

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

LABORATORIO DI FISICA II

## **Circuiti RLC**

AUTORI - GRUPPO A02

Appoloni Alberto

Malvezzi Alberto

22 dicembre 2020

## 1 Introduzione

Nella prima parte dell'esperienza si analizza il decadimento all'equilibrio in un circuito RL: la tensione  $V$  decade secondo la curva esponenziale

$$V(t) = \varepsilon e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove  $\varepsilon$  è la tensione all'equilibrio,  $t$  sono gli istanti di tempo e  $\tau = \frac{L}{R}$  è la costante di tempo del circuito. Usando diverse  $R$  otteniamo curve di scarica  $V(t)$  attraverso le quali arriviamo a stimare il valore dell'induttanza dell'induttore  $L$ .

Nella seconda parte dell'esperienza costruiamo un filtro RLC per il quale vale il modello

$$H(\omega) = \frac{V_{OUT}(\omega)}{V_{IN}(\omega)} \cdot e^{j\Delta\Phi}$$

dove  $\omega$  è la frequenza. Usando due resistenze differenti e cambiando la frequenza, otteniamo la funzione di trasferimento  $H(\omega)$ , quindi si costruisce il diagramma di Bode per il filtro e lo si confronta con il modello. Per valutare la capacità parassita dell'induttore  $C_L$  cerchiamo la frequenza di risonanza del circuito in assenza del condensatore  $C$  utilizzando una resistenza  $R$  molto grande.

## 2 Materiali e acquisizione dati

### 2.1 Materiali disponibili

I materiali da utilizzare sono: breadbord, elementi di circuito, oscilloscopio, condensatore da 6.8 nF (valore nominale), induttore con induttanza da stimare nell'esperienza, 5 resistenze per la parte A dai valori nominali di 390  $\Omega$ , 1000  $\Omega$ , 820  $\Omega$ , 470  $\Omega$  e 270  $\Omega$ , 2 resistenze per la parte B da valori nominali di 6.9 k $\Omega$  e 100 k $\Omega$ .

## 2.2 Procedure operativa

Figura 1

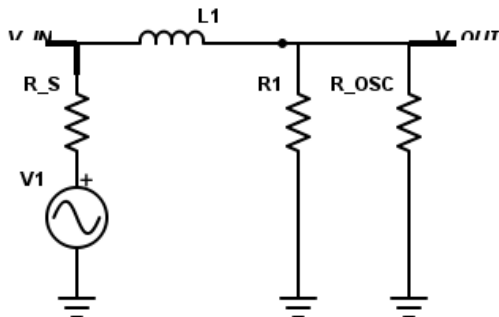
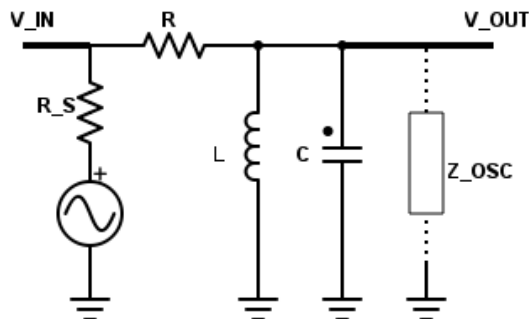


Figura 2



### 2.2.1 Parte A: circuito RL

Si misura il valore di resistenza dell'induttore  $R_L$  con il DMM:  $R_L = 0.97 \, \Omega$ . Si monta il circuito come in figura 1. Prestare attenzione alla connessione tra breadboard e bobina: i contatti sono delicati e possono generare resistenze parassite rilevanti nell'acquisizione delle misure.

Si scelgono le resistenze  $R$  con il seguente criterio: il  $\tau \approx \frac{L}{R}$  deve essere nell'intervallo  $10\text{-}20 \, \mu\text{s}$  (si supponga un valore di  $L$  di  $5\text{-}10 \, \text{mH}$ ).

