4.18 - Respuesta: Considere el MST T de G de aristas ponderadas a_e y suponga que T no es un subgrafo conectado de altitud mínima. Entonces habría algún par de nodos u y v, y dos caminos $u - v$ $P <> P*$ (representando un conjunto de aristas), de modo que P es el camino $u - v$ en T, pero $P*$ tiene una altura menor. En otras palabras, hay una arista $e' = (u', v')$ en P que la altitud máxima sobre todas las aristas en $P \cup P*$. Ahora, si consideramos las aristas en $(P \cup P*) - e'$, contienen una posibilidad de autointersección) $u' - v'$ caminos; podemos construir tal camino yendo a lo largo de P desde u' a u, luego a lo largo de $P*$ de u a v, y luego a lo largo de P de v a v'. Por lo tanto, $(P \cup P*) - e'$ contiene un camino simple Q. Pero entonces $Q \cup e$es un ciclo en el que e' es la arista más pesada que concuerda con la Propiedad del ciclo. Por lo tanto, T debe ser un subgrafo conectado de altitud mínima.

Ahora considere un subgrafo conectado $H = (V, E')$ que no contiene todas las aristas de T; que $e = (u, v)$ sea una arista de T que no es parte de E'. Eliminar e de T divide T en dos componentes conectados; y estos dos componentes representan una partición de V en los conjuntos A y B. La arista e es de altitud mínima con un extremo en A y el otro en B. Como cualquier camino en H de u a v debe cruzarse en algún punto desde A a B, y no puede usar e, debe tener una altura superior a a_e. De esto se deduce que H no puede ser un subgrafo de altura mínima conectada.