Методы прогнозирования

ПМ-1701

Преподаватель:

Ивахненко Дарья Александровна
viktor_chernov@mail.ru

Санкт-Петербург
2020 г., 6 семестр

Список литературы

[1] Теория игр

Содержание

1 11.02.2020

1.1 Введение

Будем исследовать временные ряды и варианты его прогнозирования. В конце семестра перейдем к машинному обучению.

Мы рассматривали введение в файле и семейство преобразований Бокса-Кокса:

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda}, \lambda \neq 0 \\ \ln y, \lambda = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{\lambda \to 0} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda} = \lim_{\lambda \to 0} \frac{\exp(\lambda \ln y) - 1}{\lambda} = \lim_{\lambda \to 0} \frac{1 + \lambda \ln y + O((\lambda \ln y)^2) - 1}{\lambda} = \ln y$$

$$y^\lambda = \frac{y^\lambda - 1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial y^\lambda}{\partial \lambda} = \frac{\lambda y^{\lambda-1}}{\lambda} = y^{\lambda-1}$$

Параметр λ можно найти с помощью метода максимального правдоподобия:

$$L = \prod_{i=1}^{T} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(y_i^{(\lambda)} - \overline{y}^{(\lambda)})^2}{\sigma^2}\right) \cdot J(\lambda, y) \to \max$$

Прологорифмируем:

$$\ln L = \sum_{i=1}^{T} \left(\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} - \frac{(y_i^{(\lambda)} - \overline{y}^{(\lambda)})^2}{2\sigma^2} + \ln J(\lambda, y)\right)$$

Воспользуемся оценкой выборочной дисперсии:

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^{T} \frac{(y_i^{(\lambda)} - \overline{y}^{(\lambda)})^2}{T}$$

$$\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} = \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} + \ln \frac{1}{\sqrt{\sigma^2}} = \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \ln \frac{(y_i^{(\lambda)} - \overline{y}^{(\lambda)})^2}{T}$$

Тогда:

$$\ln L = \sum_{i=1}^{T} \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \ln \frac{(y_i^{(\lambda)} - \overline{y}^{(\lambda)})^2}{T} - \frac{T}{2} + \log \prod_{i=1}^{T} y_i^{\lambda-1} =$$

$$= \sum_{i=1}^{T} \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \sum_{i=1}^{T} \ln \frac{(y_i^{(\lambda)} - \overline{y}^{(\lambda)})^2}{T} - \frac{T}{2} + (\lambda-1) \sum_{i=1} \ln y_i = -\frac{T}{2} \cdot \ln \sum_{i=1}^{T} \frac{(y_i^{(\lambda)} - \overline{y}^{(\lambda)})^2}{T} + (\lambda-1) \sum_{i=1} \ln y_i$$

Итого: логафрим функции правдоподобия Бокса-Кокса:

$$\ln L = -\frac{T}{2} \cdot \ln \sum_{i=1}^{T} \frac{(y_i^{(\lambda)} - \overline{y}^{(\lambda)})^2}{T} + (\lambda - 1) \sum_{i=1} \ln y_i$$

где

$$\overline{y}^{(\lambda)} = \frac{1}{T} \sum y_i^{(\lambda)}$$

T - количество элементов в выборке.

Взяв производную по параметру λ и прировняв к нулю, найдем решение, получим оценку методом максимального правдоподобия.