Si imposta come segnale d'ingresso un'onda quadra  $0 - V_0$  con  $V_0 = 2 \, \text{V}$ , verificando che la corrente massima che può scorrere  $I_{MAX} = \frac{V_0}{R}$  non possa dissipare una potenza superiore a  $0.25 \, \text{W}$  o danneggi la bobina (di diametro  $315 \, \mu\text{m}$  con densità massima di corrente  $4 \, \text{A/mm}^2$ ). Si acquisiscono 6 forme d'onda di scarica per ogni resistenza. Infine, si misurano con il DMM i valori di resistenza:  $R_1 = 381 \pm 1 \, \Omega$ ,  $R_2 = 987 \pm 1 \, \Omega$ ,  $R_3 = 460 \pm 1 \, \Omega$ ,  $R_4 = 820 \pm 1 \, \Omega$ ,  $R_5 = 269 \pm 1 \, \Omega$ . Si considera un'incertezza  $\sigma_{\Delta V}$  sui valori di  $\Delta V$  misurati pari al 2% del valore misurato.

### 2.2.2 Parte B: Filtro passa banda RLC

Si monta il circuito RLC come in figura 2 prestando attenzione ai contatti tra la bobina e la breadboard. Si scelgono due valori di resistenze nell'intervallo tra  $1 \, \text{k}\Omega$  e  $100 \, \text{k}\Omega$ . Si scelgono così due resistenze, da  $6.9 \, \text{k}\Omega$  e  $100 \, \text{k}\Omega$  rispettivamente. Si effettuano 12 misure del modulo e della fase relativa  $\tilde{V}_{IN}$  e  $\tilde{V}_{OUT}$  effettuate a diverse frequenze nell'intervallo tra  $10 \, \text{Hz}$  e  $100 \, \text{kHz}$ . Infine si misura la funzione di trasferimento del filtro passa banda. Nella raccolta delle misure si presti maggior attenzione a ottenere punti vicino alla fase di risonanza per poter confrontare la frequenza  $f_0$ , l'altezza del picco ( $|H(f_0)|$ ) e la sua larghezza  $\Delta f$ . Infine si ripete

la misura della frequenza di risonanza in assenza del condensatore C, in modo da poter poi stimare in seguito la capacità parassita del circuito,  $C_L$ .

### 3 Risultati e discussione

#### 3.1 Circuito RL

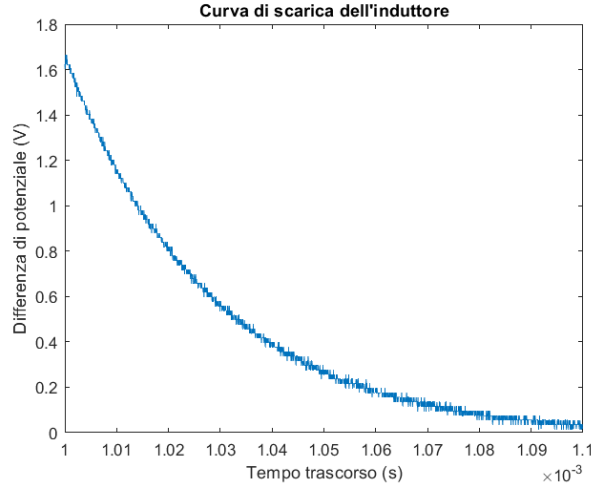


Figura 3

Dal grafico (Figura 3) della curva di scarica dell'induttore, per la resistenza di  $269 \pm 1 \, \Omega$ ,  $V_{OUT}$  in funzione del tempo, si può notare qualitativamente un andamento esponenziale. Si graficano quindi i punti con relativa regressione lineare di  $1/\tau$  in funzione di R.

