Планирование расписаний и управление доходами

Александр Широков ПМ-1701

Преподаватель:

Васильев Юрий Михайлович

Санкт-Петербург
2020 г., 7 семестр

Список литературы

[1]

Содержание

1 02.09.2020

1.1 Задача из авиакомпании Россия

В задачах планирования авиаперелетов:

- расписание судов
- маршутизация
- построение графика полета летного состава

Мы поговорим о построении графика полета летного состава. Зарплата бортпроводника зависит от навыков и от некоторыз других факторов, но значительная часть денег тратилась на штрафы, которые выплачивались в пользу бортпроводников, потому что есть *приказ*, о котором бортпроводник не может проводить в воздухе больше определенного времени в воздухе.

Расписание в авиакомпании Россия делалось вручную и компания тратила много денег на выплаты бортпроводникам. OpenSky - программное обеспечение для обслуживания бортпроводников, но оно использовалось.

Множество борпроводников разбито на 4 подмножеств с примерно одинаковыми характеристиками. Каждое подмножество называется **книга**.

Рейс - перелет из Петербурга в Москву, а **связка** - перелет из Петербурга в Мосвку и обратно.

Множесто связок разбивалось на 4 подмножества.

После этого соединяется первая книга и первый рейс и получается **рабочий стол**. Каждый рабочий стол можно описать характеристиками какими-то. С каждым рабочим столом работает один эксперт и все оказываются без перегрузов.

Задача: необходимо так разбить связки на подмножества, чтобы характеристики рабочих столов были примерно одинаковы.

1.1.1 BiWay (ToWay) Number Partitional Problem

Дано n натуральных чисел и мультимножество (элементы могут повторяться) S, которое описывает этот набор n. Нам необходимо разбить подмножество $S = \{s_1, \ldots, s_n\}$ на два подмножества, каждое подмножество характеризует сумму чисел, чтобы минимизировать максимальную сумму чисел в подмножестве.

Greedy alghorytm

1. Отсортировать S в порядке убывания
2. На каждом шаге мы последовательно распределяем в две группы, кладём в группу с текущей наименьшей суммой. Если сумма одинакова, то кладем случайно.

Complete Greedy Alghorytm

1. Сортируем мультимножество в порядке убывания (распределяем большие числа и добиваем маленькими)
2. Данный алгоритм исследует бинарное дерево, где каждому уровень - число из сортированного мультимножества, в каждой вершине - ветвление. В левой ветке - кладем в группу с наименьшей суммой, а в правой ветке - с наибольшей.

Правила, позволяющие сократить размер нашего дерева:

- Если сумма чисел в подмножествах равна, то мы кладем число только в одно подмножество
- Если оставшиеся распределенные числа не превосходят разницу между подмножествами, то мы кладем эти числа в группу с наименьшей суммой.

Домашнее задание: реализация алгоритма, причем настрока алгоритма в трех вариантах:

- Исследует полное дерево решений и находит ответ;
- Алгоритм работает заданное число секунд и возвращает наилучший найденный результат за t время (рекурсивная функция(оставшиеся числа, подмножества 1, подмножества 2))
- Первое найденное решение (первый лист, который мы нашли).

Алгоритм Кармаркара-Карпа (эвристический)

1. Сортируем мультимножество в порядке убывания (распределяем большие числа и добиваем маленькими)
2. Два наибольших числа заменяется на их разницу и кладём эту разницу в список с сортировкой и опять пересортировываем - кладем числа в два разных подмножества (интерпретация).
3. Так делаем, пока не получим одно число: разницу межде максимальным и минимальным подмножеством
4. Восстанавливаем

Пример:

$$\{16, 15, 12, 10, 5, 1\} \mapsto \{12, 10, 5, 1, 1\} \mapsto \{5, 2, 1, 1\} \mapsto \{3, 1, 1\} \mapsto \{2, 1\} \mapsto \{1\}$$

Compete алгоритм Кармакара-Карпа

1. Сортируем мультимножество в порядке убывания (распределяем большие числа и добиваем маленькими)
2. Исследуем бинарное дерево в глубину, исследуя левую ветку

Домашнее задание: реализовать алгоритм для решения.

