

ESPERIENZA 5 Oscillatori 2 parte

Appoloni Alberto, Cisamolo Anna

(Dated: April 8, 2025)

Lo scopo dell'esperienza è studiare due tipologie di circuiti che implementano oscillatori: l'oscillatore a ponte di Wien e l'oscillatore a rilassamento.

I. SVOLGIMENTO

Iniziamo l'esperienza preparando la breadboard. Colleghiamo in due linee di alimentazione due segnali a tensione costante +12V e -12V e usiamo una terza connessione per la massa. Impostiamo poi il limite in ciascun ramo dell'alimentatore a 60 mA in modo da non sovraccaricare la lampadina, che ci servirà per svolgere l'esperienza, oltre che l'intero circuito. Iniziamo con il montare la sorgente di corrente di Howland schematizzata in figura 1. Utilizziamo 4 resistenze a 100 Ω , un op-amp OP07 opportunamente alimentato e, come carico Z_L , una lampadina. Forniamo al circuito in entrata un'onda triangolare V_{in} di ampiezza picco-picco uguale a 1.5 V e di frequenza 0.01 Hz. Visualizziamo, poi, la tensione V_{in} e V_{out} per un periodo dell'onda triangolare e scarichiamo, mediante chiavetta USB, le forme d'onda.

Montiamo, quindi, l'oscillatore a ponte di Wien (Circuit 2). Poniamo le due resistenze $R = 100 \text{ k}\Omega$, le due capacità $C = 10 \text{ nF}$, la resistenza $R_2 = 100 \Omega$, mentre come resistenza R_1 utilizziamo la lampadina.

Il circuito produce autonomamente in output un'onda sinusoidale. Misuriamo, quindi, frequenza e ampiezza del segnale in uscita V_{out} . I dati sono riportati in tabella:

Periodo	Frequenza	ΔV^{pp}
[ms]	[Hz]	[V]
6.18	161.8	2.9

Infine prepariamo l'oscillatore a rilassamento, descritto in figura 3. Utilizziamo una resistenza $R = 100 \text{ k}\Omega$, una capacità $C = 100 \text{ nF}$ e inizialmente poniamo $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$. Per caratterizzare la dipendenza della frequenza del segnale in uscita rispetto alle componenti del circuito, in particolare rispetto alle resistenze R_1 ed R_2 , misuriamo il periodo per 8 valori del rapporto $\frac{R_1}{R_2}$,

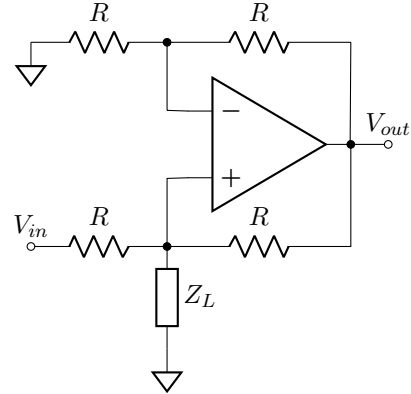
per poi ricavare la frequenza tramite la relazione $f = \frac{1}{T}$. I dati presi sono riportati in tabella I.

$\frac{R_1}{R_2}$	Periodo	Frequenza
	[ms]	[Hz]
0.01	0.6	1667
0.1	3.8	263
0.333	10.4	96
0.5	14.1	71
1	22.4	45
2	32.6	31
10	62.2	16
100	104.0	10

TABLE I: Dati oscillatore a rilassamento

II. ANALISI

II.1. Sorgente di corrente di Howland



Circuit 1: Sorgente di corrente di Howland

Il primo circuito ha come finalità lo studio della curva i-V della lampadina.

Il circuito è una sorgente di corrente, in quanto la corrente che passa in Z_L non dipende dal carico che viene inserito.

Prima di proseguire verifichiamo che ciò sia vero. Come sempre abbiamo che la differenza di potenziale in uscita dall'amplificatore operazionale è data da

$$V_{out} = G(V_+ - V_-) \quad (1)$$

dove G è il guadagno.

