

Глава шестая

Межличностные взаимодействия



Глава 6

Межличностные взаимодействия

6.1. Формализация межличностных отношений

6.1.1. Теория систем отношений

Для формализации межличностных отношений индивидов снова воспользуемся идеями, разработанными Ю.И. Кулаковым (см. гл.5).

Напомним, что в теории Ю.И. Кулакова постулируется наличие одного или нескольких множеств $\mathcal{M}, \mathcal{N}, \dots$ элементов, между которыми определены отношения, обладающие двумя свойствами. Во-первых, некоторый набор этих отношений, выраженных в виде чисел, должен удовлетворять уравнению, именуемому *законом* и, во-вторых, в данном уравнении можно одни элементы заменять на другие по правилу, называемому *фундаментальной симметрией*.

В простейшем случае отношение – это вещественное число, сопоставляемое паре, тройке, четверке и т.д. элементов [42, с.67]. В качестве элементов могут выступать объекты лю-

бой природы: физические тела, индивиды социальной группы, элементарные частицы и т.д., а в качестве отношений между элементами могут рассматриваться расстояния между телами (точками), родственные связи, межличностные взаимодействия индивидов и пр. Если ограничиваться одним множеством, то теория, которая строится, называется *унарной системой фундаментальных отношений*.

Теория Ю.И. Кулакова позволила иными глазами посмотреть на законы физики [41, 42]. Как было показано в предыдущей главе, *теория систем отношений* может быть успешно применена к описанию гендерных систем в социологии. В этой главе будет продемонстрировано еще более успешное использование идей Ю.И. Кулакова при решении проблемы формализации (математизации) межличностных взаимодействий.

6.1.2. Межличностные взаимодействия как система фундаментальных отношений

Общество состоит из индивидов, членов общества, т.е. людей. Обозначим совокупность индивидов общества через \mathcal{P} . На данном этапе исследования социальной системы мы не различаем мужчин и женщин. *Межличностное взаимодействие* – это отношение между индивидами общества.

Будем обозначать индивидов, элементы множества \mathcal{P} , малыми латинскими буквами i, k, j, \dots . Поставим в соответствие межличностному взаимодействию отображение $\mu : \mathcal{P} \times \mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R}$. Если $i, k \in \mathcal{P}$, то значения межличностного взаимодействия между индивидом i и индивидом k представляется в виде формулы

$$m_{ik} = \mu(i, k). \quad (6.1)$$

Другими словами, межличностное взаимодействие между индивидами i и k характеризуется вещественным числом m_{ik} .

Будем предполагать, что межличностное взаимодействие μ является *универсальным* в том смысле, что для данного взаимодействия существует натуральное число r такое, что существует отображение $\Phi : \mathbb{R}^{\frac{1}{2}r(r-1)} \rightarrow \mathbb{R}$, обладающее следую-

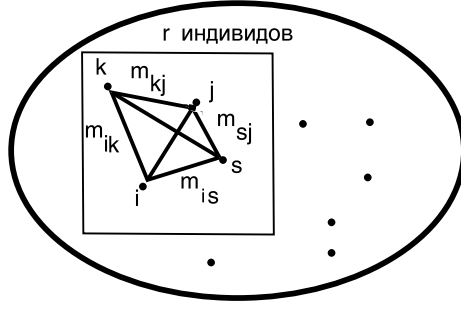


Рис. 6.1: Унарная система отношений = межличностное взаимодействие

щим свойством: для любого произвольного набора из r индивидов i_1, \dots, i_r справедливо тождество

$$\Phi \begin{pmatrix} m_{i_1 i_2} & m_{i_1 i_3} & \cdots & m_{i_1 i_r} \\ & m_{i_2 i_3} & \cdots & m_{i_2 i_r} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & m_{i_{r-1} i_r} \end{pmatrix} = 0. \quad (6.2)$$

Число r называется *рангом* рассматриваемого типа межличностного взаимодействия. В данном определении отчетлива видна постулируемая симметрия данного отношения: любой индивид может быть заменен на любого иного. Но при этом индивидов берут в количестве r . Естественно допустить, что $r \geq 2$, т.е. общество должно состоять хотя бы из двух индивидов. Как будет следовать из теории унарных систем отношений, в действительности $r \geq 3$. Другими словами, общество начинается с трех индивидов (двое, общаясь, вынуждены оглядываться на третьего).

Как здесь не вспомнить анекдот времен строительства социализма: один русский – пьяница, двое русских – драка, трое русских – первичная партийная ячейка¹.

¹Согласно уставу КПСС партийная организация должна содержать не менее трех коммунистов.

Можно только удивляться, как математика и социология достаточно уверенно сходятся в оценке минимального числа участников межличностных взаимодействий.

Межличностное взаимодействие – это структура в смысле Бурбаки рода

$$\langle \mathcal{P}, \mu, r, \Phi \rangle .$$

6.1.3. Классификация межличностных взаимодействий ранга r , $3 \leq r \leq 5$

Для того чтобы найти классификацию, необходимо представить соотношение (6.1) в форме вещественной функции от двух вещественных переменных x_i и y_k . С точки зрения математики это означает, что \mathcal{P} рассматривается как (гладкое) многообразие размерности n и на нем вводятся локальные координаты

$$\begin{cases} i \rightarrow x_i = (x_i^1, \dots, x_i^n) \\ k \rightarrow x_k = (x_k^1, \dots, x_k^n). \end{cases}$$

В этих координатах формула (6.1) принимает вид

$$m_{ik} = \mu(x_i^1, \dots, x_i^n, x_k^1, \dots, x_k^n). \quad (6.3)$$

Выражение (6.3) подставляется в (6.2) и после достаточно кропотливых выкладок для некоторых значений n и r находится вид функций μ и Φ . Приведем итог этих исследований [16, 42].

Классификация межличностных взаимодействий.

Если n размерность многообразия \mathcal{P} , то ранг r связан с ней соотношением: $r = n + 2$. Причем $r \geq 3$.

А) Для систем отношений ранга $r = 3$ имеем четыре варианта:

- Симметричные взаимодействия вида

$$m_{ik}^{(1)}(1) = (x_i^1 - x_k^1)^2, \quad (6.4)$$

- Антисимметричные –

$$m_{ik}^{(2)}(1) = -m_{ki}^{(2)}(1) = x_i^1 - x_k^1. \quad (6.5)$$

В обоих случаях закон имеет вид

$$\Phi = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & m_{i_1 i_2} & m_{i_1 i_3} \\ 1 & m_{i_2 i_1} & 0 & m_{i_2 i_3} \\ 1 & m_{i_3 i_1} & m_{i_3 i_2} & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (6.6)$$

- Симметричные взаимодействия вида

$$m_{ik}^{(3)}(1) = -x_i^1 x_k^1 + \sqrt{(1 + x_i^{1^2})(1 + x_k^{1^2})}, \quad (6.7)$$

с законом

$$\Phi = \begin{vmatrix} 1 & m_{i_1 i_2} & m_{i_1 i_3} \\ m_{i_2 i_1} & 1 & m_{i_2 i_3} \\ m_{i_3 i_1} & m_{i_3 i_2} & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (6.8)$$

- Симметричные взаимодействия вида

$$m_{ik}^{(4)}(1) = x_i^1 x_k^1 + \sqrt{(1 - x_i^{1^2})(1 - x_k^{1^2})} \quad (6.9)$$

с законом

$$\Phi = \begin{vmatrix} 1 & m_{i_1 i_2} & m_{i_1 i_3} \\ m_{i_2 i_1} & 1 & m_{i_2 i_3} \\ m_{i_3 i_1} & m_{i_3 i_2} & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (6.10)$$

Б) Для систем отношений ранга $r = 4$ имеем девять вариантов:

- Симметричные взаимодействия вида

$$m_{ik}^{(1)}(2) = (x_i^1 - x_k^1)^2 + (x_i^2 - x_k^2)^2 \quad (6.11)$$

и

- $$m_{ik}^{(2)}(2) = (x_i^1 - x_k^1)^2 - (x_i^2 - x_k^2)^2. \quad (6.12)$$

Закон для них имеет вид

$$\Phi = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & m_{i_1 i_2} & m_{i_1 i_3} & m_{i_1 i_4} \\ 1 & m_{i_2 i_1} & 0 & m_{i_2 i_3} & m_{i_2 i_4} \\ 1 & m_{i_3 i_1} & m_{i_3 i_2} & 0 & m_{i_3 i_4} \\ 1 & m_{i_4 i_1} & m_{i_4 i_2} & m_{i_4 i_3} & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (6.13)$$

- Далее

$$m_{ik}^{(3)}(2) = x_i^1 x_k^1 - x_i^2 x_k^2 + \sqrt{(1 - x_i^{1^2} + x_i^{2^2})(1 - x_k^{1^2} + x_k^{2^2})} \quad (6.14)$$

и

- $$m_{ik}^{(4)}(2) = -x_i^1 x_k^1 - x_i^2 x_k^2 + \sqrt{(1 + x_i^{1^2} + x_i^{2^2})(1 + x_k^{1^2} + x_k^{2^2})} \quad (6.15)$$

с законом

$$\Phi = \begin{vmatrix} 1 & m_{i_1 i_2} & m_{i_1 i_3} & m_{i_1 i_4} \\ m_{i_2 i_1} & 1 & m_{i_2 i_3} & m_{i_2 i_4} \\ m_{i_3 i_1} & m_{i_3 i_2} & 1 & m_{i_3 i_4} \\ m_{i_4 i_1} & m_{i_4 i_2} & m_{i_4 i_3} & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (6.16)$$

- Антисимметричные взаимодействия

$$m_{ik}^{(5)}(2) = -m_{ki}^{(5)}(2) = x_i^1 x_k^2 - x_i^2 x_k^1, \quad (6.17)$$

с законом

$$\Phi = \begin{vmatrix} 0 & m_{i_1 i_2} & m_{i_1 i_3} & m_{i_1 i_4} \\ -m_{i_1 i_2} & 0 & m_{i_2 i_3} & m_{i_2 i_4} \\ -m_{i_1 i_3} & -m_{i_2 i_3} & 0 & m_{i_3 i_4} \\ -m_{i_1 i_4} & -m_{i_2 i_4} & -m_{i_3 i_4} & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (6.18)$$

- Симметричные взаимодействия вида

$$m_{ik}^{(6)}(2) = x_i^1 x_k^1 + x_i^2 x_k^2 + \sqrt{(1 - x_i^{1^2} - x_i^{2^2})(1 - x_k^{1^2} - x_k^{2^2})}, \quad (6.19)$$

закон Φ имеет вид (6.16).

- Особые случаи взаимодействий ранга 4

$$m_{ik}^{(7)}(2) = \ln(x_i^1 - x_k^1)^2 + \frac{x_i^2 - x_k^2}{x_i^1 - x_k^1}; \quad (6.20)$$

•

$$m_{ik}^{(8)}(2) = \ln[(x_i^1 - x_k^1)^2 + (x_i^2 - x_k^2)^2] + \gamma \operatorname{arctg} \frac{x_i^2 - x_k^2}{x_i^1 - x_k^1}; \quad (6.21)$$

•

$$m_{ik}^{(9)}(2) = \ln[(x_i^1 - x_k^1)^2 + (x_i^2 - x_k^2)^2] + \gamma \operatorname{arcth} \frac{x_i^2 - x_k^2}{x_i^1 - x_k^1}, \quad (6.22)$$

где γ параметр. Для них закон Φ в явном виде не пишется.

В) Для систем отношений ранга $r = 5$ имеем десять вариантов:

- Симметричные взаимодействия вида

$$m_{ik}^{(1)}(3) = x_i^1 x_k^1 + x_i^2 x_k^2 - x_i^3 x_k^3 + \sqrt{(1 - x_i^{1^2} - x_i^{2^2} + x_i^{3^2})(1 - x_k^{1^2} - x_k^{2^2} + x_k^{3^2})}, \quad (6.23)$$

•

$$m_{ik}^{(2)}(3) = x_i^1 x_k^1 - x_i^2 x_k^2 - x_i^3 x_k^3 + \\ + \sqrt{(1 - x_i^{1^2} + x_i^{2^2} + x_i^{3^2})(1 - x_k^{1^2} + x_k^{2^2} + x_k^{3^2})}, \quad (6.24)$$

•

$$m_{ik}^{(3)}(3) = -x_i^1 x_k^1 - x_i^2 x_k^2 - x_i^3 x_k^3 + \\ + \sqrt{(1 + x_i^{1^2} + x_i^{2^2} + x_i^{3^2})(1 + x_k^{1^2} + x_k^{2^2} + x_k^{3^2})} \quad (6.25)$$

с законом

$$\Phi = \begin{vmatrix} 1 & m_{i_1 i_2} & m_{i_1 i_3} & m_{i_1 i_4} & m_{i_1 i_5} \\ m_{i_2 i_1} & 1 & m_{i_2 i_3} & m_{i_2 i_4} & m_{i_2 i_5} \\ m_{i_3 i_1} & m_{i_3 i_2} & 1 & m_{i_3 i_4} & m_{i_3 i_5} \\ m_{i_4 i_1} & m_{i_4 i_2} & m_{i_4 i_3} & 1 & m_{i_4 i_5} \\ m_{i_5 i_1} & m_{i_5 i_2} & m_{i_5 i_3} & m_{i_5 i_4} & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (6.26)$$

• Следующие два отношения имеют вид

$$m_{ik}^{(4)}(3) = (x_i^1 - x_k^1)^2 + (x_i^2 - x_k^2)^2 + (x_i^3 - x_k^3)^2, \quad (6.27)$$

•

$$m_{ik}^{(5)}(3) = (x_i^1 - x_k^1)^2 - (x_i^2 - x_k^2)^2 - (x_i^3 - x_k^3)^2. \quad (6.28)$$

Для них

$$\Phi = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & m_{i_1 i_2} & m_{i_1 i_3} & m_{i_1 i_4} & m_{i_1 i_5} \\ 1 & m_{i_2 i_1} & 0 & m_{i_2 i_3} & m_{i_2 i_4} & m_{i_2 i_5} \\ 1 & m_{i_3 i_1} & m_{i_3 i_2} & 0 & m_{i_3 i_4} & m_{i_3 i_5} \\ 1 & m_{i_4 i_1} & m_{i_4 i_2} & m_{i_4 i_3} & 0 & m_{i_4 i_5} \\ 1 & m_{i_5 i_1} & m_{i_5 i_2} & m_{i_5 i_3} & m_{i_5 i_4} & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (6.29)$$

- Антисимметричные взаимодействия

$$m_{ik}^{(6)}(3) = -m_k^{(6)}(3) = x_i^1 x_k^2 - x_i^2 x_k^1 + x_i^3 - x_k^3 \quad (6.30)$$

с законом (6.29).

- Симметричные взаимодействия вида

$$m_{ik}^{(7)}(3) = x_i^1 x_k^1 + x_i^2 x_k^2 + x_i^3 x_k^3 + \\ + \sqrt{(1 - x_i^{1^2} - x_i^{2^2} - x_i^{3^2})(1 - x_k^{1^2} - x_k^{2^2} - x_k^{3^2})}, \quad (6.31)$$

и закон Φ имеет вид (6.26).

- Особые случаи взаимодействий ранга 5:

$$m_{ik}^{(8)}(3) = \ln(x_i^1 - x_k^1)^2 + \frac{x_i^2 - x_k^2 + x_i^3 x_k^1 - x_k^3 x_i^1}{x_i^1 - x_k^1}, \quad (6.32)$$

•

$$m_{ik}^{(9)}(3) = \ln[(x_i^1 - x_k^1)^2 + (x_i^2 - x_k^2)^2] + \\ + \gamma \operatorname{arctg} \frac{x_i^2 - x_k^2}{x_i^1 - x_k^1} + x_i^3 + x_k^3, \quad (6.33)$$

•

$$m_{ik}^{(10)}(3) = \ln[(x_i^1 - x_k^1)^2 - (x_i^2 - x_k^2)^2] + \\ + \gamma \operatorname{arcth} \frac{x_i^2 - x_k^2}{x_i^1 - x_k^1} + x_i^3 + x_k^3, \quad (6.34)$$

где γ параметр. Для них закон Φ в явном виде не выписывается.

6.2. Проекция на социометрию

Проиллюстрируем применимость изложенной теории к различным формулам расчета групповых и индивидуальных индексов, используемых в социальной психологии для диагностики малых групп.

Теоретическое направление в изучении малых социальных групп в современной социологии, исследующее эмоциональные межличностные отношения и экстраполирующее свои выводы на большие социальные группы и общество в целом, называется *социометрией*. Дадим более конкретное определение социометрии.

Социометрия – это количественное измерение эмоциональных отношений в малых группах [60].

Основной задачей социометрии является диагностика межличностных и межгрупповых отношений.

6.2.1. Индексы социометрии

На основе анализа результатов тестирования членов группы (респондентов) вычисляются индивидуальные и групповые социометрические индексы.

Социометрические индексы – это количественные показатели, характеризующие структуру межличностных отношений в малой группе (групповые социометрические индексы) или положение отдельных членов группы в этой структуре (индивидуальные социометрические индексы) [60].

Социометрические методы могут использоваться не только для изучения малых групп. В более широком смысле под социометрическими индексами понимают любые характеристики структуры отношений между элементами некоторого множества социальных объектов.

Наиболее распространенными групповыми социометрическими индексами являются следующие [5], [60]:

- Социометрическая когерентность

$$I = 2 \sum_{\gamma \in \Theta} \beta_{\gamma} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N (\delta_{ik\gamma} + \delta_{ki\gamma})}{N(N-1)},$$

где Θ – множество сфер взаимоотношений членов группы, β_{γ} – коэффициент важности сферы взаимоотношений γ в деятельности группы, N – число респондентов, $\delta_{ik\gamma}$ – оценка межличностных отношений i -го респондента и k -го члена группы в сфере взаимоотношений γ ,

$$\delta_{ik\gamma} = \begin{cases} -1, & \text{если оценка отрицательная,} \\ 0, & \text{если нейтральная,} \\ 1, & \text{если положительная.} \end{cases}$$

Состав элементов множества Θ определяется целями и задачами данной структуры группы. Например, элементами множества Θ могут выступать такие сферы межличностного общения, как сфера служебных взаимоотношений, сфера учебной деятельности, сфера эмоциональных взаимоотношений, сфера проведения досуга, сфера практической деятельности, сфера коммуникационных взаимоотношений и другие. Коэффициенты β_{γ} определяются либо экспертным путем, либо на основе специально организованного опроса респондентов с последующим анализом причинно-следственных связей сфер взаимоотношений.

Индекс социометрической когерентности выступает в качестве основного показателя при оценке уровня развития межличностных отношений в группе. Он является количественной мерой *связанности* группы по выделенному критерию. Этот индекс выражает настоятельность взаимных контактов без их знака и направленности. Он характеризует отношение положительных и отрицательных выборов к нейтральным выборам. Его высокое значение свидетельствует о достаточно высоком уровне развития межличностных отношений.

- Социометрическая напряженность

$$H = \sum_{\gamma \in \Theta} \beta_{\gamma} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \delta_{ik\gamma} (1 - \delta_{ki\gamma})}{N(N-1)}.$$

Характеризует общее количество несовпадений взаимных оценок членов группы по отношению к каждому члену группы. Показатель неустойчивости внутренней структуры группы. Имеет жесткую связь с успешностью функционирования группы.

- Плотность

$$P = \sum_{\gamma \in \Theta} \beta_{\gamma} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \delta_{ik\gamma}^+}{N(N-1)},$$

где $\delta_{ik\gamma}^+$ — значение положительного отношения i -го респондента к k -му члену группы в сфере взаимоотношений γ ,

$$\delta_{ik\gamma}^+ = \begin{cases} 1, & \text{если } \delta_{ik\gamma} > 0, \\ 0, & \text{если } \delta_{ik\gamma} \leq 0. \end{cases}$$

Плотность является мерой соотношения реальных положительных коммуникативных связей и всех возможных положительных связей в группе между ее членами. Этот показатель отражает реально существующий уровень стремлений людей друг к другу.

- Сплоченность

$$S_p = \sum_{\gamma \in \Theta} \beta_{\gamma} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \delta_{ik\gamma}^+ \delta_{ki\gamma}^+}{2N(N-1)}.$$

Это важный показатель межличностных отношений. Он характеризует степень преобладания симпатий над анти-

патиями каждого члена группы по отношению к остальным членам группы и свидетельствует об уровне взаимопонимания и доверия в межличностных отношениях членов группы.

- Разобщенность

$$R_z = \sum_{\gamma \in \Theta} \beta_{\gamma} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \delta_{ik\gamma}^- \delta_{ki\gamma}^-}{2N(N-1)},$$

где $\delta_{ik\gamma}^-$ – значение отрицательного отношения i -го респондента к k -му члену группы в сфере взаимоотношений γ ,

$$\delta_{ik\gamma}^- = \begin{cases} 1, & \text{если } \delta_{ik\gamma} < 0, \\ 0, & \text{если } \delta_{ik\gamma} \geq 0. \end{cases}$$

Разобщенность – это противоположная характеристика по отношению к сплоченности. Является мерой преобладания антипатий над симпатиями каждого члена группы по отношению к остальным членам группы.

- Индекс приемлемости

$$S_n = \sum_{\gamma \in \Theta} \beta_{\gamma} \frac{\sum_{i,k=1}^N (\delta_{ik\gamma}^+ - \delta_{ik\gamma}^-)}{N(N-1)}.$$

Этот индекс диагностирует уровень совместимости членов группы.

Наиболее распространенные индивидуальные (персональные) социометрические индексы:

- Положительная экспансивность i -го члена группы

$$\Theta_i^+ = \frac{\sum_{k=1}^N \delta_{ik}^+}{N-1}.$$

Характеризует, насколько данная личность тяготеет к данной группе; как личность относится к окружающим его членам группы; сколь активна она в своих положительных выборах, где

$$\delta_{ik}^+ = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й респондент выбирает} \\ & k\text{-го члена группы,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

- Отрицательная экспансивность i -го члена группы

$$\Theta_i^- = \frac{\sum_{k=1}^N \delta_{ik}^-}{N-1}.$$

Характеризует, насколько данная личность отвергает группу, сколь активна она в своих отрицательных выборах, где

$$\delta_{ik}^- = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й респондент отвергает} \\ & k\text{-го члена группы,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

- Степень удовлетворенности i -го члена группы

$$U_i^+ = \frac{\sum_{k=1}^N \delta_{ik}^+ \delta_{ki}^+}{2(N-1)}.$$

Характеризует удовлетворенность взаимоотношениями и выражает мысль, что члену группы важно не то, сколько людей, кому он симпатизирует, а то, сколько людей из тех, кому он симпатизирует, отвечают ему взаимностью. Косвенный показатель конфликтности личности.

- Степень конфликтности i -го члена группы

$$U_i^- = \frac{\sum_{k=1}^N \delta_{ik}^- \delta_{ki}^-}{2(N-1)}.$$

Характеризует неудовлетворенность взаимоотношениями и выражает мысль, что члену группы важно не то, сколько людей его отвергают, а то, сколько людей из тех, кого он отвергает, отвергают его.

- Социометрический статус i -го члена группы

$$S_{yi} = \frac{\Pi_i^+ - \Pi_i^-}{N - 1},$$

где Π_i^+ , Π_i^- – число соответственно положительных и отрицательных выборов i -го члена группы другими членами группы.

Количественный показатель статуса члена группы в иерархии неформальных взаимоотношений. Является показателем авторитетности, популярности того или иного индивида в группе. Чем выше статус, тем выше связанность индивида с другими членами группы.

- Потребность i -го члена группы в обращении

$$P_{oi} = \frac{\Theta_i^+ - \Theta_i^-}{N - 1},$$

где Θ_i^+ , Θ_i^- – соответственно положительная и отрицательная экспансивность i -го члена группы.

Количественное выражение соотношения симпатий и антипатий данной личности к членам группы, характеристика психологического самочувствия личности в данной группе.

- Совместимость i -го члена группы

$$S_{vi} = \frac{U_i^+ - U_i^-}{N - 1},$$

где U_i^+ , U_i^- – степень соответственно удовлетворенности и конфликтности i -го члена группы.

Отражает, насколько симпатии и антипатии личности в отношении других членов группы адекватны симпатиям и антипатиям каждого члена группы по отношению к данной личности. Косвенный показатель конфликтности личности.

- Индекс объема взаимодействия i -го члена группы

$$V_i = \frac{1}{2}(S_{yi} + P_{oi}),$$

где $S_{yi} + P_{oi}$ – социометрический статус и потребность в обращении i -го члена группы.

Отражает многообразие связей i -го члена группы.

- Степень отвержения группой i -го респондента

$$\nu_{yi} = \frac{\sum_{k=1}^N \delta_{ik}^-}{N-1},$$

Характеризует антипатии членов группы в отношении данной личности.

6.2.2. Индекс положения ребенка в группе

Продemonстрируем возможности изложенной теории на примере одного из индивидуальных индексов – социометрического статуса i -го члена группы или, как часто его называют в литературе по психологии, – индекса психологической (эмоциональной) экспансивности члена группы.

Для описания взаимоотношений в группах детей он используется под названием *индекса положения (статуса) ребенка* [40, с.193]

$$P = \frac{\Pi_+ - \Pi_-}{N-1}, \quad (6.35)$$

где Π_+ и Π_- – количество членов группы, которое избрало или отвергло данную личность, N – численность коллектива.

