8) Conjunto Universo – AULA 2

Def. É o conjunto que contém todos os outros conjuntos. Chama-se conjunto universo (U)

9) Conjunto das partes

Def. Conjunto formado por todos os subconjuntos de um conjunto A é denominado conjunto das partes de A, sendo indicado por $P(A)$, onde:

$$P(A) = \{X \mid X \subset A\}$$

Ex: Se $A = \{a\}$ os elementos de $P(A)$ são $\emptyset$ e $\{a\}$, isto é; n → nº de elem. do conj.

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}\} = 2^n$$

Se $A = \{a, b\}$, os elementos de $P(A)$ são $\emptyset$, $\{a\}$, $\{b\}$ e $\{a, b\}$, isto é:

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

Se $A = \{1, 2, 3\}$, os elementos de $P(A)$ são

$$\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\} = P(A)$$

10) Reunião de Conjuntos

Def.: Dados 2 conj. A e B, chama-se reunião de A e B o conj. formado pelos elementos que pertencem a A ou a B.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

O conj. $A \cup B$ (lê-se A união B) é formado por elementos que pertencem a pelo menos um dos conj. A e B.

Ex: i) $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$

ii) $\{a, b\} \cup \{a, b, c, d\} = \{a, b, c, d\}$

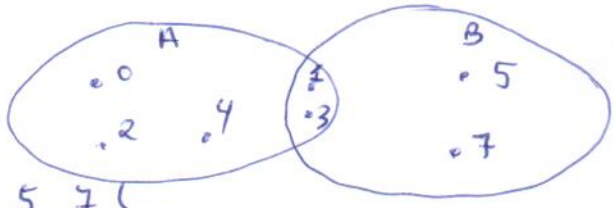
iii) $\{a, b, c\} \cup \emptyset = \{a, b, c\}$

Em Diagrama

a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$B = \{1, 3, 5, 7\}$

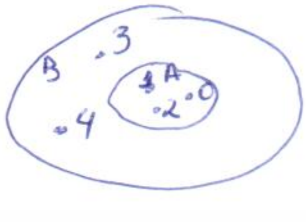
$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$



b) $A = \{0, 1, 2\}$

$B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\} = B$



Intersecção de conjuntos

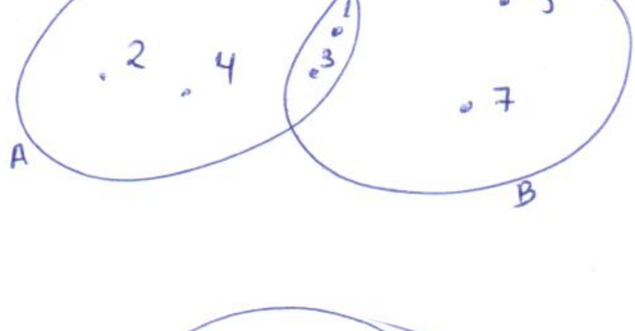
Def. Dados 2 conj A e B, chama-se intersecção de A e B o conj. formado pelos elementos que pertencem a A e a B.

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \in B \}$$

~~Vamos determinar um conjunto C formado pelos elementos que pertencem a A ou a B ou a ambos.~~

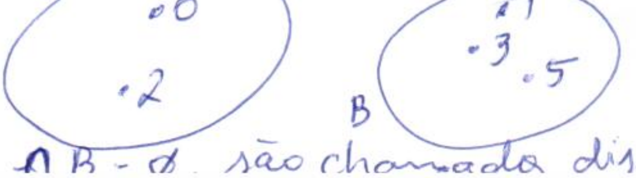
~~$A = \{0, 2, 4, 6\}$ → $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 6\}$~~
~~$B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$~~

Ex: 1) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
$B = \{1, 3, 5, 7\}$
$A \cap B = \{1, 3\}$



2) $A = \{0, 1, 2\}$
$B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
$A \cap B = \{0, 1, 2\} = A$

3) $A = \{0, 2\}$
$B = \{1, 3, 5\}$



$A \cap B = \emptyset$ ∴ Qdo $A \cap B = \emptyset$, são chamada disjuntos

Diferença de Conjuntos

Def. Dados 2 conj. A e B, chama-se diferença entre A e B o conj formado pelos elementos de A que não pertencem a B.

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Ex: 1) $\{a, b, c\} - \{b, c, d, e\} = \{a\}$

2) $\{a, b, c\} - \{b, c\} = \{a\}$

3) $\{a, b\} - \{c, d, e, f\} = \{a, b\}$

4) $\{a, b\} - \{a, b, c, d, e\} = \emptyset$.

Complementar de B em A

Def. Dados 2 conj A e B, tais que $B \subset A$, chama-se complementar de B em relação a A, o conj A - B, isto é, o conj. dos elementos de A que não pertencem a B.

Símbolo:

C_A^B ou $\bar{A}$ indicamos compl. de B em relação a A.

Notemos que C_A^B só é definido para $B \subset A$ e aí temos:

$$\boxed{C_A^B = A - B}$$

Ex: 1) Se $A = \{a, b, c, d, e\}$ e $B = \{c, d, e\}$, então:

$$C_A^B = A - B = \{a, b\}$$

2 Se $A = \{a, b, c, d\} = B$, então:

$$C_A^B = \emptyset$$

3) Se $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \emptyset$, então:

$$C_A^B = A - B = A$$

Obs. O complementar de B em relação a A é o que falta para B ficar igual ao A.

Propriedades

I Propriedades da inclusão: ($\subset$)

Sendo A, B e C três conj. arbitrários, valem as seguintes propriedades:

1º) $\emptyset \subset A$

2º) $A \subset A$ (reflexiva)

3º) $A \subset B$ e $B \subset A \Rightarrow A = B$ (anti-simétrica)

4º) $(A \subset B$ e $B \subset C) \Rightarrow A \subset C$ (transitiva)

II Propriedades da União: ($\cup$)

Sendo A, B e C conj. quaisquer, valem as seguintes propriedades:

1º) $A \cup A = A$ (idempotente)

2º) $A \cup \emptyset = A$ (elemento neutro)

3º) $A \cup B = B \cup A$ (comutativa)

4º) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (associativa)

III Propriedades da intersecção ($\cap$)

Sendo A, B e C conjuntos quaisquer valem as seguintes propriedades:

1ª) $A \cap A = A$ (idempotente)

2ª) $A \cap U = A$ (elemento neutro)

3ª) $A \cap B = B \cap A$ (comutativa)

4ª) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (associativa)

Exercícios:

1º) Construir o conj. das Partes do conjunto $A = \{a, b, c, d\}$

$n\mathcal{P}(A) = 2^4 = 16$, logo:

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{b, c, d\}, \{c, d, a\}, \{A\}\}$

2º) Dados os conj. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ e $C = \{1, 2, 4\}$ determinar o conj. X tal que $X \cup B = A \cup C$ e $X \cap B = \emptyset$ (P)

a) $X \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, então os possíveis elementos de X são: 1, 2, 3 e 4.

b) $X \cap B = \emptyset \Rightarrow 3 \notin X$ e $4 \notin X$

Conclusão: $X = \{1, 2\}$ //