

Parámetros y Modelos de Líneas

Sistemas Eléctricos de Potencia

Ignacio Rafael Pastor Escribano
Guillermo José Mairal Zuera
Santiago López López
Pedro Pardo Posadas
Javier Miñarro Mena
Ignacio Sanz Soriano
Grupo C4

25 de febrero de 2016

Índice

1. Monofásico Equivalente de la Línea	5
1.1. Impedancia Serie Equivalente (Z_{serie})	5
1.1.1. Código <i>Matlab</i>	5
1.1.2. Resultados	7
1.2. Admitancia Paralelo Equivalente ($Y_{paralelo}$)	7
1.2.1. Código <i>Matlab</i>	8
1.2.2. Resultados	8
2. Monofásico Equivalente de la Línea, Método Simplificado	9
2.1. Código <i>Matlab</i>	10
2.2. Resultados	10
3. Modelos Equivalentes de la Línea	10
3.1. Modelo Real (Parámetros Distribuidos)	10
3.1.1. Código <i>Matlab</i>	11
3.1.2. Resultados	11
3.2. Modelo en Π de la Línea	11
3.2.1. Código <i>Matlab</i>	12
3.2.2. Resultados	12
3.3. Modelo en Π de la Línea, Aproximación Línea Corta	12
3.3.1. Código <i>Matlab</i>	12
3.3.2. Resultados	13
4. Tensión y Potencia en el generador. Potencia en la carga 40 MW. Balance de potencias	13
4.1. Código <i>Matlab</i>	13
4.2. Resultados	14
5. Tensión y potencia en el generador. Potencia en la Carga 140 MW	15
5.1. Código <i>Matlab</i>	15
5.2. Resultados	16
6. Corrientes por las Pantallas	17
6.1. Hipótesis de trabajo apartado 4)	17
6.1.1. Código <i>Matlab</i>	18
6.1.2. Resultados, Hipótesis ap. 4)	18
6.2. Hipótesis de trabajo apartado 5)	19
6.2.1. Código <i>Matlab</i>	19
6.2.2. Resultados, Hipótesis ap. 5)	19

Enunciado

Se tiene una línea trifásica soterrada de 66 kV formada por tres cables unipolares. Los cables presentan las siguientes características:

- **Conductor:** Resistencia $0.045 \Omega/\text{km}$, radio 15.6 mm, RMG 12.4 mm.
- **Aislamiento:** Permitividad relativa $\varepsilon_r = 2.6$, radio externo 25.8 mm.
- **Pantalla:** Resistencia $0.136 \Omega/\text{km}$, radio medio 29.5 mm.
- **Cubierta:** Radio exterior 32.6 mm.

La resistividad (ρ) del terreno es de $110 \Omega \cdot \text{m}$. En todos los casos las pantallas se encuentran a tierra en ambos extremos de la línea (conexión Both Ends). La línea, de una longitud de 9.2 km, sirve de línea de evacuación de un pequeño grupo generador de 66 kV. En el otro extremo hay una carga de 40 MW y factor de potencia 0.95 inductivo. Se pide obtener:

1. La impedancia serie monofásica equivalente de la línea, en Ω/km , y la admitancia paralelo monofásica equivalente de la línea, en $\mu\text{S}/\text{km}$.
2. Comparar los resultados de 1) con el método simplificado de medias geométricas.
3. Construir y comparar los modelos equivalentes en Π de la línea, el real (parámetros distribuidos) y el simplificado para líneas cortas.

Para los siguientes apartados se ha de considerar en todo momento el modelo de parámetros distribuidos de la línea. Además se recomienda tomar la tensión en la carga como origen de ángulos.

4. Suponiendo que la carga al extremo de la línea se encuentra a tensión nominal, calcular la tensión necesaria en el generador y la potencia producida por este. Obtener también el balance de potencias en la línea.
5. Repetir el anterior apartado considerando que la carga ha aumentado hasta los 140 MW y manteniendo su factor de potencia. Comparar los resultados con los obtenidos en el apartado anterior.
6. Considerando como corrientes de conductor las que salen del generador hacia la línea, obtener las corrientes en las tres pantallas de los cables para las hipótesis de carga 4) y 5).

Datos del Problema

Introducimos los datos del problema en el script de Matlab.

Comandos en Matlab.

```
%%% Problema 1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% Datos de la linea
R_ground=110; %Resistencia del suelo Ohm*m
frecuencia=50; %Frecuencia de la Red
L=9200; %longitud de la linea en metros
De=658.368*sqrt(R_ground/frecuencia);
pulsacion=2*pi*frecuencia; %Pulsacion de la Red
mu0=4*pi*1.0e-7; % Henrios/m
epsilon_o=8.85e-12; % Faradios/Metro
epsilon_relativa=2.6;

%%% Resistencias
R_terreno=9.869e-7*frecuencia; %Ohm/km
Resconductor=0.045e-3; %Ohm/m
Respantalla=0.136e-3; %Ohm/mm
Distancia_entre_cubiertas=30e-3; %distancia entre cubiertas

%%% Radio Medio Geometrico
% Radio Medio geometrico de los Conductores
RMG=12.4e-3;
%Fase R
RMG1=12.4e-3;
%Fase T
RMG2=12.4e-3;
%Fase S
RMG3=12.4e-3;
%% Radio de las pantallas
Rpantalla=29.5e-3;
%Pantalla Fase R
RMG4=Rpantalla;
%Pantalla Fase T
RMG5=Rpantalla;
%Pantalla Fase S
RMG6=Rpantalla;
RMGV=[RMG1, RMG2, RMG3, RMG4, RMG5, RMG6];

%%% Radios
% Radio del aislante
Raislante = 25.8e-3;
% Radio de la cubierta exterior
Rcubierta = 32.6e-3;
% Radios de los elementos
R1= 15.6e-3;
R2= R1;
R3= R1;
R4= 29.5e-3;
R5= 29.5e-3;
R6= 29.5e-3;
R=[R1, R2, R3, R4, R5, R6];
% Unidad imaginaria
J=sqrt(-1);
```