Для того, чтобы вывести формулу (6.35) воспользуемся *бинарной комплексной системой отношений* ранга (3,3), которая сводится [16, с.58-59] к *унарной вещественной системе отношений* ранга 5. Бинарная комплексная система отношений ранга (3,3) задается законом

$$\Phi = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} \\ u_{l\alpha} & u_{l\beta} & u_{l\gamma} \end{vmatrix} = 0 \quad (6.36)$$

и отношением

$$u_{i\alpha} = x_i^1 y_\alpha^1 + x_i^2 y_\alpha^2,$$

где $x_i^1, x_i^2, y_\alpha^1, y_\alpha^2$ – комплексные числа. Вводя сшивку множеств \mathcal{M} и \mathcal{F} посредством формального сопряжения

$$x_i^1 + i \cdot x_i^2 = \overline{y_\alpha^1 + i \cdot y_\alpha^2}, \quad x_k^1 + i \cdot x_k^2 = \overline{y_\beta^1 + i \cdot y_\beta^2},$$

получаем унарное вещественное отношение ранга 5

$$\begin{aligned} m_{ik} &= \frac{1}{2}(u_{i\beta} + u_{k\alpha}) = \frac{1}{2}(x_i^1 y_\beta^1 + x_i^2 y_\beta^2 + x_k^1 y_\alpha^1 + x_k^2 y_\alpha^2) = \\ &= \frac{1}{2}(x_i^1 \overline{x_k^1} + x_i^2 \overline{x_k^2} + x_k^1 \overline{x_i^1} + x_k^2 \overline{x_i^2}) = \frac{1}{2}(x_i^1 \overline{x_k^1} + x_i^2 \overline{x_k^2} + \overline{x_i^1 x_k^1} + \overline{x_i^2 x_k^2}). \end{aligned}$$

Предположим, что индивид, чей статус вычисляется – это элемент i , а остальные члены группы – элементы k, l, \dots, p . Примем, что все числа $x_i^1, x_i^2, x_k^1, x_k^2, \dots, x_p^1, x_p^2$ нормированы (интенсивность отношений в группе одинакова, нет выделенных индивидов), т.е. имеют модуль $\sqrt{1/2(N-1)}$, где N – численность группы. Допустим также, что

$$x_i^1 = x_i^2 = \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} e^{i\phi} \quad \text{и} \quad \phi = 0,$$

$$x_k^1 = x_k^2 = \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} e^{i\phi_k}, \dots, x_p^1 = x_p^2 = \frac{1}{\sqrt{2(N-1)}} e^{i\phi_p}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sum_{j=k, \dots, p} m_{ij} &= \\ &= \frac{1}{2(N-1)} \{ [e^{i\phi_k} + e^{-i\phi_k}] + \dots + [e^{i\phi_p} + e^{-i\phi_p}] \} = \\ &= \frac{1}{(N-1)} \sum_{j=k, \dots, p} \cos \phi_k. \end{aligned}$$

Если считать, что индивиды j , которые избрали данную личность i , имеют фазу $\phi_j = 0$, а те, кто отверг — $\phi_j = \pi$, и при этом нет неопределившихся индивидов, то

$$\sum_{j=k, \dots, p} m_{ij} = \frac{1}{N-1} [\underbrace{(1 + \dots + 1)}_{\Pi_+} + \underbrace{(-1 - \dots - 1)}_{-\Pi_-}] = \frac{\Pi_+ - \Pi_-}{N-1}.$$

То есть мы получили индекс положения ребенка². В ходе вывода этой формулы, мы делали упрощающие предположения, которые показывают, что формула, используемая в психологии и социологии, является частным случаем более сложного соотношения. Вводя, к примеру, различные значения для фаз ϕ_j , можно более полно учитывать разнообразие в межличностных взаимодействиях индивидов.

6.2.3. Степень адекватности ролевой перцепции руководителя

Приведем еще один пример приложения теории систем фундаментальных отношений как теории межличностных взаимодействий к социальной психологии. Выведем *коэффициент ролевой перцепции руководителя* [5], используемый в качестве характеристики адекватности оценки руководителем членов группы,

$$K = \frac{d}{S_d/\sqrt{N}}, \quad (6.37)$$

²Читателю предлагается самостоятельно попробовать вывести остальные социометрические индексы из законов межличностных отношений соответствующего ранга, рассмотренных в 6.2.1.

где

$$d = \sum_{j=1}^N (A_j - B_j)/N, \quad d_j = (A_j - B_j), \quad d_0 = \sum_{j=1}^N d_j/N,$$

$$S_d = \sqrt{\sum_{j=1}^N \frac{(d_j - d_0)^2}{N-1}},$$

A_j – оценка, данная руководителем j -му члену группы, B_j – оценка, данная группой j -му члену, N – численность коллектива.

Обозначим через

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^N \frac{((A_j - B_j) - \sum_{j=1}^N (A_j - B_j)/N)^2}{N}}.$$

Тогда формулу (6.37) можно переписать в виде

$$K = \frac{\sqrt{N-1} \sum_{j=1}^N (A_j - B_j)/N}{\sigma}. \quad (6.38)$$

Для того, чтобы вывести формулу (6.38) снова воспользуемся подобно тому, как это делаось в 6.2.2., *бинарной комплексной системой отношений* ранга (3,3), которая сводится [16, с.58-59] к *унарной вещественной системе отношений* ранга 5

$$m_{ik} = \frac{1}{2}(x_i^1 \overline{x_k^1} + x_i^2 \overline{x_k^2} + \overline{x_i^1 x_k^1} + \overline{x_i^2 x_k^2}).$$

Предположим, что руководитель, для которого вычисляется коэффициент ролевой перцепции, – это элемент i , а остальные члены группы – элементы k, l, \dots, p . Допустим также, что для руководителя

$$x_i^1 = x_i^2 = \frac{\sqrt{N-1}}{\sigma\sqrt{N}} e^{i\phi} \quad \text{и} \quad \phi = 0.$$

Для всех остальных же индивидов в группе полагаем

$$x_k^1 = \frac{A_k}{\sqrt{N}} e^{i\phi_k^a}, \dots, x_p^1 = \frac{A_p}{\sqrt{N}} e^{i\phi_p^a};$$

$$x_k^2 = \frac{B_k}{\sqrt{N}} e^{i\phi_k^b}, \dots, x_p^2 = \frac{B_p}{\sqrt{N}} e^{i\phi_p^b}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} & \sum_{j=k, \dots, p} m_{ij} = \\ &= \frac{\sqrt{N-1}}{2\sigma N} \{ [A_k(e^{i\phi_k^a} + e^{-i\phi_k^a}) + B_k(e^{i\phi_k^b} + e^{-i\phi_k^b})] + \\ & \quad + \dots + [A_p(e^{i\phi_p^a} + e^{-i\phi_p^a}) + B_p(e^{i\phi_p^b} + e^{-i\phi_p^b})] \} = . \\ &= \frac{\sqrt{N-1}}{\sigma N} \{ [A_k \cos \phi_k^a + B_k \cos \phi_k^b] + \dots + [A_p \cos \phi_p^a + B_p \cos \phi_p^b] \}. \end{aligned}$$

Если считать, что в случае взаимодействия с руководителем индивид j имеет одинаковую с ним фазу $\phi_j^a = 0$, а при взаимодействии с другими членами группы — $\phi_j^b = \pi$, то

$$\sum_{j=k, \dots, p} m_{ij} = \frac{\sqrt{N-1}}{\sigma N} \{ [A_k - B_k] + \dots + [A_p - B_p] \} = K.$$

Таким образом, мы получили коэффициент ролевой перцепции руководителя, характеризующий насколько адекватно оцениваются руководителем члены группы в межличностных взаимодействиях.

6.3. Модель общения по Берну

В основу модели³ положены принципы коммуникаций между индивидами, описанные в книге Э. Берна [12].

³Предлагаемая мульти-агентная модель является усовершенствованием модели Д.Н. Лаврова [24, с.70-74].

Индивид в соответствии с теорией Берна в каждый момент времени находится в одном из трех состояний: Родитель (Р), Взрослый (В), Ребенок (Рб).

Транзакцией Берн называет единицу общения. Люди, находясь вместе в одной группе, неизбежно заговорят друг с другом. Это "транзакционный стимул". Человек, к которому обращен транзакционный стимул, в ответ что-то скажет или сделает. Этот ответ называется "транзакционной реакцией".

То или иное состояние одного индивида вызывает стимул у другого, порождающий в свою очередь ответную реакцию первого индивида. Каждая реакция в свою очередь становится стимулом.

Направленность одного индивида, находящегося в некотором состоянии, на состояние другого индивида определяется таблицей стимулов и зависит от текущего состояния индивида. Например, таблица

	Р	В	Рб
Р	0	0	1
В	0	1	0
Рб	1	0	0

описывает следующие стимулы: $P \rightarrow Pб$, $B \rightarrow B$, $Pб \rightarrow P$. Завязывание "разговора" выглядит следующим образом: $X \rightarrow Y$, $Z \rightarrow V$. Это означает, что первый индивид, находясь в состоянии X , обратился ко второму, имеющему состояние Y ; но второй индивид изменил уже состояние Y на Z и ориентирован на состояние V . Общение продолжится, если транзакция $X \rightarrow Y$, $Z \rightarrow V$ не является *перекрестной*, и прервется, если она именно такова. Список перекрестных транзакций можно найти в книге Берна [12].

Каждый индивид испытывает три типа голодания: структурное, сенсорное голодание и голод признания. В модели все три типа объединены в одну характеристику – потребность агента в общении или суммарный голод. Э. Берн пишет, что плохое общение лучше, чем никакое. На этом основании по-

лагаем, что именно чувство голода должно являться основной характеристикой, влияющей на поведение индивидов.

Перейдем к построению модели общения. Наша модель будет больше компьютерной, чем математической, а точнее, мы воспользуемся идеями мульти-агентного компьютерного моделирования [24]. Поэтому далее индивидов называем *агентами*, которые ведут свою *искусственную жизнь*.

Правила "межличностного" взаимодействия агентов:

- перекрестные транзакции прекращают процесс коммуникации;
- суммарный голод уменьшается в процессе общения;
- в отсутствие общения суммарный голод увеличивается;
- после перекрестной транзакции агенты, участвовавшие в ней, на определенное время (время отторжения) не участвуют в коммуникации друг с другом, даже если оба голодны.

Описание поля взаимодействия и принципы перемещения агентов по полю.

Агенты осуществляют свою искусственную жизнь в некотором пространстве, называемым нами *полем*. Наиболее естественно отождествить *поле* с физическим пространством. Но это не совсем верно, так как утоление суммарного голода может проходить не только при личном контакте, но и по современным каналам коммуникаций (телефон, Internet и т.п.).

Движение агентов в поле может быть реализовано различными способами. В модели заложено два типа движения: "Случайное блуждание" и "Тяга к голодному".

"Случайное блуждание" – наиболее примитивный тип перемещения в пространстве. В этом случае большинство коммуникаций случайно.

При "тяге к голодному" агент просматривает *зону видимости* вокруг себя и затем движется в направлении самого голодного агента из своей зоны видимости. Зона видимости указывает окрестность агента, в которой он может следить за состоянием других участников. В отсутствии кого-либо в зоне видимости он перемещается случайно.

Время модели дискретное. Каждый шаг – это один отсчет по временной шкале. На каждом шаге выполняются определенные действия: устанавливается, кто в каком состоянии и кто с кем взаимодействует, изменяются состояния в результате взаимодействий, производятся перемещения в соответствии с выбором направления движения и т.д.

Описание зоны видимости.

Каждый агент может завязать общение только с тем агентом, который находится в зоне его видимости. Самой простой зоной видимости является круг некоторого радиуса, в центре которого находится наш агент. Но в действительности следует учесть и более сложные варианты "завязывания" разговора в группах. Для этого воспользуемся теорией, изложенной в 6.1.3.

Пусть агент i находится в состоянии X и завязывает разговор с агентом k . Агент k может находиться в одном из трех состояний В, Р и Рб. Следовательно, мы имеем не двух "реальных" агентов i и k , а *четыре* разных виртуальных агентов i_1, \dots, i_4 . На языке 6.1.2 это означает, что мы имеем дело с унарной вещественной системой отношений ранга 4. Она, как известно, предусматривает девять различных типов межличностных отношений $m_{ik}^{(j)}(2)$, $j = 1, \dots, 9$. Интерпретируя $m_{ik}^{(j)}(2)$ как "метрику", мы считаем, что зона видимости $Z(i, d)$ агента i включает всех агентов k , до которых $m_{ik}^{(j)}(2)$ - расстояние не превосходит числа d , т.е.

$$k \in Z(i, d) \iff \{(x_k^1, x_k^2, \dots) : m_{ik}^{(j)}(2) < d\}.$$

В случае межличностного взаимодействия $m_{ik}^{(1)}(2)$ зона $Z(i, d)$ действительно является кругом. Но для других восьми случаев это совершенно иные геометрические фигуры (см.

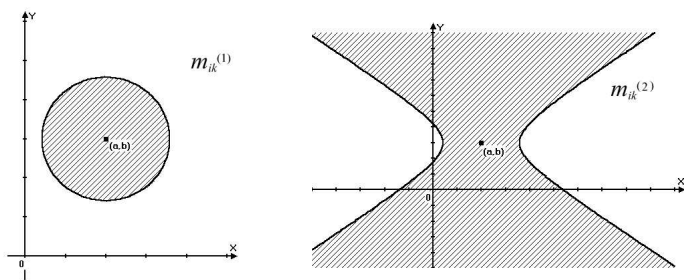


Рис. 6.2: Зоны видимости агента, находящегося в т.(a,b), в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(1)}(2)$ и $m_{ik}^{(2)}(2)$ соответственно

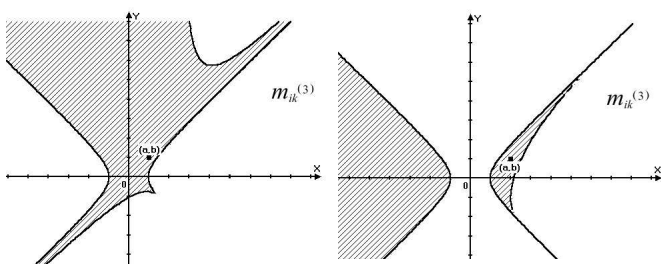


Рис. 6.3: В случае межличностных отношений типа $m_{ik}^{(3)}(2)$ возможны различные варианты зоны видимости агента, находящегося в т.(a,b)

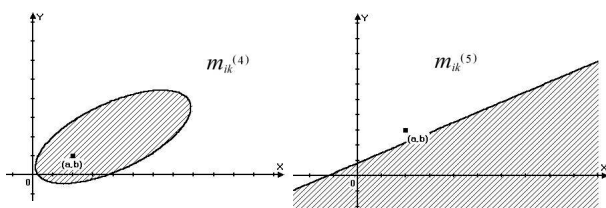


Рис. 6.4: Зоны видимости агента, находящегося в т.(a,b), в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(4)}(2)$ и $m_{ik}^{(5)}(2)$ соответственно

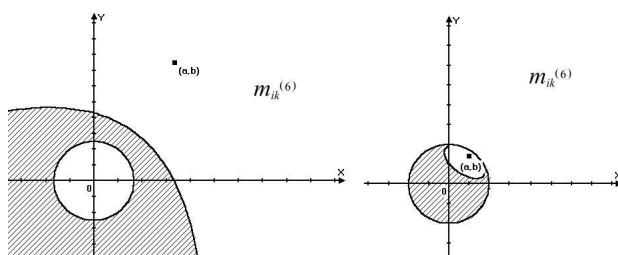


Рис. 6.5: В случае межличностных отношений типа $m_{ik}^{(6)}(2)$ возможны различные варианты зоны видимости агента, находящегося в т.(a,b)

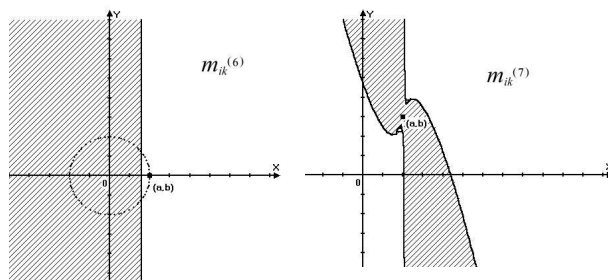


Рис. 6.6: Зоны видимости агента, находящегося в т.(a,b), в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(6)}(2)$ и $m_{ik}^{(7)}(2)$ соответственно

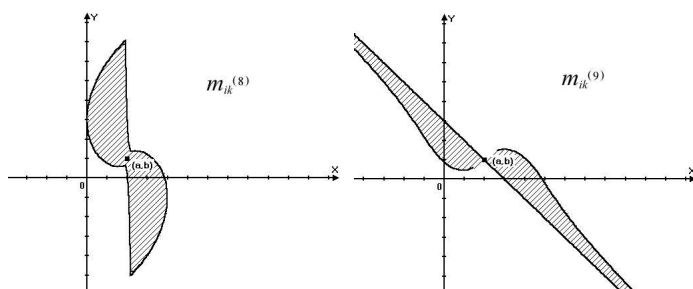


Рис. 6.7: Зоны видимости агента, находящегося в т.(a,b), в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(8)}(2)$ и $m_{ik}^{(9)}(2)$ соответственно

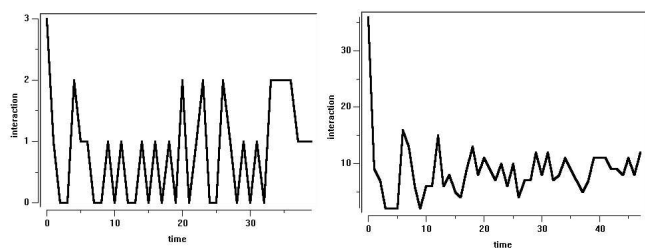


Рис. 6.8: Количество взаимодействий агентов в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(1)}(2)$ и $m_{ik}^{(2)}(2)$ соответственно

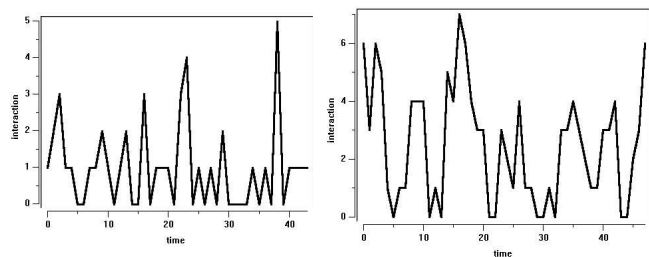


Рис. 6.9: Количество взаимодействий агентов в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(3)}(2)$ и $m_{ik}^{(4)}(2)$ соответственно

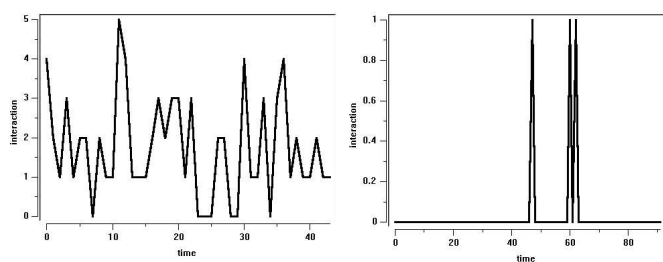


Рис. 6.10: Количество взаимодействий агентов в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(5)}(2)$ и $m_{ik}^{(6)}(2)$ соответственно

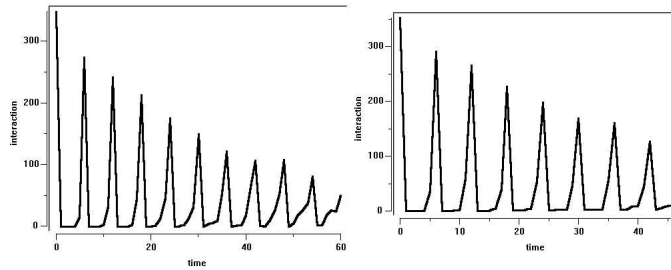


Рис. 6.11: Количество взаимодействий агентов в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(7)}(2)$ и $m_{ik}^{(8)}(2)$ соответственно

рис. 6.2–6.7). Следует ожидать, что разные зоны видимости скажутся и на общении агентов в группе.

Это и показывает компьютерное моделирование. Реализация представленной модели осуществлена в мульти-агентной системе моделирования *SWARM*. Данный пакет обладает библиотекой графического интерфейса, используемой для вывода различных результатов моделирования, таких, как графики, диаграммы и др. Также с помощью специального инструментария, содержащегося в основных библиотеках, можно вывести на экран анимационную картинку и визуально наблюдать за процессом общения агентов в искусственной среде.

На рис. 6.8–6.12 представлены графики зависимости количества взаимодействий агентов от времени при различных типах зон видимости согласно рис. 6.2–6.7. В приведенном примере рассматривается взаимодействие пятидесяти агентов, имеющих собственное состояние, матрицу стимул–реакция, свою зону видимости и матрицу переходов состояний. Так как при проведении компьютерного моделирования мы рассматриваем расположение агентов только в положительной части полуплоскости, то зоны видимости на рис. 6.2–6.7 в этом случае будут еще ограничиваться и положительными полуосями координат. Расстояние d в данном примере положительно, но его можно брать и отрицательным.

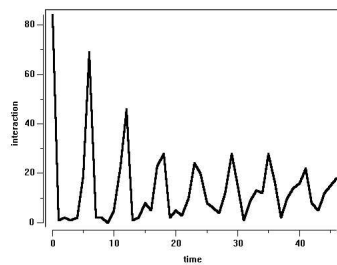


Рис. 6.12: Количество взаимодействий агентов в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(9)}(2)$

В результате проведенных компьютерных экспериментов при разных зонах видимости были выявлены разнообразные типы общений. Например, огромный интерес представляет взаимодействие агентов в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(6)}(2)$, при котором возможны различные варианты зон видимости агентов в зависимости от их местоположения. Если агент находится внутри некоторого ограничивающегося круга, то он может общаться только с теми, кто также расположен внутри этого же круга. С другой стороны агент, находящийся на границе данного круга, видит остальных в пределах некоторой полуплоскости. Для агента, занимающего позицию вне круга, доступны для взаимодействия только те агенты, которые располагаются в полукольце, но в то же самое время данный агент не находится в их зоне видимости (рис. 6.5–6.6). Это сильно отражается на общении агентов (рис. 6.10).

Визуально наблюдая за процессом межличностного общения агентов при различных зонах видимости, можно обнаружить многообразные типы групп "общающихся" агентов. На рис. 6.13–6.15 приведены примеры самых оригинальных "узоров" из полученных в компьютерном эксперименте. Зоны видимости агентов связаны с системой координат искусственной среды. Начало координат находится в левом верхнем углу области моделирования. Направление координатных осей ука-

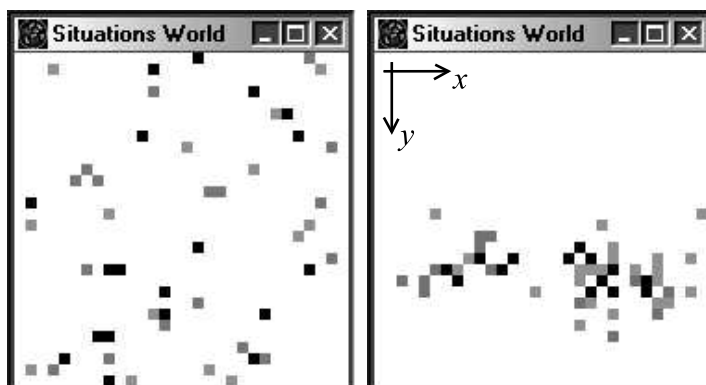


Рис. 6.13: Взаимодействие агентов в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(1)}(2)$ и $m_{ik}^{(2)}(2)$ соответственно

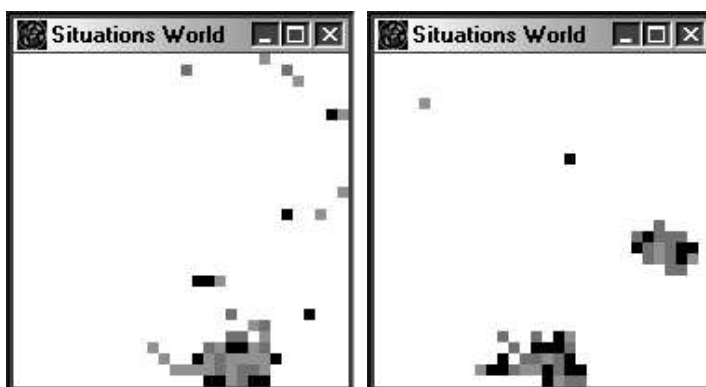


Рис. 6.14: Взаимодействие агентов в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(3)}(2)$ и $m_{ik}^{(4)}(2)$ соответственно

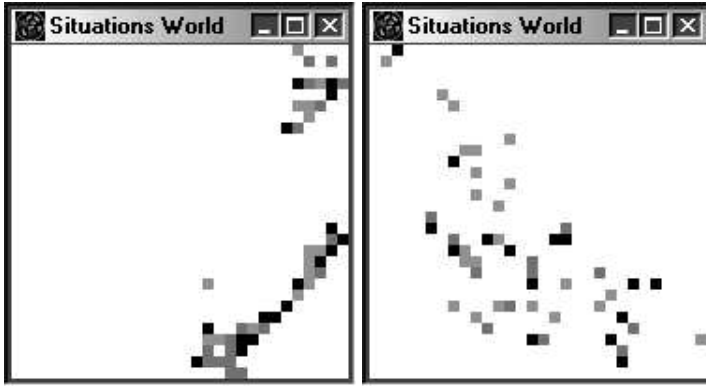


Рис. 6.15: Взаимодействие агентов в случае межличностных отношений $m_{ik}^{(5)}(2)$ и $m_{ik}^{(9)}(2)$ соответственно

заны на рис. 6.13. В случае $m_{ik}^{(1)}(2)$ каждый агент взаимодействует только с двумя, тремя соседями, но достаточно продолжительное время. При $m_{ik}^{(2)}(2)$ общение происходит как бы на одной "волне" (рис. 6.13, справа). Взяв $m_{ik}^{(3)}(2)$, мы можем видеть образование одной большой группы, в которой все агенты общаются друг с другом. Если зона видимости описывается $m_{ik}^{(4)}(2)$, то агенты подразделяются уже на две группки, имеющие форму круга, и взаимодействуют только внутри своей группы (рис. 6.14, справа). Рассмотрев $m_{ik}^{(5)}(2)$ как зону видимости, мы наблюдаем два типа коммуникации агентов: часть агентов общается в группе с формой круга, а другая в виде цепочки. Красивый пример получается при выборе межличностного общения вида $m_{ik}^{(9)}(2)$, где агенты образуют группу, вытянутую вдоль одной из диагоналей поля, в которой все могут обращаться друг к другу (рис. 6.15, справа).

В результате компьютерного моделирования можно сделать вывод, что разные "метрики" для зон видимости не только влияют на количество взаимодействий, но и формируют различные типы коллективного общения.

Выбор "метрик" определялся типом межличностных взаимодействий, которые были перечислены в 6.1.3. Правомерность нашей формализации межличностных отношений основывается на предположении о фундаментальном характере теории Ю.И. Кулакова, подтверждаемом тем, что из этой теории выводимы все известные социометрические индексы, используемые в психологии и социологии. Можно усомниться в допустимости интерпретации отношения m_{ik} в качестве меры, задающей зоны видимости агентов, но труднее оспорить тезис о наличии общих законов, одинаково применимых к описанию природы и общества. В качестве одного из таких законов мы и предложили закон симметрии Ю.И. Кулакова.



Берн Эрик (1910 - 1970). Родился в Монреале в 1910 году. Закончил медицинский факультет Университета МакГилла. После этого иммигрировал в США, приняв американское гражданство. В США Берн продолжает обучение, специализируясь в области психоанализа. В 1961 году вышла его первая книга "Трансактный анализ в психотерапии". В 1964 году выходит книга, сделавшая имя Берна широко известным, – "Игры, в которые играют люди".

Глава седьмая



Глава 7

Моделирование семьи

7.1. Предпосылки к созданию модели семьи

В социологическом исследовании актуальным вопросом является изучение семьи и гендерных отношений как объектов моделирования. Но социологи не обращают достаточного внимания на формализацию и вычисление многообразных переменных адаптивного¹ гендерного поведения. И это серьезное упущение при поиске ответов на многочисленные вопросы. Как семьи могут становиться стабильными и выживать в ситуации кризиса? Как экономическая трансформация² воздействует на женщин в социальной системе? Какие адаптивные действия должны вести к поддержанию стабильности семьи? Как адаптивные способности определяются гендерной согласованностью и персональной активностью женщин?

