



"I EDICIÓN DE LAS  
OLIMPIADAS MATEMÁTICAS RECREATIVAS SG 2013"  
Provincia de Loja  
**Tercer Nivel**

**Décimo Año de Educación Básica**

**Instrucciones:**

1. Antes de empezar a resolver la prueba, lea atentamente estas instrucciones.
2. No escriba las respuestas en las hojas de preguntas.
3. Las siete primeras preguntas son de opción múltiple. Cada pregunta tiene una respuesta correcta solamente.
4. Marque su respuesta en la hoja de respuestas a las preguntas de opción múltiple; no olvide que si ésta es incorrecta, restará 5 puntos a tu calificación, así que es preferible no contestar si no está seguro de cuál es la respuesta correcta.
5. Las últimas tres preguntas son de desarrollo. Utilice hojas separadas para responder a cada una de las preguntas.
6. En cada una de las hojas que utilice, no olvide escribir el número de pregunta que está respondiendo.
7. Cuando termine la prueba, coloque dentro del sobre que recibió:
  - a) La hoja con las repuestas a las preguntas de opción múltiple.
  - b) Todas las hojas que haya utilizado para responder las preguntas de desarrollo.

**Preguntas de Opción Múltiple:**

1. Dada la siguiente ecuación  $x^{x^3} = 3$ , el valor que tomará  $x$  es:  
a) 1                      b)  $\sqrt[3]{3}$                       c)  $\sqrt{3}$                       d)  $\frac{1}{3}$                       e)  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

**Respuesta: b**

2. ¿Cuál de las siguientes opciones es menor que  $\sqrt{7} + \sqrt[3]{100}$ ?  
a)  $\sqrt{107}$                       b)  $\sqrt[3]{100 + 7}$                       c)  $\sqrt{100 + \sqrt{7}}$                       d)  $10\sqrt[3]{7}$   
e) Ninguna de las anteriores

**Respuesta: b**

3. Una escuela tiene 600 estudiantes, cada estudiante recibe 5 turnos de clase al día. Cada maestro imparte 5 clases. Cada aula tiene 30 estudiantes y un docente. ¿Cuántos docentes tiene la escuela?  
a) 60                      b) 30                      c) 20                      d) 15                      e) 120

**Respuesta: c**

4. Diariamente al mediodía, un buque sale de Liverpool con dirección a Nueva York a través del océano Atlántico, al mismo tiempo otro buque de la misma compañía sale de Nueva York en dirección a Liverpool. El recorrido en una y otra dirección se realiza en 7 días exactamente. ¿Con cuántos buques de la misma compañía

que navegan en dirección contraria se encontrará un buque durante el recorrido de Liverpool a Nueva York?

- a) 1                      b) 7                      c) 13                      d) 14                      e) 15

**Respuesta: e**

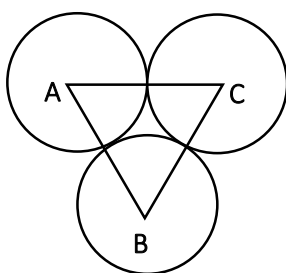
5. ¿Cuántos dígitos tiene el número  $N = 2^{12} \cdot 5^8$ ?

- a) 12                      b) 8                      c) 10                      d) 5                      e) 20

**Respuesta: c**

6. ¿Cuál es el perímetro del triángulo ABC que tiene sus vértices en los centros A, B y C de las tres circunferencias congruentes y tangentes de radio 3 cm?

- a) 12                      b) 6                      c) 9                      d) 18  
e) ninguna de las anteriores



**Respuesta: d**

7. En una caja de fósforos hay 24 cerillas. Cada cerilla mide 1,25 cm. ¿Cuál es el área del mayor triángulo isósceles que se puede construir con esas cerillas?

- a)  $24\sqrt{3}\text{cm}^2$ .    b)  $16\text{cm}^2$ .    c)  $30\text{cm}^2$ .    d)  $36\sqrt{3}\text{cm}^2$ .    e)  $12\text{cm}^2$ .

