北京交通大学

信号与系统

主讲人：陈后金

电子信息工程学院

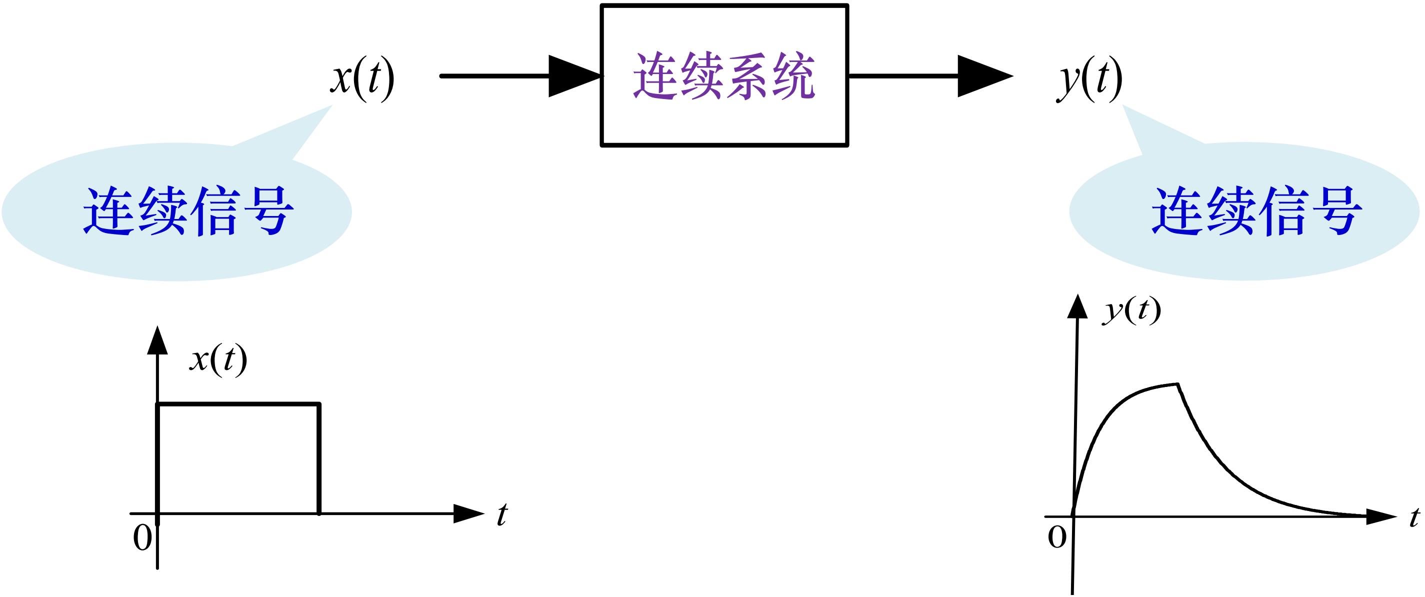
线性非时变系统的时域描述

- 连续时间LTI系统的时域描述

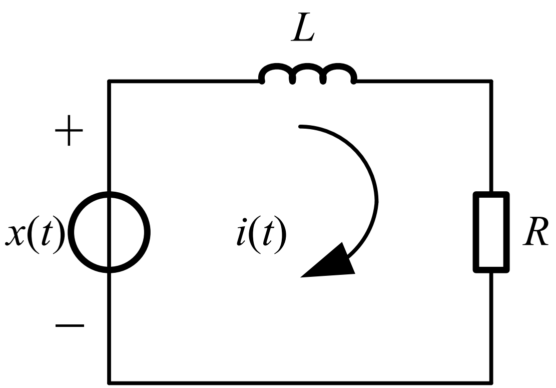
- 离散时间LTI系统的时域描述

1.连续时间LTI系统的时域描述

连续时间系统



1.连续时间LTI系统的时域描述



LR电路

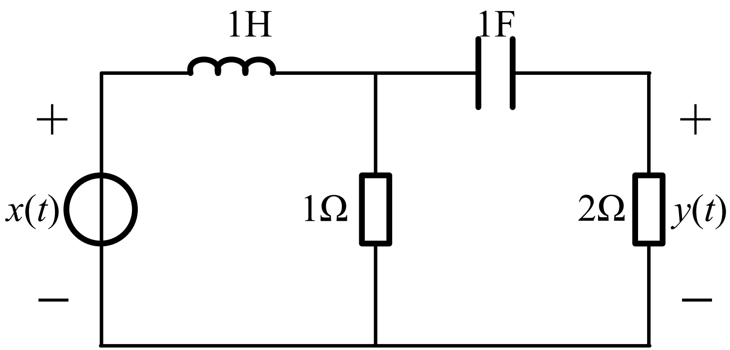
输入：$x(t)$；输出：$i(t)$

根据KVL，可得

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}+Ri(t)=x(t)$$

LR电路可由一阶微分方程描述

1.连续时间LTI系统的时域描述



LRC电路

输入：$x(t)$；输出：$y(t)$

根据电路基本理论，可得：

$$3\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2}+3\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+y(t)=2\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$$