Желательно создать имитационную мульти-агентную модель, с помощью которой можно будет не только исследовать различные типы адаптивного поведения и самоидентичности³

¹ *Адаптация* – процесс активного приспособления.

² *Transformation* (англ.) – преобразование.

³ *Идентичность* – это, во-первых, свойство индивида оставаться са-

женщин и мужчин в ситуации экономического кризиса, но и посредством анализа гендерных ролей⁴ изучить изменение самоидентичности женщин и ролей мужчин в браке.

Первая цель нашего исследования заключается в том, чтобы продемонстрировать, как могут быть изучены с помощью мульти-агентного моделирования устойчивость и адаптивное поведение семьи.

Вторая цель – проверить следующие гипотезы:

1) стабильность и адаптивное поведение семей в течение экономического кризиса связаны с разнообразными формами индивидуального и совместного действий, например с персональной активности членов семьи и совместимостью гендерных ролей;

2) баланс и согласованность гендерных ролей, профессиональная ориентация и активность женщин определяются высокой адаптивной способностью и устойчивостью семьи.

Сравнение поведения женщин в различных ситуациях позволит выявить типы их поведения, влияющие на выбор того или иного действия, направленного на сохранение семьи.

Имитация различных условий и факторов воздействия на семью очень полезна для анализа стабильности семьи. В этой главе мы познакомимся с моделью⁵ адаптивного поведения семьи в условиях экономически неустойчивого общества. С ее помощью возможны:

- изучение поведения женщин и мужчин в условиях экономической нестабильности;
- проведение оценок результатов адаптивного выбора;
- имитация и анализ большого числа различных ситуаций;
- проведение многочисленных экспериментов.

мим собой в изменяющихся социальных условиях, а, во-вторых, результат осознания индивидом самого себя в качестве человеческой личности, отличающейся от других.

⁴ *Гендерная роль* – ожидаемое поведение индивида в зависимости от его гендера, т.е. социального пола.

⁵ Модель создана Ю.В. Фроловой.

7.2. Модель адаптивного поведения семьи

7.2.1. Формализация семьи

Понятие "семейная стратегия" акцентирует внимание на механизмах формирования и воспроизводства поведения семьи в различных сферах жизнедеятельности и различных ситуациях. Так, выделяют стратегии семьи в осуществлении хозяйственной, репродуктивной и культурной функций; стратегии, направленные на выживание; стратегии, направленные на преодоление кризиса, как внешнего по отношению к семье (например, экономического, социально-культурного), так и внутрисемейного (например, связанного с переходом на новый этап жизненного цикла семьи или с кризисом внутрисемейных отношений). Различают также стратегии, характерные для семей с одним и двумя работающими супругами, для неполной семьи, для семей, принадлежащих к разным социальным группам [36]. В предлагаемой модели проблемы семьи связаны с материальной нестабильностью семьи и переживанием постоянной стрессовой ситуации.

Каковы факторы адаптивного поведения и устойчивости семьи? Для того чтобы ответить на этот вопрос нужно определить идентичность и интересы членов семьи. На основании указанных признаков будем в модели разбивать агентов на различные группы.

Первая группа агентов состоит из женщин, которые имеют *профессиональную ориентацию*. **Вторая группа** агентов состоит из женщин *с ориентацией на семейную жизнь*. Современная российская гендерная система демонстрирует корреляцию между профессиональной ориентацией и успешным адаптивным экономическим поведением семьи. Многие семьи, женщины в которых заняты своей карьерой, экономически и социально более преуспевают, чем семьи с семейной ориентацией женщин. Возрастающее же распространение семей, поддерживаемых женской профессиональной ориентацией, обуслов-

лено персональной активностью женщин. **Третьей группой** агентов являются женщины *с высокой творческой энергией и адаптивными способностями*. Напротив, **четвертая группа** включает женщин *с низкой адаптивной способностью и социальной незащищенностью*.

По данным социологического исследования для большинства российских мужчин основным источником идентичности служит работа. В период экономического кризиса и роста профессиональной активности женщин важным фактором является гармония и баланс гендерных ролей. Вот почему в модели полагается, что агенты-мужчины имеют профессиональную идентичностью и высокий уровень толерантности⁶ к профессиональной активности женщин.

В ситуации экономического кризиса идет перестройка образа жизни семьи, связанная с адаптацией к реалиям рыночного, нестабильного общества. Мы считаем, что главной семейной стратегией в период экономического кризиса является стратегия выживания. Она осуществляется в разных формах, но основным является семейно-ориентированный образ жизни, предполагающий принятие как мужчинами, так и женщинами традиционных ролей⁷. Вместе с тем в данном исследовании ставится задача выяснить, какие стратегии адаптивного поведения избирают семьи с целью преодоления социально-экономического кризиса. Если семья выбирает неподходящую для себя стратегию, она лишь на какое-то время преодолевает трудности, порожденные экономическим кризисом. Однако он неминуемо вновь обрушивается на нее с новой силой. Важно понять, каким образом мужчины и женщины, имеющие определенные гендерные роли, приспосабливаются к условиям жизни в кризисном обществе. Что способствует успеху одних и препятствует адаптации других?

Бюджет семьи, в общем случае, складывается из зарплаты мужа и жены. При этом выделяются "бедные" семьи, с дохо-

⁶ *Толерантность* – терпимость, снисходительность к кому-, к чему-либо.

⁷ Мужчина работает, а женщина нет.

дом ниже прожиточного минимума, и "состоятельные" – с доходом, превышающем прожиточный минимум. Причем семья с относительно высоким общесемейным доходом "задается", главным образом, заработками мужей. Для каждой семьи в модели устанавливаются собственные размеры доходов мужчины и женщины и расхода семьи.

7.2.2. Реализация модели

Рассмотрим N семей, состоящих из женщины и постоянно работающего мужчины и обладающих следующими характеристиками:

r_{kj} – наличный капитал k -ой семьи в момент времени $t = t_j$ ($j = 1, 2, \dots, k = \overline{1, N}$);

a_{k0} – начальный уровень адаптации k -ой семьи;

s_{k0} – начальный уровень толерантности k -ой семьи.

Степень идентичности женщины в k -ой семье в момент времени $t = t_j$ определим функцией

$$i_{kj} = \begin{cases} 0, & \text{если женщина семейно-ориентирована,} \\ 1, & \text{если женщина профессионально-ориентирована.} \end{cases}$$

Динамику изменения капитала r_{kj} опишем следующей разностной задачей

$$\begin{cases} r_{k(j+1)} = r_{kj} - \gamma_{kj}r_{kj} + [\alpha_{kj} + \beta_{kj}]H_j; \\ r_{k0} = r_k^0. \end{cases} \quad (7.1)$$

Вторая часть уравнения (7.1) ($-\gamma_{kj}r_{kj} + [\alpha_{kj} + \beta_{kj}]H_j$) выражает соответственно расход и общий доход семьи, где

$$\alpha_{kj} = \begin{cases} 0, & \text{если семья распалась,} \\ \alpha_k^0, & \text{иначе} \end{cases}$$

– функция дохода мужчины в k -ой семье;

$$\beta_{kj} = \begin{cases} 0, & \text{если семья распалась или } i_{kj} = 0, \\ \beta_k^0, & \text{если } i_{kj} = 1 \end{cases}$$

– функция дохода женщины.

γ_{kj} – функция расхода капитала k -ой семьи.

Функция H_j выражает количество ресурса в источнике дохода в момент времени $t = t_j$ ($j = 1, 2, \dots$). Динамику изменения ресурса зададим следующим уравнением

$$\begin{cases} H_{j+1} = H_j - [\alpha_{kj} + \beta_{kj}]H_j + \delta_j; \\ H_0 = H^0, \end{cases} \quad (7.2)$$

где δ_j -прирост/убыль ресурса в источнике с определенной периодичностью. В период экономического кризиса ($\delta_j < 0$) происходит уменьшение ресурса в источнике дохода. Во время стабильного экономического развития ($\delta_j > 0$) ресурс в источнике постепенно увеличивается.

Опишем **правила оценки ситуации и выбора семьей той или иной стратегии адаптивного поведения**. Зададим кризисные границы адаптивности \bar{a}_k и толерантности \bar{s}_k для семьи: $\bar{a}_k = 2a_{k0}/\bar{a}_{max}$ и $\bar{s}_k = s_{k0}/\bar{s}_{max}$, где $a_{max} = const$ – максимально заданный уровень адаптации семьи, $s_{max} = const$ – максимально заданный уровень толерантности семьи. Пусть $r_{max} = const$ – максимально заданный уровень капитала семьи, а $\bar{r} = const$ – заданная граница экономического кризиса для семьи. Оценка ситуации и выбор стратегии поведения определяются с помощью величины $r_{k(j+1)}$ следующим образом:

- (1) Если $r_{k(j+1)} < \bar{a}_k \cdot \bar{r}$, то констатируется, что k -ая семья находится в поисках более богатого источника дохода и

$$\gamma_{k(j+1)} = \gamma_{kj};$$

$$i_{k(j+1)} = i_{kj};$$

$$\beta_{k(j+1)} = \beta_{kj}.$$

- (2) Если $r_{k(j+1)} < \bar{s}_k \cdot \bar{a}_k \cdot \bar{r}$, тогда констатируется, что семья живет не по средствам, и принимается решение об уменьшении расходов, т.е.

$$\gamma_{k(j+1)} = \begin{cases} \gamma_{kj}/\bar{\gamma}, & \text{если } \gamma_{kj} > \bar{\gamma}, \\ \gamma_{kj}, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$i_{k(j+1)} = \begin{cases} i_{kj}, & \text{если } \gamma_{kj} > \overline{\gamma}, \\ 1, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$\beta_{k(j+1)} = \begin{cases} \beta_{kj}, & \text{если } \gamma_{kj} > \overline{\gamma}, \\ \beta_k^0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где $\overline{\gamma} = \text{const}$ – минимальный уровень расхода.

- (3) Если $\overline{a}_k \cdot \overline{r} < r_{k(j+1)} < \overline{s}_k \cdot \overline{a}_k \cdot r_{max}$, то семья живет в достатке и нет необходимости в изменениях:

$$\gamma_{k(j+1)} = \gamma_{kj};$$

$$i_{k(j+1)} = i_{kj};$$

$$\beta_{k(j+1)} = \beta_{kj}.$$

- (4) Если $r_{k(j+1)} > \overline{s}_k \cdot \overline{a}_k \cdot r_{max}$, тогда

$$\gamma_{k(j+1)} = \begin{cases} \gamma_{kj}/\hat{\gamma}, & \text{если } \gamma_{kj} < \hat{\gamma}, \\ \gamma_{kj}, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$i_{k(j+1)} = \begin{cases} i_{kj}, & \text{если } \gamma_{kj} < \hat{\gamma}, \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$\beta_{k(j+1)} = \begin{cases} \beta_{kj}, & \text{если } \gamma_{kj} < \hat{\gamma}, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где $\hat{\gamma} = \text{const}$ – средний уровень расхода.

- (5) Если $r_{k(j+1)} < \hat{r}$, $\gamma_{kj} < \overline{\gamma}$, $i_{kj} = 1$, где $\hat{r} = \text{const}$ – граница острого кризиса для семьи, то происходит распад k -ой семьи, $\alpha_{k(j+1)} = 0$, $\beta_{k(j+1)} = 0$, и вычисления с помощью уравнения (7.1) дальше не производятся.

Условие (1) означает, что семьи с более высокой адаптацией ощутили происходящие изменения в экономике заблаговременно, до наступления острого кризиса, и успевают сориентироваться. Таким образом, выбирается стратегия **поиска более денежной работы**.

Условие (2) характеризует стратегию **снижения расходов**, когда еще не достигнут самый нижний уровень жизнеобеспечения. Другими словами, семья выбирает тип поведения "перекрутимся, будем экономить на всем". Если все же снизить расходы невозможно, то при достаточном уровне толерантности в семье женщина должна будет искать работу.

Условие (3) предполагает выбор **выжидательной стратегии** адаптивного поведения. Капитал достаточно большой и семья выбирает тип поведения "будем жить как раньше; нам пока хватает".

Условие (4). Семья живет с доходом, превышающем среднюю границу дохода на семью. В этом случае семья может увеличивать свои расходы, и в дальнейшем женщина может оставить работу и посвятить себя домохозяйству.

Условие (5). Нет возможности выбрать какую-либо из стратегий адаптивного поведения в условиях кризиса. Следовательно, семья не может адаптироваться к кризису, она имеет недостаточный капитал при обоих работающих супругах в семье, расход ниже прожиточного минимума для выживания, и это **ведет к распаду семьи**. Распад семьи – показатель неадаптированности семьи.

Проанализируем, при каких условиях происходит **смена идентичности** женщин. До экономического кризиса, с повышением дохода семьи растет доля женщин, которые предпочитают семью работе, и наоборот. Таким образом, уменьшение занятости женщин в общественном производстве, их ориентация на семейные ценности обусловлены тем, что у мужчин имеется возможность хорошо зарабатывать и обеспечивать семью достаточным капиталом ($r_{kj+1} > \bar{s}_k \cdot \bar{a}_k \cdot r_{max}$). Расход семьи при этом намного выше прожиточного минимума ($\gamma_{kj} > \hat{\gamma}$). Экономический кризис ломает сложившийся образ жизни, и в семьях, где мужчины имеют достаточный уровень толерантности к профессиональной активности женщин, для того чтобы семьи выжила женщины с высокой творческой энергией и адаптивными способностями идут работать ($r_{kj+1} < \bar{s}_k \cdot \bar{a}_k \cdot \bar{r}, \gamma_{kj} < \bar{\gamma}$).

7.2.3. Компьютерный эксперимент

Построенная модель реализована на языке *Objective – C* в мульти-агентной системе моделирования *SWARM*. Возможности встроенного графического интерфейса пользователя в данном пакете позволяют визуально наблюдать за ходом развития процесса. С помощью специального инструментария, содержащегося в основных библиотеках, мы выводим на экран анимационную картину. Выводится среда исследования (сеточная область), на которой располагаются семьи, состоящие из агента-мужчины и агента-женщины, а также отображается количество ресурса в каждой ячейке. Клетки, содержащие семьи с различной идентичностью агентов, окрашены в разные цвета. Степень богатства ресурса в источниках среды различается по цветовой гамме: чем больше ресурс, тем ярче цвет. Таким образом, мы можем выявить более богатый источник дохода. Процесс можно наблюдать как в непрерывном, так и в пошаговом режиме. В любой момент времени можно узнать значение характеристик семьи, идентичность агентов, вызвав вспомогательное графическое окно на каждую семью. Изменяя в данном окне значения параметров, мы имеем возможность переместить семью к другому источнику дохода, поменять ее характеристики.

При первоначальном запуске программы-модели появляется пользовательская панель управления, позволяющая переключать режимы работы (остановка, непрерывный и пошаговый режим, сохранение любого этапа имитации), панель начальных данных модели, где отображаются начальные значения параметров, которые устанавливаются исследователем.

Для описанной выше модели проведены компьютерные эксперименты и подобраны значения характеристик, при которых поведение агентов согласуется с моделируемой ситуацией. Рассматривалось поведение семьи до, во время и после экономического кризиса. Первоначально в модели задается докризисная ситуация, характеризующаяся семейно-ориентированным образом жизни членов семьи, предполагающем принятие как мужчинами, так и женщинами традиционных ролей, т.е. муж-

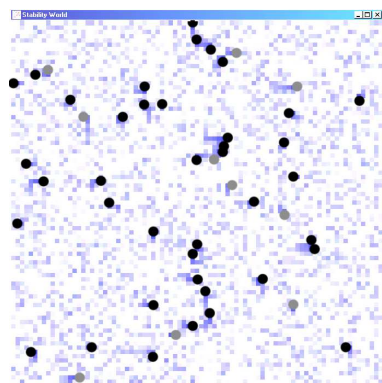


Рис. 7.1: Стадия жизни семьи в стабильном обществе

чина работает, а женщина нет.

Семьи располагаются случайным образом, имея определенные внутренние характеристики: начальный капитал, уровень адаптации, толерантности, степень идентичности женщины в семье, коэффициенты дохода мужчины, женщины и расхода семьи. Рассматривалось 50 семей (рис.7.1). Темными точками отображаются семьи с двумя работающими супругами, светлыми – семьи, в которых муж обеспечивает семью полностью. Вокруг агентов располагаются с различной яркостью квадратики, характеризующие наличие ресурса в источниках дохода семьи. Через некоторые промежутки времени происходит то уменьшение ресурса в источниках дохода семьи, то увеличение. Задача агентов состоит в поддержании равновесия между доходом и потреблением ресурсов в семье.

В период роста доходов большая часть агентов-женщин ориентированы на семью (рис. 7.1). Но приходит время, когда резкое сокращение ресурсов в источниках доходов ведет к наступлению экономического кризиса в семье. В этом случае агентам необходимо сориентироваться и выбрать наиболее приемлемую для их семьи стратегию адаптивного поведения. Это может быть: 1) поиск более денежной работы (агенты

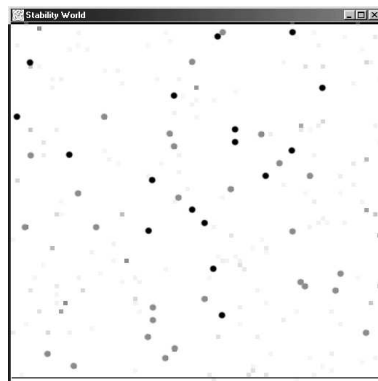


Рис. 7.2: Семьи искусственного общества в состоянии экономического кризиса

перемещаются ближе к наиболее богатым местам расположения ресурсов); 2) снижение притязаний (агенты вынуждены в связи с острой нехваткой доходов сократить свои расходы); 3) смена идентичности — агент-женщина с высокой персональной активностью может изменить на время кризиса семейную ориентацию на профессиональную. Можно видеть, что в случае долгого экономического кризиса большинство агентов-женщин имеют профессиональную ориентацию (рис.7.2). Если стратегия адаптивного экономического поведения выбрана успешно, то в этих семьях устанавливается баланс роста и потребления ресурса.

По истечении некоторого времени можно наблюдать изменение наличного капитала, коэффициента расхода семьи, самоидентичности женщин, количество семей преодолевших кризисную ситуацию, а также увеличение/уменьшение ресурса в источниках дохода с определенным периодом. Мы можем устанавливать временные периоды экономических кризисов и стабильного развития. В данном примере период равен 400. Таким образом, сначала мы задаем этап стабильного развития общества, а затем при $t = 400$ наступает период экономическо-

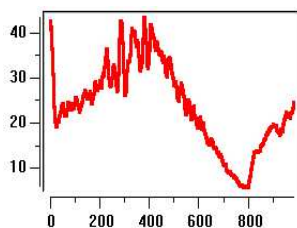


Рис. 7.3: Динамика изменения капитала семьи

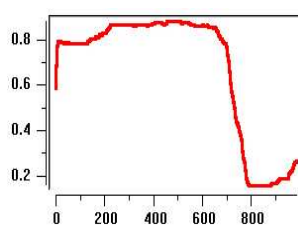


Рис. 7.4: График изменения коэффициента расхода капитала семьи

го кризиса и т.д.

На рис. 7.3 дана динамика изменения капитала семьи. На промежутке времени $(0, 400)$ наблюдается колебательный рост капитала семьи. В момент времени $t = 400$ (заданное время наступления экономического кризиса) происходит резкое уменьшение наличного капитала. Жизнь становится дороже, а доходы все меньше (количество ресурса с наступлением кризиса в источниках дохода уменьшается). По окончании экономического кризиса ($t = 800$) постепенно капитал семьи начинает возрастать.

На рис. 7.4 изображен график изменения коэффициента расхода капитала семьи со временем. В период стабильного развития $(0, 400)$ коэффициент расхода семьи возрастает в соответствии с ростом наличного капитала семьи (рис. 7.3) и со временем стабилизируется. С наступлением экономического кризиса ($t = 400$) малая часть семей уменьшает свои расходы, но большинство придерживаются старого коэффициента расхода, т.е. они пытаются сохранить прежний образ жизни. Но в момент времени ($t \approx 750$), когда капитал семьи (рис. 7.3) падает ниже заданной границы, означающей острый экономический кризис в семье ($\bar{\tau} = 10$), основное количество семей вынужденно резко снизить свои расходы. После экономического кризиса некоторое время коэффициент расхода семьи сохраняется малым. Это объясняется тем, что семьи находятся еще

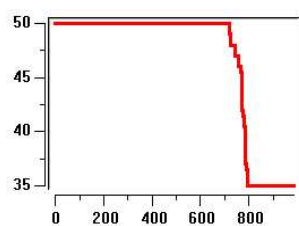


Рис. 7.5: График изменения количества семей

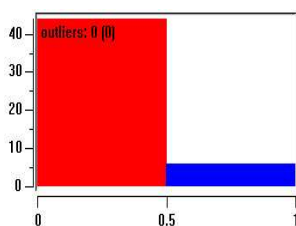


Рис. 7.6: Диаграмма соотношения количества семей с различной идентичностью женщин

в ожидании того, что жизнь станет труднее материально, и бояться, смогут ли они приспособиться, если сразу повысят свои расходы. В дальнейшем, когда капитал семьи превышает среднюю границу дохода, семья начинает понемногу увеличивать расходы. Но не до того уровня, который наблюдался до экономического кризиса. Следовательно, первоначально, во время кризисной ситуации, большинство семей не хотят расставаться с привычным уровнем жизни и, используя внутренние резервы семьи, выбирают такие стратегии адаптивного поведения, как поиск более денежной работы и выжидательная стратегия. Можно заключить, что стратегия снижения расходов востребуется семьей в ситуации острого экономического кризиса.

На рис. 7.5 дан график изменения количества семей со временем. Из графика видно, что количество семей в период кризиса некоторое время сохраняется (происходит выбор различных стратегий адаптивного поведения), но позже ($t \approx 750$), когда капитал семьи намного ниже прожиточного минимума и нет успешной стратегии выживания, семья находится на "краю" устойчивости, и происходит распад некоторого количества семей. С прекращением экономического кризиса количество семей опять стабилизируется.

На рис. 7.6 диаграмма отражает изменение соотношения количества семей с профессиональной и семейной идентич-

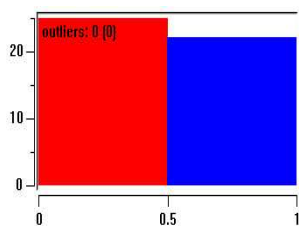


Рис. 7.7: Диаграмма соотношения при наступлении экономического кризиса

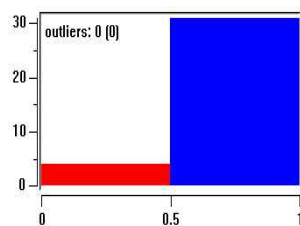


Рис. 7.8: Диаграмма соотношения в период острого кризиса

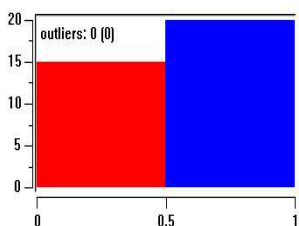


Рис. 7.9: Диаграмма соотношения при преодолении экономического кризиса

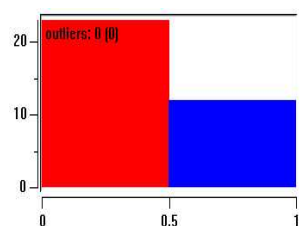


Рис. 7.10: Диаграмма соотношения на этапе стабильного развития

ностью женщин. Первый столбец показывает количество семей, в которых женщина семейно-ориентированна, второй – профессионально-ориентированна. Проанализируем, когда происходит изменение идентичности женщины в семье. Из диаграммы на рис. 7.6 видно, что большинство женщин до кризиса не работают в соответствии с традиционным образом семьи.

С наступлением экономического кризиса растет доля профессионально-ориентированных женщин (рис. 7.7). В период острого кризиса подавляющее большинство женщин вынуждены работать. Здесь уже муж и жена делят между собой ответственность за финансовое обеспечение семьи (рис. 7.8).

Стратегия "домашней хозяйки" формируется по мере преодоления экономического кризиса и достижения стабильности в обществе (рис. 7.9). В дальнейшем, на этапе стабильного развития общества, явно перевешивается чаша весов в сторону семей, в которых женщины не работают, поскольку доход мужа обеспечивает высокий жизненный уровень (рис. 7.10).

Полученные результаты говорят не столько об удельном весе той или иной стратегии, сколько о тенденциях поведения семей в стремлении преодолеть кризисную ситуацию. Выявленное в исследовании различие стратегий показывает, что основным внутренним резервом при наступлении экономического кризиса, который пытается использовать семья, является возможность женщины сменить семейную ориентацию на профессиональную. Это дает дополнительный доход семье и возможность преодолеть экономический кризис.



Лев Николаевич Гумилёв (1912-1992). После возвращения (1956) из сталинских лагерей работал по приглашению ректора Ленинградского государственного университета А.Д. Александрова в Научно-исследовательском институте географии при ЛГУ. Доктор исторических наук. Заложил основы новой теории этногенеза, основанной на понятиях пассионарности и пассионарной энергии. Автор книги "Этногенез и биосфера Земли".

Глава восьмая



Глава 8

Этнические системы Гумилёва

В данной главе строится математическая модель этнического поля. Описываются процессы возникновения, развития и угасания этнических систем, т.е. этносов. Используется теория этногенеза Льва Гумилёва [19]. Учитываются распространение влияния этносов и их взаимодействие. Модель построена на основе балансового интегрального уравнения. Моделируются потоки пассионарной энергии на территории Европы, Северной Африки и Ближнего Востока.

8.1. Основные понятия теории этногенеза

Этнос – это естественно сложившийся на основе оригинального стереотипа¹ поведения коллектив людей, существующий как энергетическая система, противопоставляющая себя другим таким же коллективам, исходя из ощущения *компли-*

¹ *Стереотип* – неизменный общепринятый образец, которому все следуют.

ментарности. Положительная (отрицательная) комплиментарность – это ощущение подсознательной взаимной симпатии (антипатии) людей, определяющее деление на "своих" и "чужих" [19].

Этническое поле – это поле, обеспечивающее взаимодействие членов этноса и регулирующее их совместную целенаправленную деятельность. Этническое поле формируется за счет *пассионарной энергии*². Каждый этнос формирует свое уникальное поле и каждый член этноса реагирует именно на это поле. Воздействие поля проявляется в стереотипе поведения членов этноса, в ландшафте, который окружает человека с рождения, в культурных ценностях этноса.

