

Amplificatori operazionali

Appoloni Alberto, Cisamolo Anna
(Dated: October 2021)

I. INTRODUZIONE

L'obiettivo delle esperienze sotto riportate è lo studio del comportamento degli amplificatori operazionali in varie configurazioni.

II. MATERIALI

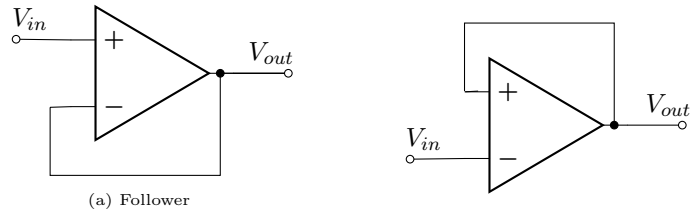
- 1 op-amp uA741;
- 1 op-amp OP07;
- 3 capacità da 100 nF;
- 1 capacità da 10 nF
- resistenze
 - 1 da 100 Ω
 - 2 da 1 k Ω
 - 2 da 10 k Ω
 - 2 da 100 k Ω
 - 1 da 1 M Ω
 - 1 da 10 M Ω
- 1 trimmer da 1 k
- 1 diodo 1N4001;
- breadboard
- cavi e cavetti

III. SVOLGIMENTO E ANALISI

Per prima cosa prepariamo l'amplificatore operazionale. Connettiamo ai pin di alimentazione un segnale di corrente continua di $\pm 12V$, avendo cura di limitare ciascun ramo dell'alimentatore a 20mA. Per salvaguardare il circuito, inoltre, montiamo in parallelo ad ogni ingresso di alimentazione un condensatore da 100nF.

Visualizziamo come prima configurazione il comportamento dell'Op-Amp senza carichi, ma inserendo solo un filo, che approssimiamo di resistenza nulla, che operi la retroazione. Come schematizzato nei circuiti di figura 1, in un caso, per attuare la retroazione, connettiamo l'ingresso

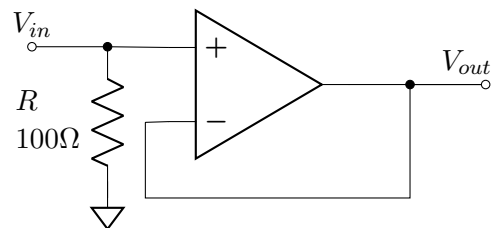
invertente all'output, collegando invece il segnale in ingresso all'ingresso non invertente. Nella configurazione successiva scambiamo i ruoli degli ingressi invertente e non invertente. Inseriamo come V_{in} una sinusoide di frequenza $f = 1kHz$ ed ampiezza picco-picco 1V.



Circuit 1: Amplificatore operazionale

Pur essendo i due circuiti molto simili, i segnali in uscita ottenuti sono opposti: mentre nel primo caso (Figura 1a) il segnale in uscita è identico a quello in ingresso (e per questo questa configurazione viene chiamata follower), nel secondo caso ciò che otteniamo è una differenza di potenziale costante e negativa.

Vediamo ora il comportamento dell'amplificatore in presenza di carichi. Inseriamo una resistenza da 100 Ω in parallelo all'input, come mostrato in figura 2. Notiamo



Circuit 2: Resistenza in parallelo all'input

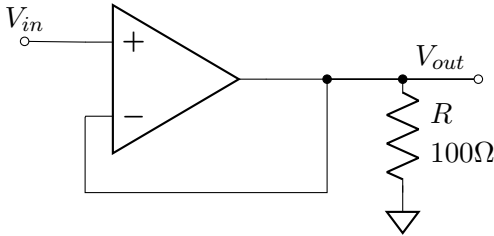
che sia il segnale in uscita che quello in entrata vengono attenuati: pur inserendo nel circuito un segnale $V_{in}^{pp} = 1V$ sull'oscilloscopio leggiamo su entrambi i canali una differenza di potenziale V_{pp} pari a circa 600mV. Tuttavia il segnale in uscita è perfettamente coincidente con quello in ingresso. Questo risultato è in linea con le nostre aspettative se ammettiamo che la resistenza in entrata dell'amplificatore operazionale Z_{in}^{ao} è infinita: il parallelo tra la resistenza R e la Z_{in}^{ao} , infatti, crea un partitore con la resistenza interna del generatore di funzioni r_s , andando così a diminuire l'ampiezza del segnale. Assumendo

una resistenza interna del generatore pari a $r_s = 50\Omega$ come riportato dai data-sheet avremmo infatti che la differenza di potenziale V_{out} è:

$$V_{out} = \frac{R \parallel Z_{in}^{ao}}{(R \parallel Z_{in}^{ao}) + r_s} \cdot V_{in}$$

che, nel nostro caso, deve essere uguale a circa $600mV$. Ciò è possibile solo se Z_{in}^{ao} è molto elevata tanto da non influire sul valore del partitore. Idealmente possiamo quindi considerare Z_{in}^{ao} pari a ∞ . In questo modo il partitore da come risultato $V_{out} = 667mV$, che è circa il valore che misuriamo.

