+x_2[k]$$

围绕离散系统输出列写输出方程：

$$y_1[k]=q_1[k]+q_2[k] \qquad y_2[k]=q_2[k]+x_1[k]$$

由模拟框图建立状态方程和输出方程



写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} q_1[k+1] \\ q_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1[k] \\ q_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1[k] \\ y_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1[k] \\ q_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \end{bmatrix}$$

由模拟框图建立状态方程和输出方程

(1) 选取延时器的输出端作为状态变量；

(2) 围绕延时器的输入端列写状态方程；

(3) 围绕离散系统的输出列写输出方程。

由系统函数建立状态方程和输出方程

根据描述离散系统的**差分方程**或**系统函数**，画出相应的**模拟框图**，再由模拟框图建立系统的状态方程和输出方程。

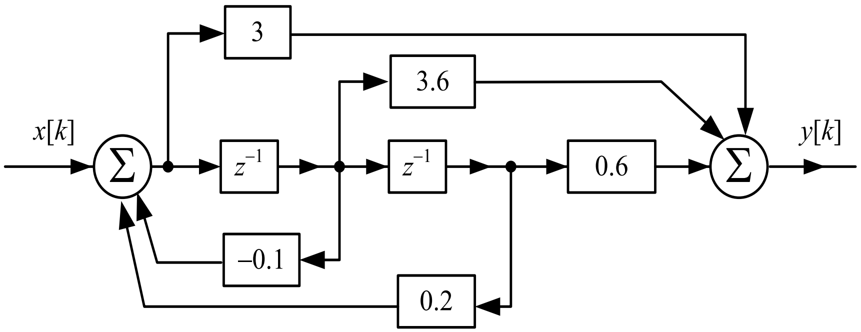
由系统函数建立状态方程和输出方程

[例] 已知描述某离散系统的系统函数为

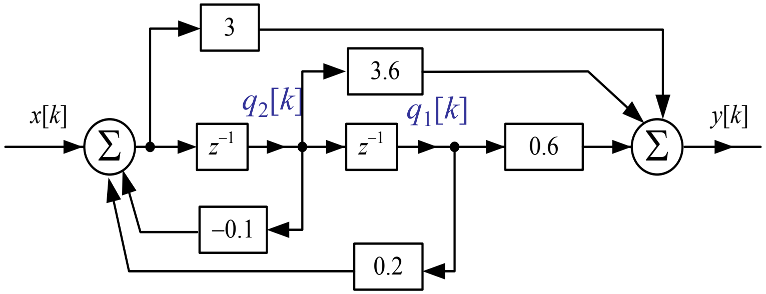
$$H(z)=\frac{3+3.6z^{-1}+0.6z^{-2}}{1+0.1z^{-1}-0.2z^{-2}}$$

画出系统**直接型**、**级联型**和**并联型**结构模拟框图，并建立系统的状态方程和输出方程。

解：(1)直接型框图



由系统函数建立状态方程和输出方程



选取延时器输出端为系统的状态变量$q_1[k]$和$q_2[k]$：

围绕延时器输入端列写状态方程:

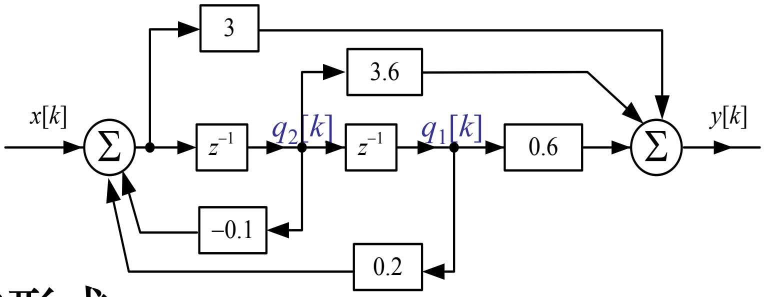
$$q_1[k+1]=q_2[k] \qquad q_2[k+1]=0.2q_1[k]-0.1q_2[k]+x[k]$$