8.2. Напряжение и энергия этнического поля

8.2.1. Построение функции напряжения этнического поля

Для оценки степени интенсивности воздействий этнического поля существует методика [19, с.408], согласно которой интенсивность измеряется в частоте исторических событий. В нашем случае необходимо рассматривать события этнической истории. Применим эту методику для построения функции *напряжения этнического поля*.

Рассмотрим некоторый начальный промежуток времени в истории продолжительностью 10 лет. На территории этноса определим опорные точки — местонахождение крупных населенных пунктов, где велась запись исторических событий в этот период. Обозначим множество этих точек $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$ как множество \mathcal{G} . Подсчитаем количество этнических событий в каждой точке из \mathcal{G} на протяжении исследуемого временного

² *Пассионарная энергия* – это избыток биохимической энергии живого вещества (людей), подавляющий в человеке инстинкт самосохранения и определяющий способность к целенаправленным сверхнапряжениям [22].

периода. Построим функцию $h : \mathcal{G} \rightarrow \mathbb{R}^+$, принимающую полученные значения. Пусть $D_0 \subset \mathbb{R}^2$ — односвязная область с кусочно-гладкой границей, содержащая внутри все точки из \mathcal{G} . Теперь построим непрерывную кусочно-линейную функцию $g : D_0 \rightarrow \mathbb{R}^+$, совпадающую с функцией h на множестве \mathcal{G} , причем равную нулю на границе области D_0 . Полученную функцию g назовем *функцией напряжения этнического поля* данного этноса на заданном промежутке времени.

Теперь разобьем временной период жизни этноса $[0, T]$ ($T \geq 10$) на участки по 10 лет ($t_0 = 0, t_1 = 10, \dots, t_n = T$). Построим указанным выше способом для каждого промежутка времени $[t_j, t_{j+1})$ области D_j и функции напряжения этнического поля g_j . Пусть $D \subset \mathbb{R}^2$ — односвязная область с кусочно-гладкой границей, включающая в себя объединение областей D_j ,

$$D_0 \cup D_1 \cup \dots \cup D_{n-1} \subset D.$$

Построим непрерывную кусочно-линейную³ функцию $E : D \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^+$, совпадающую с семейством функций $\{g_j\}_{j=0}^{n-1}$ в дискретные моменты времени $t = t_j$. Причем, функция E принимает значение равное нулю на границе области D . Построенная функция $E(x, y, t)$ описывает динамику изменения напряжения этнического поля на всем промежутке $[0, T]$ времени жизни этноса.

8.2.2. Связь напряжения и энергии этнического поля

Каждый член этноса обладает своей степенью восприимчивости к воздействию этнического поля. Кроме того, у каждого индивида своя степень целенаправленного использования пассивной энергии. Припишем каждому i -ому члену этноса величину Q_i , оценивающую степень восприимчивости и целенаправленного использования пассивной энергии. Рассмо-

³Для каждой фиксированной точки $x \in P$.

трим «действие»⁴ i -го члена этноса

$$S_i = \int_{t_1}^{t_2} k_S Q_i(t) E(x(t), y(t), t) dt,$$

где k_S – некоторый коэффициент, $E(x(t), y(t), t)$ – напряжение этнического поля в точке $(x(t), y(t))$ нахождения члена этноса в момент времени t .

Пусть

$$O(t) = \sum_i Q_i(t) = \iint_G q(x, y, t) dx dy,$$

где $q : D \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^+$ – плотность величины $Q(t)$ в области $G \subset D$. Суммирование по i проводится по всем членам этноса находящимся в области G . Будем предполагать, что q является непрерывной. Тогда суммарное действие, совершаемое членами этноса, находящимися в области G , за промежуток времени $[t, t + \Delta t]$ будет равно

$$S = \int_t^{t+\Delta t} \iint_G k_S q(x, y, t) E(x, y, t) dx dy dt.$$

Определим энергию $U(t)$ этнического поля в момент времени t как «мгновенную скорость действия», совершаемого членами этноса в области G за промежуток времени $[t, t + \Delta t]$ при $\Delta t \rightarrow 0$. Получим

$$U(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \iint_G k_S q(x, y, t) E(x, y, t) dx dy dt.$$

Мы предположили, что $q(x, y, t)$ является непрерывной функцией, а функция $E(x, y, t)$ является непрерывной по построе-

⁴ S_i действительно имеет размерность действия (эрг-сек) и при варьировании по x, y дает закон движения членов этноса в этническом поле.

нию (см. 8.2.1.). Поскольку подынтегральная функция непрерывна, то по теореме о среднем значении получаем

$$U(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \iint_G k_S q(x, y, t_\theta) E(x, y, t_\theta) dx dy,$$

где $t_\theta = t + \theta \Delta t$. Учитывая, что $\Delta t \rightarrow 0$, получаем

$$U(t) = \iint_G k_S q(x, y, t) E(x, y, t) dx dy.$$

Пусть

$$u(x, y, t) = k_S q(x, y, t) E(x, y, t).$$

Эту функцию будем называть *плотностью энергии этнического поля*. Данная формула показывает связь напряжения этнического поля и плотности энергии поля.

8.3. Построение модели этнического поля

8.3.1. Балансовое уравнение и описание потоков пассионарной энергии

Будем рассматривать динамику нескольких этносов на некоторой территории. Пусть k — количество этносов. Зафиксируем односвязную область $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ с кусочно-гладкой границей, охватывающую территорию влияния всех k этносов на промежутке времени $[0, T]$,

$$\bigcup_{i=1}^k \bigcup_{j=0}^{n-1} D_j^i \subset \Omega.$$

Здесь k — количество этносов, n — количество разбиений по времени, D_j^i — область влияния i -го этноса на j -м временном промежутке (см. 8.2.1.).

Пусть функция $u_i(x, y, t) : \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^+$ описывает динамику плотности пассионарной энергии этнического поля i -го этноса. Возьмем произвольную область $G \subset \Omega$ с кусочно-гладкой границей Γ . Полную пассионарную энергию i -го этноса в этой области в момент времени t определим формулой

$$U_i(t) = \iint_G u_i(x, y, t) dx dy.$$

Предположим, что для пассионарной энергии в любой области выполняется закон сохранения энергии. Тогда изменение полной пассионарной энергии будет равно сумме всех потоков энергии, втекающих в область и вытекающих из нее.

Определим четыре основных процесса изменения пассионарной энергии, а также потоки энергии, сопровождающие эти процессы. Опишем изменение плотности энергии в любой заранее заданной области G при протекании этих процессов.

1. Растекание пассионарной энергии. Этнос стремится расширить пределы своего расселения. Пассионарная энергия "расплывается" по территории ландшафта. Потоки энергии этноса идут во всех направлениях, но неравномерно, что связано с различными коммуникационными трудностями перемещения. Таким образом, процесс растекания пассионарной энергии можно описать выражением

$$R_i(t) = \oint_{\Gamma} \varepsilon_i(x, y, t) \frac{\partial u_i}{\partial n}(x, y, t) d\gamma,$$

где R_i — пассионарная энергия, втекающая (вытекающая, когда $R_i < 0$) в область G через ее границу Γ , $\varepsilon_i(x, y, t)$ — коэффициент, который будем называть *пассионаропроводимостью* ландшафта (предполагается, что $\varepsilon_i \geq 0$). Этот коэффициент характеризует скорость распространения пассионарной энергии и учитывает коммуникационные особенности ландшафта. Выражение $\frac{\partial u_i}{\partial n}$ означает производную функции u_i по направлению внешней нормали \vec{n} к участку границы $d\gamma$ и определя-

ется как

$$\frac{\partial f}{\partial n} = \frac{\partial f}{\partial x} \cos(x, \vec{n}) + \frac{\partial f}{\partial y} \sin(x, \vec{n}),$$

где (x, \vec{n}) — угол между осью Ox и вектором нормали \vec{n} .

2. Целенаправленное перемещение энергии. При возникновении противостояний между соседними этносами каждый из них начинает перемещать свои силы в направлении враждебного этноса. Опишем данный процесс целенаправленного переноса пассионарной энергии по ландшафту выражением

$$P_i(t) = \oint_{\Gamma} -(\vec{a}_i, \vec{n}) u_i(x, y, t) d\gamma,$$

где P_i — пассионарная энергия, втекающая в область G в результате направленного перемещения энергии через границу Γ , \vec{a}_i — векторное поле, задающее направления перемещений энергии, \vec{n} — внешняя нормаль к участку границы $d\gamma$. Если движение, задаваемое полем \vec{a}_i , не имеет вихрей, т.е. оно потенциально ($\text{rot } \vec{a}_i = 0$), то существует скалярная функция φ_i такая, что $\vec{a}_i = -\text{grad } \varphi_i(x, y, t)$. При этом $-(\vec{a}_i, \vec{n}) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cos(x, n) + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \sin(x, n)$, и выражение для P_i примет вид

$$P_i(t) = \oint_{\Gamma} \frac{\partial \varphi_i}{\partial n}(x, y, t) u_i(x, y, t) d\gamma.$$

3. Индукция пассионарной энергии. Пассионарность обладает важным индуктивным свойством [19]. Это значит, что гармоничные люди (а в еще большей степени — импульсивные), оказавшись в непосредственной близости от пассионариев, начинают вести себя так, как если бы они были пассионариями. Этот процесс опишем выражением

$$T_i^+(t) = \iint_G \beta_i^+(x, y, t) u_i(x, y, t) dx dy.$$

Здесь $T_i^+(t)$ — приток пассионарной энергии за счет процесса индукции в заданной области G , линейно зависящий от

плотности пассионарной энергии с коэффициентом $\beta_i^+(x, y, t)$, отражающем интенсивность процесса индукции пассионарной энергии (предполагаем, что $\beta_i^+ \geq 0$).

4. Утрата пассионарной энергии. Утрата пассионарной энергии происходит при изменении ландшафта и вследствие ведения военных действий, ведущих к гибели членов этноса. Затраты энергии, связанные с переустройством ландшафта, можно описать выражением

$$T_i^-(t) = \iint_G -\beta_i^-(x, y, t) u_i(x, y, t) dx dy,$$

где $T_i^-(t)$ — поток утрачиваемой энергии, связанный с жизнеобеспечением членов этноса и поддержанием ландшафта. Поток пропорционален плотности пассионарной энергии с коэффициентом $\beta_i^-(x, y, t)$, отражающем интенсивность процесса утраты пассионарной энергии (предполагаем, что $\beta_i^- \geq 0$).

При столкновении двух этносов происходит уменьшение пассионарной энергии пропорционально энергии обоих этносов. Опишем этот процесс выражением

$$K_i(t) = \iint_G - \left(\sum_{j=1}^k \gamma_{ij}(x, y, t) u_j(x, y, t) \right) u_i(x, y, t) dx dy,$$

где u_j — плотность пассионарной энергии враждебного этноса, $\gamma_{ij}(x, y, t)$ — коэффициент утраты энергии при соперничестве i -го и j -го этносов. В сумме присутствует слагаемое $\gamma_{ii} u_i^2$, описывающее внутренние конфликты в этносе, интенсивность которых нарастает с ростом плотности пассионарной энергии.

Согласно предположению об изменении общей пассионарной энергии, сделанному выше, запишем балансовое уравнение. Изменение объема энергии i -го этноса ΔU_i с момента времени t_1 до t_2 равно сумме всех потоков энергии за этот промежуток времени, т.е.

$$\Delta U_i = U_i(t_2) - U_i(t_1) =$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} \left[R_i(t) + P_i(t) + T_i^+(t) + T_i^-(t) + K_i(t) \right] dt, \quad (8.1)$$

$$i = 1, 2, \dots, k.$$

Следовательно, имеем систему интегральных уравнений, описывающих изменение пассионарной энергии k этносов в любой области G ,

$$\begin{aligned} & \iint_G u_i(x, y, t_2) - u_i(x, y, t_1) dx dy = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \oint_{\Gamma} \left[\varepsilon_i(x, y, t) \frac{\partial u_i}{\partial n}(x, y, t) + \frac{\partial \varphi_i}{\partial n}(x, y, t) u_i(x, y, t) \right] d\gamma + \right. \\ & \quad + \iint_G \left(\beta_i^+(x, y, t) - \beta_i^-(x, y, t) \right) u_i(x, y, t) dx dy + \\ & \quad \left. + \iint_G - \left(\sum_{j=1}^k \gamma_{ij}(x, y, t) u_j(x, y, t) \right) u_i(x, y, t) dx dy \right\} dt, \end{aligned} \quad (8.2)$$

$$i = 1, 2, \dots, k.$$

Ниже мы приведем эту систему к системе дифференциальных уравнений параболического типа.

8.3.2. Вывод уравнения этнического поля

Докажем, что функция плотности пассионарной энергии этноса $u_i(x, y, t)$ удовлетворяет уравнению этнического поля

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} = & \varepsilon_i \Delta u_i + \nabla \varepsilon_i \nabla u_i + \nabla \varphi_i \nabla u_i + \Delta \varphi_i u_i + \\ & + \left(\beta_i^+ - \beta_i^- - \sum_{j=1}^k \gamma_{ij} u_j \right) u_i \end{aligned} \quad (8.3)$$

во всей области Ω на промежутке времени $[0, T]$.

Перечислим условия, накладываемые на функции в правой части уравнения:

- А) ε_i — непрерывно-дифференцируема на Ω , непрерывна по t на всем промежутке $[0, T]$;
- В) φ_i — дважды непрерывно-дифференцируема на Ω , непрерывна по t на $[0, T]$;
- С) $\beta_i^+, \beta_i^-, \gamma_{ij}$ — непрерывны на $\Omega \times [0, T]$.

Теорема. Пусть все функции $u_i(x, y, t) : \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^+$, $i = 1, 2, \dots, k$, имеют вторые непрерывные производные в Ω , непрерывные производные по t и удовлетворяют уравнению (8.2). Предположим, что область $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ односвязна и имеет кусочно-гладкую границу, а функции $\varepsilon_i, \varphi_i, \beta_i^+, \beta_i^-, \gamma_{ij}$ удовлетворяют условиям А), В), С). Тогда каждая функция u_i внутри области Ω удовлетворяет уравнению (8.3) на промежутке $[0, T]$.

Доказательство. Зафиксируем некоторый номер i . Возьмем произвольную область $G \subset \Omega$ с кусочно-гладкой границей Γ .

Поскольку функция ε_i непрерывно-дифференцируема на Ω , функция u_i дважды непрерывно-дифференцируема на Ω , то это остается верным и для области G . Значит, к выражению для $R_i(t)$ из (8.1) можно применить следствие из формулы Грина [71, с.179]

$$\iint_G v \Delta u_i dx dy = - \iint_G \left(\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) dx dy + \oint_{\Gamma} v \frac{\partial u_i}{\partial n} d\gamma. \quad (8.4)$$

В результате получим

$$R_i(t) = \oint_{\Gamma} \varepsilon_i \frac{\partial u_i}{\partial n} d\gamma = \iint_G (\varepsilon_i \Delta u_i + \nabla \varepsilon_i \nabla u_i) dx dy, \quad (8.5)$$

где

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad \nabla f \nabla g = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial g}{\partial y}.$$

Поскольку функция φ_i дважды непрерывно-дифференцируема, то к выражению для $P_i(t)$ из (8.1) также можно применить следствие из формулы Грина (8.4)

$$P_i(t) = \oint_{\Gamma} \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} u_i d\gamma = \iint_G (u_i \Delta \varphi_i + \nabla u_i \nabla \varphi_i) dx dy. \quad (8.6)$$

Подставляем выражения для описанных функций (8.5), (8.6) в (8.1) и получаем

$$\begin{aligned} \iint_G u_i(x, y, t_2) - u_i(x, y, t_1) dx dy &= \int_{t_1}^{t_2} \iint_G \left[\varepsilon_i \Delta u_i + \nabla \varepsilon_i \nabla u_i + \right. \\ &\left. + u_i \Delta \varphi_i + \nabla u_i \nabla \varphi_i + \beta_i^+ u_i - \beta_i^- u_i - \left(\sum_{j=1}^k \gamma_{ij} u_j \right) u_i \right] dx dy dt. \end{aligned}$$

Поскольку подынтегральные функции непрерывны в области Ω и, следовательно, они непрерывны в G , то к интегралам по G применима теорема о среднем значении [71, с.134]. Согласно этой теореме найдется точка $(\bar{x}, \bar{y}) \in G$ такая, что

$$\iint_G f(x, y) dx dy = f(\bar{x}, \bar{y}) \cdot \sigma(G), \quad \text{где} \quad \sigma(G) = \iint_G dx dy.$$

Получаем

$$\begin{aligned} [u_i(x_1, y_1, t_2) - u_i(x_1, y_1, t_1)] \cdot \sigma(G) &= \int_{t_1}^{t_2} \left[\varepsilon_i \Delta u_i + \nabla \varepsilon_i \nabla u_i + \right. \\ &\left. + u_i \Delta \varphi_i + \nabla u_i \nabla \varphi_i + \beta_i^+ u_i - \beta_i^- u_i - \left(\sum_{j=1}^k \gamma_{ij} u_j \right) u_i \right] \Big|_{(x_2, y_2, t)} \cdot \sigma(G) dt, \end{aligned}$$

где $(x_1, y_1) \in G$, $(x_2, y_2) \in G$.

Поскольку функции в правой части непрерывны по t , то к интегралу по t также применима теорема о среднем, т.е. найдется $t_3 \in [t_1, t_2]$ такое, что

$$\begin{aligned} [u_i(x_1, y_1, t_2) - u_i(x_1, y_1, t_1)] \cdot \sigma(G) = & \left[\varepsilon_i \Delta u_i + \nabla \varepsilon_i \nabla u_i + u_i \Delta \varphi_i + \right. \\ & \left. + \nabla u_i \nabla \varphi_i + \beta_i^+ u_i - \beta_i^- u_i - \left(\sum_{j=1}^k \gamma_{ij} u_j \right) u_i \right] \Big|_{(x_2, y_2, t_3)} \cdot \sigma(G) \Delta t, \end{aligned}$$

где $\Delta t = t_2 - t_1$.

Поскольку функция u_i имеет непрерывную производную по t , то к выражению в левой части применима теорема о конечном приращении, согласно которой найдется точка $t_4 \in [t_1, t_2]$ такая, что

$$[u_i(x_1, y_1, t_2) - u_i(x_1, y_1, t_1)] \cdot \sigma(G) = \frac{\partial u_i}{\partial t} \Big|_{(x_1, y_1, t_4)} \cdot \sigma(G) \Delta t.$$

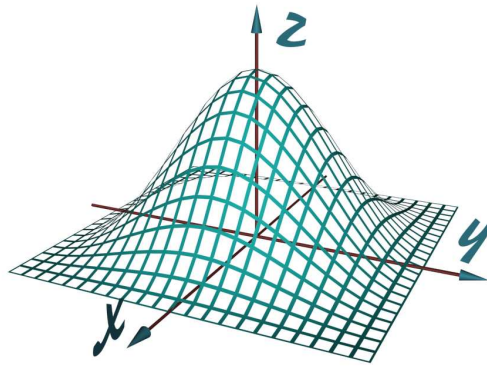
Теперь на $\sigma(G) \Delta t$ можно поделить правую и левую часть уравнения, после чего получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} \Big|_{(x_1, y_1, t_4)} = & \left[\varepsilon_i \Delta u_i + \nabla \varepsilon_i \nabla u_i + u_i \Delta \varphi_i + \nabla u_i \nabla \varphi_i + \right. \\ & \left. + \beta_i^+ u_i - \beta_i^- u_i - \left(\sum_{j=1}^k \gamma_{ij} u_j \right) u_i \right] \Big|_{(x_2, y_2, t_3)}. \end{aligned}$$

Поскольку полученное выражение верно для любой области G , то, зафиксировав некоторую точку A внутри G , будем стягивать G в эту точку, а t_2 устремим к t_1 . В результате такого предельного перехода получим уравнение (8.3).

В силу произвольности выбора области G , точки A и номера i , верным является утверждение о том, что уравнение (8.3) выполняется во всех точках области Ω , для каждого номера i и на всем промежутке $[0, T]$.

Теорема доказана.

Рис. 8.1: Поверхность $z = e^{-(x^2+y^2)}$

8.3.3. Функция переноса пассионарной энергии

Рассмотрим один пример функции переноса пассионарной энергии $\varphi(x, y, t)$. Напомним, что $\vec{a} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)$ — вектор направления перемещения пассионарной энергии в точке (x, y) в момент времени t . Если построить поверхность $z = \varphi(x, y)$ в трехмерном пространстве (x, y, z) , то поле направлений перемещения \vec{a} в плоскости xOy будет задаваться проекциями векторов нормалей к поверхности, построенных в каждой точке. Причем необходимо выбирать ту нормаль, которая направлена в сторону уменьшения координаты z .

Приводимый пример функции φ соответствует перемещению энергии в заданную точку (x_0, y_0) . Потоки энергии направлены из всех точек в заданную точку. Эта точка является целью, к которой стремится этнос. В данном случае полагаем

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \Lambda(x, y)(x_0 - x),$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \Lambda(x, y)(y_0 - y),$$

где $\Lambda(x, y)$ — функция, регулирующая скорость перемещения. Определим ее следующим образом

$$\Lambda(x, y) = \lambda e^{-\mu((x_0-x)^2 + (y_0-y)^2)}.$$

Здесь $\lambda > 0$, $\mu > 0$ — постоянные величины.

В таком случае, вектор $\text{grad } \varphi$ имеет компоненты

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \lambda e^{-\mu((x_0-x)^2 + (y_0-y)^2)}(x_0 - x),$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \lambda e^{-\mu((x_0-x)^2 + (y_0-y)^2)}(y_0 - y).$$

Проинтегрируем эти выражения и получим функцию φ

$$\varphi(x, y) = \frac{\lambda}{2\mu} e^{-\mu((x_0-x)^2 + (y_0-y)^2)} + C,$$

где C — произвольная постоянная.

В данном случае поверхность $z = \varphi(x, y)$ является поверхностью, которую можно назвать "шапочкой" (рис.8.1). Вершиной, т.е. точкой с наибольшей координатой z , является точка (x_0, y_0, z_0) , где $z_0 = \frac{\lambda}{2\mu} + C$. При отдалении от вершины функция $\varphi(x, y)$ монотонно убывает и на бесконечности стремится к значению C . Очевидно, что эта поверхность является гладкой.

Построенная, таким образом, функция φ удовлетворяет условию В) из 8.3.2..

8.3.4. Функция пассионаропроводимости

Функция $\varepsilon(x, y, t) : \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^+$ описывает коэффициент пассионаропроводимости. Суть данного коэффициента заключается в том, что он отражает скорость перемещения пассионарной энергии по территории разных ландшафтов. Значения, принимаемые данной функцией, могут быть определены

экспериментально. В таком случае, мы получаем таблицу значений коэффициента пассионаропроводимости в зависимости от типа ландшафта $\xi_\varepsilon : L \rightarrow \mathbb{R}^+$, где L — множество типов ландшафтов. Для определения функции ε необходимо в каждой точке из Ω задать тип ландшафта и соответствующее ему значение ξ_ε .

Построим прямоугольную область $S \supset \Omega$

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x_0 \leq x \leq \bar{x}, y_0 \leq y \leq \bar{y}\}.$$

На S зададим сетку

$$\omega_{h_x, h_y} = \{(x_i, y_j) \in S \mid x_i = x_0 + i \cdot h_x, y_j = y_0 + j \cdot h_y\},$$

где $i = 0, 1, 2, \dots, n_x$, $n_x = (\bar{x} - x_0)/h_x$, $j = 0, 1, 2, \dots, n_y$, $n_y = (\bar{y} - y_0)/h_y$.

Будем считать, что в каждом узле сетки известен тип ландшафта. Таким образом, на сетке ω_{h_x, h_y} задана функция $l_\omega : \omega_{h_x, h_y} \rightarrow L$.

Данное построение функции l_ω является математической моделью карты ландшафтов рассматриваемой территории. Здесь S — образ географической карты, ω — множество узлов, соответствующее точкам пересечения параллелей и меридианов, l_ω — функция, задающая соответствие между географическим положением и типом ландшафта. Эта функция указывает, какой тип ландшафта имеет точка с заданными координатами. На географической карте тип ландшафта задается определенным цветом. Поэтому можно считать, что множество L состоит из набора цветов, используемых для раскраски географической карты.

Отображение ξ_ε определяет соответствие между типом ландшафта и скоростью перемещения этнического поля. Таким образом, отображение $\xi_\varepsilon(l_\omega(x_i, y_j))$ задает скорость перемещения в узлах сетки ω_{h_x, h_y} . Для получения непрерывного отображения области S на \mathbb{R}^+ необходимо задать значения функции вне сетки. Это задача интерполяции. Поскольку область $S \subset \mathbb{R}^2$, то для решения задачи интерполяции наиболее используемыми являются билинейная и бикубическая ин-

терполяции. Билинейная проще, но бикубическая обеспечивает выполнение дополнительных условий, например дифференцируемость интерполирующей функции в узлах сетки.

Итак, построим функцию $\varepsilon_S(x, y)$, интерполирующую функцию $\xi_\varepsilon(l_\omega(x_i, y_j))$ на прямоугольнике S , используя бикубическую сплайн-интерполяцию. В результате получаем непрерывно-дифференцируемую функцию на S , принимающую значения $\xi_\varepsilon(l_\omega(x_i, y_j))$ в узлах сетки ω_{h_x, h_y} . Функция ε определяется сужением области определения ε_S на Ω

$$\varepsilon(x, y) = \{\varepsilon_S(x, y) \mid (x, y) \in \Omega\}.$$

Пусть I_Ω — оператор интерполяции в области Ω , тогда функцию ε можно записать так

$$\varepsilon(x, y) = I_\Omega(\xi_\varepsilon \circ l_\omega)(x, y).$$

Если с течением времени меняются значения функций ξ_ε или l_ω , то естественным образом строится функция $\varepsilon(x, y, t)$. Пусть t_k , $k = 0, 1, 2, \dots, N$, — моменты времени изменения значений функций ξ_ε и l_ω . Изложенным выше способом строим функции $\varepsilon_k(x, y)$, соответствующие моменту времени t_k . Функция $\varepsilon(x, y, t)$ может быть построена с помощью линейной интерполяции по времени. В таком случае, функция $\varepsilon(x, y, t)$ будет непрерывной по t .

Итак, построенная функция $\varepsilon(x, y, t)$ является непрерывно-дифференцируемой в области Ω и непрерывной по t , что удовлетворяет условию А) из 8.3.2..

8.3.5. Функции интенсивности индукции и утраты

Функция $\beta(x, y, t) : \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^+$ отражает интенсивность процесса индукции и утраты пассионарной энергии этноса. В нашей модели мы представляем эту функцию в виде разности двух функций

$$\beta(x, y, t) = \beta^+(t) - \beta^-(x, y).$$

Функция $\beta^+(t) : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^+$ отражает процесс индукции пассионарной энергии. Эта функция не зависит от координат точек, а только от возраста этноса. Она является убывающей от возраста; чем старше становится этнос, тем ниже скорость индукции. Опишем ее следующим образом

$$\beta^+(t) = \beta_0 - \beta_1 \cdot (t - T_0),$$

где β_0, β_1 — константы, задающие начальную скорость индукции и "ускорение" убывания индукции. Постоянная T_0 — момент рождения этноса.