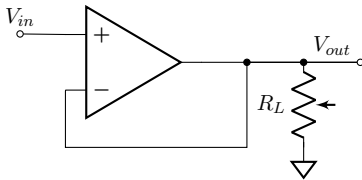
Al fine di studiare l'impedenza in uscita dell'amplificatore costruiamo il circuito di figura 3.



Circuit 3: Resistenza in parallelo all'output

In questo caso abbiamo una resistenza in parallelo all'output. In questa circostanza si viene a creare un partitore tra Z_{out}^{ao} e R . Tuttavia durante le misure non si osservano variazioni di ampiezza e i segnali sui due canali sono sovrapposti. Questo ci porta a dire che l'impedenza in uscita dell'amplificatore operazionale è approssimabile a zero. Solo così infatti $V_{in} = V_{out}$.

Sostituiamo ora alla resistenza R un trimmer da $1k\Omega$, R_L .



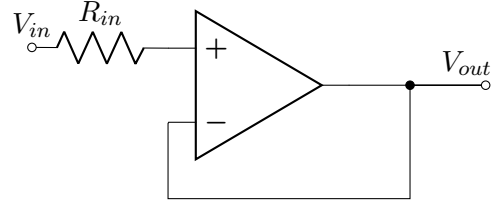
Circuit 4: Trimmer in parallelo all'output

Facendo variare la resistenza osserviamo che a partire da un dato valore di R_L il segnale viene tagliato.

Ciò lo potremmo spiegare con il fatto che gli amplificatori operazionali non permettono il passaggio di una corrente superiore ad un dato valore. Essendo V_{out} la misura della differenza di potenziale ai capi della resistenza, essa è strettamente legata al valore della corrente tramite la

legge di Ohm. Segue che se la corrente è limitata, anche la V_{out} subisce un troncamento.

Come ultimo circuito della prima esperienza montiamo la configurazione schematizzata in figura 5.

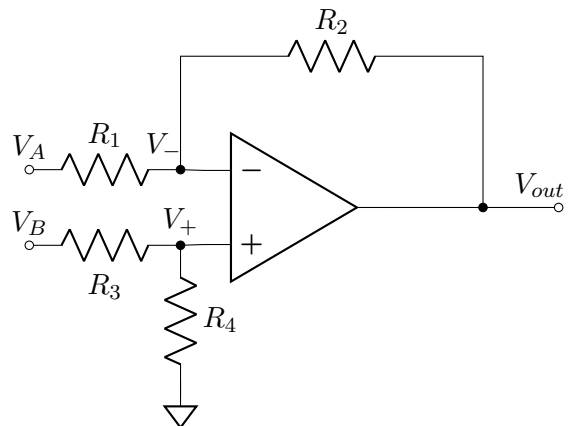


Circuit 5: Resistenza in serie

Per la prima misura scegliamo di inserire una resistenza da $1M\Omega$. Ciò che osserviamo da tale circuito è la presenza di un offset del segnale in uscita rispetto al segnale in ingresso.

La spiegazione può essere la seguente: l'amplificatore operazionale permette il passaggio solo a una corrente molto piccola ma, una volta raggiunto il suo valore massimo, costante. Inserendo una grossa resistenza in serie con l'amplificatore, la presenza di questa corrente crea una differenza di potenziale non trascurabile ai capi del resistore. Questo fatto provoca un abbassamento del segnale in ingresso all'amplificatore pari a $i \cdot R$. Poiché la caduta di potenziale sull'amplificatore operazionale è marginale, segue che $V_{out} = V_{in} - i \cdot R$. Ciò è esattamente la descrizione di un segnale sinusoidale traslato. Questa ipotesi è confermata dal fatto che aumentando la resistenza e ponendola ad esempio a $10M\Omega$, l'offset osservato aumenta come previsto dalla relazione.

