

スピンをしながら飛翔する卓球ボールの空力モデルについて

磯村優樹（名古屋大学） 早川義一（愛知工業大学） 浅井徹 有泉亮（名古屋大学）

Aerodynamic Model of Spinning Table Tennis Ball

*Y. Isomura (Nagoya Univ.), Y. Hayakawa (Aichi Institute of Technology.), T. Asai and R. Ariizumi (Nagoya Univ.)

Abstract—

We propose an academic model of spinning table tennis ball. The object of this study is the realization of table tennis robot. It is complex to analyze drag coefficient and lift coefficient of table tennis ball. To analyze this movement, we use Computational Fluid Dynamics software calculation.

Key Words: Table tennis ball, Sp parameter

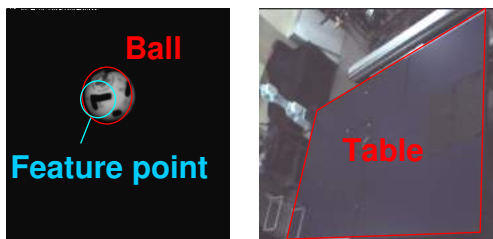
1 はじめに

今後ロボットは日常生活に進出することが考えられ、人間との共存や様々な環境で活躍することが考えられる。そのためにはロボット自らが視覚を持ち、状況を判断した上で安全かつ迅速で正確な行動が求められる。本研究室ではこの行動の一例としてスポーツに着目し、その中でもロボットでの卓球動作を研究している。卓球では飛来してくるボールを認識し、狙った場所に打ち返す、時間制約付きの判断、運動制御が必要になる。

本研究では卓球ロボット実現に関する一連の研究¹⁾²⁾³⁾の1つであり、空気中をスピンしながら飛翔する卓球ボールの運動モデルをより正確にしようとするものである。

卓球はボールのスピンを制御するゲームといつてよいほど、ボールの-spinは極めて重要である。ラケットでボールを打ち返したり、ボールが卓球台にバウンドしたりする際の軌道の変化はもちろんのこと、ボールが空気中を飛翔する際の軌道にも-spinの影響が大きく表れるからである。

高速カメラ（900fps：浜松ホトニクス）システムを用いて、空気中を飛翔する卓球ボールの並進速度と回転速度をオンライン計測する方法を提案している¹⁾。ここでは卓球ボール表面に付けた模様の変化を計測（図1(a)参照）することによって回転速度を知る方法を提案したが、高速カメラの視野が狭く、自動打ち出し機から打ち出されるボールの計測には適しているものの、人とのラリーで飛翔するボールの計測には適当ではなかった。



(a) High speed (900fps) (b) Medium speed (150fps)
Fig. 1: Camera view .

卓球台全体を視野に収めることのできる中速カメラ（150fps：ライブラリー）システムを用い（図1(b)を参照）、ボールの飛翔軌道から回転速度をオンライン

計測する方法を提案した⁴⁾。そこでは空気中を飛翔するボールの運動（空力モデル）が、重力に加え、空気抵抗力や揚力によっていることを利用している。したがって、この方法による回転速度の計測精度は空力モデル中に含まれる抗力項や揚力項の正確さに依存することになる。

本研究では、空気中をスピンしながら飛翔するボールの運動を記述する運動方程式に着目し、特に、抗力項に含まれる抗力係数、揚力項に含まれる揚力係数とボールの並進速度、回転速度の関係をより正確にすることを目的とする。具体的には、空気中を飛翔する球体の運動、たとえば抗力係数とレイノルズ数との関係は流体力学の分野で詳細に調べられており、それらの知見によると、通常の卓球ラリーで用いられる並進速度の範囲でのレイノルズ数では抗力係数がほぼ一定である。一方、スピンと並進速度の比（無次元量）であるスピンパラメータと抗力係数、揚力係数との関係は、流体力学の分野でも、必ずしも十分に理解されていないようである。