1. Monofásico Equivalente de la Línea

1.1. Impedancia Serie Equivalente (Z_{serie})

Hemos utilizado la siguientes configuración para la matriz de impedancias serie:

$$Z_{i \times j}^{serie} = \begin{pmatrix} Z_{1,1} = R_g + R_1 + j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \log \left(\frac{D_e}{R M G_i} \right) & \cdots & Z_{1,j} = R_g + j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \log \left(\frac{D_e}{D_{1,j}} \right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{i,1} = R_g + j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \log \left(\frac{D_e}{D_{i,1}} \right) & \cdots & Z_{i,j} = R_g + R_i + j\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \log \left(\frac{D_e}{R M G_i} \right) \end{pmatrix}$$

donde $D_{i,j}$ es la distancia desde el conductor i a cada uno de los conductores j .

Después hemos impuesto la condición de contorno $\Delta V_w = 0$ para eliminar los conductores pasivos quedando la matriz de impedancias de la forma

$$Z_{eq}^{serie} = Z_{cc} - Z_{cw} \cdot Z_{ww} \cdot Z_{wc}$$

A continuación hemos hallado la matriz de conductores equivalentes,

$$Z_{sfase} = (M^T \cdot Z_s^{-1} \cdot M)^{-1}$$

siendo M la matriz de conductores

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por último hemos calculado el monofásico equivalente como

$$Z_D = \frac{1}{3} \cdot (Z_{RR} + Z_{SS} + Z_{TT})$$

$$Z_M = \frac{1}{3} \cdot (Z_{RS} + Z_{ST} + Z_{TR})$$

siendo la impedancia monofásica equivalente

$$Z_{monofasica, equivalente} = Z_D - Z_M$$

1.1.1. Código Matlab

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 1. Matriz de Impedancias Serie
% a. Matriz de distancias
% Posiciones de los conductores en el sistema de referencia
% Coordenadas
x=[];
y=[];
% Se demuestra que si D es la distancia entre 1 2 y 3, la distancia
% entre 4 y los otros es D/sqrt(3)
D = Rcubierta + Distancia_entre_cubiertas + Rcubierta;
Dprima = D - Rcubierta - (Rcubierta - Rpantalla);
x(1) = 0.0 + (D/sqrt(3))*cos(90*pi/180) ;
```

```

y(1) = 0.0 + (D/sqrt(3))*sin(90*pi/180) ;
x(2) = 0.0 + (D/sqrt(3))*cos(-150*pi/180) ;
y(2) = 0.0 + (D/sqrt(3))*sin(-150*pi/180) ;
x(3) = 0.0 + (D/sqrt(3))*cos(-30*pi/180) ;
y(3) = 0.0 + (D/sqrt(3))*sin(-30*pi/180) ;
x(4) = 0.0 + (Dprima/sqrt(3))*cos(90*pi/180) ;
y(4) = 0.0 + (Dprima/sqrt(3))*sin(90*pi/180) ;
x(5) = 0.0 + (Dprima/sqrt(3))*cos(-150*pi/180) ;
y(5) = 0.0 + (Dprima/sqrt(3))*sin(-150*pi/180) ;
x(6) = 0.0 + (Dprima/sqrt(3))*cos(-30*pi/180) ;
y(6) = 0.0 + (Dprima/sqrt(3))*sin(-30*pi/180) ;

RMGs_cond = 12.4e-3 ; % Radio Medio Geometrico conductor
RADIO_cond = 15.6e-3 ; % Radio del conductor
RADIOs_pant = 29.5e-3 ; % Radio de la pantalla
RADIO_aisl = 49.2e-3 ; %Radio AISlante

%%%ZSERIE: separamos cond-cond, pant-pant y cond-pant
echo off
for i=1:3
    for j=1:3
        if i==j
            Zserie_cc(i,j) = Resconductor + Rterreno + J*(mu0/(2*pi))
                *2*pi*frecuencia*log(De/RMGs_cond) ;
            Zserie_cp(i,j) = Rterreno + J*(mu0/(2*pi))
                *2*pi*frecuencia*log(De/RADIOs_pant) ;
            Zserie_pp(i,j) = Respantalla + Rterreno + J*(mu0/(2*pi))
                *2*pi*frecuencia*log(De/RADIOs_pant) ;
        else
            distancia = sqrt( (x(i)-x(j))^2 + (y(i)-y(j))^2 ) ;
            Zserie_cc(i,j) = Rterreno + J*(mu0/(2*pi))*2*pi*frecuencia*
                log(De/distancia) ;
            Zserie_cp(i,j) = Rterreno + J*(mu0/(2*pi))*2*pi*frecuencia*
                log(De/distancia) ;
            Zserie_pp(i,j) = Rterreno + J*(mu0/(2*pi))*2*pi*frecuencia*
                log(De/distancia) ;
        end
    end
end
disp('Zserie de conductores, en OHM/km')
Zserie_cp
Zserie_pp
Zserie_pc = transpose(Zserie_cp)
Zserie = [
    Zserie_cc    Zserie_cp ;
    Zserie_pc    Zserie_pp ;
] * 1000