Функция $\beta^-(x, y) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^+$ описывает скорость утраты пассионарной энергии. В нашей модели эта функция не зависит от времени, но зависит от типа ландшафта. По сути, она описывает затраты этноса на жизнеобеспечение и приспособление к ландшафту. Эта функция отражает приспособляемость этноса к определенному типу ландшафта. В родственном ландшафте затраты минимальны, а в других затраты возрастают в зависимости от пригодности данного ландшафта для жизни людей.

Функцию $\beta^-(x, y)$ можно построить способом, указанным в 8.3.4. Для этого зададим функцию $\xi_\beta : L \rightarrow \mathbb{R}^+$, которая ставит в соответствие типу ландшафта значение коэффициента утраты пассионарной энергии. Построим бикубический сплайн β_S на прямоугольнике S для функции $\xi_\beta(l_\omega(x_i, y_j))$. Функция β^- определяется сужением функции β_S на область Ω . Зададим функцию β^- следующим образом

$$\beta^-(x, y) = I_\Omega(\xi_\beta \circ l_\omega)(x, y).$$

8.3.6. Коэффициент соперничества

Коэффициент γ_{ij} утраты пассионарной энергии при соперничестве этносов задает соотношение потерь пассионарной энергии в точке взаимодействия соперничающих этносов. В самом простом случае этот коэффициент можно задать в виде матрицы (γ_{ij}) , элементами которой являются действительные

неотрицательные числа. Если эта матрица симметрична, то потери i -го этноса равны потерям j -го при их соперничестве. Диагональные элементы γ_{ii} показывают интенсивность утраты пассионарной энергии при внутренних конфликтах. Причем, член $\gamma_{ii}u_i^2$ сказывается тем сильнее, чем больше u_i , что связано с нарастанием внутренних конфликтов при увеличении пассионарного напряжения.

8.3.7. Модель этнического поля

Построенная модель является одним из возможных способов формализации теории этногенеза Л.Н. Гумилева [19]. Модель подчеркивает энергетический и географический аспекты теории и дает четкое формальное описание внутренних процессов.

Модель попадает в класс непрерывных детерминированных систем, что обеспечивает не только проведение численных экспериментов, но и возможность теоретического исследования.

Особенность модели заключается в использовании аппарата математической физики к описанию этносоциальных процессов. И это позволяет описать динамику энергетических процессов с учетом пространственного распространения.

Модель позволяет построить компьютерную реализацию с допустимой степенью приближения. Полученные с помощью компьютера результаты могут быть представлены в удобном для исследователя виде.

Данная модель может быть использована в качестве инструмента для исследований в области глобального развития общества. Проводимые эксперименты с привлечением данной модели смогут дать исследователю численные оценки той или иной исторической гипотезы, связанной с развитием этносферы.

Итак, приведем окончательный вариант модели взаимодействия этнических полей. Модель представляет собой систему из k параболических дифференциальных уравнений с начальными и краевыми условиями

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} = & \varepsilon_i \Delta u_i + \nabla \varepsilon_i \nabla u_i + \nabla \varphi_i \nabla u_i + \Delta \varphi_i u_i + \\ & + \left(\beta_i^+ - \beta_i^- - \sum_{j=1}^k \gamma_{ij} u_j \right) u_i, \end{aligned} \quad (8.7)$$

$$u_i(x, y, 0) = u_i^0(x, y), \quad (x, y) \in \Omega,$$

$$u_i(x, y, t) = 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega,$$

$$i = 1, 2, \dots, k,$$

$$\varphi_i(x, y) = \frac{\lambda_i}{2\mu_i} e^{-\mu_i((x_i^0 - x)^2 + (y_i^0 - y)^2)},$$

$$0 < \lambda_i, \mu_i, \quad (x_i^0, y_i^0) \in \Omega,$$

$$\varepsilon_i(x, y) = I_\Omega(\xi_{\varepsilon_i} \circ l_\omega)(x, y),$$

$$l_\omega : \omega_{h_x, h_y} \rightarrow L, \quad \xi_{\varepsilon_i} : L \rightarrow \mathbb{R}^+,$$

$$\beta_i^-(x, y) = I_\Omega(\xi_{\beta_i} \circ l_\omega)(x, y), \quad \xi_{\beta_i} : L \rightarrow \mathbb{R}^+,$$

$$\beta_i^+(t) = \beta_i^0 - \beta_i^1 \cdot (t - T_0^i), \quad \beta_i^0, \beta_i^1 \in \mathbb{R}^+, \quad T_0^i \geq 0,$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1j} & \cdots & \gamma_{1k} \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdots & \cdot \\ \gamma_{i1} & \cdots & \gamma_{ij} & \cdots & \gamma_{ik} \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdots & \cdot \\ \gamma_{k1} & \cdots & \gamma_{kj} & \cdots & \gamma_{kk} \end{pmatrix}, \quad \gamma_{ij} \in \mathbb{R}^+.$$

8.4. Результаты моделирования

Приведем результаты компьютерных экспериментов, проведенных с предложенной моделью. Эксперименты были получены с помощью программного обеспечения "Моделирование этнических полей", созданного специально для моделирования данной системы. Целью эксперимента было выяснение зависимости от типа ландшафта разделения территорий между некомплементарными этническими системами.

Выяснение зависимости проводилось на основе вполне конкретных географических особенностей ландшафта территории Европы, Северной Африки и Ближнего Востока. Именно эта территория и была выбрана для проведения эксперимента. Для определения распределения ландшафтов были использованы географические атласы и современные карты ландшафтных зон.

В эксперименте участвовали три суперэтнические системы, которые получили следующие условные названия: "западно-католический", "славяно-православный" и "арабомусульманский". Каждый суперэтнос описывался своим набором параметров. Эксперимент проводился без фиксации определенного места и времени рождения этноса. Этноты зарождались в разной временной последовательности и в разных местах. Но после проведения более 400 "запусков модели" при разных начальных условиях мы получили среднестатистическую картину разделения территорий между данными суперэтническими системами. И эта картина очень сильно напоминает картину современного состояния всемирной этнической системы. Более того, полученная картина показывает наиболее характерные точки столкновений некомплементарных этнических систем. Эти точки определяются ландшафтом.

8.4.1. Исходные данные эксперимента

Для проведения эксперимента необходимо задать исходные данные. Это та информация, которой достаточно для того, чтобы модель начала функционировать. В нашей модели для этого необходимо описать все функции, входящие в условие задачи (8.7).

Для описания функции l_{ω} будем использовать обычную карту ландшафтов (карту природных зон) (рис.8.2). Таким образом, отсканировав карту или получив ее в электронном виде с географического сайта в Интернете, мы каждому типу ландшафта приписываем тот цвет, которым он обозначен на карте. Мы получаем однозначное соответствие между географическими координатами (широта и долгота) и типом ландшафта

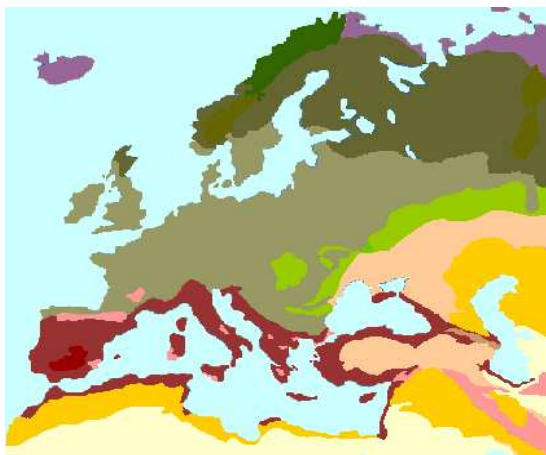


Рис. 8.2: Карта ландшафтов

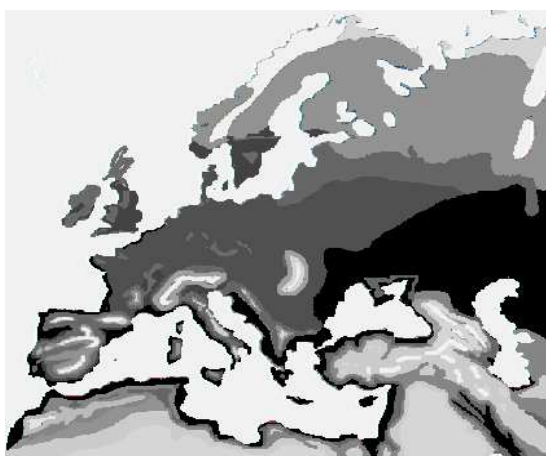


Рис. 8.3: Физическая карта

(цвет на карте). Приписав каждому типу ландшафта определенное значение β_l^i , мы можем описать функцию $\beta_i^-(x, y)$:

$$\beta_i^-(x, y) = \beta_l^i \text{ при } l_\omega(x, y) = l.$$

При этом все значения β_l^i различны при разных i . Это позволяет нам задать разницу между приспособленностью разных этносов к одному ландшафту. Для одного этноса ландшафт с номером l является родственным, а другой этнос должен "привыкать" к данному ландшафту. Поэтому значение $\beta_l^{i_1}$ должно быть меньше, чем $\beta_l^{i_2}$, т.е. затраты этноса i_1 меньше в данном ландшафте.

Для описания функции пассионаропроводимости $\varepsilon(x, y)$ будем использовать другую карту – физическую карту того же региона (рис.8.3). Она сопоставляет географическим координатам высоту и тип местности. Мы зададим соответствие между информацией, полученной с географической карты, и скоростью перемещения пассионарной энергии. Чем светлее местность на карте, тем ниже скорость перемещения. Эта скорость связана с перемещением людей по ландшафту с целью обретения новых земель для проживания. Не нужно путать ее со скоростью перемещения людей по территории. Важным аспектом является использование данной местности для проживания. В горах и пустынях она невысока и увеличивается по мере перехода к равнинной местности. Зоны морей и океанов также имеют невысокую скорость перемещения.

8.4.2. Ход эксперимента

Начальные данные для всех этнических полей задаются равными нулю

$$u_i(x, y, 0) = 0, \quad (x, y) \in \Omega.$$

Через некоторый промежуток времени, определяемый случайным образом в заданных пределах, задается ненулевое значение для функции u_i в окрестности некоторой точки ландшафта. Эта точка служит местом рождения этноса. Определяется она также случайным образом, но в пределах допустимой для

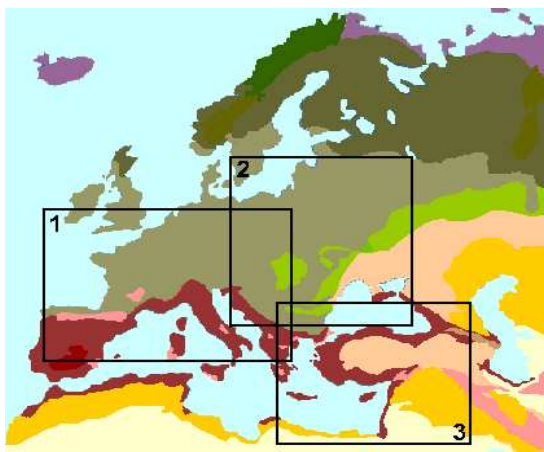


Рис. 8.4: Допустимые области рождения этносов

данного этноса области. Так, например в нашем эксперименте это прямоугольные области, из которых исключены регионы, занимаемые морем (рис.8.4).

Получив первый импульс, этническое поле начинает распространяться (расширяться), занимая соседние территории (рис.8.5). Но поскольку ландшафт задан неоднородный, то и заполнение его будет неравномерным. Поле расширяется в места, где выше скорость перемещения и более приемлемым для этноса является ландшафт. Это задается функциями ε и β .

Когда этносы «молоды» они развиваются изолированно друг от друга. Но со временем они сталкиваются. Происходят конфликты, которые ведут к потере пассионарной энергии обоих враждующих этносов. Поскольку мы предположили, что этносы некомплементарны и выбрали соответствующие коэффициенты γ_{ij} , то они не могут сосуществовать на одной территории. Поэтому либо один этнос вытесняет другой, либо они делят между собой ландшафт. Между ними образуется пограничная территория, на которой существуют два поля.

Этнические поля продолжали бы распространяться беско-

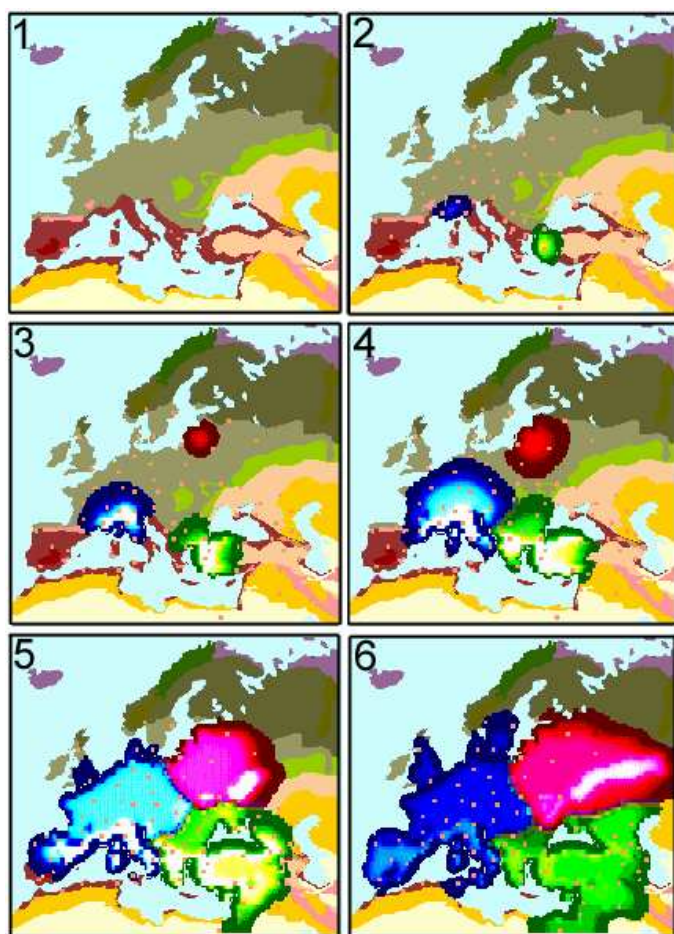


Рис. 8.5: Динамика развития трех этнических полей

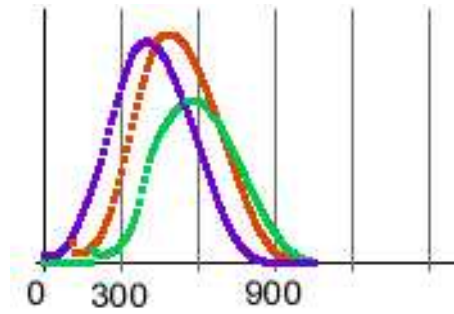


Рис. 8.6: Кривые пассионарного напряжения

нечно долго, если бы не иссякали запасы внутренней энергии, что описывается функцией $\beta^+(t)$. Убывающий вид этой функции говорит о том, что с годами этносу все труднее восстанавливать запасы своей энергии. Отследить этот процесс можно по изменению кривой пассионарного напряжения, которое вычисляется как L_2 -норма функции $(\bar{u}_i)_t(x, y) = u_i(x, y, t)$ для каждого момента времени t . Кривая имеет вид, данный на рис.8.6.

Глядя на эту кривую, заметим, что через 400–500 лет после рождения этноса происходит спад пассионарного напряжения. Это ведет к тому, что этнос уже не пытается захватывать новые территории, а лишь старается сохранить те, которые ему принадлежат. Через 800–1000 лет этнос теряет из-под контроля почти всю свою территорию, которую начинают занимать более молодые этносы.

8.4.3. Статистический результат

Наш эксперимент мы проводили следующим образом. Мы исследовали раздел территорий между этносами через 500 лет после рождения первого этноса и фиксировали распределение территорий между этносами.

Для фиксации такой информации мы ввели опорные точки

на карте. В их качестве выступали города. Для них мы выбрали современные названия и местоположения. Эти города не играют никакой роли в модели, не оказывают никакого воздействия на этнические поля. Они лишь служат для обозначения тех точек, в которых берутся замеры (точки измерения).

Через 500 лет после рождения первого этноса мы останавливаем динамический процесс и собираем выходную информацию. Информацией служит номер этноса, занявшего определенный город. Сбор информации осуществляется по всем заданным городам (опорным точкам). В результате мы получаем вектор размерности равной количеству заданных городов со значениями равными номеру этноса. Это является результатом одного эксперимента. А мы проводим сотни таких экспериментов. Каждый раз, меняя место и время рождения этносов, обрываем процесс этногенеза через 500 лет после его начала и собираем выходную информацию. Таким образом, мы получаем матрицу, состоящую из векторов выходной информации. Номерами строк матрицы являются номера городов, а номерами столбцов – номера экспериментов. Элементом матрицы является номер этноса, занявшего данный город в данном эксперименте.

Вычисляем вероятности того, что конкретный город будет принадлежать заданному этносу, и получаем картину, приведенную на рис.8.7. На рисунке города обозначаются квадратами, закрашенными в тот цвет, которым обозначается этнос – наиболее вероятный владелец данного города. Цифрами на карте обозначены следующие этносы: 1 – западный, 2 – славянский, 3 – мусульманский. Цифрой «4» обозначается событие, при котором город остается не занятым ни одним из перечисленных этносов.

Существуют города, которые три этноса поделили между собой на практически равные части. Например, современный город Скопье (Македония): западный – 36.36%, славянский – 34.46%, мусульманский – 29.18%. Однако существуют города, которые с большой вероятностью принадлежат одному этносу. Например, Париж (западный – 87.10%), Штутгарт (западный

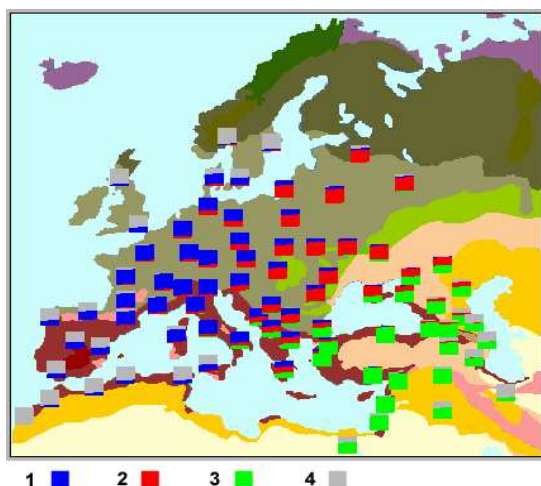


Рис. 8.7: Среднестатистическое распределение этносов

– 88.16%), Киев (славянский – 81.18%), Москва (славянский – 76.96%), Грозный (мусульманский – 60.68%), Халеб (мусульманский – 93.87%).

Выводы:

- 1) Распределение территорий между этносами действительно зависит от ландшафта.
- 2) Полученные вероятностные характеристики показывают распределение долей, населяющих данный город людей, по этническому признаку; модель демонстрирует, что картины расселения этносов могут быть различными, но в реальной жизни они расселяются наиболее вероятным способом.
- 3) Модель наглядно показывает, как могут расселяться народы, что влияет на их расселение и что может служить инструментом для выделения на этнической карте наиболее опасных мест с точки зрения межэтнических конфликтов.

Глава девятая



Глава 9

Социальные системы Парсонса

9.1. Математическая модель социогенеза

В основе предлагаемой модели социогенеза¹ лежит схема описания общества, принадлежащая Толкотту Парсонсу [54, 55, 56]. Парсонс выделяет следующие подсистемы социальной системы (общества): *социетальное сообщество, систему поддержания институционализированных этнических образцов, экономическую и политическую системы*. Все подсистемы описаны в [24, с.125-142]. Динамику изменения данных подсистем опишем системой дифференциальных уравнений.

Отметим, что переход от формального описания подсистем общества к некоторым, казалось бы, абстрактным математическим функциям вполне согласуется с теорией Т. Парсонса. Понятие "функция" используется в структурном функционализме Парсонса в его математическом значении: этим понятием

¹ *Социогенез* [< лат. soci(etas) общество + гр. genos происхождение] – процесс возникновения и последующего развития общества.

обозначаются формы такой зависимости между величинами, при которой изменение одних (аргументов) сопровождается изменением других величин (переменных). "Основной постулат теории действия состоит в том, что состояния систем действия и того ситуативного мира объектов, в котором они находятся, являются независимыми переменными. При их "столкновении", следовательно, особенно важным свойством объектов является социальное *взаимодействие*", т.е. взаимное изменение состояния [55, с.649].

Что же касается количественных оценок исследуемых величин, то при математическом моделировании основной результат количественных моделей, формулируемый в выводах, всегда носит качественный характер. Глобальная динамика системы (цикличность, устойчивость, хаотическое поведение), определяемая количественной моделью, является ее качественной характеристикой [4]. У моделей имеются вполне определенные коэффициенты, изменяя которые, мы можем изучать поведение системы, оперируя понятиями "ускорение или замедление", "противодействие или поддержка", "больше или меньше".

При изучении динамики величины X в левой части уравнения пишем скорость ее изменения во времени $\frac{dX}{dt}(t)$, в правой части по очереди выписываются потоки, непосредственно связанные с подсистемами социальной системы; причем перед потоком ставится знак "+", если поток содействует развитию X , и знак "-", если сдерживает развитие².

Время t считается непрерывным и измеряется в годах.

9.1.1. Описание переменных системы

В качестве управляющего параметра возьмем уровень *пассионарного напряжения* (характеристика этноса), т.к. социальная

²Качественное исследование динамических систем предполагает непрерывность правых частей, и это, в какой-то степени, предопределяет вид уравнений.

система в рамках нашей модели имеет этническую основу³. По определению Л.Н. Гумилева *пассионарное напряжение* – это пассионарность⁴, приходящаяся на одного члена общества [24, с.109]. "Качественные характеристики *пассионарного напряжения* следует рассматривать как некую усредненную оценку представителей этноса" [21, с.123].

Политическую систему будем описывать функцией $G(t)$, экономическую систему – функцией $E(t)$, социальное сообщество – функцией $K(t)$ и систему поддержания институционализированных этнических образцов – функцией $D(t)$.

В нашей модели будем рассматривать **политическую систему** с точки зрения теории *модернизации*. Под модернизацией понимаются глубинные преобразования в экономической, политической и ценностных системах общества (не обязательно синхронизированные), происходящие вследствие того, что Парсонс называл промышленной, демократической и образовательной революциями [53, с.40].

Процессам политической модернизации многих обществ присущи ускорения и замедления, своего рода "волны". "Каждый конкретный случай модернизации общества обладает, наряду с общими характеристиками, также специфическим набором отличительных свойств⁵" [53, с.41]. Например, в российской истории противоречивые свойства модернизационного процесса наиболее контрастно выражаются в волнообразном развитии через циклы *реформ–контрреформ* (рис. 9.1).

"В определенной степени различные сочетания модерни-

³В этой главе мы отождествляем слова "этнический" и "культурный". По существу, эти понятия практически совпадают (например, Т. Парсонс выделяет три основных момента в определении культуры: передаваемость в поколениях, обучаемость и общепринятость). Поэтому их можно отождествлять (см. [54, с.95], [64, с.97-98]).

⁴*Пассионарность как энергия* – это избыток биохимической энергии живого вещества (людей), подавляющий в человеке инстинкт самосохранения и определяющий способность к целенаправленным сверхнапряжениям. *Пассионарность* как характеристика поведения – эффект избытка биохимической энергии живого вещества (людей), порождающий способность к самопожертвованию ради (часто) иллюзорной цели [22, с.65].

⁵Среди них прежде всего выделяется необычайная длительность, растянутость во времени российской модернизации.

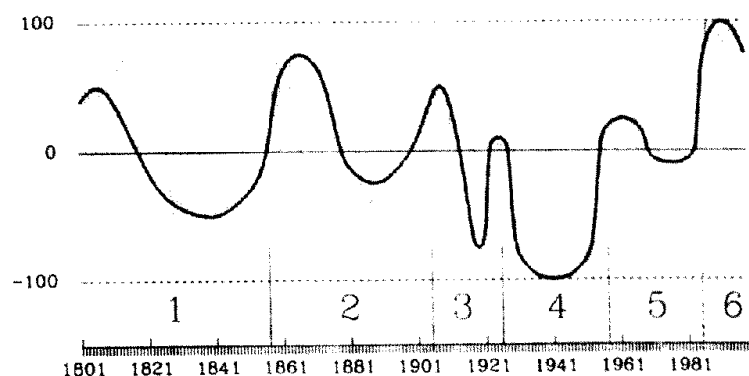


Рис. 9.1: Циклы российской модернизации [53, с.45]

зационных и контрмодернизационных процессов характерны для любого движущегося к современному состоянию общества..." [53, с.50]. Каждый цикл реформ–контрреформ не возвращает общество в исходное состояние, а продвигает его по пути модернизации.

Под *реформами* будем понимать не просто изменение системы государственного управления, а по преимуществу либерализацию⁶ политической и экономической жизни, на основе которой происходят дифференциация и усложнение политической системы как таковой. Период *контрреформ* представляет собой более или менее успешную попытку подавления свобод и огосударствление общества, обращение вспять процессов социальной и политической дифференциации, упрощение политической системы. Все это делает более удобным всеобъемлющее централизованное управление [53, с.43].

Модернизацию и реформы, присходящие в политической системе, будем отслеживать, используя понятие *социальный институт*.

Социальный институт – относительно устойчивые типы

⁶ *Либерализация* [< лат. liberalis свободный] – отмена или ослабление государственного контроля.

и формы социальной практики, посредством которых организуется общественная жизнь, обеспечивается устойчивость связей и отношений в рамках социальной организации общества [60, с.157].

Социальный институт определяется набором специфических социальных норм и предписаний, регулирующих соответствующие типы действия. Институт – это не только совокупность лиц, учреждений, снабженных материальными средствами и осуществляющих конкретную общественную функцию, но это и целостная система стандартов поведения, обязательных для осуществления функции данного института. Каждый институт характеризуется наличием цели своей деятельности, конкретными функциями, набором социальных статусов и ролей, типичных для данного института [60, с.158].

Исходя из вышесказанного, в рамках нашей модели будем рассматривать изменение политической системы с точки зрения ее усложнения и упрощения. Это подсказывает нам единицу измерения *политической дифференциации* – количество политических институтов. Политическая дифференциация – это оценка глубины социально политических изменений, масштабов усложнения или упрощения политической системы⁷.

Как сосчитать политические институты? Можно их просто перечислить. Назовем некоторые из политических институтов, которые могут входить в этот список: органы городского и районного самоуправления, организации, связанные с защитой прав и свобод человека (комитеты защиты прав человека, комитеты солдатских матерей), управления городским имуществом, адвокатские коллегии, клубы избирателей.