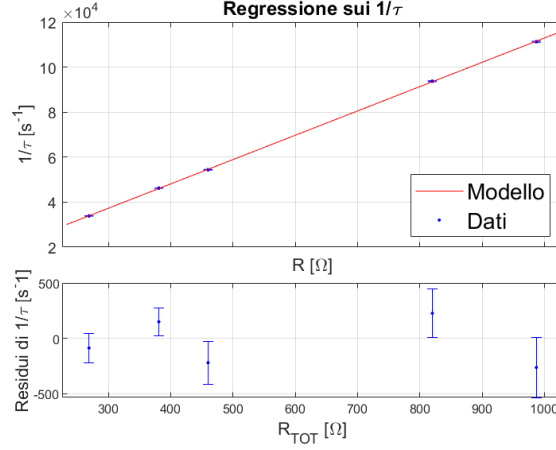


Figura 4: regressione lineare di  $1/\tau$  in funzione di  $R$

Qualitativamente si nota un buon accordo tra i punti sperimentali e il modello. I residui non mostrano particolari strutture. Per avere una conferma quantitativa si effettua il test del  $\chi^2$ :  $\chi^2/3=1.7$ . Con una affidabilità pari a  $2\sigma$  l'intervallo di accettazione è  $[0.3-9.0]$ , pertanto il test ha avuto esito positivo. Da ciò si può evincere che i dati sperimentali presentano un buon accordo con il modello dato dalla regressione lineare. Si ricava quindi  $L=\frac{1}{m}=9.25\pm0.03$  mH e  $R_s = \frac{b}{m}=45\pm2\Omega$ , dove  $\sigma_l = \frac{\sigma_m}{m^2}$   $\sigma_{R_s} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{m}\right)^2 + \left(\frac{b \cdot \sigma_m}{m^2}\right)^2}$ ,  $m$  è il coefficiente angolare della retta e  $b$  l'intercetta verticale. Si nota che  $R_s$  è compatibile con  $R_{s-nom} = 50 \Omega$  a meno di  $3\sigma$ .

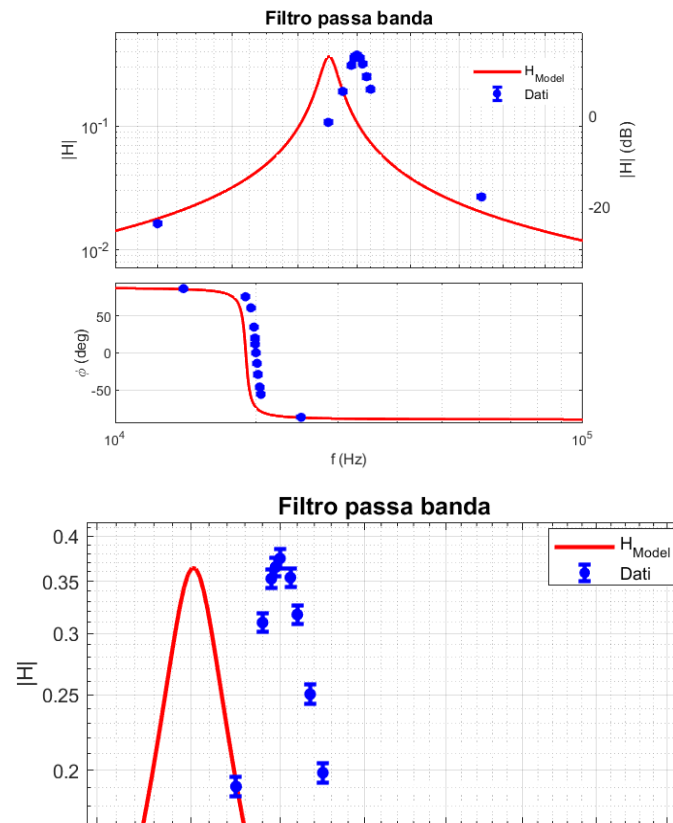
### 3.2 Filtro RLC

Si riporta il diagramma di Bode previsto dal modello del filtro RLC per la resistenza da 100 kΩ, induttanza di  $L=9.25\pm0.03$  mH e condensatore da  $C=7.2\pm0.1$  pF insieme ai punti ottenuti sperimentalmente in laboratorio (Figura 5). Riportiamo anche il rispettivo zoom nella zona di risonanza.

Si nota visibilmente uno scarso accordo tra il modello e i dati: per risolvere il problema, ricaviamo  $L_{eff}$  invertendo la formula

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{eff}(C + C_L + C_{OSC})}}$$

dove  $f_0=20$  kHz è la frequenza di risonanza osservata sperimentalmente,  $C_L = 155$  pF è la capacità dell'induttore e  $C_{OSC} = 128$  pF è la capacità di oscilloscopio e



Figutra 5: diagramma di Bode per filtro RLC,  $R = 100 \text{ k}\Omega$  e relativo zoom intorno alla risonanza

cavi coassiali. Otteniamo  $L_{eff} = 8.46$  mH. Si ipotizza anche una piccola resistenza parassita in serie dovuta all'induttore,  $R_L = 0.97 + 8.46 = 9.43 \Omega$  (resistenza misurata sperimentalmente +  $100 \Omega$  di resistenza per 100 mH di induttanza). Sostituendo questi valori osserviamo un accordo migliore con i dati, come riportato in appendice dai grafici.