Durante la seconda esperienza sviluppiamo lo studio sull'amplificatore operazionale andando ad analizzare casi particolari relativi al circuito generale rappresentato in figura 6.



Circuit 6: Circuito generico

L'analisi di un circuito contenente un amplificatore operazionale si basa sulla relazione

$$V_{out} = G(V_+ - V_-) \quad (1)$$

dove V_+ e V_- sono le tensioni in ingresso mentre G è il guadagno. Il problema si trasforma quindi nel calcolo dei valori di V_+ e V_- .

Per descrivere il circuito 6 è utile sfruttare il teorema di Millman il quale dice che la tensione in un nodo della rete è data dal rapporto tra la somma algebrica delle correnti che arrivano in quel nodo dai singoli rami, calcolate come se il potenziale al nodo fosse nullo, e la somma delle conduttanze di ogni ramo. In formule

$$V_x = \frac{\sum_j i_j}{\sum_j \frac{1}{R_j}} = \frac{\sum_j \frac{V_j}{R_j}}{\sum_j \frac{1}{R_j}}$$

Notiamo che se il nodo raccoglie solamente due rami la relazione diventa:

$$V_x = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{V_1 R_2 + V_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

Inoltre se il potenziale del secondo ramo è messo a terra la formula si riduce a:

$$V_x = \frac{V_1}{R_1 + R_2} R_2$$

che è esattamente la formula del partitore.

I nodi che ci interessa studiare nel circuito 6 sono quelli relativi ai potenziali V_+ e V_- a ciascuno dei quali giungono due rami in cui scorre corrente. Consideriamo infatti l'impedenza dell'amplificatore tale che $Z_{in}^{ao+} \gg R_3 \parallel R_4$ e $Z_{in}^{ao-} \gg R_1 \parallel R_2$. All'interno di queste approssimazioni otteniamo

$$V_+ = V_B \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

e

$$V_- = \frac{V_A R_2 + V_{out} R_1}{R_1 + R_2}$$

che unita alla relazione 1 conduce all'espressione per V_{out} :

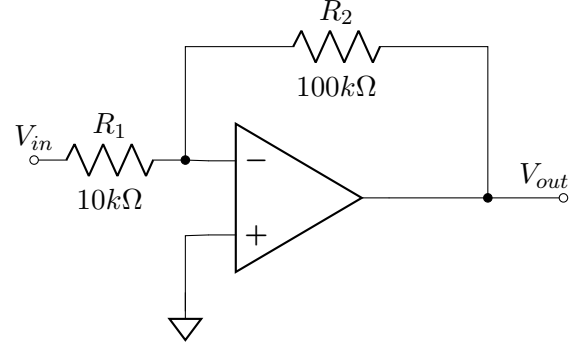
$$V_{out} = V_B \cdot \frac{R_4}{R_1} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} - V_A \cdot \frac{R_2}{R_1} \quad (2)$$

Notiamo che essa non contiene il guadagno G . Ciò è molto importante per poter ottenere una stima accurata di V_{out} , dal momento che il valore di G è estremamente variabile e non è quindi possibile stimare il suo valore in modo preciso.

Studiamo ora i vari casi sperimentati durante la seconda esperienza.

• 1° set up: Amplificatore Invertente

Il circuito a cui facciamo riferimento è quello descritto in figura 7



Circuit 7: Amplificatore Invertente

In questa configurazione abbiamo che $R_4 \simeq 0$, dal momento che l'ingresso non invertente è connesso direttamente a massa (da cui abbiamo che $V_+ = 0$) mentre $R_3 \rightarrow \infty$, poichè non esiste nessuna connessione a V_B e quindi il circuito è aperto in quel ramo. Essendo che vi è un unico segnale in ingresso al circuito denominiamo $V_A = V_{in}$. Inserendo questi dati nella formula per il V_{out} otteniamo

$$V_{out} = -V_{in} \frac{R_2}{R_1}$$

Il segnale in uscita è quindi invertito rispetto a quello in ingresso, da cui il nome di amplificatore invertente. Inoltre vediamo che è possibile modulare l'ampiezza tramite la scelta dei valori di R_1 ed R_2 .