%%%2.Eliminación de conductores pasivos
% Condición de contorno ambas extremos a tierra
disp('Zserie sin Conductores Pasivos en OHM/Km')
Zserie_sinP = (Zserie_cc - Zserie_cp*(Zserie_pp\Zserie_pc))*1000

%%%3.Matriz de Impedancias de Conductores Equivalentes
% Monofásico equivalente
ROT = [ 0 1 0 ; 0 0 1 ; 1 0 0 ]
invROT = ROT' % La inversa es la traspuesta
Zserie_sinP.equilibrada = (1/3)*( Zserie_sinP + ROT*Zserie_sinP*invROT
    + invROT*Zserie_sinP*ROT )
ZD = Zserie_sinP.equilibrada(1,1) % Tambien valen (2,2) o (3,3)
ZM = Zserie_sinP.equilibrada(1,2) % Tambien valen (1,3), (2,3), (3,2),
    (2,1) o (3,1)

```

```
disp('Zserie Monofasico Equivalente en OHM/Km')
Zmonofasicoequivalente = ZD - ZM
```

1.1.2. Resultados

1. Matriz de Impedancias Serie Zserie (Ω/Km).

$$\begin{pmatrix} 0,0943 + 0,7084i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,6539i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,5803i \\ 0,0493 + 0,5803i & 0,0943 + 0,7084i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,6539i & 0,0493 + 0,5803i \\ 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0943 + 0,7084i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,6539i \\ 0,0493 + 0,6539i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,5803i & 0,1853 + 0,6539i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,5803i \\ 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,6539i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,5803i & 0,1853 + 0,6539i & 0,0493 + 0,5803i \\ 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,6539i & 0,0493 + 0,5803i & 0,0493 + 0,5803i & 0,1853 + 0,6539i \end{pmatrix}$$

2. Matriz de Impedancias sin Conductores Pasivos ZseriesinP (Ω/Km).

$$\begin{pmatrix} 0,1104 + 0,0957i & 0,0345 - 0,0157i & 0,0345 - 0,0157i \\ 0,0345 - 0,0157i & 0,1104 + 0,0957i & 0,0345 - 0,0157i \\ 0,0345 - 0,0157i & 0,0345 - 0,0157i & 0,1104 + 0,0957i \end{pmatrix}$$

3. Matriz de Conductores Equivalente Zeq (Ω/Km).

$$\begin{pmatrix} 0,1104 + 0,0957i & 0,0345 - 0,0157i & 0,0345 - 0,0157i \\ 0,0345 - 0,0157i & 0,1104 + 0,0957i & 0,0345 - 0,0157i \\ 0,0345 - 0,0157i & 0,0345 - 0,0157i & 0,1104 + 0,0957i \end{pmatrix}$$

4. Impedancias Z_D y Z_M (Ω/Km).

$$Z_D = 0,1104 + 0,0957i$$

$$Z_M = 0,0345 - 0,0157i$$

5. Impedancia Monofásico Equivalente (Ω/Km).

$$Zmonofasicoequivalente = 0,0758 + 0,1114i$$

1.2. Admitancia Paralelo Equivalente ($Y_{paralelo}$)

Hemos utilizado la siguientes configuración para la matriz de Admitancia paralelo:

$$Y_{i \times j}^{paralelo} = \begin{pmatrix} Y_{cc} = j\omega \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\log \frac{r_p}{r_c}} & \dots & Y_{cw} = -j\omega \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\log \frac{r_p}{r_c}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{wc} = -j\omega \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\log \frac{r_p}{r_c}} & \dots & Y_{ww} = j\omega \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\log \frac{r_p}{r_c}} \end{pmatrix}$$

Después hemos impuesto la condición de contorno $\Delta V_w = 0$ para eliminar los conductores pasivos siendo quedando la matriz de impedancias de la forma

$$Y_{paralelo}^{eq} = Y_{paralelo}$$

A continuación hemos hallado la matriz de conductores equivalentes $Y_{sfase} = (M^T \cdot Y_p \cdot M)$, siendo M la matriz de fases

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por último hemos calculado el monofasico equivalente como

$$Y_D = \frac{1}{3} \cdot (Y_{RR} + Y_{SS} + Y_{TT})$$

$$Y_M = \frac{1}{3} \cdot (Y_{RS} + Y_{ST} + Y_{TR})$$

siendo la impedancia monofásica equivalente

$$Y_{monofasica, equivalente} = Y_D - Y_M$$

1.2.1. Código Matlab

```

%% 4. Matriz de Admitancias Paralelo
Ccable = 2*pi*epsilon_o*epsilon_relativa/log(RADIOs_pant/RADIO_cond)
Cparalelo_cc = [ Ccable 0 0 ; 0 Ccable 0 ; 0 0 Ccable ]
Cparalelo_pp = +Cparalelo_cc
Cparalelo_cp = -Cparalelo_cc
Cparalelo_pc = -Cparalelo_cc
Cparalelo = [
    Cparalelo_cc Cparalelo_cp ;
    Cparalelo_pc Cparalelo_pp ;
]
Yparalelo = J*Cparalelo*2*pi*frecuencia

disp('Y paralelo de conductores, en microS/Km')
Yparalelo1 = Yparalelo*1e9

%% 5. Matriz de Admitancias de Conductores equivalentes
%% Matriz de conductores
Yparalelo_sinP = J*Cparalelo_cc*2*pi*frecuencia*1e9