Развитие **экономической системы** рассмотрим через изменение величины общего капитала. Будем измерять степень экономического развития в условных единицах – *единицах фондов*. В рамках модели считаем, что любой объект экономических отношений (измеряемый в рублях, штуках, тоннах,

⁷Возможное отрицательное значение величины политической дифференциации можно интерпретировать следующим способом: реформы – величина положительна, контрреформы – отрицательна.

м² и т.п.) или действие можно оценить в этих единицах⁸.

Будем считать, что развитие **социетального сообщества**, в рамках предлагаемой модели, измеряется в *количестве социальных институтов*, посредством которых осуществляется *интеграция*⁹ общества. Интеграция осуществляется благодаря охранному и контролирующим институтам на основе принимаемых норм поведения. В число институтов социетального сообщества входят организации и нормы поведения, относящиеся к *кооперативному* или *реститутивному праву*¹⁰, а также социальные институты, отвечающие за выполнение *реститутивных санкций*¹¹ [29].

Примем, что в модели развитие **системы поддержания институционализированных**¹² **этнических образцов** измеряется в *количестве социальных институтов*, которые образуют эту подсистему. Под поддержанием образцов понимаем систему властных мер и законов, защищающих этнические ценности и образцы поведения. Членам социетального сообщества присуща *механическая солидарность* [29], характеризующаяся едиными социальными действиями, опирающимися на этническую организацию, нравы, мораль, религию и т.д., свойственные данному обществу. Подобная солидарность закрепляется в процессе институционализации в виде *уголовного*

⁸Отрицательное значение капитала можно интерпретировать двумя способами:

I) величина фондов рассматривается относительно определенного установленного значения, отвечающего такому состоянию экономики, когда большинство населения достаточно адаптировано к окружающей среде (т.е., в рамках модели, обеспечена пищей, жильем и т.п.). Можно интерпретировать эту величину как "минимальный прожиточный минимум";

II) отрицательное значение – при превышении износа фондов над фондообразованием на протяжении некоторого времени.

⁹*Интеграция* [< лат. integro восстановление, восполнение] – объединение в целое каких-либо частей, элементов.

¹⁰*Реститутивное право* включает право собственности, семейное, договорное, коммерческое, процессуальное, административное и конституционное.

¹¹Это меры по восстановлению прежнего правового, имущественного и т.д. состояния.

¹²*Институционализация* – правовое и организационное закрепление тех или иных общественных явлений.

права, поддерживаемого посредством *репрессивных санкций*.

В качестве возможной характеристики изменения этнических (культурных) образцов можно рассмотреть *стилевую*¹³ *дифференциацию культуры*.

Различают *моностилистическую* и *полистилистическую* культуру [32]. Моностилистическая культура имеет место в том случае, когда ее элементы обладают внутренней связностью и, кроме того, активно разделяются либо пассивно принимаются всеми членами общества [32, с.92]. В этой культуре существует строгая канонизация жанров и стилей культурной деятельности, строгое регулирование культурной деятельности, исключение "чуждых" культурных элементов, упрощение сложных культурных феноменов.

При переходе к полистилистической культуре теряется внутреннее единство, происходит ослабление жанровых и стилиевых норм, возникают более сложные системы взаимодействия традиций, культурных стилей.

Итак, под $G(t)$ понимаем степень политической дифференциации, количество политических институтов; под $E(t)$ — количество единиц фондов; $K(t)$ измеряется в количестве социальных институтов, посредством которых происходит интеграция общества; под $D(t)$ понимаем количество социальных институтов, которые отвечают за поддержание институционализированных этнических образцов.

9.1.2. Уравнение, описывающее политическую систему

Развитие политической системы опишем дифференциальным уравнением

$$\frac{dG}{dt} = G_G + G_E - G_K,$$

где:

¹³ *Стиль* — это совокупность идейно-этических норм и характерных черт деятельности, поведения, метода работы, образа жизни [60, с.538].

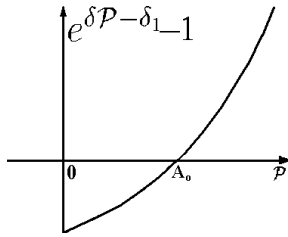


Рис. 9.2: Относительный уровень пассионарности

1) $G_G = k_{GG}(e^{\delta P - \delta_1} - 1) \cdot G$ – это слагаемое описывает процесс самоорганизации политической системы, который обеспечивает поддержание и развитие общественного строя. Он включает действия власти, препятствующие изменению существующей политической системы. Эти действия могут, например, выражаться в принятии законов о разграничении властных полномочий.

Здесь $k_{GG}(e^{\delta P - \delta_1} - 1)$ – учет пассионарности P при "построении" и поддержке государства. Множитель $(e^{\delta P - \delta_1} - 1)$ – относительный уровень пассионарности (безразмерная величина) (рис.9.2). Множитель k_{GG} – положительный коэффициент.

Чем больше P , тем больше сил вкладывается в укрепление политической системы¹⁴. При малой пассионарной напряженности ($P < A_0$) происходит ослабление политической власти $k_{GG}(e^{\delta P - \delta_1} - 1) < 0$. При развитой политической системе ($G > 0$) у государства появляется возможность делать вклад в развитие системы власти, иначе ($G < 0$) происходит разложение политической системы ($G_G < 0$).

2) G_E – усилия людей по укреплению политического режима за счет средств экономики. Степень этих усилий определяется условиями жизни, т.е. уровнем развитости экономики.

Изменение политической системы зависит от состояния экономики. Усложнение и дифференциация политической сфе-

¹⁴Заметим, что P всегда положительно.

ры общества возможны лишь при наличии достаточного количества экономических ресурсов. Ресурсы тратятся на содержание институтов власти (таких, как армия, полиция, суды и т.п.). Если ресурсов недостаточно, то действия властей оказываются малоэффективными, происходит утрата контроля. Однако, увеличение уровня развития экономической системы (E) не приводит к постоянному усложнению политической системы (G). Наступает момент "насыщения", при котором увеличение экономических вложений во власть не приводит к дальнейшему "росту" политической системы.

Функция G_E должна удовлетворять следующим условиям, поддающимся естественной экономической интерпретации:

(1) Если $E < 0$, то $G_E < 0$, т.к. при $E < 0$ экономика требует затрат на свою поддержку и ослабляет политическую систему.

(2) Если $0 < E < B_0$ (где B_0 – некоторый фиксированный уровень), то $\frac{dG_E}{dE} > 0$, т.к. с ростом E увеличивается влияние экономики.

При $E > B_0$ $\frac{dG_E}{dE} < 0$, т.к. в случае достаточно развитой экономической системы (при больших значениях E) ее вмешательство в политическую систему уменьшается; экономика не нуждается в поддержке государства и перестает вкладывать ресурсы в укрепление политического режима.

(3) $\frac{d^2G_E}{dE^2} < 0$ (для любого E) – с увеличением E "вливания" экономики во властные структуры уменьшаются ("неповоротливость").

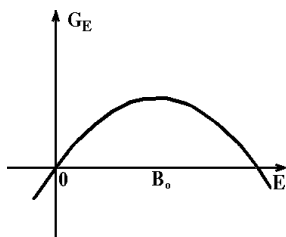
Выберем функцию G_E в виде

$$G_E = (l_G - k_{GE} \cdot E) \cdot E. \quad (9.1)$$

Здесь $(l_G - k_{GE} \cdot E)$ – доля капитала, направленного на укрепление политического режима. Наличие области убывания данного множителя можно объяснить так называемым "законом насыщения потребностей"¹⁵.

Множители k_{GE} и l_G – положительные коэффициенты.

¹⁵Первый закон Г. Госсена: "С удовлетворением потребности в каком-либо благе его ценность падает или по мере увеличения количества товара его полезность убывает" [7, с.55].

Рис. 9.3: График G_E

Все вышеперечисленные свойства (1), (2) и (3) для вида (9.1) функции G_E выполняются (рис. 9.3). В данном случае уровень $B_0 = l_G/2k_{GE}$.

3) $G_K = k_{GK}(K + D) \cdot G$ – ограничения на скорость изменения политической системы, связанные с действующими в обществе традицией (нравственностью) и нормативным порядком. Эти ограничения сказываются при высоком уровне "социализации" ($K + D$). Сюда входят затраты политической системы на поддержание нормативного порядка¹⁶ и этнических образцов. Также это борьба с преступлениями против порядка (реститутивные санкции или полицейские функции государства и др.) и против общества (уголовные преступления, репрессивные санкции и др.).

Затраты на борьбу приводят к упрощению политической системы, к централизации и сосредоточению власти (а это, в свою очередь, может вести к диктатуре). Чем активнее государство борется с противоправными действиями, тем более централизованной и монополизированной становится власть. При этом малый уровень преступности не должен оказывать существенного влияния на дифференциацию политической сферы.

¹⁶ На государстве лежит "ответственность за поддержание целостности социального сообщества ... и за действия в любых ситуациях, указывающих на необходимость каких-то мер в "общественных" интересах" [56, с.31].

9.1.3. Уравнение, описывающее экономическую систему

Динамика экономики описывается следующим дифференциальным уравнением

$$\frac{dE}{dt} = E_E - E_G - E_K,$$

где:

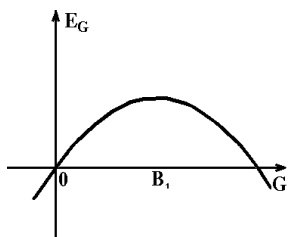
1) $E_E = k_{EE}(e^{\delta_P - \delta_1} - 1) \cdot E$ – усилия людей по развитию экономики. Это процесс воспроизводства экономических ресурсов. Экономическая система пополняет запасы ресурсов за счет собственных вложений. Как отмечал Дж. Форрестер: "капитал порождает капитал" [72].

Здесь $k_{EE}(e^{\delta_P - \delta_1} - 1)$ – влияние пассионарности \mathcal{P} на развитие экономической системы. Множитель $(e^{\delta_P - \delta_1} - 1)$ – это относительный уровень пассионарности (безразмерная величина) (рис. 9.2), k_{EE} – некоторый коэффициент.

Чем больше пассионарное напряжение \mathcal{P} , тем быстрее развивается экономическая система. При малой пассионарной напряженности ($\mathcal{P} < A_0$) происходит ослабление экономики $k_{EE}(e^{\delta_P - \delta_1} - 1) < 0$. Развитая экономическая система ($E > 0$) имеет возможность делать вклад в свое развитие, а ослабленная ($E < 0$) саморазрушается ($E_E < 0$).

2) $E_G = l_E \cdot G - k_{EG} \cdot G^2 \geq 0$ – экономические вливания во властные структуры ("... Экономика стремится отделиться ... и от политической системы" [54, с.118]). Для поддержания и развития политической системы требуется вложение экономических ресурсов. Чем более дифференцирована политическая сфера (демократия), тем больше она требует ресурсов для своего поддержания. Государственное регулирование в сфере экономики.

Слагаемое E_G – есть некоторая "саморегуляция" воздействия политической системы на экономическую. Смысл *квadraticной* зависимости в том, что это воздействие определяется коллективным состоянием системы и выражается числом возможных взаимодействий ("парных связей") социаль-

Рис. 9.4: График E_G

ных институтов.

В начале развития политическая система слаба и оказывает малое воздействие на экономическую систему (а при $G < 0$ ослабленная политическая система вкладывает определенные ресурсы в экономическую систему, надеясь, за счет этого, улучшить свое положение). Развивающаяся политическая система ($G < B_1$) требует затрат экономики на свою поддержку. Более развитая политическая система уже менее нуждается в экономической подпитке и перестает отбирать большие ресурсы у экономики¹⁷ (рис. 9.4).

3) $E_K = k_{EK}(K + D) \cdot E$ – ограничивающие факторы, связанные с этнокультурными традициями и нормативным порядком. С увеличением уровня "социализации" ($K + D$) возрастает ее сдерживающее воздействие на развитие экономики, обусловленное перераспределением ролей (между гражданами и социальными институтами) по выполнению адаптивной функции¹⁸: экономика должна оглядываться на общество.

На поддержание нормативного порядка требуются не только политические "ресурсы", но и экономические. Любой социальный институт требует наличие ресурсов для собственного поддержания и развития. При этом, чем выше уровень тради-

¹⁷ Можно, оценив максимальное значение G , подобрать соотношение коэффициентов l_E и k_{EG} так, чтобы E_G не принимало отрицательное значение при $G > 0$.

¹⁸ Адаптивная функция – это по Парсонсу функция экономической системы.

ции (D) и нормативного порядка (K), тем бóльшие ограничения они оказывают на рост экономической системы.

9.1.4. Уравнение, описывающее социетальное сообщество

Динамику социетального сообщества опишем следующим дифференциальным уравнением

$$\frac{dK}{dt} = K_G - K_K - K_D,$$

где:

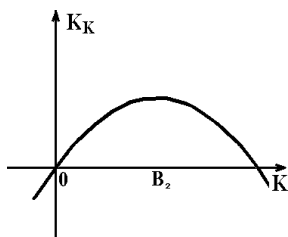
1) $K_G = (k_{KG} \cdot G^2 + k_{KE} \cdot E^2) \cdot K$ – соблюдение нормативного порядка и лояльность граждан¹⁹.

Смысл *квадратичной* зависимости скорости изменения социетального сообщества от политических и экономической систем заключается в том, что это взаимодействие определяется коллективным состоянием системы и выражается числом парных связей институтов.

2) $K_K = (l_K \cdot K - k_{KK} \cdot K^2) \cdot P$ – потери при действиях, направленных на поддержку авторитета устанавливаемого нормативного порядка, связанные с их легитимацией²⁰. Нормативный порядок требует соотнесенности с этническими образцами: не каждый разумный закон находит поддержку в консервативных кругах. Увеличение числа институтов социетального сообщества не ведет к постоянному росту потерь. Это можно объяснить ограниченностью "правового пространства", невозможностью сосредоточения всех институтов на задаче по поддержке норм и порядка. Сюда же следует отнести негативное влияние на социетальное сообщество отрицательно комплиментарных этнических химер [20].

¹⁹ "Обычно от имени и в интересах социетальной лояльности выступают государственные органы, они же следят за выполнением соответствующих норм" [56, с.25].

²⁰ *Легитимация* [$<$ лат. *legitimus* законный] – признание или подтверждение законности.

Рис. 9.5: График K_K

Заметим, что *уровень пассионарного напряжения* \mathcal{P} измеряется²¹ как количество исторических событий в год ($\frac{1}{200}$).

При малом значении $K > 0$ нормы и ценности только начинают укореняться в сознании людей и требуют затрат на свое развитие (рис. 9.5), а при ослаблении нормативного порядка ($K < 0$) возникает необходимость в мерах по его укреплению ($K_K < 0$).

Усиление действий по поддержке нормативного порядка ведет к увеличению затрат (в точке B_2 – максимальный уровень потерь). При довольно высоком уровне нормативного порядка, когда устанавливаются абсолютные нормы и ценности, нет необходимости в дополнительных затратах²².

3) $K_D = k_{KD} \cdot D^2$ – сопротивление традиционных (устаревших, древних) устоев общества новым (цивилизованным) нормам и порядку; фундаментализм.

Существует определенный уровень (в нашей модели это $D = 0$), при котором этнические образцы не влияют на нормативный порядок. Но при отклонении от этого уровня этнические образцы сдерживают (ограничивают) развитие социального сообщества. Любой нравственный человек требует

²¹ Одна из шкал, по которой измеряется *пассионарное напряжение* – "частота событий этнической истории". Для построения кривой пассионарного напряжения выделяются события этнического масштаба [19, с.410].

²² Можно, оценив максимальное значение K , подобрать соотношение коэффициентов l_K и k_{KK} так, чтобы K_K не принимало отрицательное значение при $K > 0$.

свободы и ограничений для старых законов. Любой безнравственный человек протестует против любых норм.

9.1.5. Уравнение, описывающее систему поддержания институционализированных этнических образцов

Развитие системы поддержания институционализированных этнических образцов опишем дифференциальным уравнением

$$\frac{dD}{dt} = D_G - D_D - D_K,$$

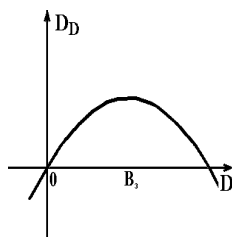
где:

1) $D_G = k_{DG} \cdot G^2 D$ – государственная поддержка этнокультурных образцов поведения, посредством осуществления их институционализации.

Смысл *квадратичной* зависимости D_G от политической дифференциации заключается в том, что это взаимодействие определяется коллективным состоянием системы и выражается числом взаимосвязей политических институтов.

2) $D_D = (l_D \cdot D - k_{DD} \cdot D^2) \cdot \mathcal{P}$ – затраты на установление этнокультурной морали (нравственности), на институционализацию этнических образцов, на защиту этих образцов и традиционного патриархального образа жизни. Постепенно происходит "отход" от организационной первоосновы, свойственной любой этнической системе – традиционная мораль, закон предков уступает место нормативному порядку, цивилизованному закону [24, с.132-133].

При малом $D > 0$ поддержка этнических образцов незначительна и требует увеличение затрат на свое развитие, а при отсутствии поддержки этнических образцов ($D < 0$) возникает необходимость в принятии мер по ее возобновлению ($D_D < 0$) (рис. 9.6). Усиление поддержки этнических образцов ($D > 0$) требует затрат на поддержание уже имеющихся (в точке B_3 максимальный уровень потерь). При довольно высоком уровне

Рис. 9.6: График D_D

поддержки этнических образцов нет необходимости в дополнительных затратах²³.

3) $D_K = k_{DK} \cdot K^2$ – соотнесенность с нормативным порядком. Существует определенный уровень ($K = 0$), при котором социетальное сообщество не влияет на поддержание этнических образцов. Но при отклонении от этого уровня происходит борьба с традициями. При построении государства (т.е. при малом уровне развития социетального сообщества) происходит отказ от традиций и переход к новаторству.

Мы не включаем в уравнение *системы поддержания институционализированных этнических образцов* зависимость от экономической системы, так как этнические образцы более независимы "от соображений цены, выгоды или убытков, от текущих потребностей социума или окружающей среды" [56, с.28], чем другие подсистемы общества.

Таким образом, в этой главе с помощью дифференциальных уравнений описаны переменные, их взаимосвязи и коэффициенты модели.

Любое общество рождается не на пустом месте, а на обломках когда-то сплоченных государств. Поэтому в качестве начальных данных ($G|_{t=0}=G_0, E|_{t=0}=E_0, K|_{t=0}=K_0, D|_{t=0}=D_0$)

²³ Можно, оценив максимальное значение D , подобрать соотношение коэффициентов l_D и k_{DD} так, чтобы D_D не принимало отрицательное значение при $D > 0$.

мы можем брать соответствующие величины предшествующих социальных систем (константы G_0, E_0, K_0, D_0).

Мы получили следующую задачу Коши

$$\begin{aligned}
 \frac{dG}{dt} &= k_{GG}(e^{\delta P - \delta_1} - 1)G + (l_G E - k_{GE} E^2) - k_{GK}(K + D)G, \\
 \frac{dE}{dt} &= k_{EE}(e^{\delta P - \delta_1} - 1)E - (l_E G - k_{EG} G^2) - k_{EK}(K + D)E, \\
 \frac{dK}{dt} &= (k_{KG} G^2 + k_{KE} E^2)K - (l_K K - k_{KK} K^2)P - k_{KD} D^2, \\
 \frac{dD}{dt} &= k_{DG} G^2 D - (l_D D - k_{DD} D^2)P - k_{DK} K^2, \\
 G|_{t=0} &= G_0, \quad E|_{t=0} = E_0, \quad K|_{t=0} = K_0, \quad D|_{t=0} = D_0.
 \end{aligned} \tag{9.2}$$

9.2. Модель «политика-экономика»

Система дифференциальных уравнений (9.2) довольно сложна для аналитического исследования. Проанализируем решения первых двух уравнений (для политической и экономической систем)

$$\begin{cases}
 \frac{dG}{dt} = k_{GG}(e^{\delta P - \delta_1} - 1)G + (l_G E - k_{GE} E^2) - k_{GK}(K + D)G, \\
 \frac{dE}{dt} = k_{EE}(e^{\delta P - \delta_1} - 1)E - (l_E G - k_{EG} G^2) - k_{EK}(K + D)E, \\
 G|_{t=0} = G_0, \quad E|_{t=0} = E_0.
 \end{cases} \tag{9.3}$$

Пусть социальное сообщество (K) и система поддержания институционализированных этнических образцов (D) зафиксированы на некотором уровне и не меняются во времени.

Для упрощения исследования предположим, что интенсивность реакции политических институтов k_{GG} и интенсивность развития экономики k_{EE} равны. Предположим, что также равны доли социальных институтов (K и D), влияющих на политическую дифференциацию и экономический рост, т.е. $k_{GK} = k_{EK}$.

Пусть $A(\mathcal{P}) = k_{GG}(e^{\delta\mathcal{P}-\delta_1} - 1) - k_{GK}(K + D)$, $k_1 = k_{GE}$, $k_2 = k_{EG}$, $l_1 = l_G$, $l_2 = l_E$, $x = G$, $y = E$, $\bar{x} = G_0$, $\bar{y} = E_0$.

Тогда система (9.3) примет следующий вид

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + l_1y - k_1y^2, \\ \frac{dy}{dt} = Ay - l_2x + k_2x^2, \\ x|_{t=0} = \bar{x}, y|_{t=0} = \bar{y}. \end{cases} \quad (9.4)$$

Таким образом, мы получили систему из двух дифференциальных уравнений с параметром A , который может принимать значения на интервале числовой оси. На начальные данные x_0 и y_0 не накладываем никаких ограничений.

9.3. Качественное исследование модели «политика-экономика»

Рассмотрим систему (9.4). Предполагаем, что l_1, k_1, l_2, k_2 положительные коэффициенты, а A – знакопеременный параметр.

Проследим за изменением качественной картины решения системы (9.4) в зависимости от параметра A . Для этого изучим возможные состояния равновесия и направления, по которым траектории могут стремиться к ним. Качественное исследование будем проводить, следуя монографии [11].

9.3.1. Исследование состояний равновесия

Найдем особые точки. В конечной части плоскости – это точки пересечения двух парабол ($A \neq 0$)

$$Ax + l_1y - k_1y^2 = 0, \quad Ay - l_2x + k_2x^2 = 0. \quad (9.5)$$

Для исследования состояния равновесия (x_0, y_0) рассмотрим величины

$$P(x, y) = Ax + l_1y - k_1y^2,$$

$$Q(x, y) = Ay - l_2x + k_2x^2,$$

$$\Delta = \Delta(x_0, y_0) = \begin{vmatrix} P'_x(x_0, y_0) & P'_y(x_0, y_0) \\ Q'_x(x_0, y_0) & Q'_y(x_0, y_0) \end{vmatrix}, \quad (9.6)$$

$$\sigma = P'_x(x_0, y_0) + Q'_y(x_0, y_0). \quad (9.7)$$

Характер состояния равновесия определяется знаком величин Δ , σ и $\sigma^2 - 4\Delta$.

Учитывая, что $P(x_0, y_0) = 0$ и $Q(x_0, y_0) = 0$, получаем следующие выражения для Δ и $\sigma^2 - 4\Delta$

$$\Delta = A^2 + (2k_1y_0 - l_1)(2k_2x_0 - l_2), \quad (9.8)$$

$$\sigma^2 - 4\Delta = -4(2k_1y_0 - l_1)(2k_2x_0 - l_2),$$

$$\sigma = 2A. \quad (9.9)$$

Исключая из (9.8) l_1 и l_2 , получаем

$$\Delta = k_1k_2x_0y_0 - k_1A\frac{y_0^2}{x_0} + k_2A\frac{x_0^2}{y_0}, \quad (9.10)$$

$$\sigma^2 - 4\Delta = -4k_1k_2x_0y_0 + 4k_1A\frac{y_0^2}{x_0} - 4k_2A\frac{x_0^2}{y_0} + 4A^2.$$

Или, исключая в (9.8) k_1 и k_2 ,

$$\Delta = -3A^2 - 2l_1A\frac{y_0}{x_0} + 2l_2A\frac{x_0}{y_0} + l_1l_2, \quad (9.11)$$

$$\sigma^2 - 4\Delta = 16A^2 + 8l_1A\frac{y_0}{x_0} - 8l_2A\frac{x_0}{y_0} - 4l_1l_2.$$

Рассмотрим точку равновесия $(0, 0)$. В этой точке $\Delta = A^2 + l_1l_2 > 0$, $\sigma^2 - 4\Delta = -4l_1l_2 < 0$, $\sigma = 2A$. Следовательно, точка $(0, 0)$ – простой²⁴ фокус, устойчивый, когда $A < 0$, и неустойчивый, когда $A > 0$ [11, с.68-72]. Случай $A = 0$ разобран далее (см. стр.224).

²⁴Т.к. $\Delta \neq 0$.

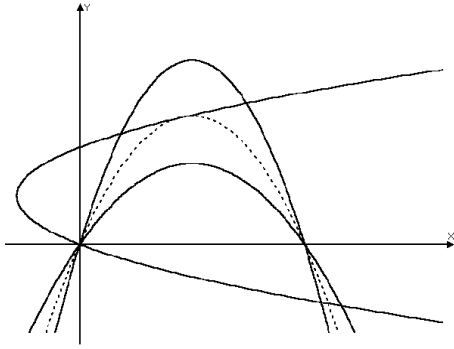


Рис. 9.7:

Из критерия Бендиксона²⁵ следует, что на плоскости x, y при $A \neq 0$ не существует замкнутых контуров, составленных из траекторий, так как $P'_x + Q'_y = \sigma = 2A$ (см. (9.9)).

А. Исследуем систему (9.4) при $A > 0$.

В этом случае имеем два, или три, или четыре состояния равновесия. Их количество зависит от положения парабол (9.5), которые пересекаются в 2-х, 3-х или 4-х точках (рис.9.7).

А.1. Пусть имеется 4 состояния равновесия (рис.9.8, слева).

Точка $(0, 0)$ – неустойчивый фокус.

В точке M_1 : $x_0 > l_2/k_2 > 0$, $y_0 < 0$, $\Delta < 0$ (см.(9.10)). Следовательно, точка M_1 – седло [11, с.72].

Для точки M_2 : $x_0 > l_2/2k_2 > 0$, $y_0 > l_1/k_1$, $\Delta > 0$, $\sigma^2 - 4 < 0$ (см.(9.8)). Следовательно, точка M_2 – неустойчивый фокус [11, с.72].

В точке M_3 : $0 < x_0 < l_2/2k_2$, $y_0 > l_1/k_1 > 0$, $\sigma^2 - 4 > 0$ (см.(9.8)). Следовательно, точка M_3 – седло или узел [11, с.71-72].