LRC电路用由二阶微分方程描述

1.连续时间LTI系统的时域描述

连续时间LTI系统一般用线性常系数微分方程描述，即

$$y^{(n)}(t)+a_{n-1}y^{(n-1)}(t)+\cdots+a_1y'(t)+a_0y(t)$$
$$=b_mx^{(m)}(t)+b_{m-1}x^{(m-1)}(t)+\cdots+b_1x'(t)+b_0x(t)$$

1.连续时间LTI系统的时域描述

连续LTI系统具有线性特性和非时变特性，因此具有：

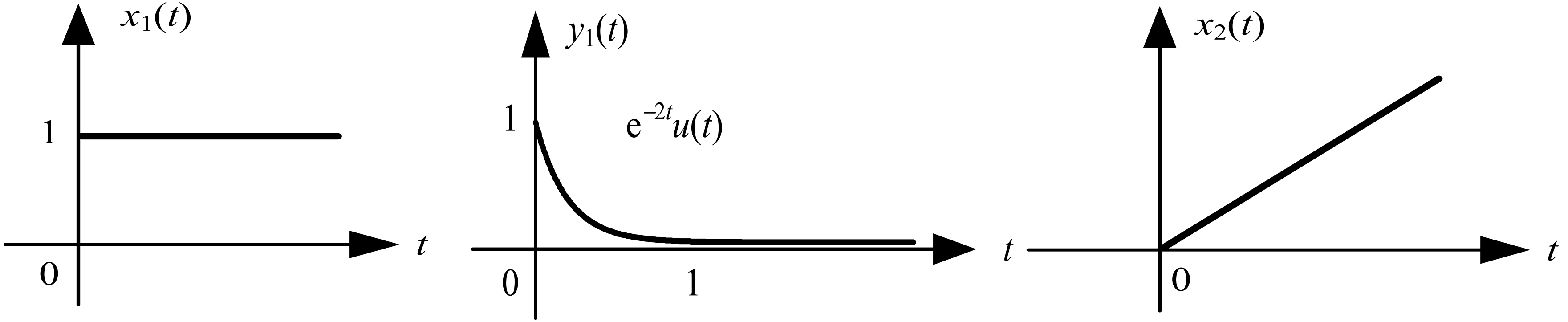
※ 微分特性

若 $x(t) \longrightarrow y(t)$ 　则 $\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} \longrightarrow \dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}$

※ 积分特性

若 $x(t) \longrightarrow y(t)$ 　则 $\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\mathrm{d}\tau \longrightarrow \int_{-\infty}^{t} y(\tau)\mathrm{d}\tau$