% Monofasico equivalente
ROT = [ 0 1 0 ; 0 0 1 ; 1 0 0 ]
invROT = ROT' % La inversa es la traspuesta
Yparalelo_sinP_equilibrada = (1/3)*( Yparalelo_sinP + ROT*
    Yparalelo_sinP*invROT + invROT*Yparalelo_sinP*ROT )
YD = Yparalelo_sinP_equilibrada(1,1) % Tambien valen (2,2) o (3,3)
YM = Yparalelo_sinP_equilibrada(1,2) % Tambien valen (1,3), (2,3),
    (3,2), (2,1) o (3,1)
disp('Yparalelo Monofasico Equivalente en OHM/Km')
Ymonofasicoequivalente = YD - YM

```

1.2.2. Resultados

1. Matriz de Admitancias Paralelo ($\mu S/Km$).

$$\begin{pmatrix}
 0,0000 + 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 - 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i \\
 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 - 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i \\
 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 - 71,2895i \\
 0,0000 - 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i \\
 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 - 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i \\
 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 - 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 71,2895i
 \end{pmatrix}$$

2. Matriz de Adimtancias Paralelo sin Conductores Pasivos ($\mu S/Km$).

$$\begin{pmatrix} 0,0000 + 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i \\ 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i \\ 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 71,2895i \end{pmatrix}$$

3. Matriz de Admitancias Equivalente ($\mu S/Km$).

$$\begin{pmatrix} 0,0000 + 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i \\ 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 71,2895i & 0,0000 + 0,0000i \\ 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 0,0000i & 0,0000 + 71,2895i \end{pmatrix}$$

4. Admitancias Y_D e Y_M ($\mu S/Km$).

$$Y_D = 0,0000 + 71,2895i$$

$$Y_M = 0$$

5. Admitancia Monofásico Equivalente ($\mu S/Km$).

$$Y_{monofasicoequivalente} = 0,0000 + 71,2895i$$

2. Monofásico Equivalente de la Línea, Método Simplificado

Para el método simplificado, primero hemos dividido la resistencia de cada conductor por el número de conductores por fase:

$$R_{s,eq} = \frac{R_s}{M}$$

Para las reactancia serie, hemos hallado el Radio Medio Geométrico Equivalente RMG_{eq} , calculando la media geométrica entre cada conductor y las distancias que lo separan del resto de conductores de la fase. Como en ese caso solo hay un conductor por fase el RMG equivalente se nos queda:

$$RMG_{eq} |_{x1} = RMG_{conductor}$$

En el caso de las susceptancias paralelo, nos ocurre lo mismo con los radios físicos equivalentes r_{eq} de la fase:

$$r_{eq} |_{x1} = r_{conductor}$$

Las Distancia Media Geométrica entre las fases se obtiene haciendo la media geométrica de las distancias existentes entre los centros de las tres fases.

$$DMG = \sqrt[3]{D_{RS} \cdot D_{ST} \cdot D_{TR}}$$

Las Reactancias serán de la forma:

$$X_{s,eq} = \omega \cdot L_{s,eq} = \omega \cdot \frac{\mu_o}{2\pi} \cdot \log \left(\frac{DMG}{RMG_{eq}} \right)$$

Las Susceptancias serán de la forma:

$$B_{s,eq} = \omega \cdot C_{s,eq} = \omega \cdot \frac{2\pi\epsilon_o\epsilon_r}{\log \left(\frac{DMG}{r_{eq}} \right)}$$

2.1. Código *Matlab*

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 2. Metodo Simplificado
% Distancia media geométrica
DRS = sqrt( (x(1)-x(3))^2 + (y(1)-y(3))^2 )
DST = sqrt( (x(3)-x(2))^2 + (y(3)-y(2))^2 )
DTR = sqrt( (x(2)-x(1))^2 + (y(2)-y(1))^2 )
DMG = (DRS*DST*DTR)^(1/3)
RMG = RMGs_cond
RMGEQ = RMGs_cond
% Resistencia
RESISTENCIA_EQ = Resconductor/1 % 1 conductores por fase
% Reactancia
REACTANCIA_EQ = (mu0/(2*pi))*2*pi*frecuencia*log(DMG/RMGEQ)
% Susceptancia: cable aislado
SUSCEPTANCIA_EQ = 2*pi*frecuencia*Ccable
% Z e Y
Zmonofasicoequivalente_simp = RESISTENCIA_EQ + J*REACTANCIA_EQ
Ymonofasicoequivalente_simp = + J*SUSCEPTANCIA_EQ

disp('Zserie de conductores Metodo Simplificado, en OHM/km')
Zmonofasicoequivalente_simp = (RESISTENCIA_EQ + J*REACTANCIA_EQ)*1.0e3
disp('Yparalelo de conductores Metodo Simplificado, en microS/km')
Ymonofasicoequivalente_simp = + J*SUSCEPTANCIA_EQ*1.0e9

```

2.2. Resultados

1. Distancia Media Geométrica (m).

$$DMG = 0,0952$$

2. Radio Medio Geométrico (m).

$$RMG = 0,0124$$

3. Impedancia Monofásico Equivalente (Ω/Km).

$$Z_{monofasico, equivalente, simp} = 0,0450 + 0,1281i$$

4. Admitancia Monofásico Equivalente ($\mu S/Km$).

$$Y_{monofasico, equivalente, simp} = 0,0000 + 71,2895i$$

Podemos comprobar que las diferencias son casi inapreciables a la hora de calcular los monofásicos equivalentes por ambos métodos en las reactancias y en las susceptancias. La diferencia es apreciable en el cálculo de las resistencias, ya que en el método simplificado no se tiene en cuenta la resistencia de las pantallas.