Assumendo che tutte le resistenze siano identiche, per il teorema di Millman possiamo scrivere che :

$$V_+ = \frac{\frac{V_{in}}{R} + \frac{V_{out}}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_L}} =$$

$$= \frac{Z_L}{2Z_L + R} (V_{in} + V_{out})$$

$$V_- = \frac{\frac{V_{out}}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}} =$$

$$= \frac{V_{out}}{2}$$

Inseriamo tali valori nella relazione 1:

$$\frac{V_{out}}{G} = \frac{Z_L}{2Z_L + R} (V_{in} + V_{out}) - \frac{V_{out}}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$V_{out} \left(\frac{1}{G} - \frac{Z_L}{2Z_L + R} + \frac{1}{2} \right) = \frac{Z_L}{2Z_L + R} V_{in}$$

Chiamiamo

$$\frac{1}{G_0} \equiv -\frac{Z_L}{2Z_L + R} + \frac{1}{2} = \frac{R}{2(2Z_L + R)}$$

Allora

$$V_{out} \left(\frac{1}{G} + \frac{1}{G_0} \right) = \frac{Z_L}{2Z_L + R} V_{in}$$

$$V_{out} \left(1 + \frac{G_0}{G} \right) = \frac{2(2Z_L + R)}{R} \cdot \frac{Z_L}{2Z_L + R} V_{in}$$

$$V_{out} \left(1 + \frac{G_0}{G} \right) = \frac{2Z_L}{R} V_{in}$$

Dal momento che $G_0 \ll G$ possiamo concludere che

$$V_{out} = \frac{2Z_L}{R} V_{in} \Rightarrow V_{in} = \frac{R}{2Z_L} V_{out} \quad (2)$$

Inserendo questo risultato in V_+ , che equivale alla tensione sul carico, troviamo:

$$V_+ = \frac{Z_L}{2Z_L + R} (V_{in} + V_{out})$$

$$= \frac{Z_L}{2Z_L + R} \left(V_{out} + \frac{R}{2Z_L} V_{out} \right)$$

$$= \frac{Z_L}{2Z_L + R} \left(\frac{1}{2} \frac{2Z_L + R}{Z_L} \right) V_{out}$$

$$= \frac{V_{out}}{2} \quad (3)$$

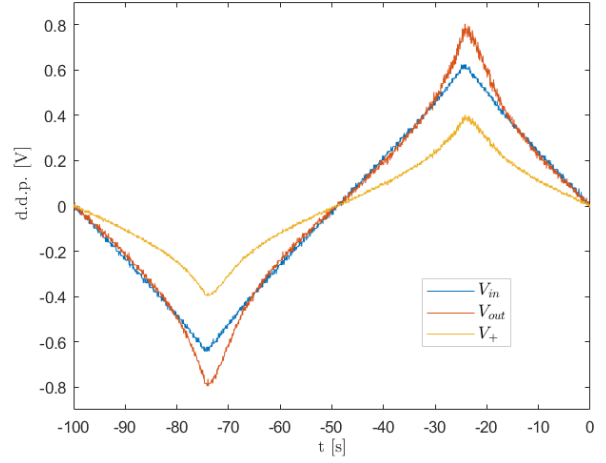


FIG. 1: V_{in} , V_{out} e V_+ circuito 1

Mentre la corrente che scorre nel carico verso massa è pari a:

$$i = \frac{V_+}{Z_L}$$

$$= \frac{V_{out}}{2Z_L}$$

$$= \frac{1}{2Z_L} \cdot \frac{2Z_L}{R} V_{in}$$

$$= \frac{V_{in}}{R} \quad (4)$$

Abbiamo quindi dimostrato che la corrente è indipendente dal carico Z_L attraverso cui scorre.

Inoltre, queste relazioni sono utili anche dal punto di vista sperimentale: possiamo, infatti, ricavare dalla semplice misura di V_{in} e V_{out} l'andamento della corrente in funzione della d.d.p ai capi del carico. Sfruttiamo questa proprietà per ricavare la curva i-V della lampadina.

Utilizziamo un segnale in ingresso triangolare in modo tale da far variare in modo costante (a tratti) il valore di V_{in} .

Le differenze di potenziale che otteniamo all'interno del circuito sono riportate in Figura 1, dove V_+ l'abbiamo ottenuto dimezzando V_{out} , come indicato dalla relazione 3

Da V_{in} possiamo poi ricavare la corrente secondo la relazione 4. Se disegniamo in un grafico i in funzione di V_+ possiamo visualizzare la curva i-V della lampadina (Figura 2).