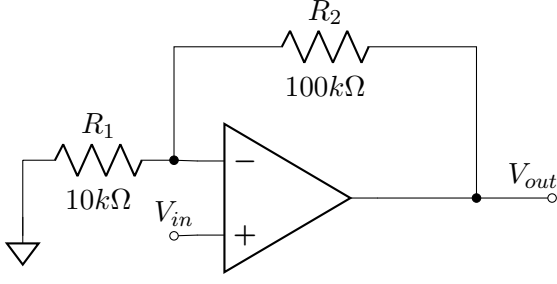
Durante l'esperienza abbiamo posto $R_1 = 10k\Omega$ e $R_2 = 100k\Omega$. Da ciò ci attendiamo un guadagno $G = -\frac{R_2}{R_1}$ pari a 10. Per verificare tale ipotesi abbiamo iniettato nel circuito un segnale V_{in} di ampiezza picco picco $V_{in}^{pp} = 1V$ (valore misurato all'oscilloscopio 1.07V). In uscita abbiamo ottenuto un segnale simmetrico al primo rispetto all'asse dei tempi e con una V_{out}^{pp} pari a 10V (valore misurato 10.15V). Osserviamo anche un piccolo offset del segnale in uscita il quale lo associamo alla presenza di agenti parassiti non tenuti in considerazione dalla nostra analisi.

• 2° set up: Amplificatore non Invertente

Il circuito ora considerato (Figura 8) è tale che $R_4 \rightarrow \infty$, $R_3 = 0$, $V_A = 0$ e $V_B = V_+ = V_{in}$.

Sostituendo tali valori della relazione 2 si ha:

$$V_{out} = V_B \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$



Circuit 8: Amplificatore non Invertente

Anche in questo caso il segnale può essere amplificato con un opportuna scelta delle resistenze R_1 ed R_2 ma questa volta il segnale non viene invertito e inoltre non può mai essere deamplificato.

Nel set up costruito in laboratorio scegliamo la resistenza R_1 ed R_2 ancora uguali a $10k\Omega$ e $100k\Omega$ e un segnale in ingresso di $V_{in}^{pp} = 1V$ (valore misurato all'oscilloscopio $1.01V$). In linea con l'aspettativa di un guadagno pari a $G = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 11$ otteniamo un V_{out} pari a $11.27V$.

- 3° set up: Amplificatore Differenziale

Per ottenere un amplificatore differenziale poniamo $R_3 = R_1 = 10k\Omega$ e $R_4 = R_2 = 100k\Omega$.

Tale set up permette di isolare e amplificare la differenza tra i segnali V^+ e V^- . Infatti con questa scelta di resistenze abbiamo:

$$V_{out} = (V_B - V_A) \frac{R_2}{R_1}$$

Questa configurazione ci permette anche di visualizzare i battimenti. Dati i due segnali in ingresso descritti dai due coseni $\cos(\omega_1 t)$ e $\cos(\omega_2 t)$, il segnale in uscita diventa

$$V_{out} = \cos(\omega_2 t) - \cos(\omega_1 t) = 2 \cdot \sin(\omega_0 t) \cdot \sin\left(\frac{\delta}{2} t\right)$$

dove abbiamo posto $\omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ e $\delta = \omega_2 - \omega_1$. Il fattore $\sin\left(\frac{\delta}{2} t\right)$ è il responsabile della presenza dei battimenti. Esso infatti impone una variazione periodica all'ampiezza del segnale in uscita, con periodo ΔT pari a metà del periodo del fattore considerato ovvero:

$$\Delta T = \frac{2\pi}{\delta} = \frac{1}{f_2 - f_1}$$

Per verificare la correttezza di questa previsione impostiamo la frequenza del primo segnale a $1kHz$, mentre consideriamo quattro diversi valori per la frequenza del secondo. Scegliamo un'ampiezza picco picco per il segnale pari $0.5V$. Esponiamo i dati trovati nella tabella I

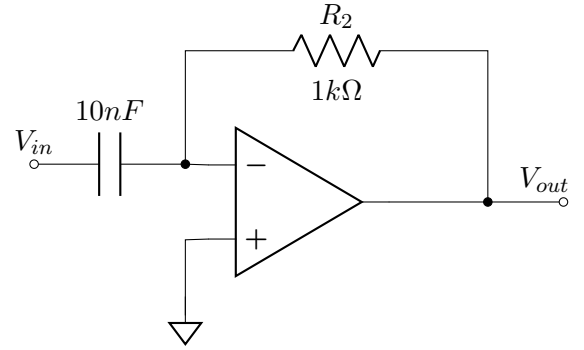
f_{in}	δ	$\Delta T_{battimento}$	$f_{battimento}$
Hz	Hz	ms	Hz
999.7	0.3	3.34	0.299
1001	1	996	1.004
1002	2	500	2
1.005	5	200	5

TABLE I: Dati battimenti

Notiamo che se la differenza tra le due frequenze è troppo elevata il fenomeno del battimento sparisce.

