3]

$$
M = \begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{array} \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 1/3 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] = M
$$

the graph has spider trap $V_3 - V_5 - V_4 - V_3$

∴ The solution is to ~~the~~ teleport. to some random page.

so, as per Google's solution,

i) with probability β, follow a link at random
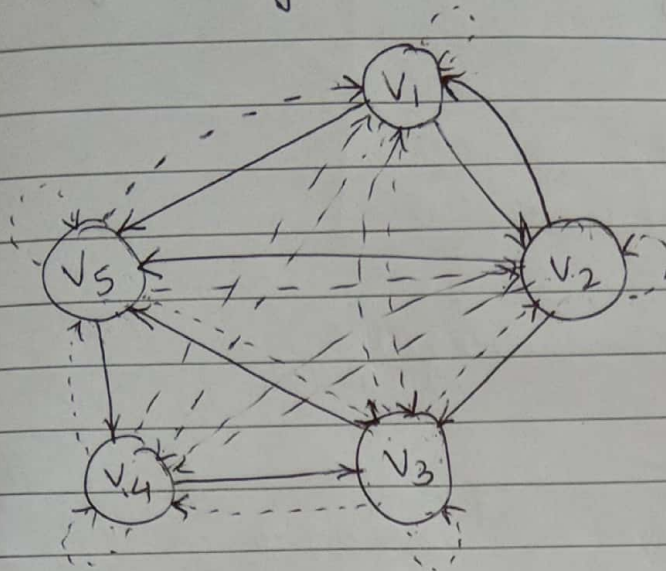ii) With probability $(1-\beta)$ jump to some random page

The google's matrix A:

$$
A = \beta M + (1-\beta) \left[\frac{1}{N} \right]_{N \times N}
$$

↑ All entries are $1/N$

let say, $\beta = 0.8$ ∴ $(1-\beta) = 0.2$

Now, the graph now becomes as follows:

···→ ⟹ random teleports
→ ⟹ actual links

$$A = 0.8 \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{5 \times 5} + 0.2 \begin{bmatrix} 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4/15 & 0 & 0 & 0 \\ 2/5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4/15 & 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 \\ \frac{2}{5} & \frac{4}{15} & 0.8 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1/25 & 23/75 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 11/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 23/75 & 1/25 & 21/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 21/25 \\ \frac{11}{25} & \frac{23}{75} & \frac{21}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{bmatrix}$$

A is stochastic matrix

Now, power iteration will be used for

$$r^{(t+1)} = A \cdot r^{(t)}$$

① $\quad r^{(0)} = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \end{bmatrix}$

② $\quad r^{(1)} = A \cdot r^{0}$

$$r^{(1)} = \begin{bmatrix} 1/25 & 23/75 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 11/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 23/75 & 1/25 & 21/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 21/25 \\ \frac{11}{25} & \frac{23}{75} & \frac{21}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7/75 \\ 3/25 \\ 19/75 \\ 1/5 \\ 1/3 \end{bmatrix}$$

③ $\quad r^{(2)} = A \cdot r^{(1)}$

$$r^{(2)} = \begin{bmatrix} 1/25 & 23/75 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 11/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 23/75 & 1/25 & 21/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 21/25 \\ \frac{11}{25} & \frac{23}{75} & \frac{21}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7/75 \\ 3/25 \\ 19/75 \\ 1/5 \\ 1/3 \end{bmatrix}$$

$$r^{(2)} = \begin{bmatrix} 9/125 \\ 29/375 \\ 29/125 \\ 23/75 \\ 39/125 \end{bmatrix}$$

④ $$r^{(3)} = A \cdot r^{(2)}$$

$$r^{(3)} = \begin{bmatrix} 1/25 & 23/75 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 11/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 23/75 & 1/25 & 21/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 21/25 \\ \frac{11}{25} & \frac{23}{75} & \frac{21}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9/125 \\ 29/375 \\ 29/125 \\ 23/75 \\ 39/125 \end{bmatrix}$$

$$r^{(3)} = \begin{bmatrix} 341/5625 \\ 43/625 \\ 1721/5625 \\ 181/625 \\ 1547/5625 \end{bmatrix}$$

⑤ $$r^{(4)} = A \cdot r^{(3)}$$

$$r^{(4)} = \begin{bmatrix} 1/25 & 23/75 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 11/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 23/75 & 1/25 & 21/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 21/25 \\ \frac{11}{25} & \frac{23}{75} & \frac{21}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 341/5625 \\ 43/625 \\ 1721/5625 \\ 181/625 \\ 1547/5625 \end{bmatrix}$$

$$r^{(4)} = \begin{bmatrix} 65641/1125000 \\ 72281/1125000 \\ 326281/1125000 \\ 292501/1125000 \\ 368321/1125000 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ $r = A \cdot r$ is converged

Page /vertex	Page rank values
	0.0583
V1	0.0642 ~~0.0583~~
V2	0.0290 ~~0.0642~~
V3	0.0290
V4	0.2600
V5	0.3273