Tale dipendenza non è lineare. Per poter ricavare una legge che spieghi questo andamento osserviamo, ad esempio stringendo tra due dita la lampadina, che l'impedenza Z_L è dipendente dalla temperatura. Sappiamo, inoltre, che la lampadina è un elemento principalmente resistivo.

Proviamo quindi a aggiungere ad R_L una correzione al primo ordine rispetto alla temperatura.

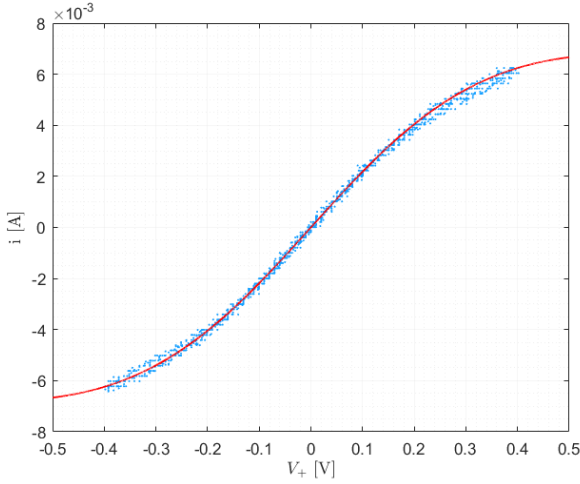


FIG. 2: Curva i-V lampadina con fit

Sappiamo però che la temperatura è connessa alla differenza di potenziale tramite la potenza dissipata, che va come V^2 . Otteniamo quindi che

$$Z_L = \frac{V}{i} = R_L \cdot (1 + \alpha \cdot V^2)$$

$$\Downarrow$$

$$i = \frac{V}{R_L(1 + \alpha V^2)}$$

Provando a fittare tale curva con i nostri dati otteniamo i valori di R_L e α pari a

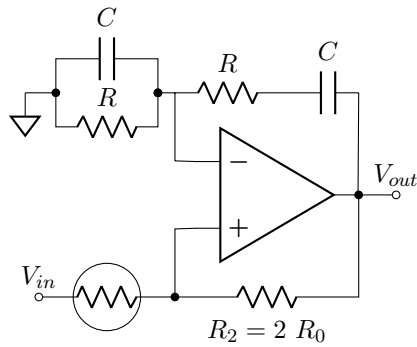
$$R_L = 44.60 \, \Omega$$

$$\alpha = 2.73 \, V^{-2}$$

Con tali valori si trova un'ottima aderenza tra dati e modello, come vediamo in figura 2.

II.2. Oscillatore a ponte di Wien

Il secondo circuito che consideriamo è quello descritto nel Circuito 2.



$$R_1 = R_0 \cdot (1 - \varepsilon)$$

Circuit 2: Oscillatore a ponte di Wien

Esso sfrutta la resistenza variabile della lampadina per creare un segnale oscillante.

Analizziamo il circuito per trovare l'equazione che descrive l'oscillazione del circuito e poter quindi predire la frequenza e l'ampiezza del segnale in uscita.

Partiamo sempre dalla relazione

$$\tilde{V}_{out} = G(\tilde{V}_+ - \tilde{V}_-)$$

In questo caso

$$\begin{aligned} \tilde{V}_+ &= \frac{\frac{\tilde{V}_{out}}{R + \frac{1}{sC}}}{\frac{1}{sC} \parallel R + \frac{1}{R + \frac{1}{sC}}} \\ &= \frac{\tilde{V}_{out} \cdot \frac{sC}{1 + sRC}}{\frac{1 + sRC}{R} + \frac{sC}{1 + sRC}} \\ &= \tilde{V}_{out} \frac{sRC}{(1 + sRC)^2 + sRC} \\ &= \tilde{V}_{out} \frac{sRC}{1 + 3sRC + s^2 R^2 C^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_- &= \frac{\frac{\tilde{V}_{out}}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \\ &= \tilde{V}_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

Il valore di R_1 è variabile e nella sezione precedente lo abbiamo descritto come

$$R_1 = R_L(1 + \alpha V_-^2)$$

Uno dei punti chiave del circuito è quando R_1 diventa uguale a $\frac{R_2}{2} = R_0$. Si calcola che ciò avviene quando $V_-^* = \sqrt{\frac{R_0 - R_L}{\alpha R_L}}$.