- 4° set up: Circuito derivatore

Studiamo poi il circuito in figura 9.



Circuit 9: Amplificatore Derivatore

L'analisi di tale circuito può avvenire tramite il passaggio alle trasformate di Laplace e l'utilizzo delle impedenze generalizzate. Sempre facendo riferimento alla notazione assunta nella figura 6, poniamo $R_3 = \infty$, $R_4 = 0$, $R_1 = \frac{1}{sC}$ con $C = 10nF$ e $R_2 = 1k\Omega$ dove l'espressione $Z_C = \frac{1}{sC}$ equivale all'impedenza del condensatore in formulazione di Laplace. In questo modo sostituendo ancora una volta nella relazione 2 otteniamo:

$$\tilde{V}_{out} = \tilde{V}_{in} \cdot \frac{R_2}{\frac{1}{sC}} = -sCR_2V_{in}$$

Riportando tutto in funzione del tempo tramite l'antitrasformata abbiamo che

$$V_{out} = -RC \frac{dV_{in}}{dt}$$

Ovvero otteniamo che il segnale in uscita è, a meno di una costante, la derivata del segnale in ingresso. Per verificare ciò inseriamo diverse forme d'onda osservando che effettivamente il segnale in uscita è esattamente la derivata di quello in ingresso.

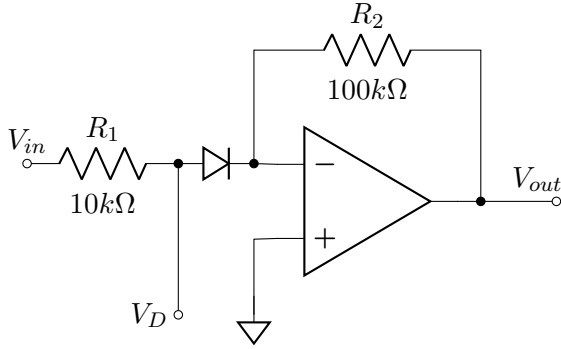
Poi utilizzando la funzione x-y dell'oscilloscopio osserviamo le figure di Lissajous associate ai due segnali. In particolare ci soffermiamo sul segnale sinusoidale. L'equazione parametrica che lega $V_{in} = X$ a $V_{out} = Y$ è pari a

$$X^2 + \frac{Y^2}{\omega RC} = 1$$

che equivale all'equazione di un'ellisse. Possiamo chiederci quale sia il valore di ω che fa in modo che l'ellisse diventi una circonferenza. Ciò accade quando i bracci dell'ellisse sono uguali, ovvero quando $\omega RC = 1$ cioè $f = \frac{1}{2\pi RC}$. Inserendo i dati del nostro circuito otteniamo che $f = 16kHz$. Immettendo nel circuito tale frequenza si può vedere infatti che la figura che appare è una circonferenza perfetta.

- 5° set up: Amplificatore a Transimpedenza

Come ultimo circuito costruiamo il set up presente in figura 10.



Circuit 10: Amplificatore a Transimpedenza

Questo circuito ci permette di misurare la curva caratteristica del diodo. Notiamo che diversamente dagli altri circuiti le differenze di potenziale che ci interessano non sono più V_{in} e V_{out} bensì V_D e V_{out} . Infatti, dal momento che l'amplificatore è collegato a massa nell'ingresso non invertente allora, anche V^- sarà uguale a zero. Segue che conoscere V_D implica immediatamente capire la differenza di potenziale ai capi del diodo mentre la misura di V_{out} ci consente di misurare la corrente che scorre nel diodo tramite la relazione:

$$V_{out} = -I_D \cdot R_2$$

dove R_2 è la resistenza sul ramo di feedback. Utilizziamo come V_{in} una sinusoide di ampiezza picco-picco 1V e una frequenza pari a 20Hz. Leggiamo i dati tramite la funzione x-y dell'oscilloscopio: per prima cosa notiamo che il diodo comincia a condurre, ovvero $V_{out} \neq 0$,

quando la differenza di potenziale ai suoi capi è pari a 395mV. Tramite i cursori poi troviamo coppie di valori appartenenti alla curva. Inseriamo in tabella II i dati raccolti e riportiamo nella figura 1 il grafico con il fit alla curva di Shockley.