Для определения типа состояния равновесия M_3 , восполь-

²⁵**Критерий Бендиксона.** Если в некоторой односвязной области выражение $P'_x + Q'_y$ не меняет знака и не равно нулю тождественно, то в этой области не существует замкнутых контуров, составленных из траекторий [11, с.120].

зуемся следующей теоремой.

Теорема 1 (Пуанкаре) . Если N , N_f и C – соответственно число узлов, фокусов и седел в конечной части фазовой плоскости, а N' и C' – число узлов и седел, лежащих на экваторе сферы Пуанкаре (считая точки, расположенные на концах диаметра, за одну точку (рис. 9.12)), то имеет место соотношение $N + N_f + N' = C + C' + 1$ [11, с.146].

Ниже докажем (стр.229), что на экваторе сферы Пуанкаре лежит один узел. Поэтому $N' = 1$ и $C' = 0$. В конечной части плоскости имеем два фокуса и седло (точки O , M_2 и M_1). Следовательно, точка M_3 может быть только седлом.

А.П. Если в точке M_2 : $0 < x_0 < l_2/2k_2$ (рис.9.9, слева), то точка $(0,0)$ – неустойчивый фокус, а точка M_1 – седло. Точки M_2 и M_3 узлы или седла, т.к. $\sigma^2 - 4\Delta > 0$ (см.(9.8)). Из теоремы 1 следует, что M_2 и M_3 неустойчивый узел и седло соответственно.

Итак, если в конечной части фазовой плоскости четыре состояния равновесия, то два из них (M_1 и M_3) – седла, одно ($O(0,0)$) – неустойчивый фокус, и одно (M_2) – неустойчивый фокус или узел.

А.П. Рассмотрим случай, когда имеются два состояния равновесия (рис.9.8, справа).

Точка $(0,0)$ – неустойчивый фокус. В точке M_1 : $x_0 > l_2/k_2 > 0$, $y_0 < 0$, $\Delta < 0$. Следовательно, точка M_1 – седло [11, с.72].

Поэтому, если в конечной части фазовой плоскости два состояния равновесия, то одно из них (M_1) – седло, а другое ($O(0,0)$) – неустойчивый фокус.

В. Если $A < 0$, то исследование системы (9.4) проводится аналогично (рис.9.9, справа). При $A < 0$ положения равновесия (фокусы и узел) устойчивы, так как $\sigma = 2A < 0$ [11, с.68-72].

С. Исследуем систему (9.4) при $A = 0$.

В этом случае параболы (9.5) вырождаются в две пары па-

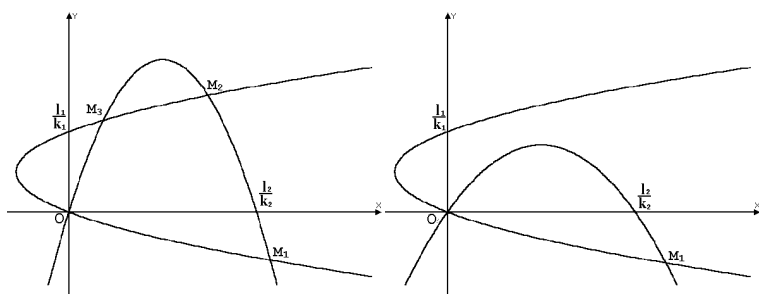


Рис. 9.8:

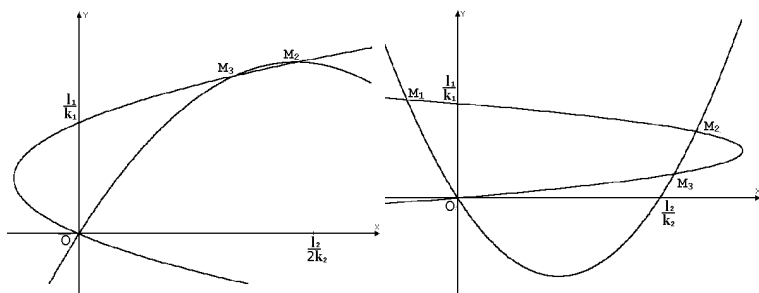


Рис. 9.9:

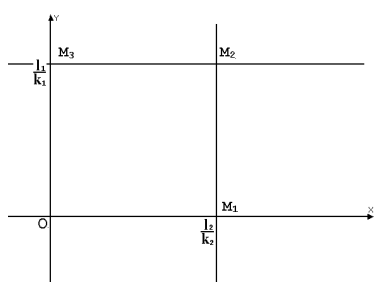


Рис. 9.10:

параллельных прямых (рис.9.10)

$$x = 0, \quad x = \frac{l_2}{k_2}, \quad y = 0, \quad y = \frac{l_1}{k_1}.$$

Система (9.4) при $A = 0$ имеет вид

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = l_1 y - k_1 y^2, \\ \frac{dy}{dt} = -l_2 x + k_2 x^2. \end{cases} \quad (9.12)$$

Таким образом, имеем консервативную (гамильтонову) систему (9.12) с аналитическим интегралом [11, с.136]

$$H(x, y) = \frac{l_1}{2} y^2 - \frac{k_1}{3} y^3 + \frac{l_2}{2} x^2 - \frac{k_2}{3} x^3,$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = l_1 y - k_1 y^2 = \frac{dx}{dt}, \quad \frac{\partial H}{\partial x} = l_2 x - k_2 x^2 = -\frac{dy}{dt}.$$

В консервативной системе возможны только простые состояния равновесия типа центра или седла, и замкнутые траектории не являются изолированными, а заполняют целые области [11, с.136].

В точках M_1 и M_3 : $\Delta = -l_1 l_2 < 0$ (см.(9.10)). Следовательно, точки M_1 и M_3 – седла. А точки M_2 и $O(0, 0)$ – центры.

Д. Рассмотрим случай, когда в особой точке $\Delta = 0$.

Если $\Delta = 0$, то (см.(9.8))

$$A^2 + (2k_1 y_0 - l_1)(2k_2 x_0 - l_2) = 0. \quad (9.13)$$

Точки, удовлетворяющие уравнению (9.13), располагаются в полуполосах: $\{0 < x_0 < l_2/2k_2, \quad y > l_1/2k_1\}$ и $\{0 < y_0 < l_1/2k_1, \quad x > l_2/2k_2\}$ (рис.9.11, слева). Таким образом, это может быть только точка M_3 (рис.9.8-9.9). В этой точке

$$\frac{2k_2 x_0 - l_2}{A} = \frac{-A}{2k_1 y_0 - l_1}. \quad (9.14)$$

Левая и правая часть равенства (9.14) – угловые коэффициенты касательных к параболам (9.5). Следовательно, касательные параллельны, а точки касания лежат в интервале:

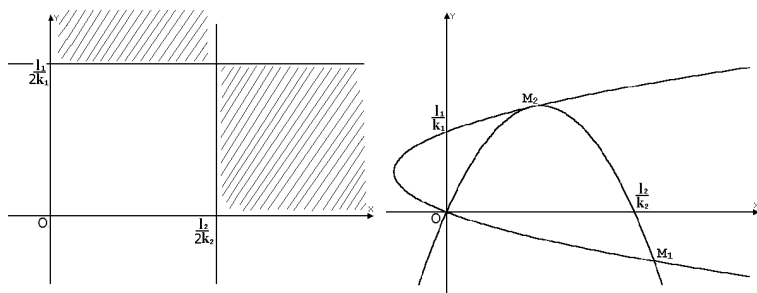


Рис. 9.11:

$0 < x_0 < l_2/2k_2$ (при $A \geq 0$)²⁶. Поэтому (рис.9.8-9.9) эти касательные совпадают, т.е. в данном случае параболы касаются (в точке M_2), и имеются три точки равновесия в конечной части плоскости (рис.9.11, справа).

Точка $(0,0)$ – неустойчивый фокус. В M_1 : $x_0 > l_2/k_2 > 0$, $y_0 < 0$, $\Delta < 0$. Следовательно, точка M_1 – седло [11, с.72].

Точка M_2 – сложное состояние равновесия ($\Delta=0$). Используя процедуру, описанную в [11, с.90-92], устанавливается, что точка M_2 является седло-узлом.

9.3.2. Исследование бесконечно удаленных точек

Проведем исследование "бесконечно удаленных" частей плоскости с помощью сферы Пуанкаре [11, с.112-115]. Это сфера единичного радиуса, касающаяся плоскости x, y в начале координат. Каждой точке x плоскости ставится в соответствие две точки сферы, лежащие на прямой, проходящей через центр сферы и точку x . На экватор (большой круг, параллельный плоскости x, y) отображаются бесконечно удаленные точки. При этом интегральные кривые плоскости переходят в соответственные кривые сферы, а седла, узлы и фокусы сохраняют тот же вид.

²⁶Случай $A \leq 0$ рассматривается аналогично.

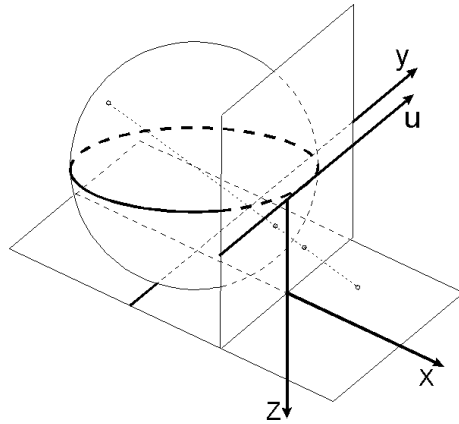


Рис. 9.12: Сфера Пуанкаре

Преобразование $x = 1/z$, $y = u/z$ позволяет изучить особые точки на экваторе сферы Пуанкаре, за исключением концов оси y (рис.9.12).

Исследуемая система (9.4) содержит в правой части многочлены одинаковой степени: $P(x, y) = Ax + l_1y - k_1y^2$ и $Q(x, y) = Ax - l_2x + k_2x^2$. Координаты особых точек на экваторе находим из уравнения

$$Q_n(1, u) - uP_n(1, u) = 0,$$

где Q_n и P_n — члены наивысшей степени в Q и P . Получаем: $k_2 + k_1u^3 = 0$. Следовательно, координаты особых точек

$$u^3 = -\frac{k_2}{k_1}.$$

По критерию Пуанкаре²⁷ находим, что найденная точка — узел.

²⁷**Критерий Пуанкаре.** Пусть Q и P одинаковой степени. Простая особая точка $z = 0$, $u = u_0$ будет седлом, если при изменении u от $u_0 - \varepsilon$

Для исследования "концов оси y ", полагаем $x = v/z$, $y = 1/z$ и рассматриваем точку $(0, 0)$. Получаем

$$\frac{dz}{dv} = \frac{-Az^2 - k_2v^2z + l_2vz^2}{-k_1 + l_1z - k_2v^3 + l_2v^2z}.$$

Точка $(0, 0)$ не является особой. Следовательно, "концы оси y " не могут быть особыми точками.

Таким образом, мы выяснили, что на экваторе сферы Пуанкаре имеются две диаметрально противоположные точки – два узла.

9.3.3. Фазовые портреты и исследование системы на наличие бифуркаций

Проследим за сменой фазовых портретов в зависимости от изменения параметра A системы (9.4). Коэффициенты l_1 , l_2 , k_1 и k_2 зафиксированы. Фазовые портреты на рисунках 9.13–9.16 построены²⁸ при $l_1=1$, $l_2=1.5$, $k_1=1.3$ и $k_2=1.1$. Сплошные линии на рис.9.13–9.16 – траектории решений (положительное направление указано стрелками). Короткие штриховые линии показывают векторное поле решений.

При больших по модулю отрицательных значениях параметра A в конечной части плоскости два состояния равновесия: т.О – устойчивый фокус ($A<0$) и т.М₃ – седло (рис.9.13, слева). При увеличении A появляется третья особая точка М₂ – седло-узел²⁹ (рис.9.13, справа и увеличенный фрагмент на

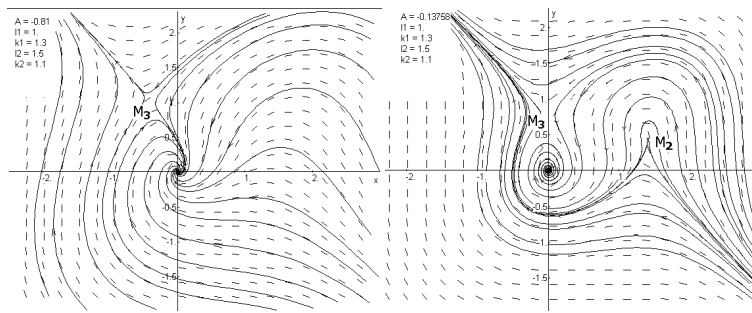
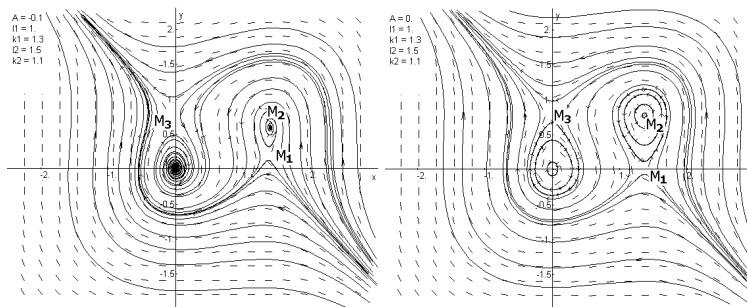
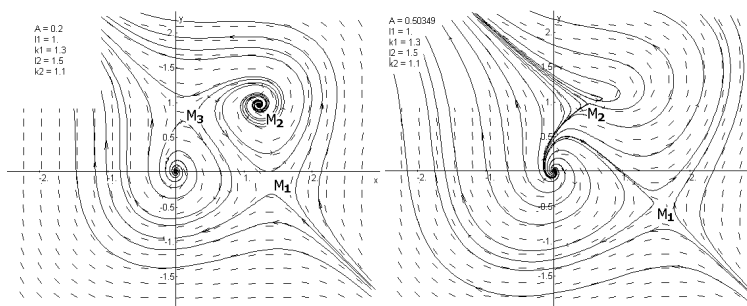
до $u_0 + \varepsilon$ выражение

$$\frac{Q_n(1, u)}{P_n(1, u)} - u$$

переходит от отрицательных значений к положительным, и узлом, если указанное выражение переходит от положительных значений к отрицательным [11, с.115].

²⁸ Для численного решения использовался метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Вычисления и построение графиков выполнены с помощью пакета "DynaSys" (<http://www.sci.wsu.edu/idea/DSDoc/>). Результаты совпадают с решениями, полученными с помощью других пакетов программ.

²⁹ В этой точке $\Delta=0$, см. стр.226.

Рис. 9.13: $A=-0.81$ и $A=-0.13758$ Рис. 9.14: $A=-0.1$ и $A=0$ Рис. 9.15: $A=0.2$ и $A=0.5035$

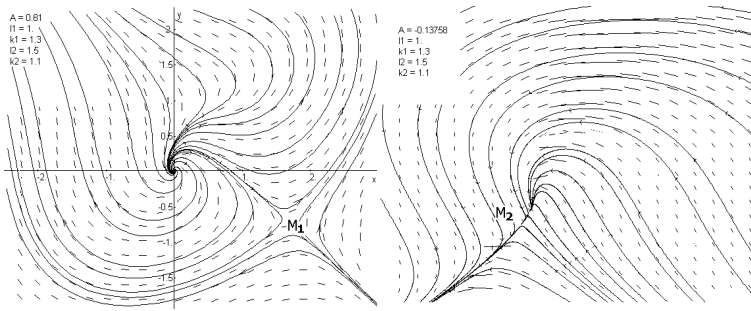
Рис. 9.16: $A=0.81$ и $A=-0.13758$

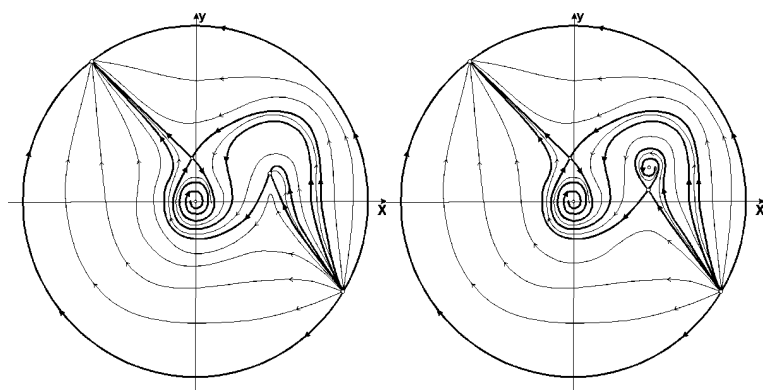
рис.9.16, справа), которая распадается на седло M_1 и устойчивый ($A < 0$) узел M_2 . При дальнейшем увеличении A узел становится устойчивым фокусом M_2 (рис.9.14, слева).

При $A=0$ устойчивые фокусы (т.О и т. M_2) становятся центрами (случай С на стр.224). Вокруг этих точек расположены циклы (рис.9.14, справа).

При дальнейшем увеличении A фокусы (т.О и т. M_2) становятся неустойчивыми, т.к. $A > 0$ (рис.9.15, слева). Этот случай соответствует пункту А.І, который разобран на стр.223. Далее фокус M_2 переходит в неустойчивый узел (пункт А.ІІ, стр.224), который сливается с седлом M_3 (рис.9.15, справа), превращаясь в седло-узел (пункт D на стр.226). При увеличении A седло-узел распадается, и в конечной части плоскости остаются две точки равновесия (пункт А.ІІІ, стр.224): т.О – неустойчивый фокус и т. M_1 – седло (рис.9.16, слева). При дальнейшем увеличении параметра A характер решения не меняется.

Таким образом, мы исследовали изменение качественного поведения фазовых портретов при изменении параметра вдоль числовой оси и установили, что имеются бифуркационные значения параметра³⁰:

³⁰ Это значения параметра, соответствующие негрубой системе, при переходе через которые происходит смена качественной картины фазовых

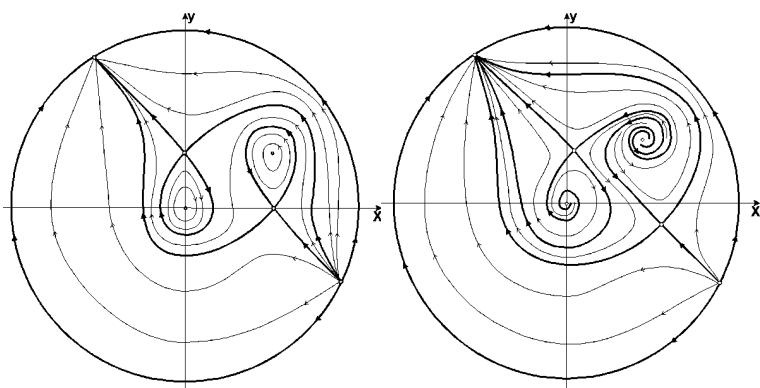
Рис. 9.17: $A=-0.13758$ и $A=-0.1$

1) при переходе через точку $A=0$ происходит смена устойчивости фокусов (т.О и т.М₂) без рождения предельного цикла (бифуркационному значению параметра соответствует консервативная система) [11, с.198].

2) при появлении седло-узла и его распадения на седло и узел (и наоборот, слияние узла и седла в седло-узел, который исчезает) при прохождении параметра A через те значения, при которых $\Delta=0$ (пункт А.П, стр.224) [11, с.193-194].

На рис. 9.17-9.18 представлены изображения фазовых портретов на полусфере Пуанкаре. Внешняя окружность на рисунках – экватор сферы Пуанкаре, на который отображаются бесконечно удаленные точки. Линиями изображены траектории решений. Стрелки показывают движение по траекториям в направлении, соответствующем положительному течению времени. Жирными линиями указаны сепаратрисы седел. Рисунки дают полное представление о характере поведения решений во всей плоскости и в окрестности точек равновесия.

портретов [11, с.192].

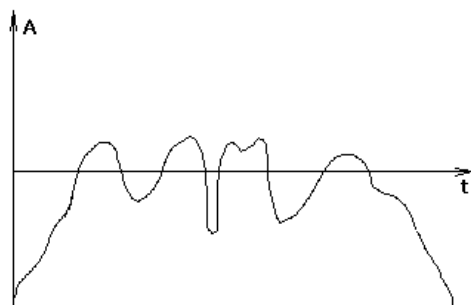
Рис. 9.18: $A=0$ и $A=0.2$

9.3.4. Интерпретация результатов качественного исследования и компьютерного моделирования

Мы провели качественное исследование системы (9.2) из двух дифференциальных уравнений (для политической и экономической систем) и получили представление об изменении фазового портрета решения. Дадим интерпретацию решений с точки зрения социологической теории.

Вспомним, что в исследуемой системе (9.4) мы подразумевали в качестве x – уровень политической дифференциации G , в качестве y – развитие экономической системы E . Коэффициент A – параметр, зависящий от уровня пассионарной напряженности P , от социального сообщества K и от системы поддержания институционализированных этнических образцов D . При этом мы предполагали, что K и D фиксированы.

При исследовании мы задавали параметр A некоторым числом, предполагая, что значение пассионарной напряженности P берется из математической модели этногенеза [23], [24, с.107-124].

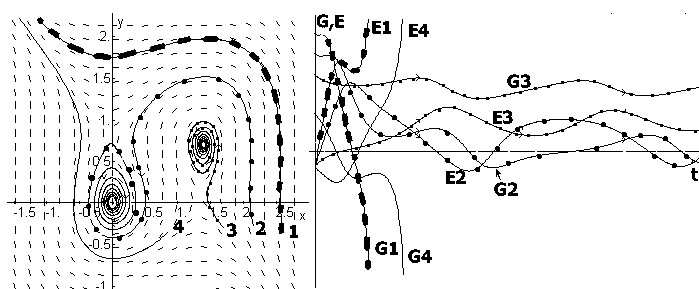
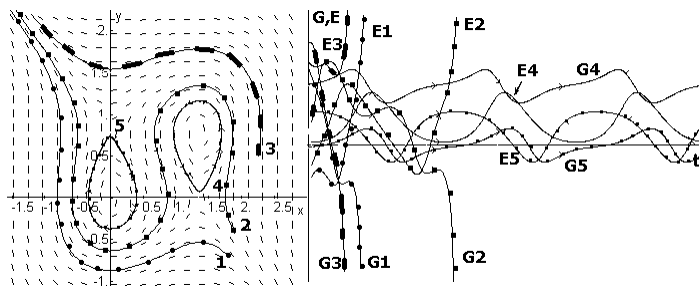
Рис. 9.19: Изменение параметра A

Пассионарная напряженность – это качественная характеристика, которую следует рассматривать как некую усредненную оценку этнической системы [21, с.123]. То есть этот параметр характеризует уровень развития этнической компоненты общества. В начале развития этноса \mathcal{P} возрастает, потом стабилизируется возле некоторого значения (возле которого возможны некоторые колебания), а затем идет постепенное убывание [19, с.410]. При построении модели, мы использовали относительный уровень пассионарности $(e^{\delta\mathcal{P}-\delta_1} - 1)$ (рис.9.2).

Предположим, что параметр $A = (k_{GG}(e^{\delta\mathcal{P}-\delta_1} - 1) - k_{GK}(K + D))$ колеблется около значения $A = 0$ и меняется так, как изображено на рис.9.19.

Мы выяснили в 9.3.3, что если параметр A близок к нулю, то у нас четыре точки равновесия – два фокуса и два седла. Причем, при $A < 0$ фокусы устойчивы (траектории приближаются к фокусу по спирали), а при $A > 0$ фокусы неустойчивы (траектории удаляются от фокуса по спирали). Если $A = 0$, то фокусы становятся центрами – вокруг них множество замкнутых траекторий (циклов).

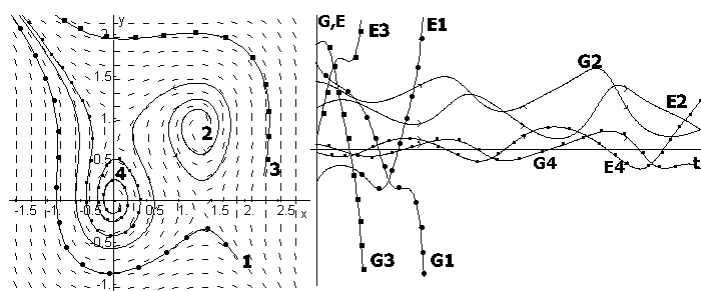
Если параметр A удален от нуля на достаточное расстояние, то имеются две точки равновесия – фокус (устойчивый при $A < 0$ и неустойчивый при $A > 0$) и седло. Этот случай мы не будем рассматривать, т.к. он не согласуется с нашими пред-

Рис. 9.20: $A=-0.05$ Рис. 9.21: $A=0$

положениями о характере величине изменения параметра A .

На рис. 9.20 - 9.21 представлены фазовые портреты и графики решений при различных начальных условиях и с разным значением параметра A . Слева на рисунках – фазовые портреты (ось x – величина уровня политической дифференциации G , ось y – уровень развития экономической системы E). Цифрами обозначены начальные точки. Справа представлены графики зависимости G и E от времени t . Обозначения кривых даны в соответствии с номерами начальных точек.

Наиболее интересен случай, когда мы получаем колебания (циклы) в развитии политической и экономической систем. Это хорошо согласуется с политологической и экономически-

Рис. 9.22: $A=0.1$

ми теориями (циклы реформ-контрреформ, экономические циклы Н. Кондратьева).

Рассмотрим отрицательное значение A . При малом отрицательном значении параметра A могут появиться затухающие колебания вокруг двух значений: возле нуля (траектория 2 на рис.9.20) и при $G>0$, $E>0$ (траектория 3 на рис.9.20). Это означает, что система стремится прийти к некоторому состоянию равновесия. То есть экономическая и политическая системы достигают некоторых уровней, которые характерны для данного общества. Две точки равновесия означают две альтернативы в историческом развитии. Существуют моменты, когда траектории, приводящие к разным равновесиям, приближаются друг к другу (например, траектории 2 и 3 на рис.9.20). В этот момент даже небольшое возмущение системы может привести к смене исторической перспективы (смена точки равновесия, к которой стремится траектория). Возмущением может служить, например, природный катаклизм, война и т.п.

Вообще говоря, параметр A может меняться во времени, поэтому характеристики точки равновесия могут меняться (координаты, устойчивость, тип состояния равновесия). Изменение обусловлено внешними по отношению к данной системе факторами. Все это приводит к смене структуры в развитии общества.

При увеличении A до нуля ($A = 0$) колебания становят-

ся периодическими – появляются циклы (траектории 5 и 4 на рис.9.21). Причем амплитуда колебаний зависит от состояния системы в предшествующий момент. Например, для российской истории характерна большая амплитуда колебаний в развитии (реформы-контреформы, рис.9.1).

При дальнейшем увеличении параметра A амплитуда колебаний увеличивается – происходит "раскручивание" траектории (траектории 2 и 4 на рис.9.22). Увеличивается "глубина" преобразований, как позитивных, так и негативных.