In base a ciò possiamo scrivere che

$$\begin{aligned} R_1 &= R_L [1 + \alpha V_-^2] \\ &= R_L [1 + \alpha (V_-^2 + V_-^{*2} - V_-^{*2})] \\ &= R_L [1 + \alpha V_-^{*2}] + \alpha R_L [V_-^2 - V_-^{*2}] \\ &= R_0 + \alpha R_0 \cdot \frac{R_L}{R_0} (V_-^2 - V_-^{*2}) \\ &= R_0 \left[1 - \alpha \frac{R_L}{R_0} (V_-^{*2} - V_-^2) \right] \\ &= R_0 [1 - \varepsilon] \end{aligned}$$

V_- può quindi essere riscritto come

$$\tilde{V}_- = \tilde{V}_{out} \frac{R_L(1 - \varepsilon)}{R_L(1 - \varepsilon) + R_2}$$

Avendo imposto che $R_2 = 2 R_0$ risulta che

$$\begin{aligned} \tilde{V}_- &= \tilde{V}_{out} \frac{R_0(1 - \varepsilon)}{R_0(1 - \varepsilon) + 2 \cdot R_0} \\ &= \tilde{V}_{out} \frac{1 - \varepsilon}{3 - \varepsilon} \end{aligned}$$

otteniamo quindi che

$$\begin{aligned}\tilde{V}_{out} &= G \left(\tilde{V}_{out} \frac{sRC}{1 + 3sRC + s^2 R^2 C^2} - \tilde{V}_{out} \frac{1 + \varepsilon}{3 - \varepsilon} \right) \\ \text{ricordandoci che } \tilde{V}_{out} &= G \Delta \tilde{V} \\ \cancel{G} \Delta \tilde{V} &= \cancel{G} \left(G \Delta \tilde{V} \frac{sRC}{1 + 3sRC + s^2 R^2 C^2} + \right. \\ &\quad \left. - G \Delta \tilde{V} \frac{1 + \varepsilon}{3 - \varepsilon} \right) \\ \Delta \tilde{V} \left(1 - G \frac{sRC}{1 + 3sRC + s^2 R^2 C^2} + G \frac{1 + \varepsilon}{3 - \varepsilon} \right) &= 0\end{aligned}$$

Moltiplicando a destra e sinistra per $1 + 3sRC + s^2 R^2 C^2$ otteniamo che

$$\begin{aligned}\Delta \tilde{V} (1 + 3sRC + s^2 R^2 C^2) - \Delta \tilde{V} \cdot G \cdot \\ \cdot \frac{1 - \varepsilon}{3 - \varepsilon} \cdot \left(s^2 R^2 C^2 - 2sRC \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} + 1 \right) &= 0\end{aligned}$$

Nel limite da $G \gg 1$ il primo termine è trascurabile e quindi otteniamo che :

$$\begin{aligned}\Delta \tilde{V} \cdot G \cdot \frac{1 - \varepsilon}{3 - \varepsilon} \left(s^2 R^2 C^2 - 2sRC \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} + 1 \right) &= 0 \\ \tilde{V}_{out} \cdot \frac{1 - \varepsilon}{3 - \varepsilon} \left(s^2 R^2 C^2 - 2sRC \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} + 1 \right) &= 0\end{aligned}$$

Poiché ci interessa l'andamento di V_{out} nello spazio dei tempi operiamo l'antitrasformata di Laplace.