本研究では、通常の卓球ラリーで用いられる並進速度や回転速度の範囲では抗力係数および揚力係数はスピンパラメータだけの関数で近似可能となるのではないかという予想から出発している。

この予想が正しいかどうかを調べるため、最初に、数値流体力学（CFD）解析を用い、風洞実験を模した数値シミュレーションによって、抗力係数、揚力係数が並進速度、回転速度の如何なる関数になっているかを考察する。数値結果は、最小二乗法と赤池情報量基準（AIC）を用いて、多項式近似される。次に、この結果は実験によって検証される必要があるが、本論文ではその検証方法を述べるだけとなる。

本論文の構成は以下の通りである。第2章では、空気中をスピンを伴って飛翔する球体の運動方程式を概説する。第3章では、数値流体力学（CFD）解析の結果を示すとともに、最小二乗法とAICを用いた多項式近似の結果を示す。第4章では実験による検証の方法を簡単に述べる。第5章はまとめである。

2 スピンを考慮した空力モデル

一定のスピン $\omega \in \mathbb{R}^3$ をしながら空気中を飛翔する卓球ボールの運動は以下の微分方程式に従うことが知

られている⁵⁾。

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{p}}(t) = & -\mathbf{g} + C_D \frac{\rho}{m} r^2 S_b \|\dot{\mathbf{p}}(t)\| \dot{\mathbf{p}}(t) \\ & + C_M \frac{\rho}{m} V_b \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{p}}(t)\end{aligned}\quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{p}(t) \in \mathbb{R}^3$ は時刻 t のボールの位置、 $\mathbf{g} := [0 \ 0 \ g]^T$ 、 g は重力加速度、 m はボールの質量、 ρ は空気密度、 $S_b := \frac{1}{2}\pi r^2$ 、 $V_b := \frac{4}{3}\pi r^3$ 、 r はボール半径である。また、 C_D 、 C_M は抗力係数、揚力係数である。抗力係数 C_D と揚力係数 C_M はレイノルズ数 Re とスピンパラメータ Sp の関数であることが知られている^{6) 7) 8) 9)}。レイノルズ数 Re は慣性力と粘性力の比を表わす無次元量であり

$$Re := \frac{2r\|\dot{\mathbf{p}}\|}{\nu} \quad (2)$$

と定義される。ここで、 $\nu := \mu/\rho$ は空気の動粘性係数 (μ は粘性係数) である。また、スピンパラメータ Sp は並進速度とスピン (ただし、並進速度ベクトルに直行する回転成分) の比を表わす無次元量であり

$$Sp := \frac{r \left\| \boldsymbol{\omega} - (\boldsymbol{\omega}^T \frac{\dot{\mathbf{p}}}{\|\dot{\mathbf{p}}\|}) \frac{\dot{\mathbf{p}}}{\|\dot{\mathbf{p}}\|} \right\|}{\|\dot{\mathbf{p}}\|} = \frac{r \|\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{p}}\|}{\|\dot{\mathbf{p}}\|^2} \quad (3)$$

である。ただし、通常の卓球ボールの運動では $\|\dot{\mathbf{p}}(t)\| \in [0.5, 10]$ m/s の範囲にあり、したがって、 $r = 0.02$ m、1 気圧 20 での $\nu = 1.512 \times 10^{-5}$ m²/s を用いると、 $Re \in [1.323, 26.46] \times 10^3$ となって、図 2 より抗力係数 C_D はレイノルズ数 Re に依存しないことが分かる。

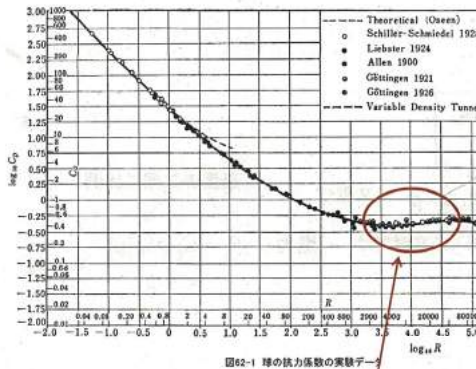


Fig. 2: $\log_{10} C_D$ vs. $\log_{10} Re$ ⁷⁾

そこで、本論文では、抗力係数 C_D はスピンパラメータのみの関数と考えることにする。同様に、揚力係数 C_M もスピンパラメータのみの関数と仮定する。以降では、 $C_D(Sp)$ 、 $C_M(Sp)$ と記すことにする。