Quest'ultima è data da

$$I = I_s \cdot \left(e^{40 \cdot \frac{V(V)}{n}} - 1 \right)$$

dove, nel nostro caso, il fit produce i valori di I_s e n pari a $I_s = 9 \cdot 10^{-6} \pm 8 \cdot 10^{-6}$ e $n = 2.0 \pm 0.2$

V_D	V_{out}
[mV]	[mV]
395	17.5
472	110
480	127.5
515	242.5
537.5	385

TABLE II: Dati curva i-V diodo

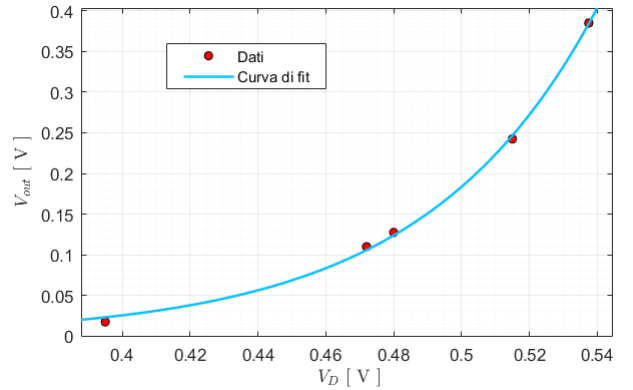


FIG. 1: Curva i-V del diodo

IV. CONCLUSIONI

Inizialmente, nella prima esercitazione, abbiamo studiato il comportamento degli amplificatori operazionali in assenza di carichi, scambiando gli ingressi invertente e non invertente. Nella prima configurazione notiamo che il V_{out} combacia con il V_{in} , mentre nel secondo circuito il V_{out} è costante e negativo. Nella seconda parte abbiamo modificato le impedenze connesse in entrata e uscita. Notiamo che nella prima configurazione il segnale viene attenuato in modo equivalente sia in input che output, ciò ci porta a concludere che la resistenza in entrata dell'amplificatore Z_{in}^{ao} è infinita. Nella seconda, i due segnali sono perfettamente sovrapposti e non c'è una variazione

dell'ampiezza; si può concludere che l'impedenza in uscita degli Op-Amp è approssimabile a zero. Nella terza si fa variare R_L e si osserva il fenomeno di "clamping", causato dalla limitazione al passaggio di corrente che l'Op-Amp crea nel circuito. Nell'ultimo circuito abbiamo notato un offset tra V_{out} e V_{in} causato dalla presenza di una grande resistenza in serie con l'Op-Amp, tale sfasamento aumenta seguendo la relazione $V_{out} = V_{in} - i \cdot R$, infatti aumentando la resistenza, aumenta tale offset.

Nella seconda esercitazione abbiamo studiato il comportamento di 3 fondamentali circuiti di amplificazione di segnali: amplificatore invertente, non invertente, differenziale. Nel primo abbiamo verificato che il guadagno fosse pari a: $G = -\frac{R_2}{R_1} = -10$ e che il V_{out} fosse invertito rispetto al V_{in} . Abbiamo notato inoltre un offset del segnale in uscita causato probabilmente dalla presenza di agenti parassiti. Il secondo circuito ci ha fornito un guadagno pari a $G = 11$ in linea con il modello $G = \frac{R_1+R_2}{R_1}$. Il terzo circuito ci ha permesso

di amplificare la differenza tra due segnali e abbiamo verificato il modello: $V_{out} = (V_B - V_A) \frac{R_2}{R_1}$. Inoltre abbiamo visualizzato tramite la funzione "Roll" dell'oscilloscopio la frequenza dei battimenti modificando la frequenza di uno dei due segnali; se la differenza tra i due segnali è troppo grande il fenomeno sparisce. Poi abbiamo studiato il circuito derivatore con tre diversi tipi di onda, verificando che in output produca la derivata del segnale in ingresso. Inoltre abbiamo visualizzato la figura di Lissajous di un'ellisse e abbiamo trovato il valore di $f = 16KHz$ per cui i due bracci dell'ellisse diventino equivalenti e quindi si formi una circonferenza. Infine abbiamo analizzato il circuito a transimpedenza per misurare la curva caratteristica I-V di un diodo. Osserviamo che il diodo inizia a condurre quando la d.d.p. ai suoi capi è uguale a $395 mV$. Poi tramite il fit troviamo i parametri caratteristici della curva di Shockley: $I_s = 9 \cdot 10^{-6} \pm 8 \cdot 10^{-6}$ e $n = 2.0 \pm 0.2$.