北京交通大学

主讲人：陈后金

电子信息工程学院

连续时间LTI系统响应求解举例

[例] 描述某连续时间LTI系统的微分方程为

$$y''(t)+7y'(t)+12y(t)=x(t),\quad t\geq 0$$

激励信号$x(t)=u(t)$， 初始状态$y(0^-)=1$ ，$y'(0^-)=2$ 。

试求:

(1) 系统的零输入响应$y_{zi}(t)$;

(2) 冲激响应 $h(t)$;

(3) 系统的零状态响应$y_{zs}(t)$;

(4) 系统的完全响应 $y(t)$;

(5) 判断系统是否稳定。

连续时间LTI系统响应求解举例

[例] 描述某连续时间LTI系统的微分方程为

$$y''(t)+7y'(t)+12y(t)=x(t),\quad t\geq 0$$

激励信号$x(t)=u(t)$， 初始状态$y(0^-)=1$ ，$y'(0^-)=2$ 。

解：(1) 系统的零输入响应$y_{zi}(t)$

特征方程 $s^2+7s+12=0$

特征根为$s_1=-3,\ s_2=-4$ $\Rightarrow$ $y_{zi}(t)=K_1e^{-3t}+K_2e^{-4t},\quad t\geq 0^-$

代入初始状态，$y(0^-)=K_1+K_2=1$ $\Rightarrow$ $K_1=6,\ K_2=-5$

$$y'(0^-)=-3K_1-4K_2=2$$

$$y_{zi}(t)=6e^{-3t}-5e^{-4t},t\geq 0^-$$

连续时间LTI系统响应求解举例

[例] 描述某连续时间LTI系统的微分方程为

$$y''(t)+7y'(t)+12y(t)=x(t),\quad t\geq 0$$

激励信号$x(t)=u(t)$， 初始状态$y(0^{-})=1$ ，$y'(0^{-})=2$ 。

解：(2)系统的冲激响应$h(t)$ $h''(t)+7h'(t)+12h(t)=\delta(t)$

利用冲激平衡法，设$h(t)$的形式为 $h(t)=(A\mathrm{e}^{-3t}+B\mathrm{e}^{-4t})u(t)$

代入$h''(t)+7h'(t)+12h(t)=\delta(t)$，

求得待定系数$A=1$，$B=-1$。可得冲激响应为

$$h(t)=(\mathrm{e}^{-3t}-\mathrm{e}^{-4t})u(t)$$

连续时间LTI系统响应求解举例

[例] 描述某连续时间LTI系统的微分方程为

$$y''(t)+7y'(t)+12y(t)=x(t),\quad t\geq 0$$

激励信号$x(t)=u(t)$， 初始状态$y(0^{-})=1$，$y'(0^{-})=2$。

解：(3) 系统的零状态响应

零状态响应等于系统输入信号与冲激响应的卷积

$$y_{zs}(t)=x(t)*h(t)=u(t)*(\mathrm{e}^{-3t}-\mathrm{e}^{-4t})u(t)$$

$$=(\frac{1}{12}-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-3t}+\frac{1}{4}\mathrm{e}^{-4t})u(t)$$

连续时间LTI系统响应求解举例

[例] 描述某连续时间LTI系统的微分方程为

$$y''(t)+7y'(t)+12y(t)=x(t),\quad t\geq 0$$

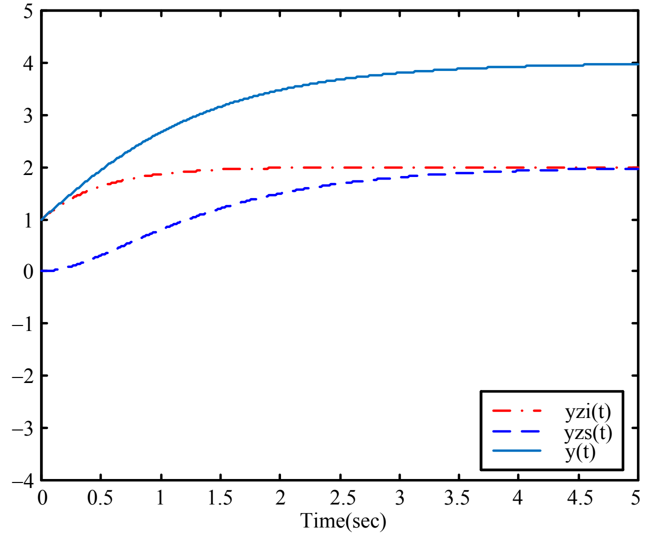
激励信号$x(t)=u(t)$， 初始状态$y(0^{-})=1$，$y'(0^{-})=2$。