3. Modelos Equivalentes de la Línea

3.1. Modelo Real (Parámetros Distribuidos)

Hemos utilizado la matriz de transferencia de la forma:

$$\begin{pmatrix} V_l \\ I_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma l) & -Z_c \cdot \sinh(\gamma l) \\ -\frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix}$$

donde γ es la constante de propagación (rad/m) de la línea

$$\gamma = \sqrt{Z_s \cdot Y_p}$$

y la impedancia característica Z_c (Ω) es

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_s}{Y_p}}$$

3.1.1. Código Matlab

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%3. Modelo equivalente en pi de la linea: Real y Simplificado.
%a) Impedancia Caracteristica
Zs=Zmonofasicoequivalente*1e-3;
Yp=Ymonofasicoequivalente*1e-9;
Zc = sqrt(Zs/Yp)
% b) Constante de Propagacion
gamma=sqrt(Zs*Yp)

%c) Modelo Real de parametros distribuidos
%Elementos de la matriz de transferencia (A,B,C,D)
A=cosh(gamma*L);
B=-Zc*sinh(gamma*L);
C=-sinh(gamma*L)/Zc;
D=cosh(gamma*L);
M=[A B;
   C D]

```

3.1.2. Resultados

1. Impedancia Característica (Ω).

$$Z_c = 41,5486 - 12,7983i$$

2. Constante de Propagación (rad/m).

$$\gamma = 9,1238e - 07 + 2,9620e - 06i$$

3. Matriz de Transferencia.

$$\begin{pmatrix} 0,9997 + 0,0002i & -0,6974 - 1,0247i \\ 0,0000 - 0,0007i & 0,9997 + 0,0002i \end{pmatrix}$$

3.2. Modelo en Π de la Línea

Hemos utilizado la matriz de transferencia de la forma:

$$\begin{pmatrix} V_l \\ I_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{Z_\Pi Y_\Pi}{2} & -Z_\Pi \\ -\frac{Y_\Pi}{2} \left(2 + \frac{Z_\Pi Y_\Pi}{2} \right) & 1 + \frac{Z_\Pi Y_\Pi}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix}$$

donde las impedancias y admitancias son:

$$Z_\Pi = Z_c \sinh(\gamma l)$$

$$\frac{Y_\Pi}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)$$

3.2.1. Código Matlab

```
%d) Modelo exacto en Pi de la línea
Zpi=Zc*sinh(gamma*L);
Ypi=2*tanh(gamma*L/2)/Zc;
%Elementos de la matriz de transferencia (A,B,C,D)
A=1+Zpi*Ypi/2;
B=-Zpi;
C=-Ypi/2*(2+Zpi*Ypi/2);
D=1+Zpi*Ypi/2;
M=[A B;
  C D]
```

3.2.2. Resultados

1. Impedancia Z_{Π} y Admitancia Y_{Π} aproximación línea corta.

$$Z_{pi} = 0,6974 + 1,0247i$$

$$Y_{pi} = 0,0000e + 00 + 6,5586e - 04i$$

2. Matriz de Transferencia.

$$\begin{pmatrix} 0,9997 + 0,0002i & -0,6974 - 1,0247i \\ 0,0000 - 0,0007i & 0,9997 + 0,0002i \end{pmatrix}$$

3.3. Modelo en Π de la Línea, Aproximación Línea Corta

Hemos utilizado la matriz de transferencia de la forma:

$$\begin{pmatrix} V_l \\ I_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{Z_{\Pi} Y_{\Pi}}{2} & -Z_{\Pi} \\ -\frac{Y_{\Pi}}{2} \left(2 + \frac{Z_{\Pi} Y_{\Pi}}{2} \right) & 1 + \frac{Z_{\Pi} Y_{\Pi}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix}$$

donde las impedancias y admitancias son:

$$Z_{\Pi} = Z_c \sinh(\gamma l) \approx^{l \rightarrow 0} Z'_s \cdot l$$

$$\frac{Y_{\Pi}}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \approx^{l \rightarrow 0} \frac{Y'_p \cdot l}{2}$$

3.3.1. Código Matlab

```
%e) Modelo en Pi Aproximacion Linea Corta
Zpi=Zmonofasicoequivalente*1e-3*L
Ypi=Ymonofasicoequivalente*1e-9*L
%Elementos de la matriz de transferencia (A,B,C,D)
A=1+Zpi*Ypi/2;
B=-Zpi;
C=-Ypi/2*(2+Zpi*Ypi/2);
D=1+Zpi*Ypi/2;