[例] 已知连续时间LTI系统在$x_1(t)$激励下产生的响应为$y_1(t)$，试求该系统在$x_2(t)$激励下产生的响应$y_2(t)$。



解： 从$x_1(t)$和$x_2(t)$图形可以看得出，$x_2(t)$与$x_1(t)$存在以下关系

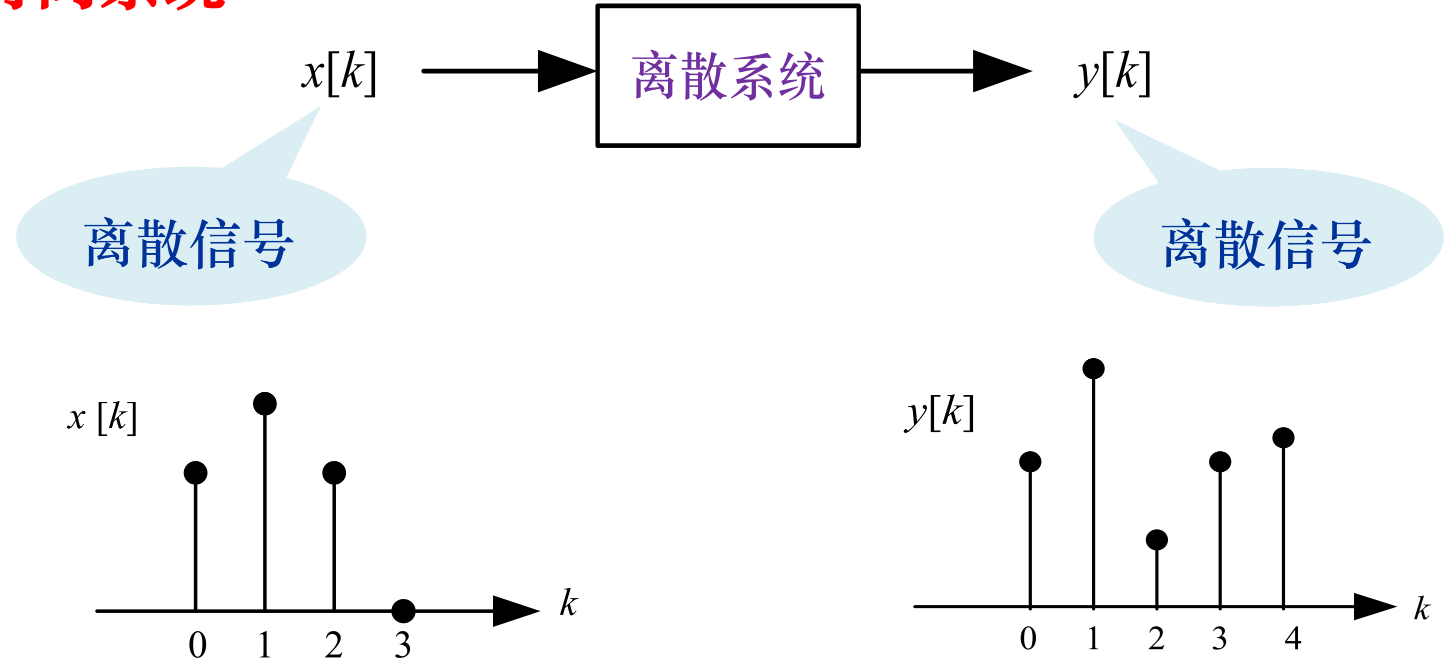
$$x_2(t) = x_1^{(-1)}(t) = \int_{-\infty}^{t} x_1(\tau)\mathrm{d}\tau$$

因此，$y_2(t)$与$y_1(t)$之间也存在同样的关系

$$y_2(t) = y_1^{(-1)}(t) = \int_{-\infty}^{t} y_1(\tau)\mathrm{d}\tau = 0.5(1-\mathrm{e}^{-2t})u(t)$$

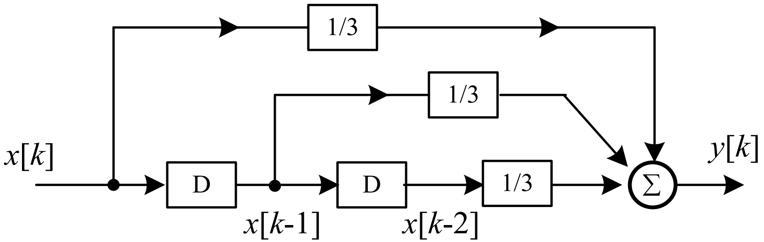
2.离散时间 LTI系统的时域描述

离散时间系统



2.离散时间LTI系统的时域描述

滑动平均系统

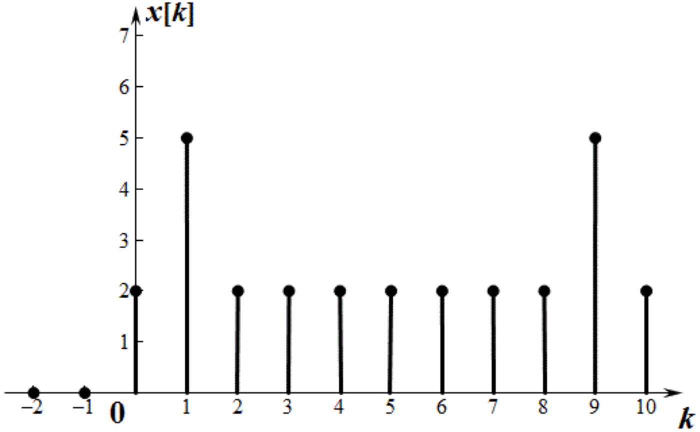


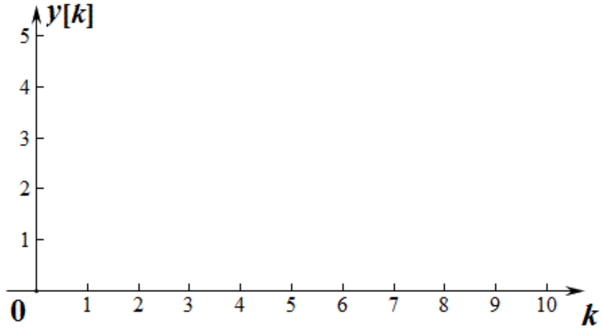
3点滑动平均系统

$$y[k]=\frac{1}{3}\{x[k]+x[k-1]+x[k-2]\}$$

(其中$x[-2]=0$，$x[-1]=0$)

