Графът вероятно е структурата от данни, която има най-голяма прилика с нашето ежедневие. Има много видове графи, описващи връзките в реалния живот. Например, нашият приятелски кръг е огромен „Граф“.

A diagram of a friend

Description automatically generated

**Фигура 1. Пример за неориентиран граф:**

На Фигура 1 можем да видим, че лице G, B и E са преки приятели на A, докато лице C, D и F са непреки приятели на A. Този пример е граф на приятелството.

**2. Видове "Графи":**

* **Неориентирани графи:** Краищата между всеки два върха в „неориентиран граф“ нямат посока, което показва двупосочна връзка. Фигура 1 е пример за неориентиран граф.
* **Насочени Графи:** Ръбовете между всеки два върха в графа са насочени. Фигура 2 е пример за насочен граф.

**Фигура 2. Пример за насочен граф.**

A diagram of a network

Description automatically generated

* **Претеглени Графи:** Всеки ръб има тегло. Теглото може да бъде от всякакъв тип като време, разстояние, размер и т.н. Най-често срещаният пример в ежедневието ни може да бъде карта на града. На Фигура 3 всеки ръб е маркиран с разстоянието, което може да се разглежда като теглото на този ръб.

**Фигура 3. Пример за претеглен граф.**

A diagram of a network

Description automatically generated

Графът е нелинейна структура от данни, състояща се от върхове и ръбове.

* **Връх:** На Фигура 1 възли като A, B и C се наричат върхове на граф.
* **Ръб:** Връзката между два върха са ръбовете на графа. На Фигура 1 връзката между човек А и Б е ръб на Граф.
* **Път:** Последователността от върхове, през които да се премине от един връх към друг. На Фигура 1 пътят от A до C е [A, B, C] или [A, G, B, C] или [A, E, F, D, B, C].

**Забележка:** Може да има множество пътища между два върха.

* **Дължина на пътя:** Броят на ръбовете в пътя. На Фигура 1 дължините на пътя от лице A до C са съответно 2, 3 и 5.
* **Цикъл:** Път, където началната точка и крайната точка са един и същ връх. На Фигура 1 [A, B, D, F, E] образува цикъл. По подобен начин [A, G, B] образува друг цикъл.
* **Цикъл с отрицателно тегло:** В претеглените графи, ако сумата от теглата на всички ръбове на цикъл е отрицателна стойност, това е цикъл с отрицателно тегло. На Фигура 4 сумата от теглата е -3.
* **Свързаност:** Ако съществува поне един път между два върха, тези два върха са свързани. На Фигура 1 A и C са свързани, защото има поне един път, който ги свързва.
* **Степен на връх:** Прилага се за непретеглени графи. Степента на върха е броят на ръбовете, свързващи върха. На Фигура 1 степента на върха A е 3, защото три ръба го свързват.
* **В степен:** „В степен“ е концепция в насочени графи. Ако степента на връх на върха е d, има d насочени ръба, инцидентни на върха. На Фигура 2 степента на A е 1, т.е. ръбът от F към A.
* **Out-Degree:** „Out-degree“ е концепция в насочените графи. Ако външната степен на връх е d, има d ребра, инцидентни от върха. На Фигура 2 външната степен на A е 3, т.е. ръбовете A към B, A към C и A към G.

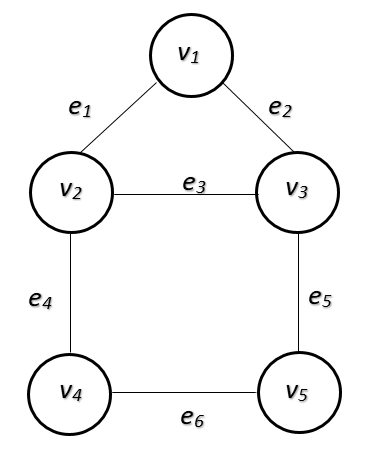
**Фигура 4. Пример за цикъл с отрицателно тегло.**

A diagram of a connection

Description automatically generated

**Съседство:**

Ако два върха в граф са свързани с ребро, казваме, че върховете са съседни. В нашия пример с графа връх v\_1 има два съседни върха, v\_2 и v\_3. Въз основа на това свойство можем да използваме матрица на съседство или списък на съседство, за да представим графа.



* **Матрица на съседство:**

Да предположим, че имаме граф с |V| върха, можем да използваме квадратна |V| x |V| матрица за представяне на връзките на съседство между тези върхове. Например, матрицата на съседство на примера е:

markdownCopy code

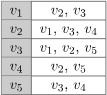
0 1 1 1 0 0 1 1 1

A black and white screen with numbers

Description automatically generatedВ тази матрица числото 1 означава, че съответните два върха са съседни. В противен случай стойността на записа е 0. Тъй като имаме |V|^2 записа, пространствената сложност на матрицата на съседство е O(|V|^2).

За да изградим матрицата на съседство, можем да преминем през всички ръбове и да зададем 1 на съответния запис връх-върх. Следователно времевата сложност за изграждане на тази матрица е O(|E|), където |E| е броят на ръбовете на графа.

* **Списък на съседство:**

Можем също да използваме списък на съседство, за да представим графа. Например списъкът на съседство на графа е:

В тази таблица всеки ред съдържа списък от върхове, които са съседни на текущия връх v\_i. Всяка двойка (v\_i, v\_j) представлява ребро в графа. Следователно пространствената сложност на списъка на съседство е O(|E|). По същия начин се нуждаем от O(|E|) време, за да изградим списъка на съседство.

Списъкът на съседство е по-ефективен от матрицата на съседство, когато работим върху по-разрежени графи.

Има обаче някои операции с графи, при които матрицата на съседство е по-ефективна за използване. Например, когато искаме да проверим дали има ребро (v\_i, v\_j) в графа, можем просто да търсим матрицата на съседство в постоянно време, за да получим резултата. Ако използваме списъка на съседство, ще ни отнеме O(|V|) време за проверка.

Друг пример е да премахнем ребро (v\_i, v\_j) от графа. В матрицата на съседство можем просто да зададем 0 на съответните записи в постоянно време. Нуждаем се обаче от O(|V|) време, за да премахнем върха от списъка на съседство.

* **Инцидентност:**

В граф G две ребра са инцидентни, ако имат общ връх. Например, ръб (v\_1, v\_2) и ръб (v\_1, v\_3) са инцидентни, тъй като споделят един и същ връх v\_1.

Върхът е инцидентен на ребро, ако върхът е един от двата върха, които ръбът свързва. Следователно инцидентът е двойка {v, e}, където v е връх и e е ръб, инцидентен на v.

Въз основа на това свойство можем да използваме матрица на инцидентност, за да представим графа.

* **Матрица на инцидентност:**

A black screen with white text

Description automatically generatedВ тази матрица редовете представляват върхове, а колоните представляват ръбове. Следователно, пространствената сложност на матрицата на инцидентност е O(|V| |E|). За да изградим матрицата на инцидентност, можем да преминем през всички ръбове и да зададем 1 на съответния запис на ръба на върха. Следователно времевата сложност за изграждане на тази матрица е O(|E|).

Матрицата на инцидентност C и матрицата на съседство L на графика имат връзка L=C^T\*C-2I, където I е матрицата на идентичност.

Матрицата на инцидентите има по-голяма пространствена сложност от другите графични представяния.

A screenshot of a cell phone

Description automatically generated