1.1.2 MultiWay (ToWay) Number Partitional Problem

Дано n натуральных чисел и мультимножество (элементы могут повторяться) S, которое описывает этот набор n. Нам необходимо разбить подмножество $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ на K подмножества, каждое подмножество характерирузет сумму чисел, чтобы минимизировать:

1. минимизация максимальной суммы
2. максимизация минимальной суммой
3. минимизация разности между наибольшей и наименьшей суммой в подмножествах
4. идеальная сумма - $\frac{S}{K}$ - минимизировать отклонения идеальной суммы

$$X_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{if } S_i \text{ in } j \quad S_j \\ 0 \end{cases}$$

$$Z - W \to \min$$

$$\sum_{j=1}^{k} X_{s,j} = 1 \quad \forall s \in S$$

Z - наибольшая сумма через x, а W - наименьшую сумму через подмножества

$$Z \geq \sum_{i=1}^{n} s_i X_{i,j} \quad \forall j \in \{1, \ldots, k\}$$

$$W \leq \sum_{i=1}^{n} s_i X_{i,j} \quad \forall j \in \{1, \ldots, k\}$$

$$X_{i,j} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \{1, \ldots, n\}, \forall j \in \{1, \ldots, k\}$$

Жадный алгоритм

$L_j(S_1, S_2, \ldots, S_k, S_i)$

данная функция возвращает значение целевой функции, если мы положим число S_i в j-е подмножество.

На каждом шаге алгоритма мы ищем такое $j \in \{1, \ldots, k\}$ такое, что значение целевой функции $gr = argminL_j$ и так до тех пор пока мы не распределим все наши числа из отсортированного подмножества.

$$S_{gr} = S_{gr} \cup \{S_i\}$$

Программирование:

c - список неизвестных, m - коэффициенты при ограничениях, $\{\{const\}, \{type\}\}$. Если 0, то равенство, если 1, то $\geq$, если -1, то $\leq$. 4-ый аргумент - интервалы, в которых могут применять значения неизвестные - $lbound, ubound$. Последний - какому множеству чисел принадлежит тип.

Домашнее задание: минимизация сумма отклонения по модулю от идеального разбиения и реализация.

$$\overline{y} = \frac{\sum S}{K}$$

$$\sum_{i=1}^{k} |y_i - \overline{y}|$$

Линеаризация

- Линеаризация модуля в ограничениях

$$|X| \leq b(X = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i, b \geq 0)$$

$$\begin{cases} x \leq b \\ x \geq -b \end{cases}$$

- Допустимые значения

$$x = 0 \text{ или } 0 \leq X \leq b, a > 0$$

$$y = \begin{cases} 0, x = 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq ay \\ x \leq by \\ y \in \{0, 1\} \end{cases}$$

- Условие ИЛИ

$$\sum_{i=1}^{n} c_i x_i \to \min$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{1,i} x_i \leq b_1 + M_1 y$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{2,i} x_i \leq b_2 + M_2(1 - y) \quad y \in \{0, 1\}$$

- Модуль со знаком $\geq$
- IF

$$\text{if} \quad \sum_{i=1}^{n} a_{1,i} x_i \leq b_1 \to \sum_{i=1}^{n} a_{1,i} x_i \geq b_1 + \varepsilon$$

$$\text{then} \quad \sum_{i=1}^{n} a_{2,i} x_i \leq b_2$$

и мы превратили в третий пункт

$$y \in \{0, 1\}$$

- Умножение бинарных переменных

$$\ldots + x_1 \cdot x_2 + \ldots \leq b$$

$$x_1, x_2 \in \{0, 1\}$$

$$y \in \{0, 1\}$$

$$y \leq x_1$$

$$y \leq x_2$$

$$y \geq x_1 + x_2 - 1$$

x_1	1	0	0	0
x_2	1	0	1	0
y	1	0	0	0

Линеаризация