离散系统由差分方程描述





2.离散时间LTI系统的时域描述

离散时间LTI系统一般用线性常系数差分方程描述

$$a_0 y[k]+a_1 y[k-1]+\cdots+a_{n-1} y[k-n+1]+a_n y[k-n]$$
$$=b_0 x[k]+b_1 x[k-1]+\cdots+b_{m-1} x[k-m+1]+b_m x[k-m]$$

或简写成 $$\sum_{i=0}^{n} a_i y[k-i]=\sum_{j=0}^{m} b_j x[k-j]$$

其中：$a_i\,(i=0,1,\cdots n), b_j\,(j=0,1,\cdots,m)$

例: 利用M点的滑动平均系统滤除信号噪声。

解：M点的滑动平均系统的输入-输出关系为

$$y[k]=\frac{1}{M}\sum_{n=0}^{M-1}x[k-n]$$

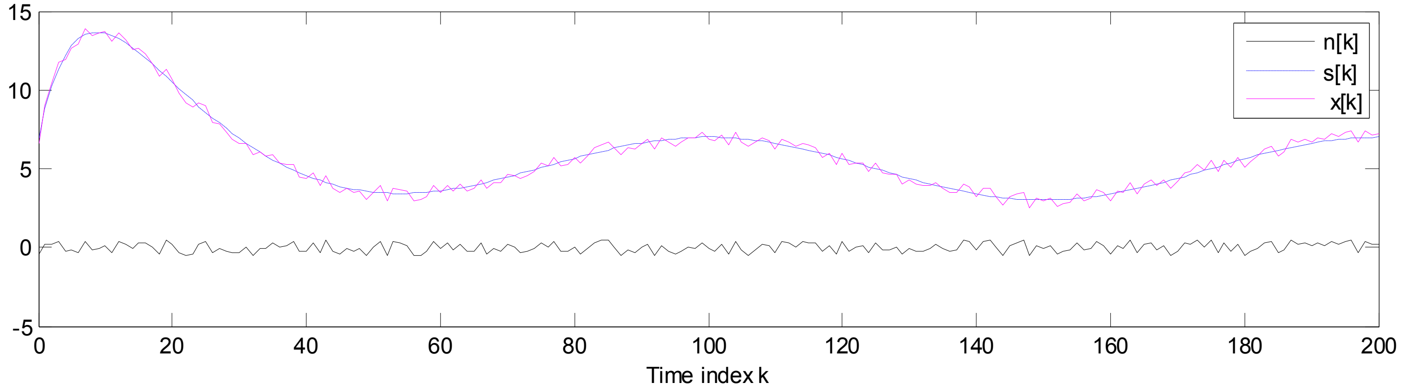
原始信号: $s[k]=5+2\cos(0.02\pi k)+(2k)0.9^k$