**Respuesta: d**

### Preguntas de Desarrollo:

8. ¿Cuáles deben ser las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo para que su área sea  $24\text{cm}^2$  y su perímetro  $24\text{cm}$ ?

a → cateto 1

b → cateto 2

c → hipotenusa

$$a + b + c = 24 \quad \text{perímetro del triángulo}$$

$$a + b = 24 - c$$

$$\frac{a \cdot b}{2} = 24 \quad \text{área del triángulo}$$

$$a \cdot b = 48$$

$$(a + b)^2 = (24 - c)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 24^2 - 48c + c^2$$

por el teorema de Pitágoras  $a^2 + b^2 = c^2$ , entonces:

$$2ab + c^2 = 24^2 - 48c + c^2$$

$$2 \cdot 48 = 24^2 - 48c$$

$$2c = 24 - 4$$

$$c = 10.$$

$$a + b = 24 - 10$$

$$a + b = 14$$

$$a = 14 - b$$

$$a \cdot b = 48$$

$$(14 - b)b = 48$$

$$14b - b^2 = 48$$

$$b^2 - 14b + 48 = 0$$

$$(b - 8)(b - 6) = 0$$

$$b_1 = 8$$

$$b_2 = 6$$

Sí  $b = 8$  entonces  $a = 6$ , y sí  $b = 6$  entonces  $a = 8$ .

**Respuesta:** los lados del triángulo deben ser  $a = 6$ ,  $b = 8$  y  $c = 10$ , ó  $a = 8$ ,  $b = 6$ ,  $c = 10$ .

También se puede llegar a la misma respuesta mediante el simple tanteo de tres números pitagóricos.

9. Un estudiante leyó hasta el final un libro de 480 páginas, leyendo cada día la misma cantidad de páginas. Si hubiera leído 16 páginas más por día, lo hubiera terminado de leer 5 días antes. ¿En cuántos días el estudiante leyó el libro?

$a \rightarrow$  días para leer el libro

$b \rightarrow$  páginas leídas por día

$$480 = a \cdot b \quad (1)$$

$$480 = (a - 5)(b + 16) \quad (2)$$

$$a \cdot b = (a - 5)(b + 16)$$

$$a \cdot b = a \cdot b + 16a - 5b - 80$$

$$16a - 5b = 80$$

$$b = \frac{16a - 80}{5} \quad (3)$$

Reemplazando (3) en (1)

$$480 = a \cdot \frac{16a - 80}{5}$$

$$16a^2 - 80a - 2400 = 0$$

$$a^2 - 5a - 150 = 0$$

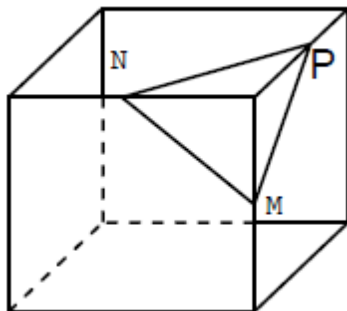
$$(a - 15)(a + 10) = 0$$

$$a_1 = 15$$

$$a_2 = -10 \text{ no es posible}$$

**Respuesta:** El estudiante leyó el libro en 15 días.

10. En cada uno de los ocho vértices de un cubo de madera se recorta una pirámide AMNP donde M, N y P, son los puntos medios de las aristas como se muestra en la figura. Si V es el volumen del cubo. ¿Cuál es el volumen del cuerpo que queda al quitarle las ocho pirámides?



Para calcular el volumen de un cubo debemos partir por conocer sus aristas, es decir expresar sus aristas en función de V.

$$V = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{V}$$

El volumen de la figura requerida será igual al volumen V del cubo menos el volumen de las ocho pirámides.

El volumen de la pirámide ( $V_p$ ) es:

$$V_p = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

La base es un triángulo rectángulo isósceles de lado  $\frac{1}{2}\sqrt[3]{V}$  y su área es:

$$A_b = \frac{\frac{1}{2}\sqrt[3]{V} \cdot \frac{1}{2}\sqrt[3]{V}}{2} = \frac{1}{8}\sqrt[3]{V^2}$$

$$h = \frac{1}{2}\sqrt[3]{V}$$

$$V_p = \frac{\frac{1}{8}\sqrt[3]{V^2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt[3]{V}}{3} = \frac{1}{48}V$$

como son 8 pirámides, entonces el volumen es:

$$V_{pt} = 8 \cdot \frac{1}{48}V = \frac{1}{6}V$$

El volumen de la figura requerida  $V_R$  es:

$$V_R = V - \frac{1}{6}V = \frac{5}{6}V$$