围绕离散系统输出列写输出方程:

$$y[k]=0.6q_1[k]+3.6q_2[k]+3(0.2q_1[k]-0.1q_2[k]+x[k])$$

$$=1.2q_1[k]+3.3q_2[k]+3x[k])$$

由系统函数建立状态方程和输出方程



状态方程的矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} q_1[k+1] \\ q_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.2 & -0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1[k] \\ q_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x[k]$$

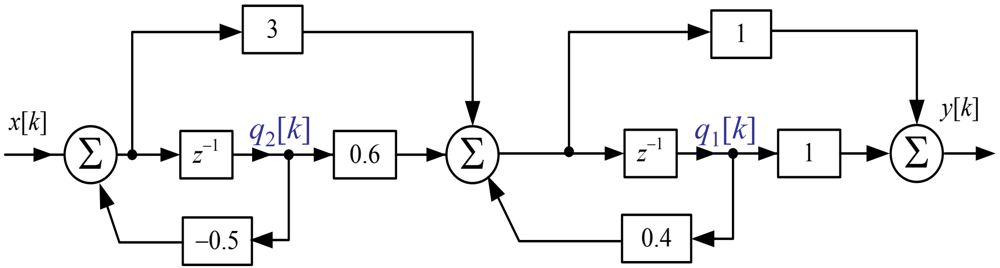
输出方程的矩阵形式:

$$y[k] = \begin{bmatrix} 1.2 & 3.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1[k] \\ q_2[k] \end{bmatrix} + 3x[k]$$

由系统函数建立状态方程和输出方程

(2) 级联型框图

$$H(z)=\frac{3+0.6z^{-1}}{1+0.5z^{-1}}\cdot\frac{1+z^{-1}}{1-0.4z^{-1}}$$



选延迟器输出端为状态变量$q_1[k]$和$q_2[k]$：

由延时器输入端列写状态方程:

$$q_2[k+1]=-0.5q_2[k]+x[k] \quad q_1[k+1]=0.4q_1[k]+0.6q_2[k]+3(-0.5q_2[k]+x[k])$$

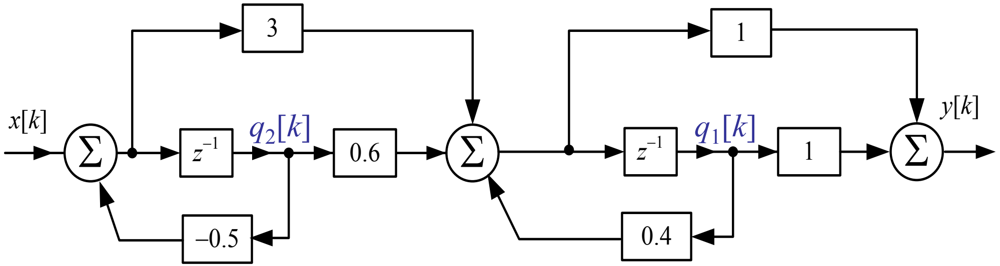
由离散系统输出列写输出方程:

$$=0.4q_1[k]-0.9q_2[k]+3x[k]$$

$$y[k]=q_1[k]+q_1[k+1]=1.4q_1[k]-0.9q_2[k]+3x[k]$$

由系统函数建立状态方程和输出方程

(2) 级联型框图



状态方程的矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} q_1[k+1] \\ q_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 & -0.9 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1[k] \\ q_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} x[k]$$

输出方程的矩阵形式:

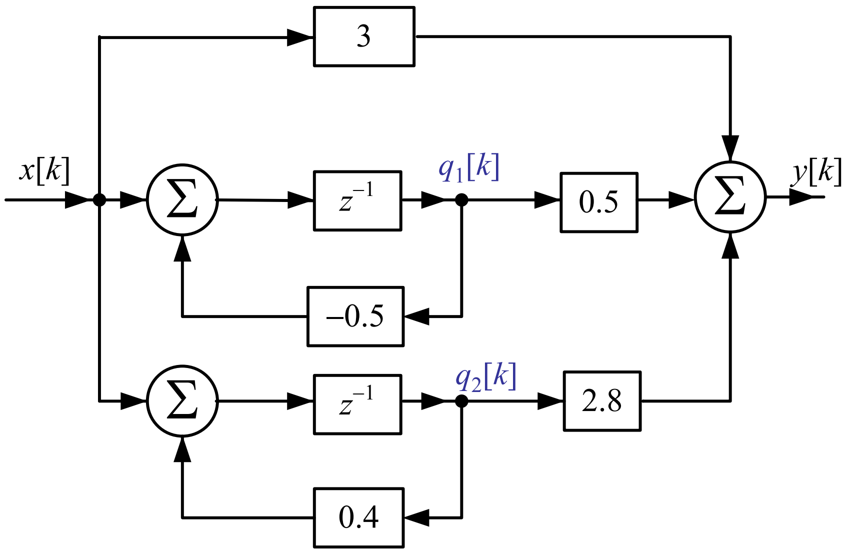
$$y[k] = \begin{bmatrix} 1.4 & -0.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1[k] \\ q_2[k] \end{bmatrix} + 3x[k]$$

由系统函数建立状态方程和输出方程

(3) 并联型框图

$$H(z) = 3 + \frac{0.5z^{-1}}{1+0.5z^{-1}} + \frac{2.8z^{-1}}{1-0.4z^{-1}}$$

选取延迟器输出端为系统的状态变量$q_1[k]$和$q_2[k]$：



状态方程和输出方程：

$$q_1[k+1] = -0.5q_1[k] + x[k]$$

$$q_2[k+1] = 0.4q_2[k] + x[k]$$

$$y[k] = 0.5q_1[k] + 2.8q_2[k] + 3x[k]$$

由系统函数建立状态方程和输出方程

(3) 并联型框图

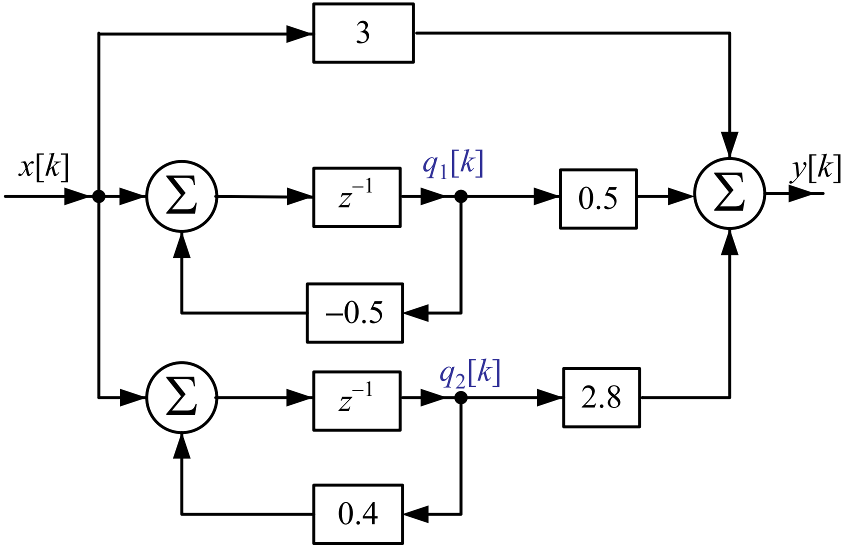
$$H(z) = 3 + \frac{0.5z^{-1}}{1+0.5z^{-1}} + \frac{2.8z^{-1}}{1-0.4z^{-1}}$$

状态方程的矩阵形式

$$\begin{bmatrix} q_1[k+1] \\ q_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1[k] \\ q_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} x[k]$$

输出方程的矩阵形式

$$y[k] = \begin{bmatrix} 0.5 & 2.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1[k] \\ q_2[k] \end{bmatrix} + 3x[k]$$



由系统函数建立状态方程和输出方程

由**系统函数**画出离散系统的模拟框图；

由**模拟框图**建立系统的状态方程和输出方程。

不同结构的模拟框图，得到的状态方程和输出方程不同。

离散时间系统状态方程和输出方程的建立

谢　谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！