Этот процесс может привести к смене точки равновесия, к которой стремится траектория. Также это может привести к большому отклонению от равновесия, что в свою очередь, ведет к *распаду социальной системы*. Под **распадом** мы подразумеваем уменьшение дифференциации институтов политической системы до определенной величины.

Далее процесс может идти в обратном порядке: убывание A до нуля и т.д. (рис.9.19). При этом меняется последовательность фаз. Причем, эта смена может повторяться многократно. Например, в точке $(0,0)$ при положительных значениях параметра A – неустойчивый фокус (происходит раскручивание траекторий), при $A = 0$ в этой точке – центр, вокруг нее замкнутые циклы, а при отрицательных значениях параметра в точке $(0,0)$ – устойчивый фокус (траектории стремятся к нулю по спирали).

Существуют траектории, которые не приводят к состояниям равновесия, а ведут к *распаду* (траектории 1 и 4 на рис.9.20, 1 и 3 на рис.9.22 и траектории 1, 2 и 3 на рис.9.21). Либо это невозможные, с исторической точки зрения, варианты развития, либо это такие типы обществ, которые быстро распадаются.

Представленная модель является примером построения и исследования математической модели такого сложного объекта как социальная система. Характерной чертой данной модели является описание циклических процессов, происходящих в обществе. Также продемонстрирована возможность изменения исторической перспективы развития социума, причем суще-

ствуют моменты, когда эти перемены возможны при небольших возмущениях системы.



Парсонс (Parsons) Толкотт (1902-1979) – американский социолог-теоретик, один из представителей структурно-функционального направления в социологии. Парсонс опирался на работы М.Вебера, Э.Дюркгейма, В.Парето, а также использовал современные системные и кибернетические представления. Он отстаивал необходимость построения общей аналитической логико-дедуктивной теории человеческого действия как основы решения частных эмпирических задач [60, с.370].

Глава десятая



Глава 10

Системы власти

10.1. Структура политической власти империи

В гл. 8, 9 описаны модели глобальных этносоциальных процессов, происходящих в этносе и государстве на протяжении сотен лет. Глобальность понимается в том смысле, что мы рассматриваем общество в целом и не интересуемся действиями отдельных индивидов, групп и социальных институтов. При построении модели мы напрямую не учитывали ни численность населения, ни природные факторы (географическое положение, ресурсы, границы), ни распределение исследуемых величин по территории¹. В реальности же политическая власть, экономические ресурсы, население распространены неоднородно. Поэтому необходимо разработать модель, учитывающую все эти факторы.

Идея создания модели развития государства возникла в ходе изучения географического и исторического развития России в XVI-XIX веках, в частности, освоения территории и рас-

¹Конечно, косвенно эти факторы учитываются в коэффициентах модели.

пространение власти в Сибири².

При изучении структуры власти выделяют следующие составляющие: административная власть (административные центры, численность чиновников), военная власть (дислокация, крепости, линии укреплений), налоговая система. На них оказывают влияние следующие факторы: географические (ландшафт, климатические условия, коммуникации), этнические, пространственные (площадь территории, плотность населения), политические (границы), задачи управления и другие.

При создании пространственной модели будем использовать развивающиеся в последнее время идеи о функционировании государства-империи и идеи о развитии государства посредством становления административных центров. Мы попытаемся построить и изучить развитие административных региональных центров в зависимости от территориальных характеристик (ресурсы, границы и т.п.). При построении модели будем опираться на процессы, протекавшие в истории России, развитие которой отличается от развития других стран.

"Освоение сибирской территории было не столько освоением территории ... сколько созданием на территории властных центров. Более того, именно создание властного центра и воспринималось как собственно освоение (присвоение) территории" [34, с.31].

Центры обладали относительной стабильностью, а границы административных единиц постоянно изменялись. Распространение нововведений происходило "путем перехода от центра к центру, но в сочетании со сплошным, или площадным, движением-расползанием" [34, с.32]. Идея Центра влечет за собой определенный способ структурирования пространства, которое предполагает наличие не только центра, но и периферии [34, с.33]. "...Центры можно различать в соответствии с их структурной и символической особенностями; с сущностью и видами их деятельности; с их отношением к периферии; со спе-

²Замысел этого исследования возник в результате бесед с историком проф. А.В. Ремневым (ОмГУ).

цифкой группировок элиты, которые занимают господствующее положение; с сущностью системных тенденций и масштабом перемен, происходящих в процессе социальной и политической динамики" [1, с.28].

В западной науке термином "империя" обозначают политическую систему, охватывающую большие, относительно сильно централизованные территории, в которых центр, воплощенный как в личности императора, так и центральных политических институтах, образовывал автономную единицу [39, с. 31]. По определению А. Филиппова, "империя – это смысл (и реальность) большого и устойчивого политического пространства, длительно переносимый на смысл неполитических действий" [69].

Одним из признаков империи является признак значительности территориальных размеров империи. Критерий величины территории более важен, чем критерий временной протяженности. Другими признаками империи являются тенденция к территориальному расширению; отсутствие, либо ограниченность ассимиляции народов, вновь включаемых в состав государства территорий, сохранение ими своих этнокультурных особенностей [39, с. 35].

Для стабильного существования государства необходимо обеспечить независимость от внешних условий. Это достигается путем накопления внутренних энергетических и вещественных резервов. Максимизация объема контролируемых ресурсов путем территориального расширения является более или менее универсальным способом адаптации. Центральная власть империи ставит под собственный контроль наиболее важные ресурсы и, маневрируя ими, поддерживает собственное господство [39, с. 32].

Территориальный рост ограничивается наличием соседних социумов с аналогичными амбициями, недостатком людских ресурсов, чрезмерно неблагоприятными природными условиями и другими факторами [39, с. 38].

10.2. Описание модели развития империи

Продemonстрируем как может быть построена модель империи, если опираться на следующие предположения:

1. Развитие государства рассматривается через изменение численности населения, добычу и воспроизводство ресурсов, территориальное изменение, появление и распад административных центров.

2. Ресурс – пространственная характеристика. Это некоторое усредненное значение по всем ресурсам. Не производится деления ресурсов на составляющие. Рассматриваем только природные (возобновляемые и невозобновляемые) ресурсы, их добычу и возобновление.

3. Количество административных центров ограничено. За каждым административным центром закреплена своя территория³. Считаем, что территория принадлежит государству, если на нее распространено влияние какого-либо административного центра данного государства.

4. Политическое влияние центра (управление периферией) – пространственная характеристика. Она показывает степень влияния центра на зависимые от него территории. Власть как бы распространяется по территории.

5. Сила, мощь административного центра – это характеристика каждого центра.

6. Численность населения – глобальная величина, т.е. не рассматриваем численность отдельных частей государства.

7. Изменение границ и изменение властных центров – некоторая внешняя функция центра. Полагаем, что это есть довольно значительное влияние центра государства-империи на развитие регионов.

8. Внешние параметры для административного центра – это уровень развития политической и экономической систем. Они определяются с помощью математической модели социогенеза, описанной в гл.9.

³ Например, в России до XX века – это губернии.

Опишем математическую модель развития государства.

Мощь административного центра опишем функцией $M_i(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ (i - номер центра), численность населения – функцией $N(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, природный ресурс – функцией $R^*(x, y, t) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, добытый ресурс – функцией $R(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, политическое влияние центра функцией $P_i(x, y, t) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, внешнюю функцию центра государства для i -го административного центра – функцией $C_i(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$.

Будем рассматривать развитие государства в некоторой области $G \in \mathbb{R}^2$.

Уравнения модели строим по аналогии с моделью мировой динамики Дж.Форрестера [72]. Под моделью в данном случае имеем в виду систему дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных). В левой части уравнения пишем скорость изменения величины от времени t , а в правой – разность показателей скорости прироста и убыли описываемой функции.

Уравнение, описывающее изменение *мощи административного центра*⁴, имеет вид

$$\frac{dM}{dt} = B_M - D_M.$$

Здесь

$$B_M = [Bn_M \cdot M] \cdot B_M(R) \cdot B_M(P, C) \cdot B_M(N),$$

$$D_M = [Dn_M \cdot M] \cdot D_M(R) \cdot D_M(P, C) \cdot D_M(N)$$

– соответственно скорости прироста и убыли мощности M ;

Bn_M и Dn_M – скорости естественного прироста и убыли M ;

$B_M(R)$, $B_M(P, C)$ и $B_M(N)$ – коэффициенты, влияющие на рост M , в зависимости от R , P , C , N , т.е. это некоторые функции от этих величин;

$D_M(R)$, $D_M(P, C)$ и $D_M(N)$ – аналогичные коэффициенты для величины D_M .

⁴Для упрощения записи далее мы опускаем индексы i .

Изменение численности *населения*, опишем уравнением

$$\frac{dN}{dt} = B_N - D_N + \frac{E}{E_1} \cdot N,$$

где

$$B_N(r, t) = N \cdot Bn_N \cdot B_N(r),$$

$$D_N(r, t) = N \cdot Dn_N \cdot D_L(r)$$

– темп рождаемости и темп смертности населения (Bn_N и Dn_N – нормальные темпы рождаемости и смертности);

$r = R/R'(N)$ – ресурсообеспеченность (эффективность *добытого ресурса*); $R'(N)$ – количество ресурса, необходимого для жизни N человек.

$(E/E_1) \cdot N$ – изменение скорости прироста населения в зависимости от внешнего параметра – уровня развития экономической системы E (E_1 – нормирующий множитель).

Изменение ресурса R^* вычисляют в каждой точке плоскости x, y , исходя из уравнения

$$\frac{dR^*}{dt}(x, y, t) = -D_R(E(t), C(t), P(x, y, t)) + k_R.$$

Здесь D_R – функция, описывающая величину расхода природного ресурса R^* ; k_R – скорость возобновления ресурса ($k_R \sim 0.05$).

Скорость роста *добытого ресурса* R_1 зависит от его наличия $R^*(x, y, t)$ и возможности его добыть (что определяется степенью влияния центра на данную территорию $P(x, y, t)$)

$$R_1(t) = \iint_G P(x, y, t) R^*(x, y, t) dx dy.$$

Скорость расхода ресурса

$$R_2(t) = r_0 \cdot N(t),$$

где r_0 – ресурс, необходимый для одного человека.

Следовательно, уравнение, описывающее изменение *добытого ресурса*, имеет вид

$$\frac{dR}{dt} = R_1(t) - R_2(t).$$

Изменение *политического влияния* записывается, следующим образом

$$\frac{\partial P}{\partial t}(x, y, t) = Q(x, y, t) \cdot \Delta P + f_1(C, \bar{P}, M) \cdot P + \nabla R^* \cdot \nabla P - P^2,$$

где:

$Q(x, y, t) \cdot \Delta P$ – распространение влияния, $Q(x, y, t)$ – коэффициент, зависящий от географических условий (ландшафт, климат и т.п.);

$f_1(C, \bar{P}, M)$ – функциональная зависимость от внешней функции центра государства, от \bar{P} – внешнего параметра – уровня развития политической системы (см. гл.9) и от мощи административного центра;

$\nabla R^* \cdot \nabla P$ – распространение влияния в направлении увеличения количества ресурса R^* ;

$-P^2$ – противодействие увеличению политического влияния P , связанное с ограниченностью "властного" пространства.

Такова возможная модель системы власти – империи. Она состоит из нескольких дифференциальных уравнений, число которых зависит от числа административных центров.

Для того чтобы проводить компьютерное моделирование необходимо решить следующие задачи:

- реализовать на компьютере алгоритм численного решения системы дифференциальных уравнений;
- результаты моделирования представить в виде географической карты, на которой обозначены административные центры и границы;

- отобразить изменением цветовой гаммы на карте территорий степень политического влияния в регионах;
- представить интегральные характеристики (N, R) в виде графиков их зависимости от времени. Исходные данные для модели могут быть определены из реальных исторических и географических источников.

В предложенной модели не рассматривается процесс образования новых административных центров, поэтому внешняя функция центра, процесс изменения границ и образование административных центров должны задаваться в процессе моделирования.

Литература

- [1] Айзенштадт С.Н. *Цивилизационные измерения социальных изменений. Структура и история* // Цивилизации. Вып.4. М.: МАЛП, 1997. С.20-32.
- [2] Аниконов Ю.Е. *О математическом моделировании этнических процессов* // Математические проблемы экологии. Новосибирск: Ин-т мат-ки СО РАН, 1994. С.3-6.
- [3] Аниконов Ю.Е. *О математическом моделировании этнических процессов*. Докл. РАН. 1995. Т.345, N.1. С.7-9.
- [4] Андреев А.Ю., Бородкин Л.И., Левандовский М.И. *Синергетика в социальных науках: пути развития, опасности и надежды* // Website в Интернет <http://kleio.dcn-asu.ru/aik/krug/5/4.html>
- [5] Багрецов С.А., Львов В.М., Наумов В.В. и др. Диагностика социально-психологических характеристик малых групп с внешним статусом. СПб.: Лань/ун-т МВД России, 1999.
- [6] Базаров И.П., Геворкян Э.В., Николаев П.Н. *Неравновесная термодинамика и физическая кинетика*. М.: МГУ, 1989.
- [7] Бартенев С.А. *История экономических учений в вопросах и ответах*. М.: Юристъ, 1998.
- [8] Бартоломью Д. *Стохастические модели социальных процессов*. М.: Финансы и статистика, 1985.
- [9] Бауман З. *Спор о постмодернизме* // Социологический журнал. 1995. N.4. С.70-71.
- [10] Батыгин Г.С. *Лекции по методологии социологических исследований*. М., 1995.
- [11] Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. *Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости*. М.: Наука, 1976.
- [12] Берн Э. *Люди, которые играют в игры. Игры, в которые играют люди*. М: Центр общечеловеческих ценностей, 1990.

- [13] Бехтерев В.М. *Избранные работы по социальной психологии*. М.: Наука, 1994.
- [14] Бехтерев В.М. *Объективная психология*. М.: Наука, 1991.
- [15] Богданов А.А. *Технология. Всеобщая организационная наука*. Кн.1,2. М.: Экономика, 1989.
- [16] Владимиров Ю.С. *Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть 1. Теория систем отношений*. М.: МГУ, 1996.
- [17] Владимиров В.С. *Обобщенные функции в математической физике*. М.: Наука, 1976.
- [18] Гараджа А. Ж. *Бодрийар* // Современная западная философия: Словарь М., 1991.
- [19] Гумилев Л. Н. *Этногенез и биосфера Земли*. М.: Танаис ДИ-ДИК, 1994.
- [20] Гумилев Л. Н. *От Руси к России. Очерки отечественной истории*. М.: Экспресс, 1992.
- [21] Гумилев Л.Н. *География этноса в исторический период* // Звезда. 1990. N2.
- [22] Гуц А.К. *Глобальная этносоциология: Учебное пособие*. Омск: ОмГУ, 1997.
- [23] Гуц А. К., Коробицын В. В., *Компьютерное моделирование этногенетических процессов* // Рукопись деп. в ВИНТИ 24.09.1997, N 2903-B97. Омский гос.ун-т, 1997.
- [24] Гуц А.К., Коробицын В.В., Лаптев А.А., Паутова Л.А., Фролова Ю.В. *Социальные системы: формализация и компьютерное моделирование*. Омск: ОмГУ, 2000.
- [25] Гуц А.К. *Религия: истина для сердца вместо знания для ума* // Взаимосвязь физической и религиозной картин мира. Физики-теоретики о религии. Кастрома: Из-во МИИЦАОСТ, 1996. С.32-43.
- [26] Данилов Н.Н., Крылов А.Л. *Физиология высшей нервной деятельности*. Ростов-на-Дону: Феникс, 1999.
- [27] Девятко И.Ф. *Методы социологического исследования*. Екатеринбург, 1998.
- [28] Демин А.Н. *О совмещении количественного и качественного подходов в исследовательском цикле* // Социологический журнал. 1999. N 1.
- [29] Дюркгейм Э. *О разделении общественного труда. Метод социологии*. М.: Наука, 1991.
- [30] Емелин В. *Постиндустриальное общество и культура постмодерна*.

- [31] Иванов Д.В. *Виртуализация общества*. СПб., 2000.
- [32] Ионин Л.Г. *Основания социокультурного анализа*. М.: Рос. гос. гуманитар. ун-т, 1996.
- [33] *Исследования по общей теории систем*. М.: Прогресс, 1969.
- [34] Замятина Н.Ю. *Модели политического пространства* // Полис. 1999. N4. С.29-41.
- [35] Здравомыслова Е.А., Темкина А.А. *Социальное конструирование гендера* // – <http://win.www.nir.ru/socio/scipubl/sj/34-zdrav.htm>
- [36] Здравомыслова О.М., Арутюнян М.Ю. *Российская семья на европейском фоне*. М., 1998.
- [37] Иваничев Г.А. *Спинально-стволовый полисинаптический рефлекс*. – <http://www.infamed.com/enmg/sspr.html>
- [38] Капитонов Э.А. *Социология XX века*. Ростов-на-Дону, 1996.
- [39] Каспэ С.И. *Империи: генезис, структура, функции* // Полис. 1997. N5. С.31-48.
- [40] Коломинский Я.Л. *Психология взаимоотношений в малых группах*. Минск: ТетраСистемс, 2000.
- [41] Кулаков Ю.И. *Элементы теории физических структур*. Новосибирск: НГУ, 1968.
- [42] Кулаков Ю.И., Владимиров Ю.С., Карнаухов А.В. *Введение в теорию физических структур и бинарную геометрофизику*. М.: Архимед, 1992.
- [43] Лазарсфельд П. *Измерение в социологии / Американская социология: перспективы, проблемы, методы*. М., 1972.
- [44] Лаптев А.А. *Построение математической модели общества* // Естественные науки и экология: Ежегодник. Вып.4: Межвузовский сборник научных трудов. - Омск: Издательство ОмГПУ, 1999. С.15-33.
- [45] Левин К. *Теория поля в социальных науках*. СПб.: Речь, 2000.
- [46] Либин А.В. *Дифференциальная психология: на пересечении европейских, российских и американских традиций*. М.: Смысл, 1999.
- [47] Лиотар Ж-Ф. *Состояние постмодерна*. СПб. 1998.
- [48] Макгиннис Р. *Новое в методах исследования* // Американская социология: перспективы, проблемы, методы. М., 1972.
- [49] Мангейм Дж. Б., Рич Р.К. *Политология. Методы исследования*. М., 1997.
- [50] Миронов Б.Н. *Социальная история России периода империи (XVIII – начало XX вв.)*. В 2-х тт. СПб.: "Дмитрий Буланин", 1999.

- [51] Михайличенко Г.Г. *Математический аппарат теории физических структур*. Горно-Алтайск: Г-АГУ, 1997.
- [52] Острейковский В.А. *Теория систем*. М.: Высшая школа, 1997.
- [53] Пантин В., Лапкин В. *Волны политической модернизации России* // Полис. 1998. N 2.
- [54] Парсонс Т. *Понятие общества: компоненты и их взаимоотношения* // Тезис. Т.1, N 2. С.94-122.
- [55] Парсонс Т. *О структуре социального действия*. М.: Академический Проект, 2000.
- [56] Парсонс Т. *Система современных обществ*. М.: Аспект Пресс, 1997.
- [57] Пивоваров Ю.С. *Концепция политической культуры в современной науке* // Политическая наука. Теоретико-методологические и историко-культурные исследования. М., 1996.
- [58] Подгозин И.А. *Проблемы дефиниции и оценки политического риска в зарубежных исследованиях* // Вестник МГУ. Сер. 12. Политические науки. 1996. N 5.
- [59] Посконин В.В. *Социально-политическая теория Т.Парсонса: методологический аспект*. Ижевск: Изд-во Удмурт. ун-та, 1994.
- [60] *Российская социологическая энциклопедия* / Под ред. Г.В.Осипова. М.: Издательская группа НОРМА-ИНФРА-М, 1998.
- [61] Самарский А.А., Михайлов А.П. *Математическое моделирование*. М.: Наука · Физматлит, 1997.
- [62] Сеченов И.М. *Избранные произведения*. М., 1958.
- [63] *Современный словарь иностранных слов*. М.: Рус. яз., 1992.
- [64] Смелзер Н. *Социология*. М.: Феникс, 1994.
- [65] Сушков И.Р. *Психология взаимоотношений*. М.: Академический Проект, ИП РАН, Екатеринбург: Деловая книга, 1999.
- [66] Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики*. М.: Наука, 1977.
- [67] Торндайк Э., Уотсон Д.Б. *Бихевиоризм*. М.: АСТ, 1998.
- [68] Фейерабенд П. *Избранные труды по методологии науки*. М., 1986.
- [69] Филиппов А.Ф. *Смысл империи: к социологии политического пространства*. – <http://www.russ.ru/antolog/inoe/filipp.htm/filipp.htm>
- [70] *Физика платоновских форм*. – <http://www.context.ru/chapter1.htm>
- [71] Фихтенгольц Г. М. *Курс дифференциального и интегрального исчисления*. Т. 3. М.: Наука, 1970.
- [72] Форрестер Дж. *Мировая динамика*. М., Наука, 1978.

- [73] Фролова Ю.В., Коробицын В.В., Лаптев А.А.. *Компьютерная модель влияния ресурсобеспечения мужчин на поведение женщин* // Математические структуры и моделирование. 2000. N 5. С.97-103.
- [74] Халеева И.И. *Гендер как интрига познания* // Гендер как интрига познания. Сборник статей. М., 2000.
- [75] Хейзинга Й. *Homo ludens*. М., 1996.
- [76] *Хрестоматия по курсу гендерных исследований*. М.: Изд-во "Московского центра гендерных исследований", 2000.
- [77] Эйнштейн А. *Собрание научных трудов*. Т.4. М.: Наука, 1967.
- [78] Энгельс Ф. *Происхождение семьи, частной собственности и государства* / Маркс К., Энгельс Ф. Сочинения. М., 1961. Т.21.
- [79] *Энциклопедический социологический словарь*. М., 1995.
- [80] Ядов В.А. *Стратегия социологического исследования*. М., 1998.
- [81] Якупов Р.А. *Мигательный рефлекс*.
– <http://www.infamed.com/enmg/br.html>
- [82] Bogdanoff A.A. *Algemeine Organisationslehre (Tektologie)*. Bd.1. Berlin, 1926; Bd.II. Berlin: Hirzel, 1928.
- [83] Bouchaud J.-P., Cont R. *A Langevin approach to stock market fluctuations and crashes* // Eur. Phys. J. 1998. V.B6. P.543-550.
- [84] Epstein J.M., Axtell R. *Growing Artificial Societies*. Washington, Brookings Institution Press, 1996.
- [85] Helbing D. *Boltzmann-like and Boltzmann-Fokker-Planck Equations as a Foundation of Behavioral Models*. – Los Alamos E-preprint: cond-mat/9805384 (1998). – <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/9805384>
- [86] Helbing D. *Quantitative Sociodynamics*. Dordrecht: Kluwer Academic, 1995.
- [87] Helbing D. *A Mathematical Model for the Behavior of Individuals in a Social Field*. – Los Alamos E-preprint: cond-mat/9805194 (1998). – <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/9805194>
- [88] Holyst J.A., Kacperski K., Schweitzer F. *Phase transitions in social impact models of opinion formation* // Physica. 2000. V.A285. P.199-210.
- [89] Holyst J.A., Kacperski K., Schweitzer F. *Phase transitions in social impact models of opinion formation*. – Los Alamos E-preprint: cond-mat/0004026 (2000). – <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/0004026>
- [90] Neshchadim M.V. *Dynamical model of the ethnic system. Formulas in direct and inverse problems*. // J. Inv. Ill-Posed Problems. 1998. V.6, N.6. P.605-617.

-
- [91] Scafetta N., Hamilton P., Grigolini P. *The Thermodynamics of Social Processes: The Teen Birth Phenomenon*. – Los Alamos E-preprint: cond-mat/0009020 (2000). – <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/0009020>
- [92] Schweitzer F., Holyst J.A. *Modelling Collective Opinion Formation by Means of Active Brownian Particles*. – Los Alamos E-preprint: adap-org/9911005 v2 (2000). – <http://xxx.lanl.gov/abs/adap-org/9911005>
- [93] Sornette D. *Fokker-Planck equation of distributions of financial returns and power laws*. – Los Alamos E-preprint: cond-mat/0011088 (2000). – <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/0011088>
- [94] Weidlich W., Haag G. *Concepts and Models of Quantitative Sociology*. Berlin: Springer, 1983.
- [95] Weidlich W. *Physics and Social Science. The Approach of Synergetics* // Physics Reports. 1991. V.204. P.1-163.

Авторский коллектив



**Гуц Александр
Константинович**

доктор физико - математических наук, профессор Омского государственного университета, заведующий кафедрой математического моделирования.

E-mail: *guts@univer.omsk.su*



**Паутова Лариса
Александровна**

кандидат социологических наук, доцент кафедры социологии и политологии Омского государственного университета, член комитета по социкибернетике Международной социологической ассоциации (ISA).

E-mail: *pautova@univer.omsk.su*

**Фролова Юлия
Владимировна**

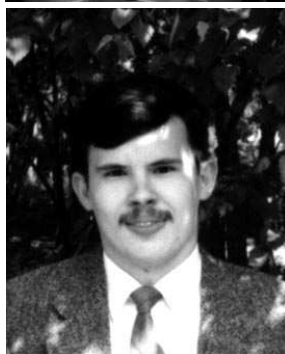
аспирант кафедры математического моделирования Омского государственного университета, сотрудник лаборатории "Моделирования биологических и социальных систем".

E-mail: *frolova@univer.omsk.su*

**Лаптев Александр
Анатольевич**

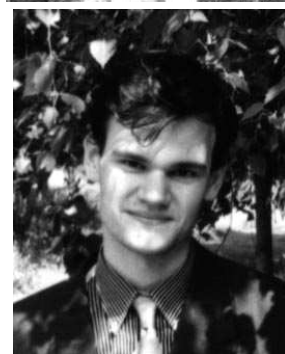
аспирант кафедры математического моделирования Омского государственного университета, сотрудник лаборатории "Моделирования биологических и социальных систем".

E-mail: *laptev@univer.omsk.su*

**Коробицын Виктор
Викторович**

аспирант кафедры математического моделирования Омского государственного университета, сотрудник лаборатории "Моделирования биологических и социальных систем".

E-mail: *korobits@univer.omsk.su*



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Учебное пособие

Авторский коллектив

А.К. Гуц, В.В. Коробицын, А.А. Лаптев,
Л.А. Паутова, Ю.В. Фролова

Лицензия ЛР 020380 от 29.01.97.
Подписано в печать 25.12.00.
Формат 60 × 84 1/16. Печ.л. 21,1. Уч.-изд.л. 22.
Тираж 150 экз.

Полиграфический центр КАН
644050, Омск-50, пр. Мира, 32, к.11
тел. (3812) 65-47-31
Лицензия ПЛД N 58-47 от 21.04.97 г.