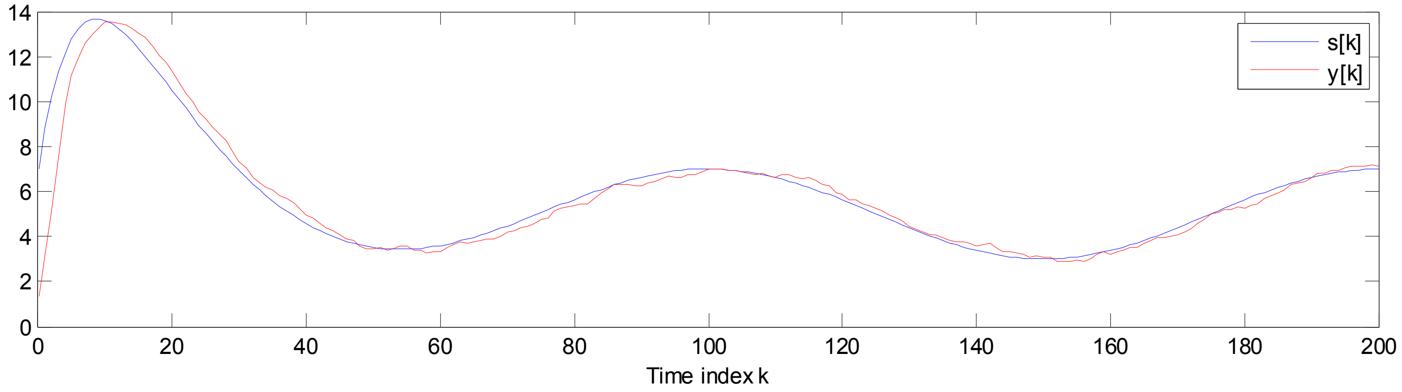
噪声信号: $n[k]$

加噪信号: $x[k]=s[k]+n[k]$

利用M点的滑动平均系统从信号$x[k]$中滤除噪声信号$n[k]$

例: 利用M点的滑动平均系统滤除信号噪声。





例: 利用*M*点的滑动平均系统滤除信号噪声。

```
% Signal Smoothing by Moving Average Filter
N = 201;
n = 1.0*rand(1,N)-0.5;
k=0:N-1;
s=2*k.*(0.9.^k)+2.0*cos(0.02*pi*k)+5.0;
x=s+n;
subplot(2,1,1);
plot(k,n,'k-', k,s,'b--', k,x,'m-');
xlabel('Time index k');  legend('n[k]','s[k]', ' x[k]');
M =5;  b = ones(M,1)/M;   a =[1];
y = filter(b,a,x);
subplot(2,1,2);
plot(k,s,'b-', k,y,'r-');
xlabel('Time index k');  legend('s[k]','y[k]');
```

2.离散时间LTI系统的时域描述

离散LTI系统具有线性特性和非时变特性，因此具有:

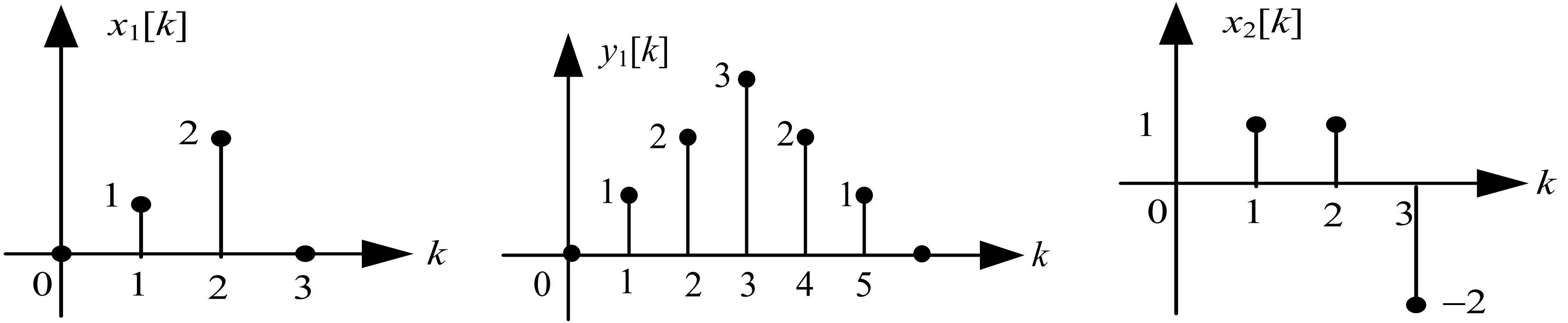
※ 差分特性

若 $x[k] \longrightarrow y[k]$ 则 $\nabla x[k] \longrightarrow \nabla y[k]$

※ 求和特性

若 $x[k] \longrightarrow y[k]$ 则 $\sum_{n=-\infty}^{k} x[n] \longrightarrow \sum_{n=-\infty}^{k} y[n]$

[例] 已知离散时间LTI系统在$x_1[k]$激励下产生的响应为$y_1[k]$，试求该系统在$x_2[k]$激励下产生的响应$y_2[k]$。



解： 从$x_1[k]$和$x_2[k]$图形可以看得出，$x_2[k]$与$x_1[k]$存在以下关系

$$x_2[k] = \nabla x_1[k] = x_1[k] - x_1[k-1]$$

因此，$y_2[k]$与$y_1[k]$之间也存在同样的关系

$$y_2[k] = \nabla y_1[k] = y_1[k] - y_1[k-1] = \{1,1,1,-1,-1,-1; k = 1,2,3,4,5,6\}$$

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！