解：(4) 系统的完全响应为

$$y(t)=y_{zi}(t)+y_{zs}(t)$$

$$=\frac{1}{12}+\frac{17}{3}e^{-3t}-\frac{19}{4}e^{-4t},\quad t>0$$

$y_{zi}(t)$，$y_{zs}(t)$和$y(t)$的波形如右图所示。



连续时间LTI系统响应求解举例

[例] 描述某连续时间LTI系统的微分方程为

$$y''(t)+7y'(t)+12y(t)=x(t),\quad t\geq 0$$

激励信号$x(t)=u(t)$， 初始状态$y(0^-)=1$，$y'(0^-)=2$。

解：(4) 系统的完全响应为

$$y(t)=y_{zi}(t)+y_{zs}(t)=\frac{1}{12}+\frac{17}{3}e^{-3t}-\frac{19}{4}e^{-4t},\quad t>0$$

$$\begin{cases} y_{固有}(t)=\dfrac{17}{3}e^{-3t}-\dfrac{19}{4}e^{-4t}, & t>0 \\ y_{强迫}(t)=\dfrac{1}{12}, & t>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{暂态}(t)=\dfrac{17}{3}e^{-3t}-\dfrac{19}{4}e^{-4t}, & t>0 \\ y_{稳态}(t)=\dfrac{1}{12}, & t>0 \end{cases}$$

连续时间LTI系统响应求解举例

[例] 描述某连续时间LTI系统的微分方程为

$$y''(t)+7y'(t)+12y(t)=x(t),\quad t\geq 0$$

激励信号$x(t)=u(t)$， 初始状态$y(0^{-})=1$，$y'(0^{-})=2$。

解：(5) 判断系统是否稳定

该连续时间LTI系统的冲激响应为

$$h(t)=\mathrm{e}^{-3t}u(t)-\mathrm{e}^{-4t}u(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}|h(\tau)|\mathrm{d}\tau=\int_{0}^{\infty}(\mathrm{e}^{-3t}-\mathrm{e}^{-4t})\mathrm{d}\tau=1/12<\infty$$

该连续时间LTI系统为稳定系统

连续时间LTI系统响应求解举例

[例] 若例题中激励信号改变为 $x_1(t)=0.5u(t-1)$，重求系统的零输入响应 $y_{zi}(t)$、零状态响应 $y_{zs}(t)$ 和完全响应 $y(t)$。

解： 由于系统的初始状态未变，

故系统的零输入响应不变，即

$$y_{zi}(t)=6e^{-3t}-5e^{-4t},\quad t\ge 0^-$$

激励信号 $x_1(t)=0.5u(t-1)=0.5x(t-1)$

利用系统的线性特性和非时变特性，

可得系统的零状态响应为

$$y_{1zs}(t)=0.5y_{zs}(t-1)=\left(\frac{1}{24}-\frac{1}{6}e^{-3(t-1)}+\frac{1}{8}e^{-4(t-1)}\right)u(t-1)$$

连续时间LTI系统响应求解举例

[例] 若例题中激励信号改变为$x_1(t)=0.5u(t-1)$，重求系统的零输入响应$y_{zi}(t)$、零状态响应$y_{zs}(t)$和完全响应$y(t)$。

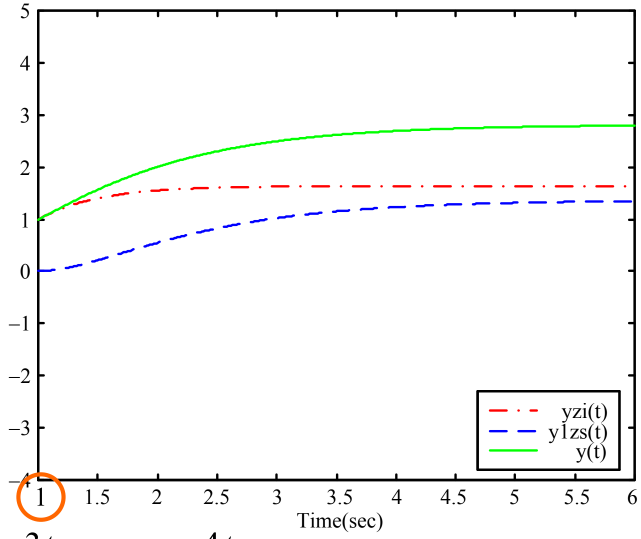
解：系统的零输入响应

$$y_{zi}(t)=6e^{-3t}-5e^{-4t},\quad t\ge 0^-$$

系统的零状态响应

$$y_{1zs}(t)=(\frac{1}{24}-\frac{1}{6}e^{-3(t-1)}+\frac{1}{8}e^{-4(t-1)})u(t-1)$$

$$y(t)=y_{zi}(t)+y_{1zs}(t)$$



$$=(\frac{1}{24}-\frac{1}{6}e^{-3(t-1)}+\frac{1}{8}e^{-4(t-1)})u(t-1)+6e^{-3t}-5e^{-4t},\quad t>0$$

连续时间LTI系统响应求解举例

总结：

1. 连续时间LTI系统的时域分析给出了连续时间LTI系统的时域描述。

2. 连续时间LTI系统的时域分析揭示了信号与系统在时域相互作用的机理。

3. 连续时间LTI系统的时域分析是以连续时间信号的时域分析为基础。

连续时间LTI系统响应求解举例

谢　谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事、同行、朋友的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！