Imponendo che $V_{out}(0) = 0$ e $V'_{out}(0) = 0$ e ricordando che

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[f'] &= s\mathcal{L}[f] - f(0) \\ &\rightarrow s\tilde{V}_{out} = \mathcal{L}[\dot{V}_{out}(t)] \\ \mathcal{L}[f''] &= s^2\mathcal{L}[f] - sf(0) - f'(0) \\ &\rightarrow s^2\tilde{V}_{out} = \mathcal{L}[\ddot{V}_{out}(t)]\end{aligned}$$

abbiamo che

$$\begin{aligned}\ddot{V}_{out}(R^2 C^2) - 2RC \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \dot{V}_{out} + V_{out} &= 0 \\ \ddot{V}_{out} - \frac{2\varepsilon}{\tau} \dot{V}_{out} + \frac{1}{\tau^2} V_{out} &= 0\end{aligned}$$

Esplicitando il valore di ε abbiamo quindi

$$\ddot{V}_{out} - \frac{2}{\tau} \alpha \frac{R_L}{R_0} (V_-^2 - V_-^{*2}) \dot{V}_{out} + \frac{1}{\tau^2} V_{out} = 0$$

Assumendo il valore di ε molto piccolo troviamo che, in questa condizione

$$\begin{aligned}R_1 &\rightarrow R_0 \\ V_- &\rightarrow V_-^* \\ V_- &\rightarrow \frac{V_{out}}{3}\end{aligned}$$

Sostituendo troviamo quindi che

$$\begin{aligned}\ddot{V}_{out} - \frac{2}{\tau} \alpha \frac{R_L}{R_0} \left(V_-^{*2} - \left(\frac{V_{out}}{3} \right)^2 \right) \dot{V}_{out} + \frac{1}{\tau^2} V_{out} &= 0 \\ \ddot{V}_{out} - \frac{2}{\tau} \alpha \frac{R_L}{9 R_0} (V_0^2 - V_{out}^2) \dot{V}_{out} + \frac{1}{\tau^2} V_{out} &= 0\end{aligned}$$

dove abbiamo definito $V_0 = 3V_-^*$.

Se chiamiamo $x = \frac{V_{out}}{V_0}$, $\mu = \frac{2}{\tau} \alpha \frac{R_L}{9 R_0} V_0^2$ e $\omega_s = \frac{1}{\tau}$ l'equazione diventa

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} - \omega_s^2 x = 0$$

che è esattamente l'equazione di Van Der Pol.

Il circuito è quindi un oscillatore non smorzato la cui frequenza è pari a $f = \frac{1}{2\pi RC}$.

Per quanto riguarda invece l'ampiezza dell'onda sappiamo che la soluzione dell'equazione di Van der Pol è del tipo

$$x(t) = 2 \cos(\omega_s t) - \frac{\mu}{4\omega_s} \sin(3\omega_s t) + \mathcal{O}(\mu^2)$$

dove x lo abbiamo definito come

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{V_{out}(t)}{V_0} \\ &= \frac{V_{out}(t)}{3 \cdot V_-^*}\end{aligned}$$

Segue che scrivendo la soluzione in termini di V_{out} troviamo che

$$\begin{aligned}V_{out}(t) &= 2 \cdot 3 V_-^* \cdot \cos(\omega_s t) \\ &\quad - \frac{\mu}{4\omega_s} \cdot 3 V_-^* \cdot \sin(3\omega_s t) + \mathcal{O}(\mu^2) \\ &= 6 \sqrt{\frac{R_0 - R_L}{\alpha R_L}} \cos(\omega_s t) \\ &\quad - \frac{3\mu}{4\omega_s} \sqrt{\frac{R_0 - R_L}{\alpha R_L}} \sin(3\omega_s t) + \mathcal{O}(\mu^2)\end{aligned}$$

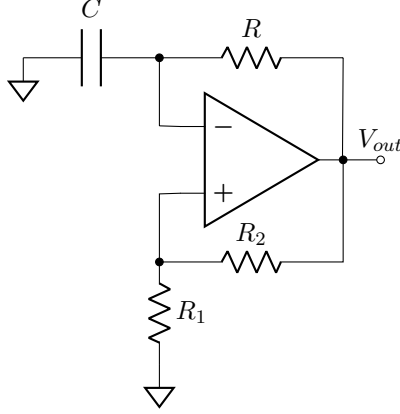
Fermandoci al prim'ordine otteniamo, quindi, che la d.d.p in uscita ha un ampiezza picco-picco pari a

$$\Delta V^{pp} = 12 \sqrt{\frac{R_0 - R_L}{\alpha R_L}}$$

Utilizzando i valori di R_L e α trovati in precedenza, abbiamo che $\Delta V^{pp} = 2.529V$ che si discosta un po' dal valore sperimentale trovato. È tuttavia sufficiente ammettere una piccola variazione dal valore nominale della resistenza R_2 per trovare un valore di ΔV^{pp} corrispondente a quello empirico.