Mi=[A B;
  C D]
```

3.3.2. Resultados

1. Impedancia Z_{Π} y Admitancia Y_{Π} aproximación línea corta.

$$Z_{pi} = 0,6975 + 1,0248i$$

$$Y_{pi} = 0,0000e + 00 + 6,5586e - 04i$$

2. Matriz de Transferencia.

$$\begin{pmatrix} 0,9997 + 0,0002i & -0,6975 - 1,0248i \\ 0,0000 - 0,0007i & 0,9997 + 0,0002i \end{pmatrix}$$

4. Tensión y Potencia en el generador. Potencia en la carga 40 MW. Balance de potencias

Utilizando el modelo de parámetros distribuidos y la matriz de transferencia:

$$\begin{pmatrix} V_l \\ I_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma l) & -Z_c \cdot \sinh(\gamma l) \\ -\frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix}$$

y las tensiones y las potencias en la carga ($V=66$ kV), vamos a calcular la tensión en bornes del generador V_o y la potencia generada S y el balance de potencias de la línea.

$$P_{carga} = 40MW, \quad \cos(\varphi) = 0,95 \quad ind.$$

$$S_{generador} = 3 \cdot V_{monofasica, generador} \cdot I_{linea}^*$$

$$S_{linea} = S_{generador} - S_{carga}$$

4.1. Código Matlab

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% 4.Tensión necesaria en el generador y la potencia producida por este.
% Obtener el balance de potencias en la línea
% Matriz de transferencia
% Línea corta, sin desprejar la admitancia paralelo
Zs_prima= Zmonofasicoequivalente*1e-3; %Ohm/m
Yp_prima= Ymonofasicoequivalente*1e-9; %S/m
% Impedancia Característica
ZC = sqrt(Zs_prima/Yp_prima)
%Constante de propagación
GAMMA = sqrt(Zs_prima*Yp_prima)
Zs_a=Zs_prima*L;
Yp_a=Yp_prima*L;
% Matriz de transferencia
ABCD_A = 1 + Zs_a*Yp_a/2
ABCD_B = -Zs_a
ABCD_C = -(Yp_a/2)*(2+Zs_a*Yp_a/2)
ABCD_D = 1 + Zs_a*Yp_a/2
ABCD_a2 = [
    ABCD_A ABCD_B ;
    ABCD_C ABCD_D ;

```

```

]
% Condiciones de contorno de la linea en la carga
VL=66000/sqrt(3) % Tensión monofásica
SL=(40e6/0.95)*(0.95+J*sin(acos(0.95)))/3 % Potencia aparente en la
carga
IL=(SL/VL)'; % Intensidad en la carga
V=[VL IL] % Vector V_linea
% Tension e intensidad en el generador
disp('Tension e intensidad en bornes del generador (40 MW)')
V0=inv(ABCD_a2)*V' %Vector V_0 en el generador

disp('Tension en bornes del generador (40 MW)')
abs(V0(1)) % Tensión en el generador
% angle(V0(1))*180/pi

disp('Intensidad al principio de la linea (40 MW)')
abs(V0(2)) % Intensidad en el generador
% angle(V0(2))*180/pi

%%%Potencia producida por el generador
V.generador= V0(1) % Tensión Monofasica
Intensidad_generador=V0(2) %Intensidad de Linea
Sgenerador=3*V.generador*Intensidad_generador' % Potencia trifasica
Scarga = 3*SL %potencia trifasica de la carga
%%%Balance de Potencias
disp('Balance de Potencias. Potencia consumida en la linea')
Slinea = Sgenerador - 3*SL % Potencia consumida por la linea
disp('Potencia Activa')
real(Slinea)
disp('Potencia Reactiva')
imag(Slinea)

```

4.2. Resultados

1. Matriz de Transferencia.

$$\begin{pmatrix} 0,9997 + 0,0002i & -0,6974 - 1,0247i \\ 0,0000 - 0,0007i & 0,9997 + 0,0002i \end{pmatrix}$$

2. Potencia Monofásica Consumida por la Carga (VA).

$$1,3333e + 07 + 4,3825e + 06i$$

3. Tensión en la Carga (V).

$$V = 1,0e + 04 * 3,8105 + 0,0000i$$

4. Tensión Monofásica (V) e Intensidad de Línea (A) en el generador.

$$1,0e + 04 * \begin{pmatrix} 3,8219 + 0,0448i \\ 0,0350 + 0,0140i \end{pmatrix}$$

$$Tension = 3,8221e + 04$$

$$Intensidad = 376,7554$$

5. Potencia Generada por el Generador (VA).

$$Sgenerador = 4,0290e + 07 - 1,5587e + 07i$$

6. Potencia consumida por la Línea (VA).

$$S_{linea} = 2,9022e + 05 - 2,8734e + 07i$$

7. Potencia Activa Consumida (W).

$$PotenciaActiva = 2,9022e + 05$$

8. Potencia Reactiva Generada (VAR).

$$PotenciaReactiva = -2,8734e + 07i$$

5. Tensión y potencia en el generador. Potencia en la Carga 140 MW

Utilizando el modelo de parámetros distribuidos y la matriz de transferencia:

$$\begin{pmatrix} V_l \\ I_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma l) & -Z_c \cdot \sinh(\gamma l) \\ -\frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix}$$

y las tensiones y las potencias en la carga ($V=66$ kV), vamos a calcular la tensión en bornes del generador V_o y la potencia generada S y el balance de potencias de la línea.

$$P_{carga} = 140MW, \quad \cos(\varphi) = 0,95 \quad ind.$$

$$S_{generador} = 3 \cdot V_{monofasica, generador} \cdot I_{linea}^*$$

$$S_{linea} = S_{generador} - S_{carga}$$

Por último compararemos el valor de la Tensión y la Intensidad en bornes del generador al principio y al final de la línea.