3 数値流体力学 (CFD) 解析による抗力係数、揚力係数の推定

ここでは CFD 解析を用いて、抗力係数 C_D と揚力係数 C_M がスピンパラメータ Sp のどのような関数となるかを考察する。使用したソフトウェアは 3 次元熱流体解析ソフトウェア「PHOENICS」(CHAM-Japan) である。

CFD 解析では風洞実験を模したシミュレーションを行った。風洞 (直方体: $L_x \times L_y \times L_z$ m) の内部の

位置 (x_b, y_b, z_b) に卓球ボールを固定し、 y 軸周りに一定の速度 ω_y rad/s でスピンさせる。風洞の空気流入口は $x = 0$ の側面、流出口は $x = L_x$ の側面であり、直方体の他の側面は壁であり、空気の出入りはないものとする。風洞の流入口から x 軸方向に並進速度 V_x m/s の空気を流入させる。

CFD 解析の数値結果は卓球ボールと風洞 (直方体) の大きさの比や風洞 (直方体) のメッシュの切り方に依存する。これらの条件をいろいろ変化させて得られた CFD 解析の結果を

- 壁からの影響が無視できる中で、できるだけ小さな風洞 (直方体)
- メッシュの切り方を粗い場合から細かい場合へ変更することによって 数値結果は収束していく。十分収束したと思われるほど細かいメッシュの中で、できるだけ粗いメッシュ

の視点から考察し、風洞 (直方体) の大きさとメッシュの切り方を決定した。

風洞 (直方体) の大きさは $L_x = 0.5$ m, $L_y = 0.25$ m, $L_z = 0.25$ m, ボールの固定位置は $x_b = 0.125$ m, $y_b = 0.125$ m, $z_b = 0.125$ m とした。

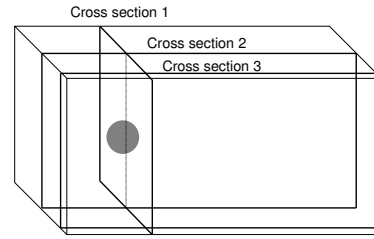


Fig. 3: Position of the cross sections

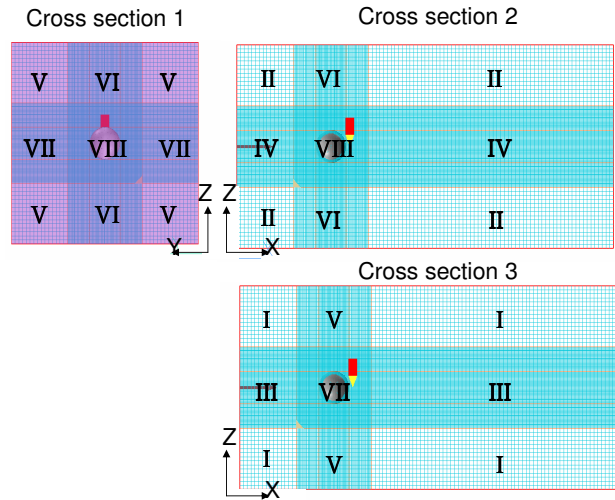


Fig. 4: CFD screen and computational grid

また、メッシュの切り方については、風洞 (直方体) を 125 個の小直方体に分割し、各小直方体は表 1 に示す 8 種類のメッシュのいずれかを採用した。風洞内の小直方体の分布およびその小直方体で用いたメッシュの種類を図 4 に示す。