II.3. Oscillatore a rilassamento

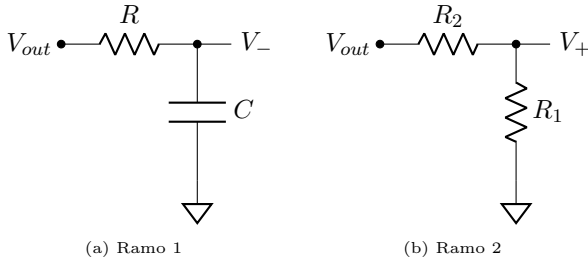
Gli oscillatori a rilassamento sono circuiti in grado di produrre segnali periodici non sinusoidali. Nel nostro caso il segnale in uscita è un onda quadra.



Circuit 3: Oscillatore a rilassamento

Notiamo, per prima cosa, che in questa configurazione l'amplificatore operazionale opera in regime di saturazione: le uniche d.d.p che può produrre sono quindi pari a $+V_{sat}$ e $-V_{sat}$ che nel nostro caso valgono $+V_{sat} = +11.2 \text{ V}$ e $-V_{sat} = -11.2 \text{ V}$.

Studiamo separatamente i due rami del circuito 3.



Circuit 4: Rami circuito 3

Per quanto riguarda il ramo 1 (Circuito 4a) quello che vedremo in uscita in V_- sarà l'andamento del potenziale relativo alla carica o alla scarica del condensatore a seconda che il valore di V_{out} sia positivo o negativo. Infatti abbiamo che:

$$\begin{aligned}\tilde{V}_- &= \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} \tilde{V}_{out} \\ &= \frac{1}{1 + sRC} \tilde{V}_{out} \\ &= \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} V_{out}\end{aligned}$$

$$\text{Poiché } \mathcal{L}[e^{-at}] = \frac{1}{s+a}$$

$$V_- = \frac{1}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t}$$

che corrisponde proprio alla scarica esponenziale di un condensatore con tempo caratteristico $\tau_s = \frac{1}{RC}$.

D'altra parte il ramo 2 (Circuito 4b) è chiaramente un partitore dove

$$V_+ = \frac{R_1}{R_2 + R_1} V_{out}$$

Poiché l'Op-Amp lavora in saturazione l'unica variazione che può avvenire in uscita è il cambio di segno di V_{out} dovuto al fatto che ΔV passa da positivo a negativo o viceversa. Ciò accade quando il modulo del valore di V_- supera il modulo del valore di V_+ . Tuttavia nel momento in cui V_{out} cambia di segno il condensatore, se si stava caricando (scaricando), comincia a scaricarsi (caricarsi) in quanto la carica viene richiamata da V_{out} (la terra) che ora ha un potenziale minore della terra (di V_{out}). Il condensatore, quindi, si scaricherà (caricherà) fino a quando il valore di $|V_-|$ non raggiungerà nuovamente il valore di $|V_+|$. A quel punto il segno di ΔV e quindi di V_{out} muterà nuovamente facendo ricominciare il ciclo. La frequenza della variazione del segno di V_{out} si può calcolare nel seguente modo: dal momento che essa avviene ogni qualvolta $V_+ = V_-$ calcoliamo quanto tempo impiega V_- a raggiungere il valore di $-V_+$, a partire da $V_-(0) = +V_+$. Per fare ciò poniamoci in un sistema di riferimento che ha come zero il valore $-V_{sat}$:

$$\begin{aligned}V_+^\pm &= V_{sat} + V_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ &= V_{sat} \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ &= V_{sat} \left(1 \pm \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_-(t) &= V_-(0) e^{-\frac{t}{RC}} \\ &= V_+^+ e^{-\frac{t}{RC}} \\ &= V_{sat} \left(1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) e^{-\frac{t}{RC}}\end{aligned}$$