5.1. Código Matlab

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% 5.Tensión necesaria en el generador y la potencia producida por este,
% cuando se incrementa la potencia activa a 140 MW cosphi=0.95.
% Obtener el balance de potencias en la línea
% Línea corta, sin despreciar la admitancia paralelo
Zs.prima= Zmonofasicoequivalente*1e-3; %Ohm/m
Yp.prima= Ymonofasicoequivalente*1e-9; %S/m
% Impedancia Caracteristica
ZC = sqrt(Zs.prima/Yp.prima)
%Constante de propagación
GAMMA = sqrt(Zs.prima*Yp.prima)
Zs.a=Zs.prima*L;
Yp.a=Yp.prima*L;
% Matriz de transferencia
ABCD_A = 1 + Zs.a*Yp.a/2
ABCD_B = -Zs.a
ABCD_C = -(Yp.a/2) * (2+Zs.a*Yp.a/2)
ABCD_D = 1 + Zs.a*Yp.a/2

```

```

ABCD_a2 = [
    ABCD_A  ABCD_B ;
    ABCD_C  ABCD_D ;
]
% Condiciones de contorno de la linea en la carga
VL1=66000/sqrt(3) % Tensión monofásica
SL1=(140e6/0.95)*(0.95+J*sin(acos(0.95)))/3 % Potencia aparente en la
    carga
IL1=(SL1/VL1)'; % Intensidad en la carga
Vl=[VL1 IL1] % Vector V_linea
% Tension e intensidad en el generador
disp('Tension e intensidad en bornes del generador (140 MW)')
V01=inv(ABCD_a2)*Vl' %Vector V_0 en el generador

disp('Tension en bornes del generador (140 MW)')
abs(V01(1)) % Tensión en el generador
% angle(V0(1))*180/pi

disp('Intensidad al principio de la linea (140 MW)')
abs(V01(2)) % Intensidad en el generador
% angle(Vo(2))*180/pi

%%%Potencia producida por el generador
V.generador1= V01(1) % Tensión Monofasica
Intensidad.generador1=V01(2) %Intensidad de Linea
Sgenerador1=3*V.generador1*Intensidad.generador1' % Potencia trifasica
Scargal = 3*SL1 %potencia trifasica de la carga
%%%Balance de Potencias
disp('Balance de Potencias. Potencia consumida en la linea')
Slineal = Sgenerador1 - 3*SL1 % Potencia consumida por la linea
disp('Potencia Activa')
real(Slineal)
disp('Potencia Reactiva')
imag(Slineal)
%%%Relación de Tensiones e Intensidades
disp('Relacion de Tensiones en bornes del generador')
abs(V01(1))/abs(V0(1))

disp('Relacion de Intensidades en bornes del generador')
abs(V01(2))/abs(V0(2))

```

5.2. Resultados

1. Matriz de Transferencia.

$$\begin{pmatrix} 0,9997 + 0,0002i & -0,6975 - 1,0248i \\ 0,0000 - 0,0007i & 0,9997 + 0,0002i \end{pmatrix}$$

2. Potencia Monofásica Consumida por la Carga (VA).

$$4,6667e + 07 + 1,5339e + 07i$$

3. Tension en la Carga (V).

$$V = 1,0e + 04 * 3,8105 + 0,0000i$$

4. Tensión Monofásica (V) e Intensidad de Línea (A) en el Generador.

$$1,0e + 04 * \begin{pmatrix} 3,8534 + 0,1545i \\ 0,1224 + 0,0428i \end{pmatrix}$$

$$Tension = 3,8565e + 04$$

$$Intensidad = 1,2967e + 03$$

5. Potencia Generada por el Generador (VA).

$$S_{generador} = 1,4350e + 08 - 4,3767e + 07i$$

6. Potencia consumida por la Línea (VA).

$$S_{linea} = 3,4989e + 06 - 8,9783e + 07i$$

7. Potencia Activa Consumida (W).

$$PotenciaActiva = 3,4989e + 06$$

8. Potencia Reactiva Generada (VAR).

$$PotenciaReactiva = -8,9783e + 07$$

9. Relación de Tensiones.

$$\frac{V_{01_{ap,5}}}{V_{0_{ap,4}}} = 1,0090$$

10. Relación de Intensidades.

$$\frac{I_{01_{ap,5}}}{I_{0_{ap,4}}} = 3,4418$$

6. Corrientes por las Pantallas

Para calcular las corrientes por los conductores pasivos en este caso las pantallas de los cables, se puede calcular para la condición de puesta a tierra por ambos $\Delta V_w = 0$ lados como sigue para la impedancia serie:

$$I_w = -Z_{ww}^{-1} \cdot Z_{wc} \cdot I_c$$

y como sigue para la admitancia paralelo:

$$\Delta I_w = Y_{p_{wc}} \cdot V_c$$

Para construir el vector de intensidades por los conductores, utilizamos la intensidad del monofásico equivalente y las desfasamos $\pm 120^\circ$ en el tiempo para obtener las tres fases R,S,T. Ídem en el caso de las tensiones para la admitancia paralelo.

6.1. Hipótesis de trabajo apartado 4)

Para la tensión en la carga de (V=66 kV), vamos a calcular la corriente por las pantallas I_w para una potencia de

$$P_{carga} = 140MW, \quad \cos(\varphi) = 0,95 \quad ind.$$

6.1.1. Código Matlab

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% % 6.La intensidad por los conductores pasivos en las hipotesis de
% carga 4) y
% % 5).
% Intensidad por la linea del apartado 4
% Para construir el vector de intensidades por los conductores,
% utilizamos
% la intensidad del monofasico equivalente y las desfasamos +-120° en
% el
% tiempo para obtener las tres fases R,S,T.
% Lo mismo para el vector de tensiones en el caso de la admitancia
% paralelo.

%% Hipotesis apartado 4)
% Impedancia serie
I=[V(2); (abs(V(2))*(cos(angle(V(2))+2*pi/3)+J*sin(angle(V(2))+2*pi/3)))
;
(abs(V(2))*(cos(angle(V(2))-2*pi/3)+J*sin(angle(V(2))-2*pi/3)))]
Iserie=-Zserie_pp\Zserie_cp*I %Intensidad por las pantallas

% Admitancia Paralelo
phi=2*pi/3
V.paralelo=[VL;VL*(cos(phi)+J*sin(phi));VL*(cos(-phi)+J*sin(-phi))]
I.paralelo=J*2*pi*frecuencia*Cparalelo.pc*V.paralelo

intensidad.serie=[];
intensidad.paralelo=[];

for i=1:3
    intensidad.serie(i) = abs(I.serie(i)); %Vector de Modulos de la
        Intensidad Serie en 4).
    intensidad.paralelo(i) = abs(I.paralelo(i)); %Vector de Modulos de
        la Intensidad Paralelo en 4).
    intensidad.serie1(i)=abs(I.serie1(i)); %Vector de Modulos de la
        Intensidad Serie en 5).
    intensidad.paralelo1(i)=abs(I.paralelo1(i)); %Vector de Modulos de
        la Intensidad Paralelo en 5).
end
disp('Intensidades en las pantallas Hipotesis 4')
intensidad.serie
intensidad.paralelo
disp('Intensidades en las pantallas Hipotesis 5')
intensidad.serie1
intensidad.paralelo1