空気の並進速度 V_x とボールの回転速度 ω_y については、通常の卓球ラリーから想定される範囲で、スピンパラメータ Sp が $0.1 < Sp < 2.0$ の範囲で 0.1 づつ変動させることを考えた。具体的には

Table 1: computational grid

	x_m	y_m	z_m
I	0.005	0.005	0.005
II	0.005	0.001	0.005
III	0.005	0.005	0.001
IV	0.005	0.001	0.001
V	0.001	0.005	0.005
VI	0.001	0.001	0.005
VII	0.001	0.005	0.001
VIII	0.001	0.001	0.001

- $V_x = 3$ あるいは $V_x = 5$ に固定し、目標スピンパラメータ Sp^* となるように ω_y を決定
- $\omega_y = 100$ あるいは $\omega_y = 300$ に固定し、目標スピンパラメータ Sp^* となるように V_x を決定

の 2 通りを行った．具体的な組み合わせの一部を表 2 に示す．

Table 2: V_x and ω_y

	Sp^*	0.1	0.5	1.0	1.5	2.0
$V_x = 3$	ω_y	15	75	150	225	300
$V_x = 5$	ω_y	25	125	250	375	500
	Sp^*	0.1	0.5	1.0	1.5	2.0
$\omega_y = 100$	V_x	20	4	2	1.33	1
$\omega_y = 300$	V_x	60	12	6	4	3

図 5 は、 $V_x = 3m/s, \omega_y = 62.8rad/s$ と設定した CFD 解析結果のうち、圧力分布を示すものである（圧力値は青色が小さく、赤色が大きいく）。ただし、青線で示されているメッシュ、赤四角で示されている数値表示用測定点は無視していただきたい。ボールの下側に赤色の圧力分布が、ボールの後方斜め上に向かって青色の圧力分布が見られ、 x 軸方向に圧力差が発生するとともに、その圧力差の対称性がボールの回転によって崩れていることが分かる。

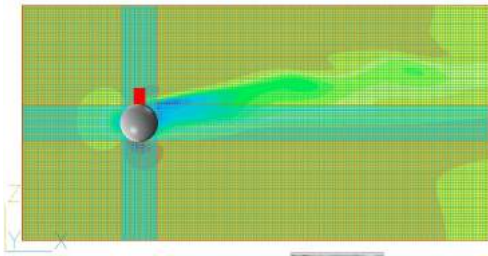
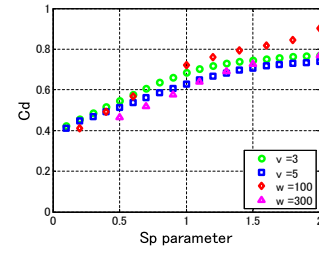
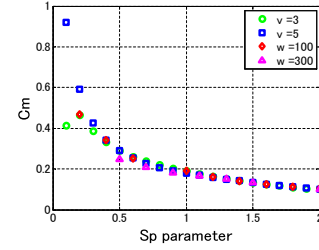


Fig. 5: Pressure distribution obtained by CFD

図 5 に示すような圧力分布から、ボールの全表面に作用する圧力分布が得られ、それらからボール中心に作用する流体力 (F_x, F_y, F_z) を求めている。なお、 $F_y \approx 0$ であることは容易に想像されるが、実際の計算結果もその通りであったことに注意する。

F_x から抗力係数 C_D を、 F_z から揚力係数 C_M を算出した結果を図 6 および図 7 に示す。横軸はスピンパラメータで、縦軸が算出した揚力係数、抗力係数である。

図 6 において、同じスピンパラメータ値に対して複数の C_D の値がプロットされているのは、表 2 に示したように、同じスピンパラメータ値を異なった (V_x, ω_y)

Fig. 6: Sp vs. C_D Fig. 7: Sp vs. C_M

の組で実現し、CFD 解析したことによる。この計算結果は C_D がスピンパラメータ Sp で多項式近似できそうであることを示唆しており、同時に抵抗係数 C_D がレイノルズ数 Re にほぼ依存しないことを示している。