↓

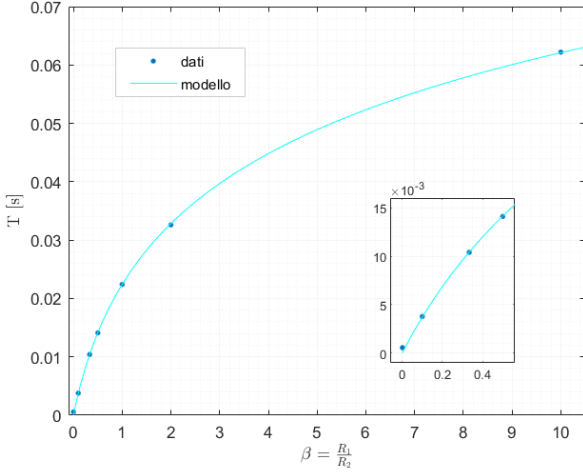


FIG. 3: Periodo onda quadra

$$\begin{aligned}
 & \downarrow \\
 & V_-(t^*) = V_+^- \\
 & V_{sat} \left(1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) e^{-\frac{t^*}{RC}} = V_{sat} \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \\
 & e^{-\frac{t^*}{RC}} = \frac{1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}}{1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \\
 & t^* = -RC \ln \left(\frac{1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}}{1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \right) \\
 & t^* = \tau \ln \left(\frac{2R_1 + R_2}{R_2} \right) \\
 & t^* = \tau \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)
 \end{aligned}$$

Il periodo dell'onda quadra prodotta in V_{out} è pari al tempo impiegato dal condensatore a compiere un ciclo di carica e scarica, ovvero a

$$T = 2 \cdot t^* = 2\tau \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) \quad (5)$$

Segue che la frequenza del segnale in uscita è dato da

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{1}{2\tau \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)} \\
 &= \frac{1}{2\tau \ln (1 + 2\beta)}
 \end{aligned}$$

Verifichiamo tale relazione misurando la frequenza al variare del parametro $\beta = \frac{R_1}{R_2}$.

Abbiamo inserito nella tabella I i valori trovati e li grafichiamo in figura 3 insieme al modello del valore di T che abbiamo trovato nella reazione 5. Notiamo che la corrispondenza tra dati e modello è ottima.

III. CONCLUSIONI

Nella prima parte dell'esperienza abbiamo costruito la curva caratteristica I-V della lampadina (Figura 2) della sorgente di corrente di Howland. Abbiamo notato qualitativamente che il modello $i = \frac{V}{R_L(1+\alpha V^2)}$ risulta compatibile con i dati sperimentali. Inoltre tramite un fit abbiamo trovato i valori di R_L e α che meglio si adattano alle nostre misure: $R_L = 44.60 \Omega$, $\alpha = 2.73 V^{-2}$

Nella seconda parte, riguardante l'oscillatore a ponte di Wien, abbiamo osservato l'oscillazione di V_{out} e ne abbiamo misurato frequenza e ampiezza. Il segnale oscillante in uscita dal circuito abbiamo visto essere dato dalla resistenza variabile della lampadina, che permette la creazione di un segnale sinusoidale descritto dall'equazione di Van Der Pol con frequenza pari a $f = \frac{1}{2\pi RC}$. Abbiamo inoltre trovato che l'ampiezza osservata segue la relazione: $\Delta V^{pp} = 12 \sqrt{\frac{R_0 - R_L}{\alpha R_L}}$; utilizzando i valori di α e R_L ottenuti nella prima parte dell'esperienza concludiamo che la d.d.p. in uscita ha un' ampiezza pari a: $\Delta V^{pp} = 2.529 V$. Tale valore si discosta dal dato trovato sperimentalmente pari a $\Delta V_{spr}^{pp} = 2.9 V$. Questa variazione può essere imputabile ad una piccola differenza dal valore nominale della resistenza R_2 . Per quanto riguarda la frequenza, invece, il valore sperimentale $f_{spr} = 161.8 Hz$ si avvicina molto a quello atteso $f_{tr} = 159.2 Hz$.

Nella terza parte dell'esperienza abbiamo caratterizzato l'output dell'oscillatore a rilassamento misurando 8 valori di frequenza e ampiezza dell'onda quadra in uscita dal circuito in funzione del rapporto $\beta = \frac{R_1}{R_2}$. Li abbiamo poi confrontati graficamente con la relazione trovata per il valore del periodo $T = 2\tau \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$; qualitativamente abbiamo trovato un ottimo accordo.