Si ipotizza che l'induttanza misurata nella prima parte dell'esperienza sia poco consistente con il valore vero di  $L$  perché contiene delle induttanze parassite, le quali sono prodotte dai componenti circuitali del circuito RL a basse resistenze. Un altro motivo dello scarso accordo potrebbe essere dovuto al fatto che allontanandosi dalla frequenza di banda la differenza di potenziale misurata è molto piccola. Di conseguenza, il rumore prodotto dall'oscilloscopio diventa rilevante e altera sostanzialmente le misure di d.d.p..

Le medesime conclusioni si possono trarre per il circuito RLC con  $R$  da  $6.9 \text{ k}\Omega$ , dove però le differenze notate sono minori (Figura 6 - Appendice).

## 4 Conclusione

La regressione lineare ottenuta per  $\frac{1}{\tau}$  risulta compatibile qualitativamente e quantitativamente con la curva di scarica del condensatore. Il valore dell'induttanza dell'induttore è  $L = 9.25 \pm 0.03$  mH, la resistenza ottenuta per il generatore d'onda è  $R_S = 45 \pm 2 \Omega$ , compatibile con quella nominale entro  $3\sigma$ .

Il diagramma di Bode ottenuto sperimentalmente non corrisponde alla previsione teorica del modello: supponiamo che questo sia dovuto a induttanze parassite che alterano il risultato di induttanza della regressione per basse resistenze ed a rumori dell'oscilloscopio. Con le dovute correzioni di  $L_{eff} = 8.46$  mH e resistenza dell'induttore  $R_L = 9.43 \Omega$  il modello è corretto e rappresenta meglio i dati ottenuti.

## 5 Appendice

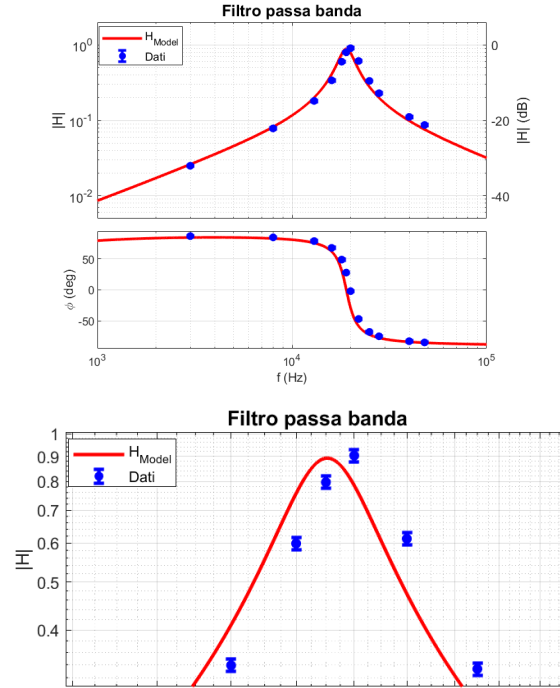
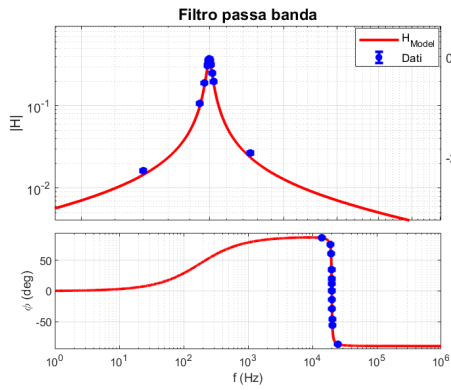
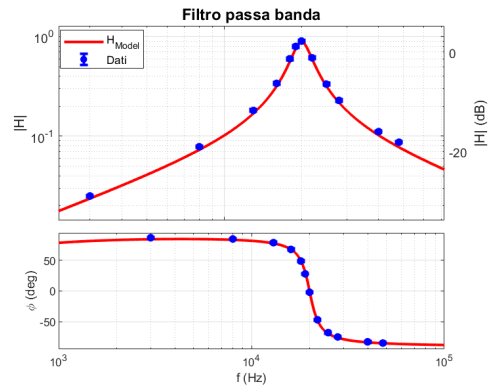


Figura 6: Diagramma di Bode per filtro RLC,  $R = 6.9 \text{ k}\Omega$  e relativo zoom intorno alla risonanza

### 5.1 Correzione dei filtri RLC



Correzione sperimentale del diagramma di Bode per il filtro RLC da  $100 \text{ k}\Omega$



Correzione sperimentale del diagramma di Bode per il filtro RLC da  $6.9 \text{ k}\Omega$