同様に、図 7 から、 C_M もスピンパラメータ Sp で多項式近似できそうであること、同時に揚力係数 C_M もレイノルズ数 Re にほぼ依存しないことが分かる。ただし、スピンパラメータ $Sp = 0.1$ の場合は C_M の値に大きなばらつきがみられる。その原因として、 ω_y が小さいことによる数値計算誤差、レイノルズ数 Re や他の流体力学要因など、いろいろ考えられるが、特定できていない。

CFD 解析した結果（図 6、図 7）を多項式による最小二乗近似することを考える。抗力係数 C_D の近似を例に、近似方法を示す。

データ $\mathcal{D} := \{(Sp_i, C_{Di}) \mid i = 1, \dots, N\}$ に対して、 k 次多項式 $f_k(x)$

$$f_k(x) := a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (4)$$

を考え、近似誤差分散 σ_e を

$$\sigma_e(a_k, \dots, a_0) := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |C_{Di} - f_k(Sp_i)|^2 \quad (5)$$

と定義し、赤池情報量規準 (AIC) を

$$AIC(a_k, \dots, a_0, k) := N \ln \sigma_e(a_k, \dots, a_0) + 2k \quad (6)$$

と定める。このとき

$$\min_{a_k, \dots, a_0, k} AIC(a_k, \dots, a_0, k) \quad (7)$$

によって、近似多項式の最適次数 k と最適係数 a_k, \dots, a_0 を求めた。

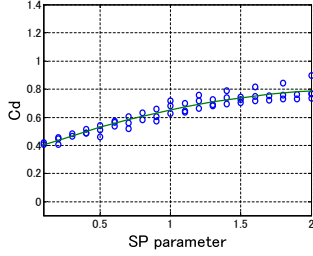
揚力係数 C_M も同様の近似方法を行った。

CFD 解析で得られた $N = 56$ のデータに対して、抗力係数 C_D は 2 次多項式、揚力係数 C_M は 4 次多項式が最適となった。最適係数は表 3 の通りであり、近似多項式によるデータの近似の様子を図 8 と図 9 に示す。

Table 3: Approximate polynomials

	a_2	a_1	a_0
C_D	-0.0747	0.3591	0.3682

	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
C_M	0.2313	-1.2055	2.2813	-1.9501	0.8254

Fig. 8: Sp- C_D data and AIC modeling .

4 実験による抗力係数、揚力係数の推定

CFD 解析と多項式近似によって得られた抗力係数と揚力係数は実験によってその妥当性を検証する必要がある .

妥当性検証の実験では中速カメラ (150fps) システムを用い、空気中をスピンしながら飛翔する卓球ボールの軌道を計測することによって行う予定である . また、必要に応じて、高速カメラ (900fps) システムと計測方法¹⁾を用いて、スピン (回転ベクトル) の計測を行う .

4.1 実験装置の説明

実験装置の概略を図 10 に示す . ボールは自動打ち出し機から射出され、中速カメラによってボール軌道を計測する . また、自動打ち出し機からの打ち出し直後のボールを高速カメラで計測する .

実験で得られた k 試行目のボールの軌道データを $\mathcal{P}^{(k)}\{p_i^{(k)} \mid i = 1, \dots, n_k\}$ と記す . ここで $p_i^{(k)} \in \mathbb{R}^3$ は時刻 $t = \frac{1}{150} \times i$ 秒でのボール位置ベクトルである .

一方、実験の k 試行に相当する初期値 $x_0^{(k)} := (p(0), \dot{p}(0))^{(k)}$ と回転ベクトル $\omega^{(k)}$ を設定したときに空力モデル (1) から数値計算される時刻 $t = \frac{1}{150} \times i$ 秒でのボール位置ベクトルを $p_i(a, x_0^{(k)}, \omega^{(k)})$ と記す . ここで $a := (a_{D2}, a_{D1}, a_{D0}, a_{M4}, a_{M3}, a_{M2}, a_{M1}, a_{M0})$ である .