```

6.1.2. Resultados, Hipótesis ap. 4)

1. Intensidades Zserie (A).

$$1,0e+02 * \begin{pmatrix} -1,2743 - 1,2042i \\ 1,6800 - 0,5015i \\ -0,4057 + 1,7057i \end{pmatrix}$$

2. Intensidades YParalelo (A).

$$1,0e+02 * \begin{pmatrix} 0,0000 - 0,0027i \\ 0,0024 + 0,0014i \\ -0,0024 + 0,0014i \end{pmatrix}$$

3. Módulos de Intensidades Zserie (A).

$$(175,3287 \quad 175,3287 \quad 175,3287)$$

4. Módulos de Intensidades YParalelo (A).

$$(0,0027 \quad 0,0027 \quad 0,0027)$$

6.2. Hipótesis de trabajo apartado 5)

6.2.1. Código Matlab

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% % 6.La intensidad por los conductores pasivos en las hipotesis de
% carga 4) y
% % 5).
% Intensidad por la linea ddel apartado 4
% Para construir el vector de intensidades por los conductores,
% utilizamos
% la intensidad del monofasico equivalente y las desfasamos +-120° en
% el
% tiempo para obtener las tres fases R,S,T.
% Lo mismo para el vector de tensiones en el caso de la admitancia
% paralelo.

%%%Hipotesis apartado 5)
%Impedancia Serie
I=[V1(2); (abs(V1(2))*cos(angle(V1(2))+2*pi/3)+J*sin(angle(V1(2))+2*pi
/3)));
(abs(V1(2))*cos(angle(V1(2))-2*pi/3)+J*sin(angle(V1(2))-2*pi/3)))]
I.series=-Zserie.pp\Zserie.pc*I %Intensidad por las pantallas
% Admitancia Paralelo
phi=2*pi/3
V.paralelo1=[VL;VL*(cos(phi)+J*sin(phi));VL*(cos(-phi)+J*sin(-phi))]
I.paralelo1=J*2*pi*frecuencia*Cparalelo.pc*V-paralelo

intensidad.series1=[];
intensidad.paralelo1=[];

for i=1:3
    intensidad.series1(i)=abs(I.series(i)); %Vector de Modulos de la
    Intensidad Serie en 5).
    intensidad.paralelo1(i)=abs(I.paralelo1(i)); %Vector de Modulos de
    la Intensidad Paralelo en 5).
end

disp('Intensidades en las pantallas Hipotesis 5')
intensidad.series1
intensidad.paralelo1

```

6.2.2. Resultados, Hipótesis ap. 5)

1. Intensidades Zserie (A).

$$1,0e + 02 * \begin{pmatrix} -4,4601 - 4,2147i \\ 5,8801 - 1,7552i \\ -1,4200 + 5,9699i \end{pmatrix}$$

2. Intensidades YParalelo (A).

$$1,0e + 02 * \begin{pmatrix} 0,0000 - 0,0027i \\ 0,0024 + 0,0014i \\ -0,0024 + 0,0014i \end{pmatrix}$$

3. Módulos de Intensidades Zserie (A).

$$(613,6504 \quad 613,6504 \quad 613,6504)$$

4. Módulos de Intensidades YParalelo (A).

$$(0,0027 \quad 0,0027 \quad 0,0027)$$

Referencias

- [1] Francisco M. Echavarren Cerezo y Andrés D. Díaz Casado: *Apuntes sobre Parámetros y Modelos de Líneas Eléctricas*, Universidad Pontificia de Comillas (2016).