実験データに基づく抗力係数と揚力係数の最適な推定値は

$$\min_a \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} \left| p_i(a, x_0^{(k)}, \omega^{(k)}) - p_i^{(k)} \right|^2 \right\} \quad (8)$$

より求める .

なお、高速カメラを用いず、回転ベクトル $\omega^{(k)}$ の計測値を用いない場合には、 $\mathcal{W} := \{\omega^{(k)} \mid k = 1, \dots, K\}$ として

$$\min_{a, \mathcal{W}} \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} \left| p_i(a, x_0^{(k)}, \omega^{(k)}) - p_i^{(k)} \right|^2 \right\} \quad (9)$$

を考える予定である .

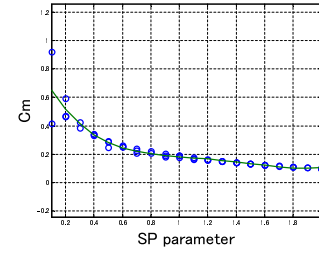
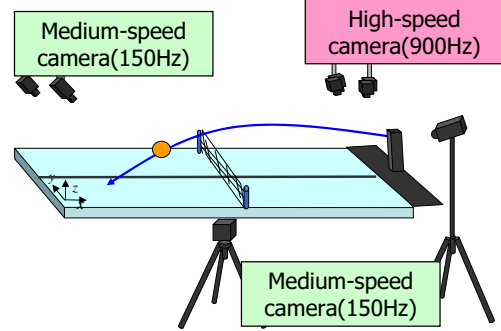
Fig. 9: Sp- C_M data and AIC modeling .

Fig. 10: High speed camera and midle speed camera.

5 おわりに

数値流体力学解析を用い、風洞実験を模した数値シミュレーションから、卓球ラリーで用いられるボールの並進速度、回転速度の範囲では、空気中をスピンしながら飛翔するボールの抗力係数、揚力係数は、かなり良い精度で、スピンパラメータだけの関数として多項式近似 (2 次, 4 次) できることが分かった .

今後の課題は今回得られた結果の実験による検証である .

- 1) C.Liu, Y.Hayakawa and A.Nakashima; An On-Line Algorithm for Measuring the Transitional and Rotational Velocities of a Table Tennis Ball, SICE JCMSI, Vol.5, No.4, pp.233-241, 2012.
- 2) C.Liu, Y.Hayakawa and A.Nakashima; Racket Control for a Table Tennis Robot to return a Ball, SICE JCMSI, Vol.6, No.4, pp.259-266, 2013.
- 3) Y.Hayakawa et al.; Ball TRajjectory Planning in Serving Task for Table Tennis Robot, SICE JCMSI, Vol.9, No.2, pp.50-59, 2016.
- 4) T.Okamoto, A.Nakashima and Y.Hayakawa; An On-line Estimation of Ball States for Prediction of Ball Trajectory with Aerodynamics Model, Proceedings of SICE Annual Conference 2013, 661-665, 2013.
- 5) 岡田 他: 映像からの運動モデル獲得によるボールの未観測運動推定, 電子情報通信学会誌 D, Vol.J91-D, No. 12, pp. 2950-2960, 2008.
- 6) B.Oesterlé and T.Bui Dinh; Experiments on the lift of a spinning sphere in a range of intermediateaynolds numbers, Experiments in Fluids, Vol. 25, pp.16-22, 1998.
- 7) 機械工学便覧, A5 流体工学, A5・97-A5・99, 日本機械学会編, 1987.
- 8) 谷口 他: 硬式野球ボールに働く空気力の測定, ながれ, Vol.25, pp.257-4, 2006.
- 9) 高見, 宮寄, 姫野: バックスピンする球体に働く負のマグナス力 ~ 飛翔実験による測定 ~ , ながれ, Vol.28, pp.347-356, 2009.